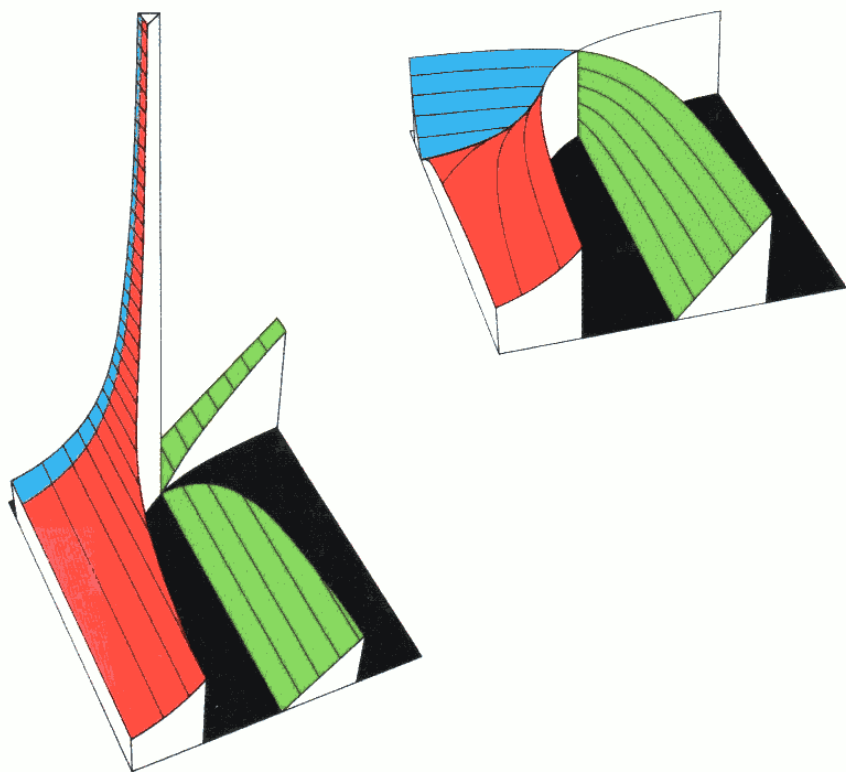

THERMODYNAMIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

1 De l'énergie à l'exergie

NOUVELLE ÉDITION ENTIÈREMENT REVUE ET AUGMENTÉE

LUCIEN BOREL
DANIEL FAVRAT



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Les auteurs et l'éditeur remercient l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne pour le soutien apporté à la publication de cet ouvrage.

Dans la même collection, dirigée par le professeur Roland Longchamp

Dynamique des structures

Thomas Gmür

Méthode des éléments finis en mécanique des structures

Thomas Gmür

Introduction à la mécanique des solides et des structures

Michel Del Pedro, Thomas Gmür, John Botsis

Transferts thermiques

Ana-Maria Bianchi, Yves Fautrelle, Jacqueline Etay

Thermodynamique et énergétique

Lucien Borel, Daniel Favrat

Commande numérique de systèmes dynamiques

Roland Longchamp

Mécanique des milieux continus: une introduction

John Botsis, Michel Deville

Introduction à l'analyse et à la commande des systèmes non linéaires

Philippe Müllhaupt

Eléments de dynamique des solides et structures déformables

Lalaonirina Rakotomanana R.

Eléments finis pour les fluides incompressibles

Mejdi Azaïez, Michel Deville, Ernest Mund

Les Presses polytechniques et universitaires romandes sont une fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne ainsi que d'autres universités et écoles d'ingénieurs francophones. Le catalogue de leurs publications peut être obtenu par courrier aux Presses polytechniques et universitaires romandes, EPFL – Rolex Learning Center, CH-1015 Lausanne, par E-Mail à ppur@epfl.ch, par téléphone au (0)21 693 41 40, ou par fax au (0)21 693 40 27.

www.ppur.org

ISBN 978-2-88074-545-5

© 2005, **2011**, nouvelle édition, entièrement revue et augmentée
Presses polytechniques et universitaires romandes,
CH – 1015 Lausanne.

Tous droits réservés.

Reproduction, même partielle,
sous quelque forme ou sur quelque support que ce soit,
interdite sans l'accord écrit de l'éditeur.

Cet ouvrage a été achevé d'imprimer par les soins de Pulsio.net
en septembre 2011

Communauté Européenne

Avant-propos

« Quand vient la Sagesse, sa première leçon est de dire : “ La connaissance n'existe pas, il y a seulement des aperçus de la Divinité infinie. ”

*La connaissance pratique est chose différente, c'est-à-dire qu'elle est réelle et com-
mode, mais jamais complète. Par conséquent, la systématiser et la codifier est
nécessaire, mais fatal. »*

Sri Aurobindo

Le présent ouvrage est le fruit d'un demi-siècle d'enseignement de la thermodynamique à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Son objectif est de faciliter l'enseignement de la thermodynamique aux candidats ingénieurs mécaniciens et de permettre aux ingénieurs de l'industrie de compléter ou de renouveler leurs connaissances dans ce domaine. Il concerne essentiellement l'étude des problèmes faisant intervenir l'énergie mécanique et l'énergie thermique, et fait surtout appel à la thermodynamique phénoménologique.

Les thermodynamiciens, comme chacun sait, sont des gens à principes. Mais ce qui les sauve, c'est qu'ils n'en ont que quatre. Le Premier Principe de la thermodynamique a beaucoup fait pour le repos de l'ingénieur. Exprimant l'équivalence entre l'énergie-travail et l'énergie-chaleur, il répond au désir profond d'ordre et d'unité qui est en chacun de nous. Mais il se révèle insuffisant pour caractériser les notions de qualité et de niveau de l'énergie. Il conduit à des définitions de pertes et d'efficacités qui sont inadéquates pour évaluer la qualité thermodynamique d'un processus. Le Deuxième Principe de la thermodynamique apporte la lumière indispensable pour saisir les notions d'irréversibilité et de dégradation de l'énergie.

La théorie de l'exergie met en œuvre simultanément le Premier Principe et le Deuxième Principe. Il est maintenant reconnu que cette théorie est extrêmement féconde. Seule la comptabilité exergétique permet de calculer avec précision les pertes thermodynamiques d'un processus et de définir proprement un rendement thermodynamique, exprimant son degré de perfection. Elle permet également d'évaluer la qualité thermodynamique d'une installation au sens de l'économie énergétique, et cela quelles que soient sa taille, sa complexité et la nature des phénomènes dont elle est le siège. C'est pourquoi nous avons apporté un soin tout particulier à la mise en place de la théorie de l'exergie et à la généralisation de son emploi dans l'ouvrage.

A l'heure où les défis énergétiques, environnementaux et géopolitiques deviennent de plus en plus aigus, il est particulièrement vital d'orienter nos choix technologiques vers une utilisation plus rationnelle de nos ressources, qu'elles soient renouvelables ou non. Cela implique des améliorations aussi bien méthodologiques que technologiques. Sur le plan méthodologique, une utilisation plus rationnelle, au sens du développement durable, n'est possible que dans la mesure où ingénieurs, architectes, industriels et décideurs peuvent disposer d'indicateurs cohérents, parmi lesquels le rendement exergetique est appelé à jouer un rôle primordial. Il est désolant de constater qu'au début du 21^e siècle une majorité de praticiens n'utilisent encore comme indicateurs que des rendements basés sur le Premier Principe. A titre d'exemple, ces derniers font apparaître de simples chaudières pour du chauffage de locaux avec des chiffres de performance approchant les 100% (apparemment la perfection!), alors qu'il est techniquement possible, avec une même quantité de combustible, de fournir environ deux fois plus d'énergie-chaleur. En revanche, le rendement exergetique permet d'établir un classement cohérent des options techniques, avec des valeurs toujours inférieures à 100%, quels que soient les domaines et les services énergétiques fournis. Sur le plan technologique, la notion d'exergie permet également de mieux cerner les sources de pertes internes aux processus considérés, et ainsi de procéder à des aménagements mieux ciblés et plus efficaces.

En matière de thermodynamique, la formation d'un ingénieur exige la réunion des trois conditions suivantes: des concepts de base aussi clairs que possible, une terminologie précise et une symbolique efficace. Poussés par un désir de logique, de systématisation et d'esthétique, nous avons quelquefois jugé opportun de nous distancer de la tradition. En revanche, certaines notions et plusieurs expressions nouvelles ont été introduites. Un effort spécial a été fait, au long des années, en vue de mettre au point une symbolique aussi cohérente que possible, car nous partageons la pensée de Leibnitz: «Il faut demander aux symboles de se prêter à la recherche; cela est atteint principalement quand ils expriment d'une manière concise et qu'ils dépeignent presque la nature intime des choses, car alors ils épargnent merveilleusement l'effort de la pensée.»

Notre souci constant a été de présenter avec clarté, précision et simplicité une science complexe, concernant un vaste domaine, faisant appel à des notions subtiles et dont l'approche est réputée difficile. Enfin, notre ambition a été d'insuffler un brin d'esthétique dans cet océan de lois et de formules. Nous pensons, en effet, qu'il doit y avoir aussi une esthétique fondamentale dans un développement scientifique. Il y a des schématisations qui saisissent par leur hardiesse. Il y a des démonstrations qui ravissent par leur concision et émerveillent par leur clarté. Il y a des cheminements de la pensée qui enchantent par leur logique, qui touchent par les raccourcis empruntés et qui émeuvent par les perspectives soudaines qu'ils dévoilent. Il y a enfin des synthèses qui coupent le souffle. Une formule bien faite n'est-elle pas un fragment de vie condensée? Il y a des formules heureuses, sombres, gaies, rébarbatives ou attendrissantes, et l'on peut croire qu'un esprit sensible et fraternel y trouve une part de l'histoire des hommes, avec ce qu'elle comporte de vérité, de souffrance et d'espoir.

Remerciements

Cette nouvelle édition complètement revue et augmentée est le fruit du travail de deux équipes successives. Nous tenons à remercier très chaleureusement (et par ordre alphabétique):

- Les principaux contributeurs aux premières éditions:
 - aspects scientifiques et critique de tout ou partie du manuscrit: Magdi Batato, Jean-Pierre Corbat, Rudolf Dobler, Jean-Claude Giovanola, Pierre Matthey, Dinh Lan Nguyen, Gilles Paroz, René Strub et André Tastavi;
 - mise en forme et figures: Claudia Borel, Jean-François Casteu, Philippe Lavoyer, Jean-Claude Rochat.
- Les principaux contributeurs à la présente édition:
 - aspects scientifiques et critique de tout ou partie du manuscrit: Raphaelle Bolliger, Pierre-André Haldi, François Maréchal, Jan van Herle, Olivier Zuercher;
 - mise en forme: Suzanne Zahnd, Brigitte Gabioud.

Notre gratitude va aussi aux nombreux assistants qui, au fil des ans, ont apporté leur contribution tant au Laboratoire de thermodynamique et d'énergétique qu'à celui qui lui a succédé, le Laboratoire d'énergétique industrielle, de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

Présentation de l'ouvrage

L'ouvrage se compose de deux volumes. Le volume I contient les bases et les développements de la thermodynamique ainsi que les applications à l'énergétique. Il est partagé en quinze chapitres (chap.) repérés par un nombre arabe (chap. 7). Chaque chapitre est divisé en sections (sect.) repérées par deux nombres arabes séparés par un point (sect. 7.3). Chaque section est divisée en paragraphes (§) repérés par trois nombres arabes séparés par deux points (§ 7.3.6). Certains paragraphes sont subdivisés en sous-paragraphes non repérés.

Les équations hors texte sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes placés entre parenthèses et séparés par un point (5.27); une équation est mise en évidence par son numéro imprimé en caractères gras. Les figures et les tableaux sont numérotés continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes précédés respectivement de Fig. (Fig. 8.16) ou Tab. (Tab. 8.16).

Les références internes stipulent le chapitre, la section, le paragraphe ou l'équation auxquels on renvoie. Les références bibliographiques sont numérotées continûment et repérées par un seul nombre arabe entre crochets; les pages concernées sont éventuellement précisées entre parenthèses: [24] (pp. 12-15).

Un terme particulièrement significatif apparaît en *italique*, *maigre* ou **gras** selon son importance.

Les passages ou équations les plus importants sont mis en évidence dans des cadres.

Le volume II contient des problèmes résolus et exercices qui illustrent le contenu du volume I en suivant étroitement la matière exposée dans chaque chapitre.

Pour les problèmes résolus, les solutions détaillées sont données afin de montrer la manière la plus efficace d'appliquer les concepts introduits. Par contre, pour les exercices, seules les réponses sont données afin de permettre aux lecteurs, en particulier aux étudiants, d'effectuer un travail personnel.

Lucien Borel et Daniel Favrat
décembre 2004

Table des matières

VOLUME 1

	AVANT-PROPOS	V
CHAPITRE 1	GÉNÉRALITÉS ET PRINCIPES FONDAMENTAUX	
	1.1 Définitions	1
	1.2 Principe zéro de la thermodynamique	8
	1.3 Premier principe de la thermodynamique.....	11
	1.4 Fonctions d'état et grandeurs de parcours	26
	1.5 Deuxième principe de la thermodynamique	28
	1.6 Troisième principe de la thermodynamique	57
	1.7 Extension à d'autres formes de transfert d'énergie	59
	1.8 Equations dérivées de l'équation de Gibbs.....	66
	1.9 Fonctions d'état partielles.....	69
	1.10 Relation de Gibbs-Duhem	73
	1.11 Température thermodynamique (ou absolue) et température empirique	73
CHAPITRE 2	SYSTÈMES FERMÉS ET RELATIONS THERMODYNAMIQUES GÉNÉRALES	
	2.1 Equations fondamentales d'un système fermé homogène	81
	2.2 Equation d'état	82
	2.3 Transformations et diagrammes thermodynamiques	83
	2.4 Facteurs thermiques et calorifiques	85
	2.5 Chaleurs spécifiques	88
	2.6 Relations mathématiques entre les fonctions d'état, les différents facteurs et les chaleurs spécifiques.....	89
	2.7 Extension à l'évolution des systèmes fermés hétérogènes et notion d'équilibre thermodynamique	97
CHAPITRE 3	BILANS DES GRANDEURS EXTENSIVES	
	3.1 Bilans spatial, local, substantiel et particulaire d'une grandeur extensive scalaire	107
	3.2 Bilans spatial, local, substantiel et particulaire d'une grandeur extensive vectorielle	113

3.3	Bilan de masse	116
3.4	Bilan d'énergie.....	118
3.5	Bilan d'entropie	125
3.6	Bilan de quantité de mouvement	129
3.7	Bilan de moment cinétique	130
CHAPITRE 4	SYSTÈMES OUVERTS, EN RÉGIME PERMANENT	
4.1	Equations fondamentales d'un système ouvert, en régime permanent	133
4.2	Fonctions d'état statiques et totales	149
4.3	Propagation plane d'une perturbation de faible amplitude	155
4.4	Ecoulement dans un canal de section constante	162
4.5	Ecoulement adiabate dans une tuyère.....	175
4.6	Ecoulement dans un canal avec étranglement	189
4.7	Ecoulement non adiabate dans un canal fixe	194
4.8	Turbine et compresseur.....	202
CHAPITRE 5	PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES DE LA MATIÈRE	
5.1	Description des différents états de la matière	223
5.2	Gaz parfaits. théorie cinétique des gaz	232
5.3	Gaz semi-parfaits	241
5.4	Propriétés générales des gaz parfaits et semi-parfaits	244
5.5	Fluides de Van der Waals	251
5.6	Fluides du viriel	266
5.7	Synthèse d'équations d'état cubiques	267
5.8	Equation de Lee-Kesler modifiée à partir de l'équation de Benedict-Webb-Rubin (BWR)	269
5.9	Fluides de Lan-Borel	271
5.10	Corps réels	272
5.11	Equation de Clausius-Clapeyron	281
5.12	Chaleur spécifique des solides	284
5.13	Relations approchées pour les solides et les liquides	288
5.14	Annexe: exemple de l'eau en tant que fluide réel.....	289
CHAPITRE 6	MÉLANGES DE GAZ PARFAITS OU SEMI-PARFAITS	
6.1	Généralités	297
6.2	Pressions, volumes et entropies de mélange: lois de Dalton et d'Amagat	298
6.3	Energies internes, enthalpies, températures, constantes des gaz et chaleurs spécifiques de mélange	306
6.4	Mélange avec conditions initiales différentes	309
6.5	Mélange en régime permanent	313
CHAPITRE 7	MÉLANGES D'UN GAZ ET D'UNE SUBSTANCE CONDENSABLE	
7.1	Propriétés générales	317
7.2	Diagramme h - w de Mollier.....	325

7.3	Mélange de deux mélanges, en régime permanent.....	332
7.4	Chauffage ou réfrigération d'un mélange quelconque	335
7.5	Introduction de liquide dans un mélange sec.....	336
7.6	Application de la notion de température limite	341
7.7	Synthèse.....	344
7.8	Solide et mélange sec	345
7.9	Exemple d'application	346
CHAPITRE 8	TRANSFORMATIONS	
	ET DIAGRAMMES THERMODYNAMIQUES	
8.1	Transformations thermodynamiques typiques.....	351
8.2	Transformation adiabate	360
8.3	Diagrammes thermodynamiques	361
8.4	Transformation paraïsotherme	386
CHAPITRE 9	EXEMPLES SIMPLES D'APPLICATION DES PREMIER	
	ET DEUXIÈME PRINCIPES	
9.1	Transformation d'énergie mécanique en énergie interne (expérience de Joule)	393
9.2	Détente sans transfert-travail (expérience de Gay-Lussac-Joule).....	395
9.3	Détente avec transfert-travail	397
9.4	Transformations d'énergie	399
9.5	Evolution d'un système hétérogène.....	403
9.6	Transfert-chaleur entre deux corps	404
9.7	Transmetteur d'énergie thermique.....	406
9.8	Compression d'un mélange de gaz parfaits	409
CHAPITRE 10	ENERGÉTIQUE ET EXERGÉTIQUE	
	(PROCESSUS THERMOMÉCANIQUES)	
10.1	Approche énergétique	411
10.2	Approche exergétique	418
10.3	Chauffage par énergie mécanique ou électrique.....	461
10.4	Chauffage ou refroidissement par énergie-chaleur	469
10.5	Chauffage ou refroidissement par énergie-transformation	474
10.6	Turbomachines.....	487
10.7	Economie énergétique	491
10.8	Commentaires	498
CHAPITRE 11	ENERGÉTIQUE ET EXERGÉTIQUE	
	(AVEC PROCESSUS RÉACTIFS)	
11.1	Généralités	505
11.2	Equations chimiques de base	506
11.3	Combustion complète	509
11.4	Pouvoirs énergétiques d'un combustible	516
11.5	Bilans énergétiques et température de combustion.....	533

11.6	Pouvoirs exergétiques d'un combustible	547
11.7	Combustion incomplète	565
11.8	Propriétés thermodynamiques des gaz de combustion ..	576
11.9	Déroulement d'une combustion	581
11.10	Piles à combustible	586
CHAPITRE 12	EXEMPLES D'APPLICATION DES CHAPITRES 10 ET 11	
12.1	Chambre de combustion	595
12.2	Chaudière à vapeur	601
12.3	Moteur à combustion interne	614
CHAPITRE 13	CYCLES THERMODYNAMIQUES	
13.1	Généralités	623
13.2	Propriétés générales des cycles	624
13.3	Cycles monothermes	628
13.4	Cycles bithermes	634
13.5	Cycles bithermes moteurs	636
13.6	Cycles bithermes de pompe à chaleur	656
13.7	Synthèse des cycles bithermes	674
CHAPITRE 14	EXEMPLES D'APPLICATION DES CHAPITRES 10 À 13	
14.1	Installations motrices à vapeur	685
14.2	Installations motrices à gaz	714
14.3	Installations motrices avancées	732
14.4	Installations de pompe à chaleur	738
CHAPITRE 15	THERMODYNAMIQUE LINÉAIRE DES PHÉNOMÈNES IRRÉVERSIBLES	
15.1	Approche phénoménologique	763
15.2	Principe de réciprocité d'Onsager et Casimir	765
15.3	Théorème de Prigogine	768
15.4	Effets thermoélectriques	770
15.5	Effets thermoélectriques particuliers	779
15.6	Applications des effets thermoélectriques	785
	BIBLIOGRAPHIE	793
	NOTATIONS, TERMINOLOGIE ET UNITÉS	799
	INDEX	807

Généralités et principes fondamentaux

1.1 DÉFINITIONS

1.1.1 Thermodynamique

La **thermodynamique** est la science qui englobe l'étude des propriétés des corps ainsi que celle de tous les phénomènes faisant intervenir le travail, la chaleur et l'énergie en général.

En particulier, la thermodynamique comprend l'étude des corps en tenant compte de l'influence de la température sur leurs caractéristiques.

Elle examine aussi la transformation d'une énergie existant sous une certaine forme en une énergie se présentant sous une autre forme (énergies mécanique, thermique, chimique ou électrique).

Elle s'occupe également de la configuration et du mode de fonctionnement des machines thermiques.

En plus du principe général de conservation de la masse, la thermodynamique est basée sur quatre **principes fondamentaux**:

- le *Principe Zéro*, qui concerne la notion d'équilibre thermique
- le *Premier Principe* ou *principe d'équivalence*, qui concerne le caractère conservatif de l'énergie
- le *Deuxième Principe* ou *principe de Carnot*, qui concerne la notion d'irréversibilité et le concept d'entropie
- le *Troisième Principe* ou *principe de Nernst*, qui concerne les propriétés de la matière dans le voisinage du zéro absolu

La thermodynamique est susceptible d'être abordée à l'aide de deux démarches différentes, l'approche phénoménologique et l'approche statistique.

La **thermodynamique phénoménologique** s'appuie sur des considérations *macroscopiques*. Elle cherche à établir des lois macroscopiques basées sur un nombre réduit de principes ou postulats, qui sont des lois empiriques établies par des observations expérimentales. Elle détermine en outre les propriétés spécifiques des différents corps à l'aide de mesures.

La **thermodynamique statistique** s'appuie sur des considérations *moléculaires* et sur le calcul des probabilités. Elle cherche à établir les principes fondamentaux et à pénétrer plus avant dans la structure de la matière pour en expliquer les propriétés, cela à partir de lois naturelles encore plus générales.

Le présent ouvrage a pour but d'enseigner la thermodynamique aux étudiants en génie mécanique et de permettre aux ingénieurs de l'industrie de compléter ou de renouveler leurs connaissances dans ce domaine. C'est pourquoi il concerne essentiellement l'étude des problèmes faisant intervenir l'énergie mécanique et l'énergie thermique. Pour la même raison, il fait surtout appel à la thermodynamique phénoménologique.

1.1.2 Système thermodynamique

D'une manière générale, un **système thermodynamique** est l'ensemble des corps situés à l'intérieur d'une surface fermée que nous appelons *frontière*.

Les figures 1.1 et 1.2 représentent, sous forme schématique, un certain nombre de systèmes thermodynamiques simples.

La *frontière* est en général une surface géométrique imaginaire. Toutefois, rien ne s'oppose à ce qu'elle coïncide avec une surface réelle, matérialisée par exemple par une paroi solide. Dans tout ce qui suit, les frontières seront indiquées par un contour fermé en traits pointillés.

La frontière peut être *indéformable* ou *déformable*. Quand elle est indéformable, on peut distinguer si elle est fixe ou mobile par rapport à un référentiel déterminé. Quand elle est déformable, cette distinction n'a plus de sens. Par exemple, dans la figure 1.1, la frontière est indéformable et fixe dans les cas (a), (b), (e), (f), (g), (j) et (k). Elle est déformable dans les cas (c), (d), (h) et (i).

Enfin, signalons que la frontière peut se limiter à une surface élémentaire enveloppant une particule fluide. Nous l'appelons dans ce cas frontière *particulaire*. Remarquons qu'elle sera en général déformable. L'introduction d'une telle frontière permettra de considérer les propriétés locales et de suivre l'évolution d'un fluide qui s'écoule dans une machine, en utilisant toutes les propriétés des systèmes homogènes et fermés du chapitre 2. Les figures 1.1(g) et 1.2 montrent deux exemples de frontières particulières.

La figure 1.2 représente un exemple particulièrement intéressant de frontière *indéformable*. Il s'agit de la surface correspondant à un canal mobile de rotor de turbomachine. Cette frontière est *mobile* par rapport au référentiel constitué par la terre et *fixe* par rapport à celui constitué par le rotor. Dans ce cas, il sera possible, selon le principe de d'Alembert, de raisonner par rapport au référentiel mobile et d'introduire la vitesse relative W du fluide par rapport au canal. En revanche, il faudra introduire le champ des forces d'inertie.

Il est intéressant de faire le **bilan** des *énergies qui sont transférées entre le système thermodynamique et le milieu extérieur*, c'est-à-dire de considérer tout ce qui



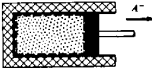

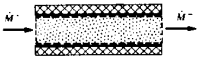
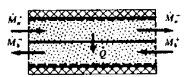
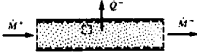
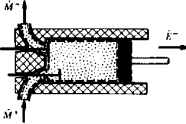
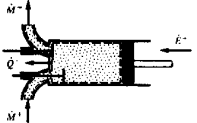
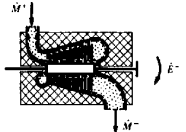
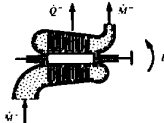



cas	représentation schématique	système thermodynamique	transfert	exemples
(a)		fermé adiabate sans travail	— — —	récipient fermé calorifugé à volume fixe
(b)		fermé non adiabate sans travail	— chaleur —	récipient fermé non calorifugé à volume fixe
(c)		fermé adiabate avec travail	— — travail	récipient fermé calorifugé à volume variable
(d)		fermé non adiabate avec travail	— chaleur travail	récipient fermé non calorifugé à volume variable
(e)		ouvert adiabate sans travail	masse — —	tube calorifugé
(f)		ouvert adiabate sans travail	masse — —	transmetteur d'énergie: échauffeur, récupérateur...
(g)		ouvert non adiabate sans travail	masse chaleur —	tube non calorifugé: tube de chaudière, de condenseur...
(h)		ouvert adiabate avec travail	masse — travail	machine à vapeur pompe alternative
(i)		ouvert non adiabate avec travail	masse chaleur travail	compresseur à piston moteur à essence moteur Diesel
(j)		ouvert adiabate avec travail	masse — travail	turbine à vapeur turbine à gaz turbine hydraulique
(k)		ouvert non adiabate avec travail	masse chaleur travail	turbocompresseur turbopompe

Fig. 1.1 Exemples de systèmes thermodynamiques simples.

 paroi isolante \dot{A} , \dot{E} puissance-travail Exposant⁺: grandeur reçue
 paroi conductrice \dot{Q} puissance-chaleur de l'extérieur
 frontière du système \dot{M} débit-masse Exposant⁻: grandeur fournie à l'extérieur

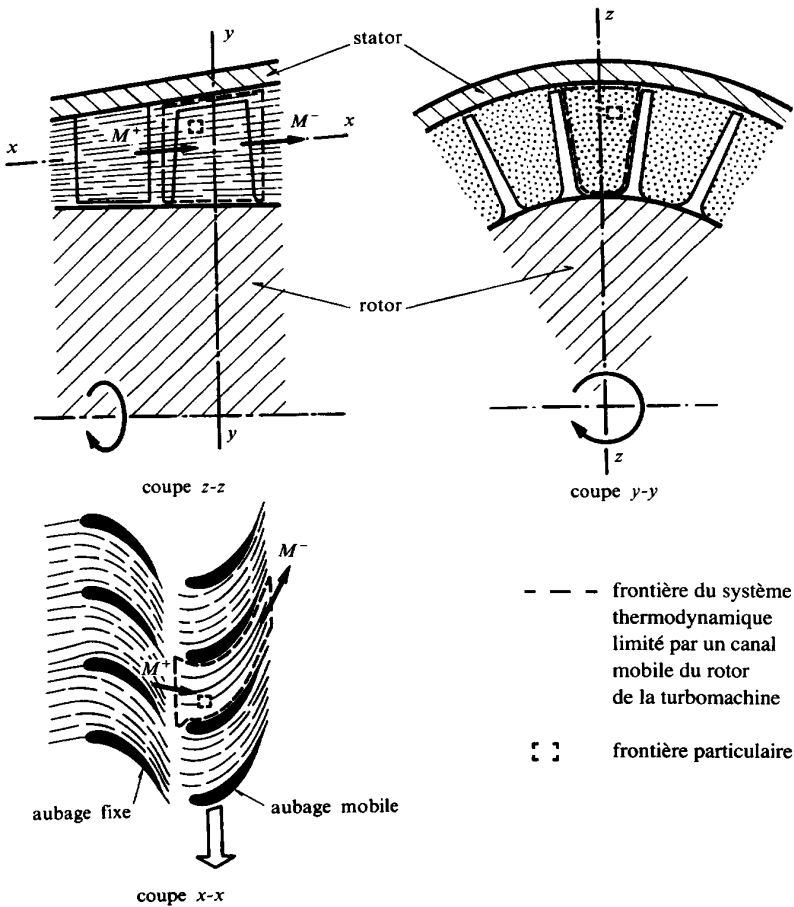


Fig. 1.2 Etage de turbomachine (turbine axiale).

traverse la frontière. Les principaux transferts susceptibles d'être opérés sont les suivants:

- **transfert-travail** A , E (ou simplement: **travail**)
- **transfert-chaaleur** Q (ou simplement: **chaaleur**)
- **transfert de masse** M

Quand aucun transfert-travail n'est opéré, le système est dit *sans travail*. Dans le cas contraire, il est dit *avec travail*.

Quand aucun transfert-chaaleur n'est opéré, le système est dit *adiabate*. Dans le cas contraire, il est dit *non adiabate* (voir justification de ce terme à la section 2.3).

Quand aucun transfert de masse n'est opéré, le système est dit *fermé*. Dans le cas contraire, il est dit *ouvert*.

Quand il n'y a ni transfert-travail, ni transfert-chaleur, ni transfert de masse, le système est dit *isolé*.

En toute rigueur, il convient de distinguer :

- le *travail* et la *chaleur*, qui sont des **phénomènes** ; le travail est un phénomène de nature mécanique, tandis que la chaleur est un phénomène de nature thermique
- le *transfert-travail* et le *transfert-chaleur*, qui sont des **opérations** ; par exemple, le terme transfert-travail est la forme elliptique de l'expression complète « opération de transfert d'énergie faisant intervenir le phénomène travail »
- l'*énergie-travail* et l'*énergie-chaleur*, qui sont des **énergies** ; par exemple, le terme énergie-travail est la forme elliptique de l'expression « énergie mise en jeu au cours d'une opération de transfert-travail ».

Dans la pratique, il est commode d'alléger le langage en utilisant les mêmes termes *travail* et *chaleur* aussi bien pour les phénomènes que pour les opérations et pour les énergies.

1.1.3 Equilibre stable

Conformément à la notion classique de stabilité, un système thermodynamique est en équilibre stable si toutes les grandeurs qui le caractérisent reviennent, dans un temps plus ou moins court, à leur valeur initiale, après la disparition d'une influence ayant causé une petite perturbation du système.

1.1.4 Etat thermodynamique

L'**état thermodynamique** d'un système est l'ensemble des propriétés qui le caractérisent, indépendamment de la forme de sa frontière.

Nous distinguons les systèmes thermodynamiques **homogènes** et les systèmes thermodynamiques **hétérogènes**.

Un système thermodynamique **homogène** est un système dans lequel tous les constituants sont en équilibre thermique.

Nous distinguons encore les catégories suivantes :

- système **homogène simple** : constitué d'une seule substance chimique ; exemples : oxygène, azote, monoxyde de carbone, gaz carbonique, vapeur d'eau
- système **homogène complexe** : composé de plusieurs substances chimiques ; exemples : air, gaz de combustion

Ces deux catégories peuvent elles-mêmes être divisées en deux sous-catégories que sont les systèmes **monophases** (exemple : liquide, gaz, solide) ou **multiphasés** (exemple : liquide en équilibre avec sa vapeur).

L'état thermodynamique d'un système homogène simple monophasé en équilibre est décrit par sa composition chimique, sa masse M et un certain nombre de grandeurs appelées **fonctions d'état**, qui sont notamment :

V volume	U énergie interne	F énergie libre
P pression	H enthalpie	G enthalpie libre
T température	S entropie	

Certaines des fonctions d'état ci-dessus ne seront définies que plus loin, de même que les rapports de masse requis en complément pour définir les systèmes hétérogènes.

Il est possible d'éliminer la masse M en divisant par cette dernière toutes les fonctions d'état qui lui sont proportionnelles. L'état thermodynamique sera alors notamment décrit par sa composition chimique et par les fonctions d'état suivantes :

$$\begin{array}{lll}
 v \equiv \frac{V}{M} & \text{volume} & u \equiv \frac{U}{M} \text{ énergie interne} & f \equiv \frac{F}{M} \text{ énergie libre} \\
 & \text{massique} & \text{massique} & \text{massique} \\
 P & \text{pression} & h \equiv \frac{H}{M} \text{ enthalpie} & g \equiv \frac{G}{M} \text{ enthalpie libre} \\
 & & \text{massique} & \text{massique} \\
 T & \text{température} & s \equiv \frac{S}{M} \text{ entropie} & \\
 & & \text{massique} &
 \end{array} \quad (1.1)$$

Notons que le *volume massique* v est souvent remplacé par son inverse appelé *masse volumique* $\rho = M/V$. Nous avons évidemment $\rho = 1/v$.

Nous utilisons les **règles de notation** suivant lesquelles :

- toute fonction d'état *non massique* est représentée par une lettre latine majuscule (ex. U en J)
- toute fonction d'état *massique* est représentée par une lettre latine minuscule (ex. u en J/kg)
- toute fonction d'état *molaire* est représentée par une lettre latine minuscule surmontée du signe tilde (ex. \tilde{u} en J/kmol).

Un système thermodynamique **hétérogène** est un système plus complexe qui peut être classé dans l'une ou l'autre des deux catégories qui suivent :

- Système dont les propriétés physiques varient de façon *continue* dans l'espace. Exemple : colonne de gaz de grande hauteur dans le champ de la pesanteur. Un tel système peut être considéré comme composé d'un *nombre infini de sous-systèmes homogènes élémentaires*. Son état thermodynamique est alors décrit par l'ensemble des états thermodynamiques des sous-systèmes élémentaires, chacun de ces états définissant en somme un état thermodynamique local.
- Système dont les propriétés physiques varient de façon *discontinue* dans l'espace. Les deux cas suivants peuvent se présenter :

- Système comportant un nombre *fini* de discontinuités (ou polyphase). Exemple : système représenté par la figure 1.17(d). Un tel système peut être considéré comme composé d'un *nombre fini de sous-systèmes homogènes*. Son état thermodynamique est alors décrit par l'ensemble des états thermodynamiques des différents sous-systèmes. Remarquons que, en toute rigueur, un tel système comprend aussi les parois solides qui séparent les principaux sous-systèmes deux à deux et qui sont en général elles-mêmes des sous-systèmes hétérogènes. Mais, dans la majorité des problèmes que nous avons à traiter, ces parois sont très minces en comparaison des principaux sous-systèmes eux-mêmes, de sorte que nous les négligeons du point de vue thermodynamique.
- Système comportant un nombre *infini* de discontinuités. Exemple : écoulement turbulent d'un gaz à travers un orifice. Un tel système peut être théoriquement considéré comme composé d'un *nombre infini de sous-systèmes homogènes*. Mais, en pratique, son état thermodynamique est impossible à décrire.

Dans le langage courant, on laissera souvent tomber, dans l'expression «état thermodynamique», l'adjectif «thermodynamique» et l'on parlera simplement de «l'état» d'un système.

1.1.5 Fonctions d'état

Nous distinguons tout d'abord les fonctions d'état *extensives* et les fonctions d'état *intensives*.

Une fonction d'état est dite **extensive** lorsque sa valeur pour le système entier est égale à la somme de ses valeurs respectives pour les différentes parties composant le système. Exemples : masse M , volume V , énergie interne U , enthalpie H , énergie libre F , enthalpie libre G et entropie S .

En particulier pour un système thermodynamique hétérogène, nous avons :

$$\begin{aligned}
 M &= \sum_{\alpha} [M_{\alpha}] \\
 V &= \sum_{\alpha} [V_{\alpha}] & U &= \sum_{\alpha} [U_{\alpha}] & F &= \sum_{\alpha} [F_{\alpha}] \\
 H &= \sum_{\alpha} [H_{\alpha}] & G &= \sum_{\alpha} [G_{\alpha}] \\
 S &= \sum_{\alpha} [S_{\alpha}]
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

où α désigne un sous-système quelconque du système. Remarquons que la propriété d'extensivité est une sommation dans l'espace et ne doit pas être confondue avec une sommation de mélange. En effet, les fonctions d'état extensives ne se conservent pas forcément dans une opération de mélange (§ 6.5.5).

Une fonction d'état est dite **intensive** lorsque sa valeur, pour un état déterminé, est indépendante de la masse considérée. Exemples : pression P , température T et fonctions d'état massiques v, u, h, f, g et s .

Dans un système homogène, toute fonction d'état intensive a la même valeur en chaque point.

Dans un système hétérogène, au contraire, toute fonction d'état intensive exprime une propriété locale ou une grandeur moyenne.

Nous distinguons ensuite les fonctions d'état *thermiques* et les fonctions d'état *calorifiques*.

Une fonction d'état est dite **thermique** lorsque sa détermination n'exige que des mesures de mécanique et de température. Par exemple, le volume massique v , la pression P et la température T sont des fonctions d'état thermiques.

Une fonction d'état est dite **calorifique** lorsque sa détermination exige, en plus des mesures de mécanique et de température, des mesures d'énergie-chaleur. Par exemple, les fonctions d'état massiques u, h, f, g et s sont des fonctions d'état calorifiques.

Enfin, mentionnons sans entrer dans le détail que nous définirons à la section 1.9 la notion de **fonction d'état partielle**. Nous verrons qu'il s'agit d'une notion plus complexe que les précédentes.

Signalons au lecteur que, par souci de systématique, nous considérerons dans ce qui suit les fonctions d'état dans l'ordre suivant :

$v \quad P \quad T \quad u \quad h \quad f \quad g \quad s$

Cette méthode permettra d'ordonner tout le support mathématique de la thermodynamique.

1.2 PRINCIPE ZÉRO DE LA THERMODYNAMIQUE

1.2.1 Equilibre thermique

Considérons les deux systèmes représentés par la figure 1.3. Ces deux systèmes sont caractérisés par des états initiaux A_1 et B_1 bien déterminés.

Mettons-les en contact thermique en nous arrangeant pour qu'ils ne soient plus séparés que par une paroi conductrice de la chaleur. En général, nous observons que

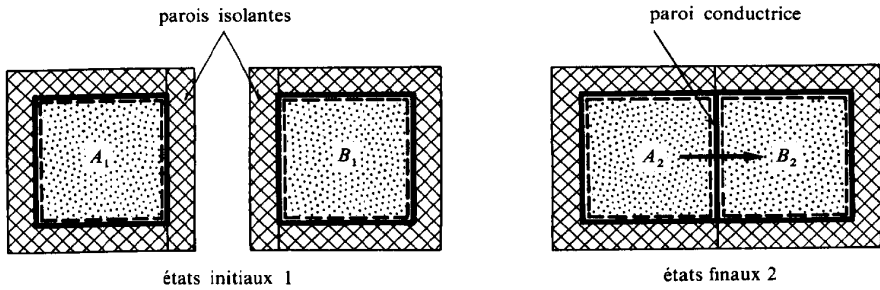


Fig. 1.3 Réalisation de l'équilibre thermique entre deux systèmes thermodynamiques.

leurs états évoluent et tendent plus ou moins rapidement vers des états finaux A_2 et B_2 bien déterminés. On dit alors que les deux systèmes thermodynamiques A et B sont en *équilibre thermique*.

La nature de la paroi conductrice n'a aucune influence sur les états finaux A_2 et B_2 , mais agit seulement sur le temps nécessaire à l'obtention de l'équilibre thermique. Par exemple, si la paroi est en métal, l'équilibre sera atteint plus rapidement que si elle est en verre.

Remarquons que les états finaux A_2 et B_2 ne sont en général pas identiques. Par exemple, le volume massique v et la pression P ne sont pas les mêmes.

1.2.2 Enoncé du Principe Zéro

Le Principe Zéro de la thermodynamique s'énonce comme suit:

Si deux systèmes thermodynamiques A et B sont en équilibre thermique avec un troisième C , ils sont eux-mêmes en équilibre thermique.

Le Principe Zéro est une loi empirique établie seulement par des observations expérimentales. Il met en jeu trois systèmes, comme le montre schématiquement la figure 1.4.

Il rappelle la loi mathématique suivante:

$$\text{si } A = C \quad \text{et} \quad B = C, \quad \text{alors } A = B$$

Mais il ne s'agit que d'une coïncidence de forme. En effet, comme nous l'avons vu plus haut, *les états thermodynamiques de deux systèmes en équilibre thermique ne sont en général pas identiques*. Il en résulte que la loi mathématique rappelée n'est pas applicable pour exprimer le Principe Zéro de la thermodynamique.

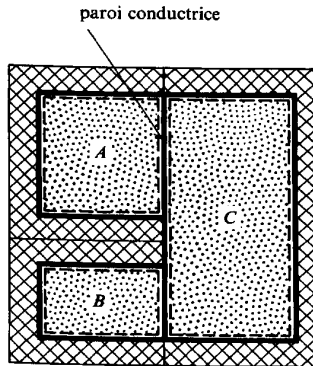


Fig. 1.4 Systèmes thermodynamiques en équilibre thermique.

1.2.3 Température

Le Principe Zéro montre qu'il doit exister une grandeur commune aux trois systèmes A , B et C . Cette grandeur, appelée **température**, est représentée par le symbole T . Il est alors possible de dire:

- Tous les systèmes en équilibre thermique ont la même température.
- Les systèmes qui ne sont pas en équilibre thermique ont des températures différentes.

Cette façon de présenter les choses est la plus rigoureuse et la plus élégante du point de vue axiomatique, car elle permet de distinguer nettement la notion de température en elle-même et la mesure de la température. Du même coup, elle permet de renvoyer la mesure de la température à un chapitre ultérieur.

Remarquons que la technique de mesure d'une température est en général basée sur le Principe Zéro de la thermodynamique.

1.2.4 Parois conductrices et isolantes

Nous avons vu au paragraphe 1.2.1 qu'il existe des parois permettant de réaliser plus ou moins rapidement l'équilibre thermique entre deux systèmes. De telles parois sont appelées **parois conductrices au point de vue thermique**.

En choisissant convenablement les matériaux, il est possible de trouver des parois qui ne conduisent à l'équilibre thermique qu'après un temps très long. Il est possible aussi d'imaginer une paroi qui ne conduise jamais à l'équilibre thermique, aussi long que soit le temps considéré. Une telle paroi est appelée **paroi isolante au point de vue thermique**.

En pratique, il est impossible de réaliser une paroi isolante correspondant à la définition ci-dessus. Mais, étant donné une limite de temps techniquement raisonnable et un certain degré de précision dans l'observation, il est possible de trouver des parois qui ne conduisent pratiquement à aucun changement décelable. Ces parois sont aussi appelées parois isolantes au point de vue thermique.

Tout système limité par une frontière coïncidant avec une paroi isolante est dit **système adiabate** et toute transformation de ce système est dite **transformation adiabate**. Dans le cas contraire, on parle de **système non adiabate** et de **transformation non adiabate**.

1.3 PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

1.3.1 Travail

En mécanique, le *travail élémentaire d'une force* est défini comme étant le produit scalaire de cette force par le déplacement élémentaire de son point d'application (exemple: piston de machine). Par ailleurs, le *travail élémentaire d'un couple* est défini comme étant le produit scalaire de ce couple par le déplacement angulaire élémentaire (exemple: arbre de machine).

Puisque la définition d'une force ou d'un couple ne fait pas intervenir de concept thermodynamique, nous renvoyons le lecteur à la mécanique classique pour tout ce qui concerne la notion de travail.

1.3.2 Evolution d'un système

Toutes les observations expérimentales ont montré que pour faire passer un système thermodynamique, **adiabate et fermé**, d'un état déterminé 1 à un autre état déterminé 2, il faut mettre en jeu avec le milieu extérieur un certain travail. Ce travail est indépendant:

- de la succession des états intermédiaires entre l'état initial 1 et l'état final 2
- du genre d'énergie mise en jeu (mécanique, électrique ou autre).

La figure 1.5 (a) représente un dispositif permettant de faire l'expérience généralement connue sous le nom d'**expérience de Joule**. Ce dispositif comporte un agitateur mû par la descente d'une masse M , les frottements dans les paliers étant négligeables. L'énergie mécanique est transmise au fluide sous forme d'énergie cinétique, puis est transformée en énergie thermique par le mécanisme du frottement visqueux des particules fluides. L'énergie-travail fournie par l'extérieur au système est donnée par la relation:

$$A_{\alpha}^{+} = -Mg(Z_2 - Z_1) \quad [\text{J}] \quad (1.3)$$

où Z est l'altitude du centre de gravité de la masse M .

Le signe + indique que l'énergie-travail A est *reçue par le système, de l'extérieur*. Précisons pour la suite que le signe - indiquerait que la grandeur est *fournie par le système à l'extérieur*. Nous avons évidemment la relation: $A^{+} = -A^{-}$.

La figure 1.5(b) représente un dispositif analogue à celui de la figure 1.5(a), l'agitateur étant mû cette fois-ci par un moteur électrique donnant un couple T_n à la vitesse de rotation N . L'énergie-travail fournie par l'extérieur au système est donnée par la relation :

$$A_p^+ = T_n N (t_2 - t_1) \quad [\text{J}] \quad (1.4)$$

où t est le temps.

La figure 1.5(c) représente un dispositif comportant une résistance électrique R soumise à une tension U_r . L'énergie électrique est transformée en énergie thermique par le phénomène bien connu sous le nom d'*effet Joule*.

L'énergie-travail fournie par l'extérieur au système est donnée par la relation :

$$A_r^+ = \frac{U_r^2}{R} (t_2 - t_1) \quad [\text{J}] \quad (1.5)$$

La figure 1.5(d) représente un système adiabate et fermé quelconque, recevant de l'extérieur une énergie-travail A^+ .

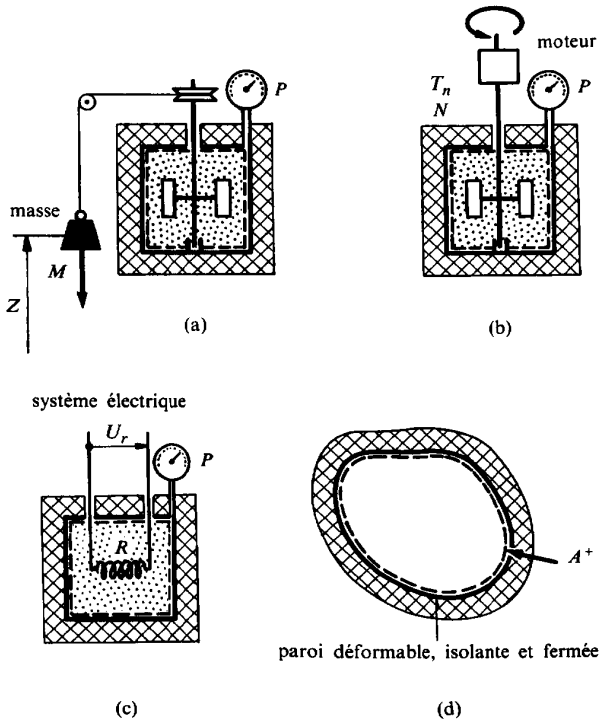


Fig. 1.5 Transformation de l'état thermodynamique d'un système adiabate par transfert-travail avec le milieu extérieur: (a) (b) et (c) systèmes homogènes; (d) système quelconque.

Dans les trois premiers cas, l'état thermodynamique du fluide est déterminé par le volume V , qui est constant, et par la pression P qui est mesurée à l'aide d'un manomètre. Ces expériences montrent que, pour faire passer le fluide d'un état initial 1 à un état final 2, il faut toujours lui fournir la même quantité d'énergie-travail. En effet, aussi précises que soient les mesures, on constate toujours l'égalité :

$$A_{\alpha}^{+} = A_{\beta}^{+} = A_{\gamma}^{+} = A^{+} \quad [\text{J}] \quad (1.6)$$

1.3.3 Energie interne

Il existe une fonction d'état qui caractérise le niveau énergétique du système thermodynamique et dont la variation est mesurée par l'énergie-travail mise en jeu adiabatiquement entre le système et l'extérieur. Cette fonction d'état est appelée **énergie interne** du système et est représentée par le symbole U .

Nous pouvons donc exprimer que l'accroissement ΔU de l'énergie interne U du système est égal à l'énergie-travail reçue de l'extérieur :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = A^{+} \quad [\text{J}] \quad (1.7)$$

La notion d'énergie interne sera précisée à la section 5.1.

1.3.4 Energie interne totale

Remarquons tout d'abord que, dans ce qui précède, nous avons admis que, considéré à l'échelle macroscopique, le fluide était au repos aussi bien à l'état initial 1 qu'à l'état final 2. Considérons le cas général, représenté à la figure 1.6, où le fluide est en mouvement.

Soit C la vitesse « visible » du fluide en translation, au sens de la mécanique des fluides, c'est-à-dire à l'échelle particulaire. Si dM est la masse élémentaire d'une particule fluide, l'énergie cinétique de déplacement du système est :

$$\int_M \frac{C^2}{2} dM \quad [\text{J}] \quad (1.8)$$

Dans ce qui suit, il sera commode d'introduire l'**énergie cinétique massique moyenne** définie par la relation :

$$\frac{\overline{C^2}}{2} = \frac{1}{M} \int_M \frac{C^2}{2} dM \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.9)$$

de sorte que l'énergie cinétique translationnelle du système prend la forme :

$$M \frac{\bar{C}^2}{2} \quad [\text{J}] \quad (1.10)$$

Si le corps considéré est en rotation, il convient d'introduire la vitesse angulaire ω et le moment d'inertie I du corps, de sorte que l'énergie cinétique rotationnelle du système prend la forme:

$$I \frac{\omega^2}{2} \quad [\text{J}] \quad (1.11)$$

Dans ce qui suit et pour simplifier, nous grouperons sous l'indice c aussi bien l'énergie cinétique translationnelle que l'énergie cinétique rotationnelle.

Remarquons enfin que, dans ce qui précède, nous avons admis que le fluide était à la même altitude à l'état initial 1 et à l'état final 2. Considérons le cas général, représenté à la figure 1.7, où il y a une variation d'altitude dans le champ de la gravité.

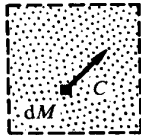


Fig. 1.6 Energie cinétique de déplacement d'un système thermodynamique.

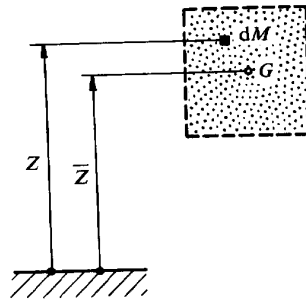


Fig. 1.7 Energie potentielle gravifique d'un système thermodynamique.

Si Z est l'altitude du centre de gravité de l'élément dM du fluide, l'énergie potentielle gravifique du système est:

$$\int_M gZdM \quad [\text{J}] \quad (1.12)$$

L'accélération terrestre g étant admise constante, il sera commode d'introduire l'**altitude du centre de gravité G du système**, définie par la relation:

$$\bar{Z} = \frac{1}{M} \int_M ZdM \quad [\text{m}] \quad (1.13)$$

de sorte que l'énergie potentielle gravifique du système prend la forme:

$$Mg\bar{Z} \quad [J] \quad (1.14)$$

Il nous paraît intéressant de généraliser dès maintenant l'expression de l'énergie interne en tenant compte de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système. Pour cela, nous définissons l'**énergie interne totale** comme étant la somme de l'énergie interne, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, conformément à la relation :

$$U_{cz} \equiv U + M \frac{\bar{C}^2}{2} + Mg\bar{Z} \quad [J] \quad (1.15)$$

qui, en posant :

$$\begin{aligned} u &\equiv \frac{U}{M} \text{ énergie interne } \textit{massique} & \left[\frac{J}{kg} \right] \\ u_{cz} &\equiv \frac{U_{cz}}{M} \text{ énergie interne totale } \textit{massique} & \left[\frac{J}{kg} \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

devient, sous forme massique :

$$u_{cz} \equiv u + \frac{\bar{C}^2}{2} + g\bar{Z} \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (1.17)$$

Par généralisation, la relation (1.7) devient, pour un système adiabate fermé :

$$\Delta U_{cz} \equiv U_{cz_2} - U_{cz_1} = A^+ \quad [J] \quad (1.18)$$

La relation 1.18 montre que l'*accroissement d'énergie interne totale d'un système thermodynamique adiabate et fermé est égal à la somme des énergies-travail reçues par ce système, de l'extérieur.*

Cette relation est générale et s'applique au système adiabate quelconque représenté par la figure 1.5(d).

1.3.5 Surénergie interne

Remarquons que les relations précédentes ne définissent U qu'à une constante additive près. Au point de vue physique, cela n'est pas gênant, puisque seules les variations d'énergie interne sont observables et mesurables. Au point de vue pratique, il sera commode de fixer arbitrairement un état thermodynamique de référence, caractérisé notamment par l'*énergie interne massique* u_0 (P_0, T_0), et de travailler avec la **surénergie interne** \hat{U} , ainsi qu'avec la **surénergie interne massique** \hat{u} , définies par les différences :

$$\hat{U} \equiv U - U_0 \quad \hat{u} \equiv u - u_0 \quad (1.19)$$

1.3.6 Extensivité de l'énergie interne

Remarquons enfin que l'**énergie interne** est une fonction d'état *extensive*, c'est-à-dire que l'énergie interne d'un système hétérogène est la somme des énergies internes respectives des différents sous-systèmes qu'il comporte. Comme il en est de même de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, nous avons :

$$U = \sum_{\alpha} [U_{\alpha}] \quad U_{cz} = \sum_{\alpha} [U_{cz\alpha}] \quad [J] \quad (1.20)$$

1.3.7 Chaleur

Considérons le système représenté par la figure 1.8(a) ou plus généralement par la figure 1.8(b).

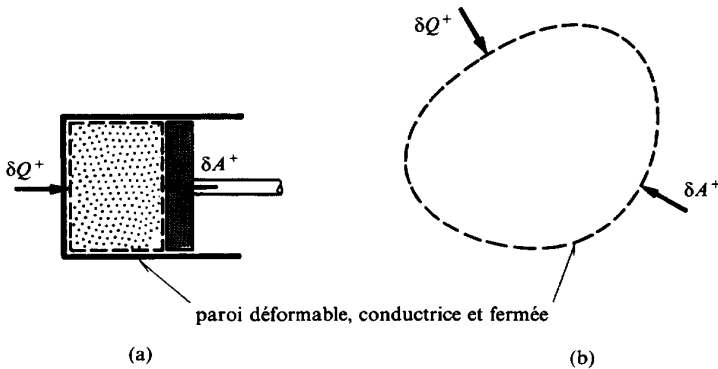


Fig. 1.8 Transformation de l'état thermodynamique d'un système fermé, par transfert-chaleur et transfert-travail avec le milieu extérieur: (a) système homogène; (b) système quelconque.

Ce système n'étant pas adiabate mais seulement fermé, il se peut que la relation (1.18) ne soit pas vérifiée. Dans ce cas, il y a un transfert d'énergie à travers la paroi conductrice. La grandeur qui correspond à ce transfert d'énergie est appelée **énergie-chaleur**. Sa mesure est donnée par la différence entre la variation d'énergie interne totale et l'énergie-travail mise en jeu, c'est-à-dire par la relation :

$$Q^+ = \Delta U_{cz} - A^+ \quad [J] \quad (1.21)$$

où le signe + indique que les grandeurs A et Q sont reçues par le système, de l'extérieur.

1.3.8 Enoncé du Premier Principe pour un système fermé

La relation (1.21) peut être mise sous la forme:

ou, sous forme différentielle :

$$dU_{cz} = \delta A^+ + \delta Q^+ \quad [J] \quad (1.23)$$

D'où l'énoncé du **Premier Principe de la thermodynamique pour un système fermé, exprimé en énergie** :

L'accroissement d'énergie interne totale d'un système thermodynamique fermé est égal à la somme de l'énergie-travail et de l'énergie-chaleur reçues par le système, de l'extérieur.

L'opportunité d'introduire la lettre δ (delta) sera expliquée à la section 1.4.

Dans ces relations, le travail et la chaleur interviennent d'une façon tout à fait symétrique. Cela montre bien que, *au sens du Premier Principe, le travail et la chaleur sont deux énergies équivalentes.*

Le Premier Principe de la thermodynamique est aussi appelé *principe de l'équivalence*. C'est l'une des formes du principe très général de la *conservation de l'énergie*. *Le principe de la conservation de l'énergie exclut le mouvement perpétuel de première espèce.*

En d'autres termes, on ne peut pas fournir indéfiniment de l'énergie sous une forme quelconque sans en consommer par ailleurs sous une autre forme. On ne peut pas concevoir un moteur qui donnerait continuellement de l'énergie sans en recevoir d'une source extérieure.

Mais il apparaît possible de transformer aussi bien l'énergie mécanique en énergie thermique que l'énergie thermique en énergie mécanique. Effectivement, on opère ces transformations en pratique dans des machines dites *machines thermiques* faisant partie d'installations plus ou moins complexes appelées *installations thermiques*. Ces installations constituent une application technique importante de la thermodynamique. La figure 1.9 représente schématiquement plusieurs installations thermiques différentes, ainsi que les cycles correspondants, dont l'étude complète sera faite plus loin.

Historiquement, on a tout d'abord traité le travail et la chaleur comme deux grandeurs différentes, à tel point qu'on les a mesurées avec des unités différentes. Par exemple, on a mesuré le travail en kilogrammètres et la chaleur en calories. C'est en 1848 que Joule a entrepris les premières expériences pour démontrer l'équivalence entre le travail et la chaleur, à l'aide d'un dispositif semblable à celui représenté par la figure 1.5(a). Dès que le principe de l'équivalence a été assez solidement établi, on a cru bon d'introduire un coefficient de transposition J appelé «équivalent mécanique de la chaleur» et son inverse A appelé «équivalent thermique du travail», conformément à la relation :

$$J = \frac{1}{A} = 427 \quad \left[\frac{\text{kilogrammètres}}{\text{kilocalorie}} \right] \quad (1.24)$$

Il en résultait que tous les calculs de thermique étaient constellés de coefficients J et A . Cette complication est parfaitement inutile, puisque le principe de l'équivalence nous autorise justement à exprimer le travail et la chaleur avec les mêmes unités. En conséquence, nous exprimons toujours la chaleur avec les mêmes unités que le travail, nous n'introduisons jamais les coefficients J et A et n'utilisons plus d'unités telles que le kilogrammètre ou la calorie.

Dans toutes les applications numériques du présent ouvrage, nous utilisons exclusivement le Système International (SI), dérivé du système MKSA ou Giorgi.

Nous écrivons par exemple que l'énergie-travail et l'énergie-chaleur mises en jeu respectivement au cours de transformations sont:

$$A^- = 18 \text{ [Joules]} \quad Q^+ = 27 \text{ [Joules]}$$

En posant:

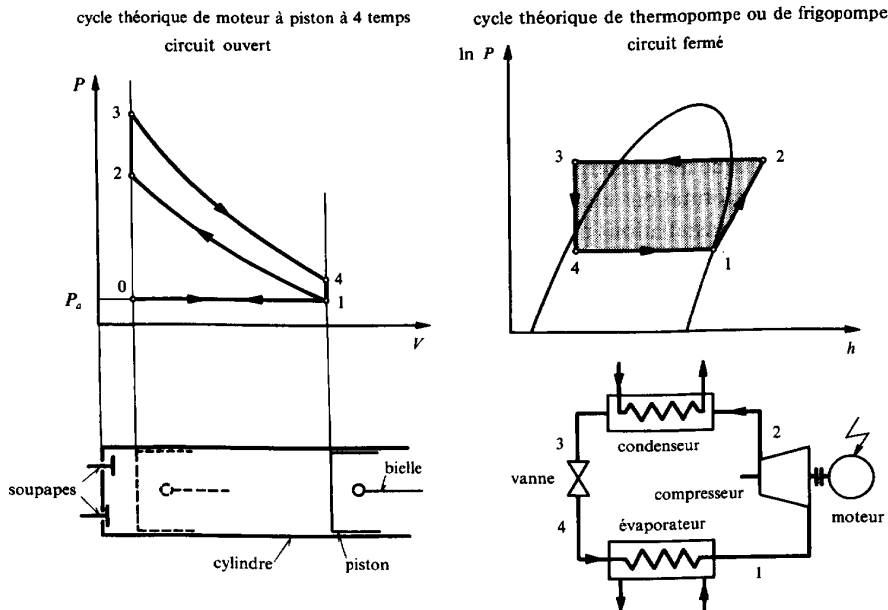


Fig. 1.9 Cycles théoriques de machines thermiques.

$$a^+ \equiv \frac{A^+}{M} \text{ énergie-travail } \textit{massique} \quad (1.25)$$

$$q^+ \equiv \frac{Q^+}{M} \text{ énergie-chaleur } \textit{massique}$$

les relations (1.22) et (1.23) deviennent, sous forme massique :

$$\Delta u_{cz} = a^+ + q^+ \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.26)$$

$$du_{cz} = \delta a^+ + \delta q^+ \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.27)$$

1.3.9 Enthalpie

En général, on introduit l'enthalpie par l'étude des systèmes *ouverts* en essayant de lui donner une signification physique. Nous pensons que ce cheminement donne à la notion d'enthalpie un aspect compliqué qu'elle ne doit pas avoir.

Il est beaucoup plus simple de considérer d'emblée l'*enthalpie* comme une *fonction d'état dérivée*, résultant de la combinaison suivante des fonctions d'état U , V et P :

Enthalpie	$H \equiv U + VP$	[J]	(1.28)
------------------	-------------------	-----	---------------

Cette grandeur est extrêmement commode, car beaucoup de problèmes, comme par exemple celui du paragraphe 1.3.13, font apparaître l'expression $U + VP$. Donc, *l'introduction de l'enthalpie peut être considérée comme un simple changement de variables*. L'enthalpie elle-même peut être considérée comme une grandeur de calcul qui ne soulève aucune difficulté de compréhension. On objectera que cette manière de voir est purement mathématique et formelle. Mais l'expérience montre que les grandeurs introduites de cette manière acquièrent progressivement un aspect concret au fur et à mesure qu'on les manipule dans la pratique.

1.3.10 Enthalpie totale

Par analogie avec l'énergie interne totale, définie par (1.15), nous définissons l'*enthalpie totale* d'un système homogène par la relation :

$$H_{cz} \equiv H + M \frac{\bar{C}^2}{2} + Mg\bar{Z} \quad [\text{J}] \quad (1.29)$$

qui, en posant :

$$h \equiv \frac{H}{M} \text{ enthalpie } \textit{massique} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

$$h_{cz} \equiv \frac{H_{cz}}{M} \text{ enthalpie totale } \textit{massique} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.30)$$

devient, sous forme massique :

$$h_{cz} = h + \frac{\bar{C}^2}{2} + g\bar{Z} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.31)$$

Nous avons donc :

$$H \equiv U + VP \quad h \equiv u + vP \quad (1.32)$$

$$H_{cz} \equiv U_{cz} + VP \quad h_{cz} \equiv u_{cz} + vP \quad (1.33)$$

1.3.11 Surenthalpie

Remarquons que, en vertu de la définition (1.28), la valeur de l'enthalpie d'un système homogène dans un état déterminé est fixée dès que la valeur de l'énergie interne est fixée, c'est-à-dire dès que la constante additive de l'énergie interne est choisie.

Au point de vue pratique, il sera commode de fixer arbitrairement un état thermodynamique de référence, caractérisé notamment par l'*enthalpie massique* h_0 (P_0 , T_0), et de travailler avec la *surenthalpie* \hat{H} , ainsi qu'avec la *surenthalpie massique* \hat{h} , définies par les différences :

$$\hat{H} \equiv H - H_0 \quad \hat{h} \equiv h - h_0 \quad (1.34)$$

1.3.12 Extensivité de l'enthalpie

Remarquons enfin que l'*enthalpie* est une fonction d'état *extensive*, c'est-à-dire que l'enthalpie d'un système homogène multiphase ou d'un système hétérogène est la somme des enthalpies respectives des différentes phases ou des différents sous-systèmes. Comme il en est de même de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, nous avons :

$$H = \sum_{\alpha} [H_{\alpha}] \quad H_{cz} = \sum_{\alpha} [H_{cz\alpha}] \quad [\text{J}] \quad (1.35)$$

1.3.13 Enoncé du Premier Principe pour un système ouvert

Considérons le système ouvert représenté par la figure 1.10(a). Nous formulons les deux hypothèses suivantes :

- Les portions de frontière correspondant aux sections fluides sont immobiles.
- L'effet des forces de viscosité au droit des sections fluides est négligeable.

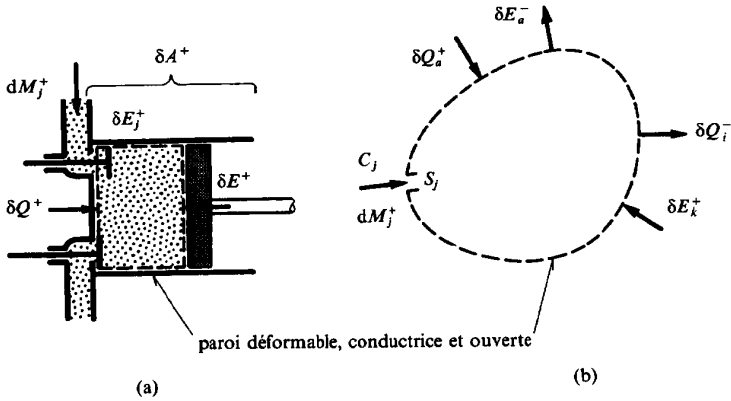


Fig. 1.10 Transformation de l'état thermodynamique d'un système par transfert-chaleur, transfert-travail et transfert de masse avec le milieu extérieur: (a) système homogène; (b) système quelconque.

Soit dM_j^+ une masse élémentaire d'un fluide j quelconque, entrant dans le système. L'opération de transfert de masse entre le milieu extérieur et le système s'accompagne des deux opérations suivantes:

- transfert d'énergie interne totale
- transfert-travail

Le transfert d'énergie interne totale, dû au fait que la masse dM_j^+ contient une certaine énergie interne totale, met en jeu l'énergie:

$$dU_{czj} = u_{czj} dM_j^+ \quad (1.36)$$

où le signe + indique que la masse dM_j^+ est *reçue par le système, de l'extérieur*, (c'est-à-dire qu'elle entre dans le système en traversant sa frontière).

Le transfert-travail, dû au fait que la force pressante F_j travaille dans la section S_j de la frontière au travers de laquelle s'effectue le transfert de masse, met en jeu, compte tenu des hypothèses, l'énergie:

$$\delta E_j^+ = F_j C_j dt = P_j S_j C_j dt = P_j dV_j \quad (1.37)$$

dans laquelle nous avons:

- C_j vitesse moyenne du fluide dans la section S_j
- P_j pression du fluide dans la section S_j
- dV_j élément de volume traversant la section S_j

D'autre part, la section S_j et la vitesse C_j sont liées par la relation:

$$\dot{M}_j^+ = \frac{dM_j^+}{dt} = \frac{\dot{V}_j^+}{v_j} = \frac{C_j S_j}{v_j} \quad (1.38)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M}_j^+ débit-masse du fluide, reçu par le système au travers de la section S_j
- v_j volume massique du fluide dans la section S_j

Le transfert-travail au niveau de la section de passage S_j met donc en jeu l'**énergie-travail de transvasement** :

$$\delta E_j^+ = v_j P_j dM_j^+ \quad (1.39)$$

Chaque fois qu'il y a transfert de masse, nous ferons une distinction entre :

- l'**énergie-travail** A^+ , qui est l'énergie-travail globale reçue par le système, y compris au niveau des sections fluides et
- l'**énergie-travail technique** E^+ , qui est l'énergie-travail reçue seulement au niveau des parties mobiles du système (piston de moteur, aubes de turbomachine...).

C'est essentiellement l'énergie-travail technique E^+ qui intéresse l'ingénieur mécanicien. L'adjectif « technique » sera souvent omis par souci de simplification.

Le bilan de l'énergie-travail s'exprime par la relation :

$$\delta A^+ = \delta E^+ + \delta E_j^+ \quad (1.40)$$

En complétant la relation (1.23) et en tenant compte de (1.36), (1.39) et (1.40), nous obtenons :

$$dU_{cz} = \delta A^+ + \delta Q^+ + dU_{czj} = \delta E^+ + \delta E_j^+ + \delta Q^+ + dU_{czj} \quad (1.41)$$

$$dU_{cz} = \delta E^+ + \delta Q^+ + (u_{czj} + v_j P_j) dM_j^+ \quad (1.42)$$

c'est-à-dire, en vertu de la définition (1.33) :

$$dU_{cz} = \delta E^+ + \delta Q^+ + h_{czj} dM_j^+ \quad (1.43)$$

Remarquons que l'énergie interne totale U_{cz} qui figure au premier membre concerne le système défini par la frontière, tandis que l'enthalpie totale h_{czj} qui figure au second membre est relative au fluide j qui traverse la frontière.

Dans le cas général, illustré par la figure 1.10(b), différents transferts d'énergies-travail δE et d'énergies-chaleur δQ , voire de masses dM_j , sont effectués à travers la frontière du système.

Du point de vue de l'ingénieur, il est utile de distinguer les transferts δE_a et δQ_a entre le système et l'atmosphère des transferts δE_k et δQ_j entre le système et d'autres systèmes externes.

Cette distinction est nécessaire parce que l'énergie-travail δE^+ de la relation (1.43) ne correspond pas directement au transfert-travail effectif entre le système et l'utilisateur (exemple du système piston-bielle d'un moteur). Compte tenu de cette distinction, la relation (1.43) devient:

$$dU_{cz} = \sum_k \delta E_k^+ + \delta E_a^+ + \sum_i \delta Q_i^+ + \delta Q_a^+ + \sum_j h_{czj} dM_j^+ \quad [J] \quad (1.44)$$

En divisant tous les termes de l'équation (1.44) par dt , nous obtenons le *Premier Principe de la thermodynamique, exprimé en puissance*, sous la forme générale:

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum_k [\dot{E}_k^+] + \dot{E}_a^+ + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] \quad [W] \quad (1.45)$$

dans laquelle nous avons:

- $\dot{E}_k^+ = \delta E_k^+ / dt$ puissance-travail reçue par le système, d'un système k, autre que l'atmosphère
- $\dot{E}_a^+ = \delta E_a^+ / dt$ puissance-travail reçue par le système, de l'atmosphère
- $\dot{Q}_i^+ = \delta Q_i^+ / dt$ puissance-chaleur reçue par le système, d'un système i, autre que l'atmosphère
- $\dot{Q}_a^+ = \delta Q_a^+ / dt$ puissance-chaleur reçue par le système, de l'atmosphère
- $\dot{M}_j^+ = dM_j^+ / dt$ débit-masse reçu par le système, d'un système externe j

Le terme dU_{cz}/dt est le **taux de variation dans le temps** de l'énergie interne totale U_{cz} . Suivant que le signe de cette dérivée est positif ou négatif, il s'agit d'un **taux d'accumulation** ou d'un **taux d'amoindrissement**.

D'où l'énoncé général du **Premier Principe de la thermodynamique, exprimé en puissance**:

Le taux de variation dans le temps de l'énergie interne totale d'un système quelconque est égal à la somme des puissances-travail techniques et des puissances-chaleur reçues par le système, ainsi que des débits-enthalpie totale introduits dans le système.

En intégrant tous les termes de l'équation (1.44) par rapport au temps, nous obtenons le *Premier Principe de la thermodynamique, exprimé en énergie*, sous la forme générale:

$$\Delta U_{cz} = \sum_k [E_k^+] + E_a^+ + \sum_i [Q_i^+] + Q_a^+ + \sum_j \int [h_{czj} dM_j^+] \quad [J] \quad (1.46)$$

Nous verrons au chapitre 4 pourquoi l'équation (1.45) est particulièrement intéressante lorsque le système est **ouvert, en régime permanent**, et que la frontière est **indéformable**, car alors $dU_{cz} = 0$ et elle devient :

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \dot{E}_a^+ + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] = 0 \quad [\text{W}] \quad (1.47)$$

Il est intéressant de remarquer que la grandeur :

$$\dot{H}_{cz}^+ = h_{cz} \dot{M}^+ \quad (1.48)$$

peut être considérée comme un **débit-enthalpie totale** reçu par le système, de l'extérieur, de sorte que l'équation (1.45) peut être écrite :

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum_k [\dot{E}_k^+] + \dot{E}_a^+ + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_j [\dot{H}_{czj}^+] \quad [\text{W}] \quad (1.49)$$

1.3.14 Energie-transformation et puissance-transformation

Il convient de remarquer que le terme du premier membre et le dernier terme du second membre de l'équation (1.49) doivent être compatibles avec le bilan de masse :

$$\frac{dM}{dt} = \sum_j [\dot{M}_j^+] \quad [\text{kg} / \text{s}] \quad (1.50)$$

qui peut être mis sous la forme :

$$0 = \sum_j [\dot{M}_j^+] - \frac{dM}{dt} \quad (1.51)$$

En effet, le bilan de la somme des transferts de masse \dot{M}_j^+ à travers la frontière se boucle avec l'altération dM/dt de la masse M du système. Cela nous donne l'idée d'introduire deux nouvelles grandeurs que nous appelons respectivement :

<p>Energie-transformation $Y^+ \equiv \sum_j \left[\int h_{czj} dM_j^+ \right] - \Delta(U_{cz} + P_a V) \quad [\text{J}]$</p> <p>Puissance-transformation $\dot{Y}^+ \equiv \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a V)}{dt} \quad [\text{W}]$</p>	<p>(1.52)</p>
--	----------------------

En l'absence de réactions chimiques, les grandeurs Y^+ et \dot{Y}^+ présentent la propriété remarquable d'être **indépendantes de la valeur de référence** u_0 des substances concernées, même lorsque le système est ouvert et en régime non permanent, cela contrairement aux termes $h_{czj} \dot{M}_j^+$ et dU_{cz}/dt , pris séparément.

Remarquons par ailleurs que le transfert-travail avec l'atmosphère $\delta E_a^+ = -P_a dV$ figurant dans (1.44) peut être considéré comme dérivant d'un potentiel d'énergie $P_a V$. Ce dernier peut donc être associé à l'énergie interne totale U_{cz} à titre de stockage d'énergie.

1.3.15 Réseau

Dans ce qui suit, il sera judicieux de distinguer les différentes parties constituant le système. Dans ce but, nous appelons **réseau** toute partie du système comportant des espaces contigus, susceptibles de contenir ou d'être traversés par des substances en contact direct. Cette définition implique que deux réseaux différents sont séparés par une frontière située à la limite ou à l'intérieur de *parois solides*. Précisons d'emblée que ces parois peuvent être mobiles et conductrices, de sorte qu'il peut y avoir des transferts-travail et des transferts-chaleur d'un réseau à l'autre. La seule restriction est qu'il ne peut pas y avoir de transfert de masse. La figure 1.11 montre l'exemple d'un système comportant deux réseaux α et β .

Il est possible de définir la puissance-transformation \dot{Y}_n^+ reçue au niveau de chaque réseau n . L'équation (1.45) peut alors être mise sous la forme:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_n [\dot{Y}_n^+] = 0 \quad [\text{W}] \quad (1.53)$$

très condensée, symétrique et élégante, du Premier Principe de la thermodynamique.

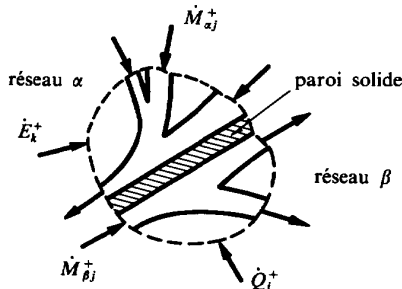


Fig. 1.11 Système thermodynamique comportant deux réseaux.

1.3.16 Remarques

Nous pouvons étendre le champ d'application de l'équation (1.45) en admettant que le terme \dot{E}_k^+ représente non seulement une **puissance mécanique**, mais aussi une **puissance électrique** reçue par le système.

A la section 3.4, nous établirons une équation plus complète que (1.45), qui tiendra compte du *déplacement* éventuel des sections fluides, ainsi que des *forces de viscosité* dans ces dernières. Mais, pour la majorité des applications, l'équation (1.45) sera tout à fait satisfaisante.

Un terme de puissance-transformation peut également être attribué à tout sous-ensemble solide, considéré comme réseau, comme par exemple une *paroi*, pour tenir compte de la variation de sa capacité thermique en fonction du temps.

1.4 FONCTIONS D'ÉTAT ET GRANDEURS DE PARCOURS

1.4.1 Définitions

Le symbole d indique qu'il s'agit d'une **différentielle totale**. Ce symbole concerne les grandeurs appelées **fonctions d'état**. On sait que la principale propriété d'une différentielle totale est que *son intégrale est indépendante de la succession des valeurs intermédiaires et dépend seulement des bornes d'intégration*.

C'est pourquoi nous pouvons par exemple écrire :

$$\int_1^2 du = u_2 - u_1 = {}^2\Delta u \quad (1.54)$$

où ${}^2\Delta u$ est l'**accroissement** de la grandeur u entre les états 1 et 2 du système.

Le symbole δ (delta) indique qu'il s'agit non pas d'une différentielle totale, mais d'une **forme différentielle**. Ce symbole concerne les grandeurs appelées **grandeurs de parcours**. Contrairement à ce qui précède, la principale propriété d'une forme différentielle est que *son intégrale dépend de la succession des valeurs intermédiaires*.

C'est pourquoi nous devons par exemple écrire :

$$\int_1^2 \delta a^+ = {}^2a^+ \qquad \int_1^2 \delta q^+ = {}^2q^+ \quad (1.55)$$

Remarquons que l'énergie-travail ${}^2a^+$ et l'énergie-chaleur ${}^2q^+$ ne sont pas des grandeurs caractérisant l'état du système. Ce sont des **grandeurs de parcours**, et non des **fonctions d'état**. Par conséquent, des notations telles que ${}^2\Delta a = a_2^+ - a_1^+$ et ${}^2\Delta q = q_2^+ - q_1^+$ seraient absolument dépourvues de sens.

1.4.2 Comparaison

Voici une comparaison illustrant de façon frappante la *différence fondamentale* existant entre une *fonction d'état* et une *grandeur de parcours*.

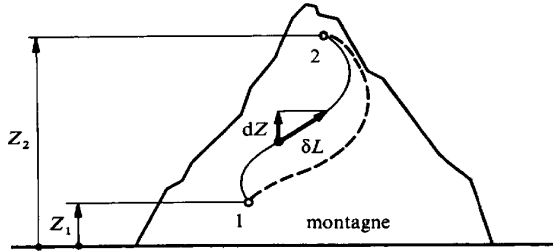


Fig. 1.12 Accroissement de l'altitude et longueur du chemin entre deux points de la surface d'une montagne.

Considérons la figure 1.12 représentant une montagne à la surface de laquelle se trouvent deux points 1 et 2 reliés par un chemin.

La différence d'altitude entre les deux points est:

$$\int_1^2 dZ = Z_2 - Z_1 = \Delta Z \quad (1.56)$$

dans laquelle ΔZ est l'accroissement de l'altitude.

Remarquons que Z est une grandeur caractérisant l'altitude d'un point de la surface de la montagne et que ΔZ est indépendant de la succession des points intermédiaires entre le point 1 et le point 2 et dépend seulement des altitudes des points 1 et 2. C'est une *fonction d'état*.

La longueur du chemin reliant les deux points est:

$$\int_1^2 \delta L = {}^?L \quad (1.57)$$

Remarquons que L n'est pas une grandeur caractérisant la situation d'un point de la surface de la montagne et dépend de la succession des points intermédiaires entre le point 1 et le point 2. C'est une *grandeur de parcours*.

1.4.3 Conséquences

Les conséquences immédiates des propriétés rappelées ci-dessus sont les suivantes:

- L'intégrale curviligne de la différentielle d'une fonction d'état le long d'un contour fermé est nulle, ce que nous notons:

$$\oint du = 0 \quad (1.58)$$

- *L'intégrale curviligne de la différentielle d'une grandeur de parcours le long d'un contour fermé est en général non nulle, ce que nous notons :*

$$\begin{aligned} \oint \delta a^+ &= a^+ \neq 0 \\ \oint \delta q^+ &= q^+ \neq 0 \end{aligned} \quad (1.59)$$

Ces propriétés sont très importantes en thermodynamique appliquée, étant donné que l'on a souvent affaire à des cycles. Elles permettent de concevoir dès maintenant la possibilité de mettre en jeu du travail et de la chaleur entre un système et l'extérieur, bien que le système soit constitué par un fluide circulant en régime permanent dans un circuit fermé, c'est-à-dire repassant indéfiniment par les mêmes états thermodynamiques.

1.4.4 Remarques fondamentales

La notion de grandeur de parcours est inséparable de celle de transformation. En conséquence, ***on ne peut parler de travail et de chaleur que si le système considéré subit une transformation thermodynamique.*** Les phrases telles que: «le travail contenu dans l'air d'une bouteille d'air comprimé» et «la chaleur contenue dans l'eau d'un lac» sont totalement dépourvues de sens et doivent disparaître du langage. Dans les deux cas, il s'agit d'énergie interne.

L'expression «transmission de chaleur», quoique abondamment utilisée dans la littérature technique, n'est pas correcte, car elle laisse supposer que la chaleur est une fonction d'état. C'est pourquoi nous avons introduit l'expression «transfert-chaleur» qui est la forme elliptique de l'expression complète «opération de transfert d'énergie faisant intervenir le phénomène chaleur». La même remarque s'applique au travail.

1.5 DEUXIÈME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

1.5.1 Phénomènes irréversibles et réversibles

Au paragraphe 1.1.2, nous avons vu qu'il est possible d'opérer des transferts-travail, des transferts de masse et des transferts-chaleur entre un système thermodynamique et le milieu extérieur. Nous distinguons les ***opérations mécaniques*** (transfert-travail et transfert de masse) et les ***opérations thermiques*** (transfert-chaleur).

Nous allons voir que toutes ces opérations peuvent donner lieu à des phénomènes irréversibles ou réversibles.

Opérations mécaniques (transferts-travail ou transferts de masse)

Considérons tout d'abord une roue ou un volant d'inertie en mouvement avec une vitesse de rotation initiale donnée (fig. 1.13(a)). Etant donnés notamment les

effets de frottement dans les paliers, son énergie cinétique diminue, alors que la température des paliers augmente graduellement. L'énergie cinétique est ainsi progressivement transformée en énergie thermique, transformation qui se traduit par une augmentation de l'énergie interne et par suite de la température des paliers. Si l'ensemble du système volant d'inertie-paliers peut être considéré comme adiabate, il n'y a pas de modification de l'énergie interne totale du système, et le Premier Principe ne nous permet pas d'expliquer l'évolution naturelle des phénomènes constatés.

Il en va de même dans le cas de l'exemple de la figure 1.13(b), qui comprend un cylindre fermé équipé d'un piston séparant un volume de gaz sous pression A et un volume sous vide B. Le piston est également équipé d'une soupape permettant de relier les deux volumes. Si cette soupape est ouverte brusquement (ce qui requiert un travail pouvant être considéré comme négligeable), le gaz s'engouffre dans la brèche en étant tout d'abord accéléré, puis ralenti à l'intérieur du volume B qu'il occupe entièrement. Si l'ensemble du cylindre avec ses deux volumes est adiabate, cette opération, après le temps nécessaire de tranquillisation des particules gazeuses de part et d'autre du piston, ne se traduit par aucune variation d'énergie

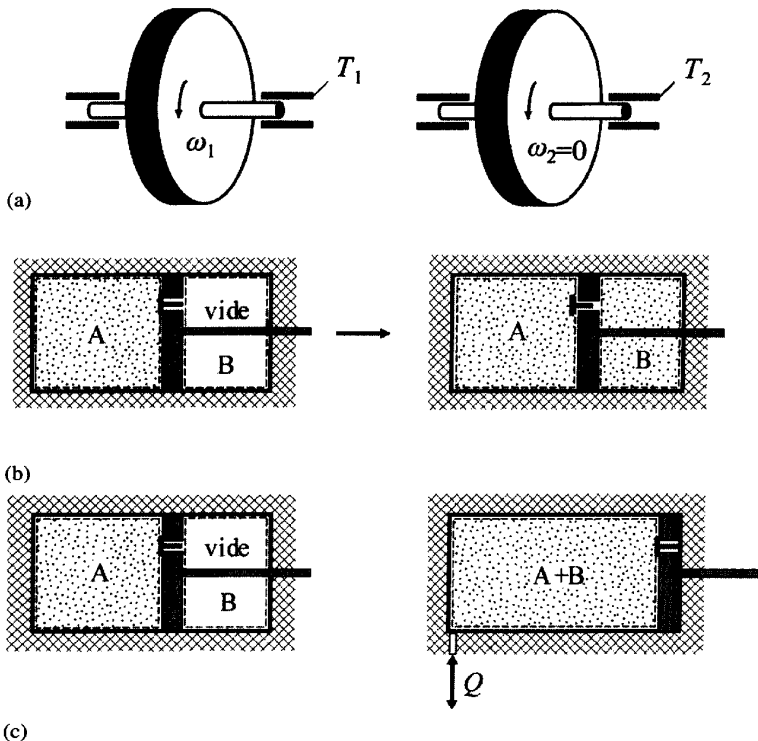


Fig. 1.13 Exemples d'opérations mécaniques: (a) ralentissement irréversible d'un volant d'inertie; (b) détente irréversible d'un gaz entre deux chambres (c) détente réversible d'un gaz.

interne totale, ni d'énergie interne et la température finale est la même que la température initiale. Là encore, le Premier Principe ne permet ni d'expliquer la tendance naturelle observée, ni de caractériser la perte de potentiel énergétique qui en résulte, telle que l'énergie-travail qui aurait pu être récupérée par le piston en lieu et place de l'ouverture brutale de la soupape. Les fonctions d'état que nous connaissons à ce stade ne nous permettent pas de différencier clairement les états initiaux et finaux. Ces deux opérations représentent des *transformations irréversibles* dans la mesure où l'intégralité de l'énergie interne des paliers du volant ne peut être utilisée pour réaccélérer le volant d'inertie, et où les particules de gaz ayant occupé les deux volumes A et B ne peuvent pas spontanément se regrouper seulement dans le volume initial A.

Les exemples suivants vont nous permettre de mieux cerner la distinction à faire entre les phénomènes irréversible ou réversible.

Considérons maintenant le système représenté par la figure 1.14(a). Il s'agit d'une masse fluide contenue dans un cylindre fermé par un piston et isolé au point de vue thermique. Dans l'état initial 1, le piston est arrêté et le fluide est au repos.

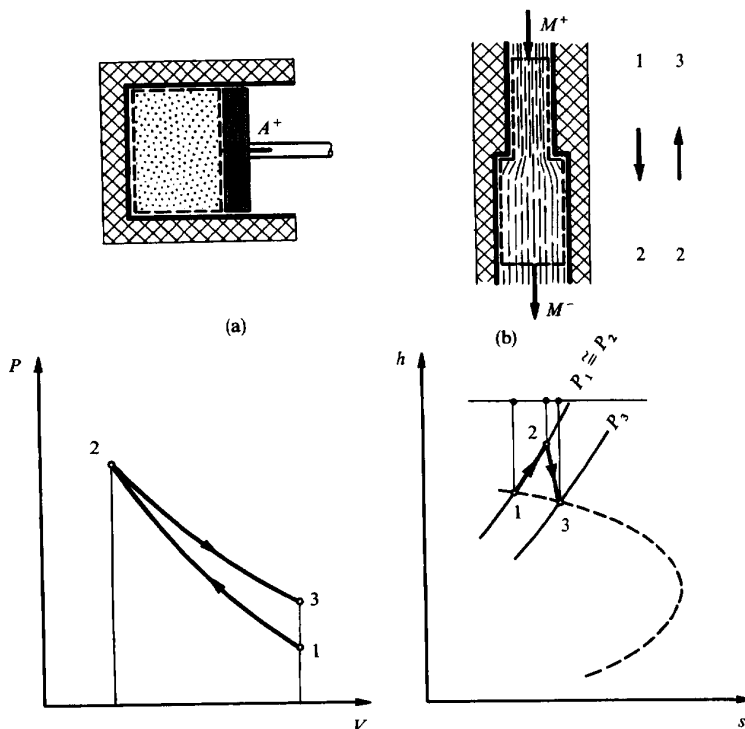


Fig. 1.14 Caractérisation des transformations thermodynamiques liées à des exemples d'opérations mécaniques : (a) transfert-travail ; (b) transfert de masse.

Nous pouvons mettre en jeu une certaine énergie-travail entre le système et l'extérieur en déplaçant le piston d'une façon arbitraire. Le système subit alors une transformation thermodynamique, c'est-à-dire que toutes ses fonctions d'état, comme notamment son volume massique v , sa pression P , sa température T et son énergie interne massique u , évoluent de façon à s'adapter aux nouvelles contraintes extérieures (position du piston ou effort sur le piston). Le système tend vers un nouvel équilibre correspondant à un état final 2 et l'énergie-travail reçue par le système de l'extérieur au cours de l'opération est A^+ .

Mais au point de vue thermodynamique, la **vitesse** avec laquelle nous effectuons l'opération joue un rôle très important, car *la réponse du système à une perturbation extérieure n'est pas instantanée*.

- Si nous déplaçons le piston d'une façon **rapide** à partir du temps t_1 , le système, qui était en équilibre dans l'état 1 jusqu'au temps t_1 , se trouve en déséquilibre dès le temps $t_1 + \varepsilon$ et ne retrouve un nouvel équilibre dans l'état 2 qu'un certain temps après l'arrêt du piston. L'expérience montre que, étant donné les conditions de l'opération, il est absolument impossible, en redéplaçant le piston en sens inverse, de ramener le fluide dans l'état initial 1, même en mettant en jeu une énergie-travail égale en valeur absolue à l'énergie-travail A^+ mais de signe opposé (voir diagramme de la figure 1.14(a)). On dit que l'*opération mécanique 1-2 de transfert-travail est irréversible*, ou que la *compression 1-2 est irréversible*, ou encore que la *transformation thermodynamique 1-2 est irréversible*.

- Si nous déplaçons le piston de façon de plus en plus **lente**, le système subira des déséquilibres de moins en moins importants et il sera possible de ramener le fluide dans un état de plus en plus voisin de l'état 1 en mettant en jeu une énergie-travail A^- se rapprochant de plus en plus de A^+ . Le phénomène sera de moins en moins irréversible.

- A la limite, si nous déplaçons le piston de façon **infinitement lente**, le système reste à tout instant en équilibre et il est possible de ramener le fluide dans l'état 1 en mettant en jeu une énergie-travail A^- égale à A^+ . On dit alors que l'*opération mécanique 1-2 de transfert-travail est réversible*, ou que la *compression 1-2 est réversible*, ou encore que la *transformation thermodynamique 1-2 est réversible*.

Considérons enfin le système représenté par la figure 1.14(b). Il s'agit d'un canal traversé par un fluide en régime permanent, comportant un changement de section et isolé au point de vue thermique.

Nous pouvons transférer une certaine masse entre le système et l'extérieur. Le fluide entre dans le système avec une vitesse C_1 et dans l'état 1. Il en sort avec une vitesse C_2 et dans l'état 2. Il subit donc une transformation thermodynamique 1-2.

- Si la vitesse C du fluide est **grande**, l'expérience montre que, étant donné les conditions de l'opération, il est absolument impossible, en faisant circuler le fluide en sens inverse et en l'introduisant dans l'état 2, de le ramener dans l'état 1 (voir diagramme de la figure 1.14(b) et explications à la section 4.6). On dit que

l'opération mécanique 1-2 de transfert de masse est irréversible, ou que *l'écoulement fluide 1-2 est irréversible*, ou encore que *la transformation thermodynamique 1-2 est irréversible*.

- Si la vitesse C du fluide est de plus en plus **faible**, le phénomène sera de moins en moins irréversible.

- Si la vitesse C du fluide est **infinitement petite**, il est possible de ramener le fluide dans l'état 1. On dit alors que *l'opération mécanique 1-2 de transfert de masse est réversible*, ou que *l'écoulement fluide 1-2 est réversible*, ou encore que *la transformation thermodynamique 1-2 est réversible*.

Il convient maintenant de faire la remarque importante suivante. ***La vitesse n'est pas en elle-même une cause d'irréversibilité***, car l'énergie cinétique est une forme d'énergie mécanique pouvant parfaitement être transformée en une forme différente d'énergie d'une manière réversible. Nous verrons au paragraphe 5.1.3 que la cause mécanique d'irréversibilité est le frottement et non la vitesse. ***Le frottement visqueux est un phénomène de transformation d'énergie mécanique en énergie thermique, dû à la viscosité des particules fluides***.

Ainsi, si nous reprenons le système représenté par la figure 1.14(b), nous pouvons très bien concevoir l'opération de transfert de masse, c'est-à-dire d'écoulement fluide, comme réversible bien que la vitesse C du fluide soit finie. Il suffit pour cela d'admettre que ce fluide a une viscosité nulle, c'est-à-dire que l'opération d'écoulement n'est accompagnée d'aucun phénomène de frottement, ni entre les particules du fluide, ni entre le fluide et le canal.

Cela nous conduit à distinguer, parmi les ***opérations mécaniques réversibles*** :

- les ***opérations statiques réversibles*** dans lesquelles toutes les particules du système restent au repos; exemple: transfert-travail (fig. 1.14(a)) ou transfert de masse (fig. 1.14(b)) à vitesse infinitement petite
- les ***opérations dynamiques réversibles*** dans lesquelles les particules du système sont en général en mouvement; exemple: écoulement fluide (fig. 1.14(b)) à vitesse finie, mais sans frottement.

En d'autres termes :

Une opération mécanique réversible est une succession d'états d'équilibre mécanique.

Tout transfert-travail ou transfert de masse avec dissipation est une opération mécanique irréversible (§ 3.1.3).

Un transfert-travail ou un transfert de masse ne tend vers une opération mécanique réversible qu'à la limite où la dissipation est nulle.

Le concept de réversibilité mécanique conduit à la notion de «qualité» de l'énergie. Puisque le phénomène naturel du frottement opère spontanément la

transformation d'énergie mécanique en énergie thermique, on conçoit que d'une manière générale il est plus facile de transformer de l'énergie mécanique en énergie thermique que de transformer inversement de l'énergie thermique en énergie mécanique. Donc, l'énergie mécanique représente une forme d'énergie plus noble que l'énergie thermique. Nous traduisons ce fait en disant que la «qualité» de l'énergie-travail est meilleure que celle de l'énergie-chaleur. Nous dirons aussi que :

Le phénomène de diminution de «qualité» de l'énergie due au frottement est un phénomène de *dissipation* de l'énergie.

Opérations thermiques (transferts-chaleur)

Considérons maintenant le système représenté par la figure 1.15(a). Il s'agit d'une masse fluide en contact thermique avec une source thermique dont elle est séparée par une *paroi conductrice*. Dans l'état initial 1, le fluide est en équilibre thermique avec la source, c'est-à-dire que les températures T_1 du fluide et T_{s1} de la source sont égales ($T_1 = T_{s1}$).

Nous pouvons mettre en jeu une certaine énergie-chaleur entre le système et l'extérieur en modifiant la température T_s de la source d'une façon arbitraire. Le système subit une transformation thermodynamique. Il tend vers un nouvel équilibre thermique dans l'état final 2, et l'énergie-chaleur reçue par le système de l'extérieur au cours de l'opération est Q^+ .

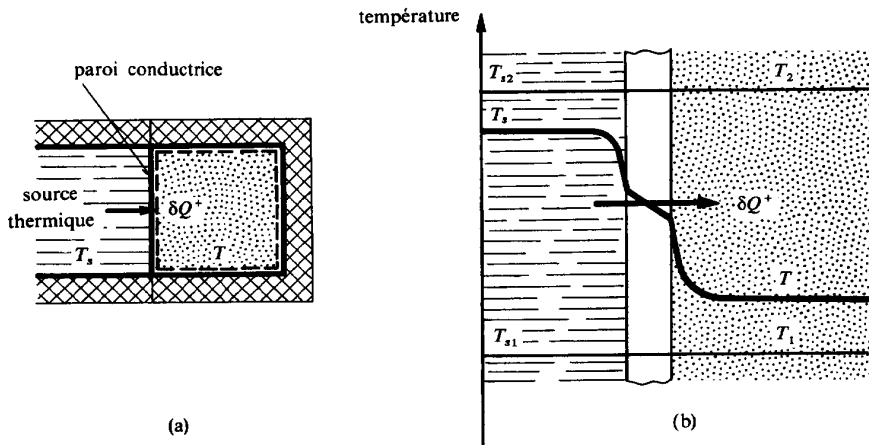


Fig. 1.15 Opération thermique de transfert-chaleur entre un système thermodynamique et le milieu extérieur : (a) système; (b) répartition de la température dans la paroi conductrice et au voisinage de celle-ci.

• Si nous modifions la température T_s de la source d'une façon **rapide** à partir du temps t_1 , le système, qui était en équilibre thermique dans l'état 1 jusqu'au temps t_1 , se trouve en déséquilibre dès le temps $t_1 + \varepsilon$ et ne retrouve un nouvel équilibre thermique dans l'état final 2 à une température $T_2 = T_{s2}$ qu'un certain temps après l'arrêt de la modification de T_s . Le déséquilibre thermique est illustré par la figure 1.16(a) où nous avons $T < T_s$.

Le fait important à considérer ici est que l'énergie-chaleur δQ^+ passe d'un certain niveau énergétique caractérisé par la température T_s à un niveau énergétique plus bas, caractérisé par la température T . L'expérience montre que, étant donné les conditions de l'opération, il est absolument impossible, en modifiant la température T_s de la source en sens inverse, de rendre à la source les énergies-chaleur δQ^+ aux

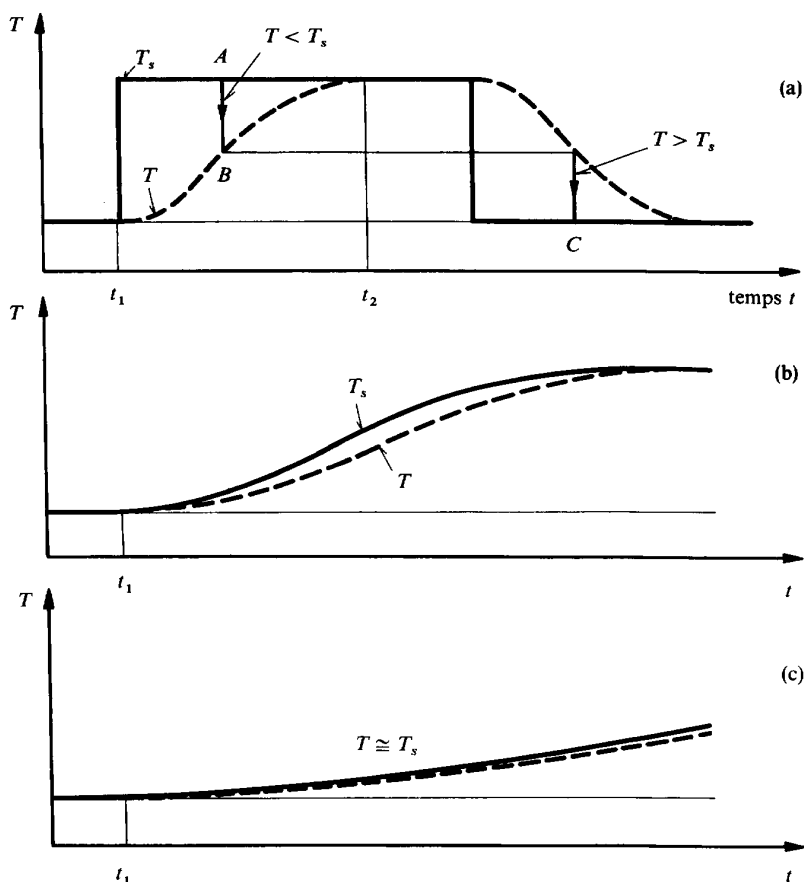


Fig. 1.16 Influence de la vitesse de variation de T_s sur l'irréversibilité de l'opération thermique de transfert-chaleur de la figure 1.15.

mêmes niveaux énergétiques que ceux auxquels elles avaient été livrées dans l'opération directe. Certes, il sera possible de ramener le fluide dans l'état 1 en mettant en jeu une énergie-chaleur Q^- égale à Q^+ , mais, tout compte fait, l'énergie thermique dont on disposait à la source à certains niveaux énergétiques se retrouvera à cette source à des niveaux énergétiques plus bas. On dit que l'*opération thermique 1-2 de transfert-chaleur est irréversible*, ou encore que le *chauffage 1-2 est irréversible*.

- Si nous modifions la température T_s de façon de plus en plus *lente*, le système subira des déséquilibres de moins en moins importants, c'est-à-dire que la température T sera de plus en plus voisine de la température T_s (fig. 1.16(b)). Il sera possible de rendre à la source les énergies-chaleur δQ^+ à des niveaux énergétiques de plus en plus voisins de ceux auxquels elles avaient été livrées dans l'opération directe. L'opération 1-2 sera de moins en moins irréversible.

- A la limite, si nous modifions la température T_s de façon *infiniment lente*, le système reste à tout instant en équilibre thermique, c'est-à-dire que nous avons constamment (fig. 1.16(c)) $T \equiv T_s$.

Il est possible de rendre à la source les énergies-chaleur Q^+ aux mêmes niveaux énergétiques que ceux auxquels elles avaient été livrées dans l'opération directe. On dit alors que l'*opération thermique 1-2 de transfert-chaleur est réversible*, ou encore que le *chauffage 1-2 est réversible*.

En d'autres termes :

Une opération thermique réversible est une succession d'états d'équilibre thermique.

Tout transfert-chaleur avec chute de température est une opération thermique irréversible.

Un transfert-chaleur ne tend vers une opération thermique réversible qu'à la limite où la chute de température est nulle.

Le concept de réversibilité thermique conduit à la notion de «niveau» de l'énergie. Puisque le phénomène naturel de transfert-chaleur opère spontanément le passage d'énergie thermique d'une certaine température à une température plus basse, on conçoit que, d'une manière générale, il est plus facile de faire passer de l'énergie thermique d'une certaine température à une température plus basse que de la faire passer au contraire à une température plus élevée. Donc, l'énergie thermique à haute température représente une forme d'énergie plus noble qu'à basse température. Nous traduisons ce fait en disant qu'une énergie-chaleur est d'autant plus précieuse que le niveau de température auquel elle est livrée est plus élevé. Nous dirons aussi que :

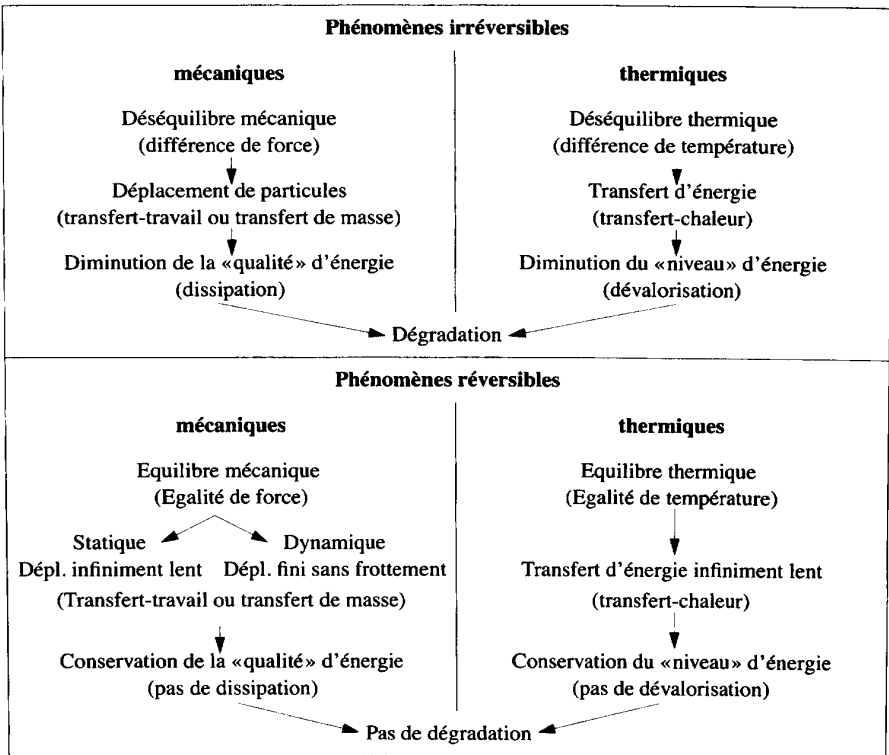
*Le phénomène de diminution du «niveau» de l'énergie accompagnant le transfert-chaleur est un phénomène de **dévalorisation** de l'énergie.*

Dégradation de l'énergie

Nous grouperons dans un même terme les phénomènes de dissipation et de dévalorisation de l'énergie en disant qu'ils sont tous deux des phénomènes de **dégradation** de l'énergie.

Le tableau 1.1 présente, de façon résumée, les exemples de phénomènes irréversibles et réversibles examinés ci-dessus.

Tableau 1.1 Exemples de phénomènes irréversibles et réversibles.



Pour terminer, il convient de préciser qu'il y a bien d'autres phénomènes susceptibles d'être irréversibles ou réversibles, notamment les suivants :

- *transport de masse* (diffusion), dû à une différence de concentration
- *réaction chimique*, due à une différence de potentiel chimique
- *absorption d'un rayonnement*
- *transport de charge* (conduction électrique), dû à une différence de potentiel électrique

La thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles sera étudiée au chapitre 15.

Revenons sur l'exemple de la figure 1.13(b). Comme nous l'avons vu, l'ouverture de la soupape, suivie d'un temps de stabilisation, n'induit pas de changement de l'énergie interne. Pourtant, nous ne pouvons nous empêcher de penser que nous avons perdu un potentiel, celui correspondant à la possibilité de convertir l'énergie de pression en énergie-travail, par exemple au moyen du piston lui-même (fig. 1.13(c)). Dans ce cas, et en supposant que la cavité A soit occupée par un gaz parfait obéissant à la loi $PV = MrT$ (qui sera développée en détail au chapitre 5), l'énergie-travail qu'il serait possible d'obtenir au moyen d'une expansion réversible du gaz serait :

$${}_1^2 A_g^- = \int_1^2 F dL = \int_1^2 P S_p dL = \int_1^2 P dV = M \int_1^2 \frac{rT}{V} dV \quad (1.60)$$

où S_p est la section du piston et dL le déplacement infinitésimal du piston.

Notons que l'énergie-travail A^- effectivement transmise à la bielle correspond à l'énergie-travail A_g^- du gaz, diminuée de l'énergie-travail A_a^- effectuée par le piston pour repousser l'atmosphère.

Toutefois, si cette détente se fait sans transfert d'énergie-chaleur, la température finale ne sera plus la même que dans l'expérience précédente de l'ouverture de la soupape. Il convient donc, pour garder des choses comparables, de fournir de l'énergie-chaleur en cours d'expansion de façon à garder la température constante (*détente isotherme*). Dans ce dernier cas, et en vertu du Premier Principe, l'énergie-chaleur à fournir est la même que l'énergie-travail transmise au piston, c'est-à-dire :

$${}_1^2 Q^+ = {}_1^2 A_g^- = MrT \ln \frac{V_2}{V_1} = MrT \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (1.61)$$

En fait, le potentiel travail net réellement disponible dans cette opération (et qui est perdu dans l'opération irréversible de la figure 1.13(b)) est la différence entre le travail effectif du piston en cours de détente isotherme et la contribution de l'énergie-chaleur fournie qui pourrait être convertie en travail. Concernant cet exemple, nous montrerons au paragraphe 10.2.7 que ce travail net (perte dans le cas de la figure 1.13(b)) est proportionnel à :

$$\frac{{}_1^2 Q^+}{T} = Mr \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (1.62)$$

1.5.2 Entropie

Les exemples traités au paragraphe 1.5.1 ont montré que le Premier Principe et les diverses fonctions d'état introduites, notamment l'énergie interne U , ne permettent pas d'expliquer les tendances phénoménologiques naturelles d'un système (énergie-chaleur passant toujours du plus chaud au plus froid, perte d'énergie-travail

récupérable d'un cylindre de gaz sous pression, etc.). D'où la nécessité de faire intervenir un principe complémentaire et une nouvelle fonction d'état. Cette fonction d'état sera appelée **entropie**, désignée par le symbole S , et définie par les propriétés suivantes.

L'entropie est une fonction d'état extensive, c'est-à-dire que l'entropie d'un système homogène multiphase ou d'un système hétérogène est la somme des entropies respectives des différentes phases ou des sous-systèmes.

Nous avons donc :

$$S = \sum_{\alpha} [S_{\alpha}] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.63)$$

L'entropie d'un système peut varier :

- par des opérations externes (**transferts à travers la frontière**)
- par des opérations internes (**création d'entropie**)

ce qui s'exprime symboliquement [66], sous forme différentielle, par la relation :

$$dS = \delta S^e + \delta S^i \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.64)$$

dans laquelle nous avons :

- dS variation de l'entropie du système (différentielle totale liée à une fonction d'état)
- δS^e contribution due aux opérations externes (forme différentielle liée à une grandeur de parcours)
- δS^i contribution due aux opérations internes (forme différentielle liée également à une grandeur de parcours), contribution correspondant à une **création d'entropie**

La contribution δS^e due aux opérations externes est donnée par la relation :

$$\delta S^e \equiv \delta S^q + \delta S^m \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.65)$$

dans laquelle nous avons :

- δS^q contribution due à un transfert-chaleur entre le système et l'extérieur
- δS^m contribution due à un transfert de masse entre le système et l'extérieur

L'augmentation δS^i due aux opérations internes (**création d'entropie**) est donnée par la relation :

$$\delta S^i \equiv \delta S^r + \delta S^t + \delta S^x \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.66)$$

dans laquelle nous avons :

- δS^r contribution due à une *dissipation interne*, c'est-à-dire à un frottement interne
- δS^t contribution due à une *dévalorisation interne*, c'est-à-dire à un transfert-chaleur avec chute de température
- δS^x contribution due à toutes les *autres irréversibilités internes*, liées notamment aux phénomènes de diffusion, de réaction chimique, de conduction électrique...

Nous verrons au chapitre 6 que l'opération de *mélange* faisant intervenir le phénomène de *diffusion*, qui est une irréversibilité mécanique de distribution, est assimilable à une dissipation interne.

1.5.3 Enoncé du Deuxième Principe

C'est en 1824 que Carnot a pressenti le Deuxième Principe de la thermodynamique [35]. En 1848, Kelvin introduisait la notion de *température thermodynamique*. En 1850, Clausius coordonnait le Premier et le Deuxième Principe de la thermodynamique. En 1851, Kelvin améliorait la théorie. En 1860, Clausius introduisait la notion d'*entropie*. Finalement, en 1865, Clausius introduisait le terme *entropie*.

Le Deuxième Principe de la thermodynamique peut s'énoncer comme suit :
La variation de l'entropie d'un système thermodynamique quelconque, due aux opérations internes, ne peut être que positive ou nulle (création d'entropie).

Il se traduit mathématiquement par l'inégalité [66] :

$$\delta S^i \geq 0 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.67)$$

dans laquelle :

- l'inégalité correspond aux opérations irréversibles
- l'égalité correspond aux opérations réversibles.

Le Premier Principe de la thermodynamique exprime le bilan des différentes formes d'énergie relatives à un système subissant des transformations quelconques d'énergie. Il tient compte des divers transferts d'énergie entre ce système et l'extérieur, mais ne prend en considération ni la « qualité » de l'énergie, ni son « niveau ».

Or il n'est pas équivalent en pratique de fournir de l'énergie-travail ou de l'énergie-chaleur. Il n'est pas non plus équivalent de fournir de l'énergie-chaleur à haute ou à basse température. Le Deuxième Principe va permettre de tenir compte de ces différences de «qualité» et de «niveau» de l'énergie.

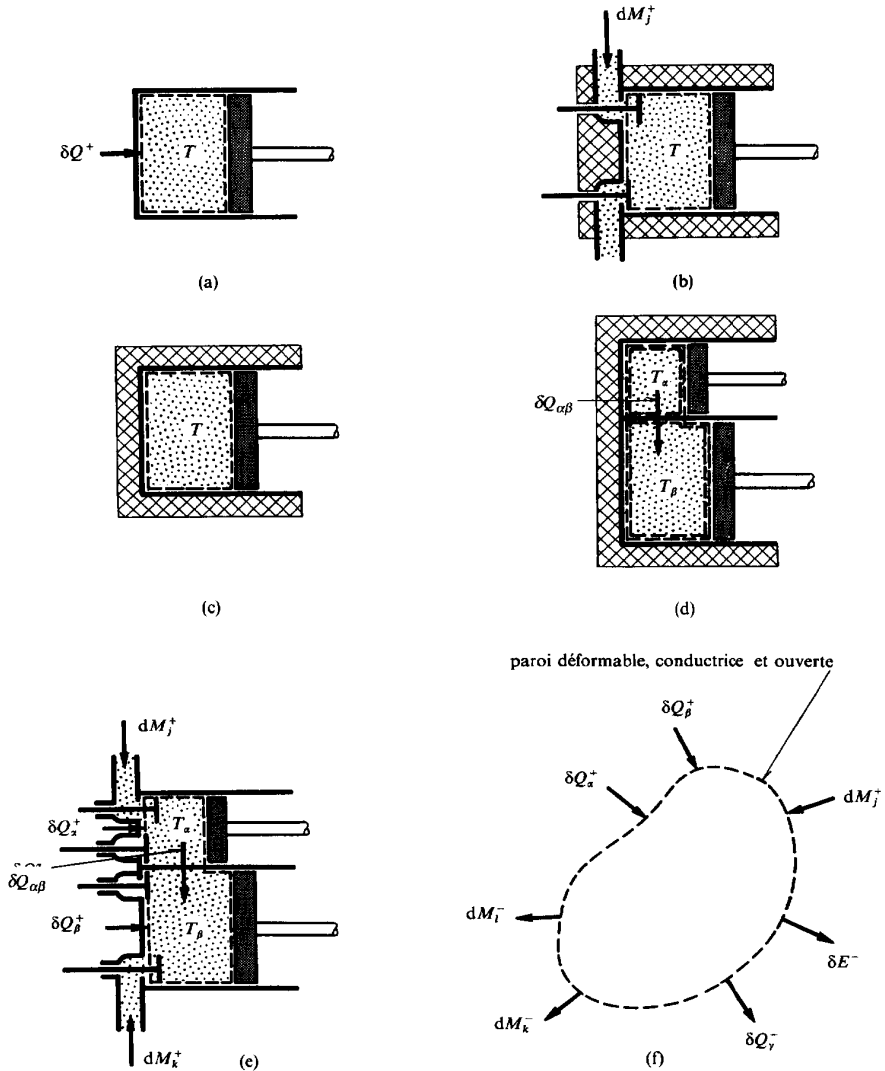


Fig. 1.17 Systèmes thermodynamiques typiques (voir tab. 1.2).

Le Premier Principe considère toutes les transformations comme également possibles. Il ne tient pas compte du caractère d'irréversibilité d'une opération et ne se prononce pas sur la notion d'équilibre.

Le Deuxième Principe va définir le sens privilégié dans lequel les transformations peuvent se dérouler et préciser les conditions d'équilibre de l'état thermodynamique du système.

Le Deuxième Principe est une loi empirique établie par des observations expérimentales. C'est un postulat qui peut être approché de différentes manières et donner lieu à divers énoncés. L'énoncé ci-dessus est le plus synthétique. Il contient implicitement tous les énoncés classiques et permet de retrouver notamment ceux qui sont basés sur les propriétés des cycles monothermes ou sur celles des cycles bithermes, comme le cycle de Carnot (chap. 13).

En tenant compte de (1.65) et (1.66), la relation (1.64) s'écrit:

$$dS = \delta S^q + \delta S^m + \delta S^r + \delta S^i + \delta S^x \quad (1.68)$$

Nous allons considérer séparément ces différentes contributions dans des cas particuliers de systèmes très simples, de façon à donner à l'entropie un aspect aussi concret que possible, puis nous passerons au cas général d'un système quelconque. L'ensemble des cas considérés fait l'objet de la figure 1.17, qui représente six systèmes typiques dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau 1.2.

Tableau 1.2 Tableau des caractéristiques des systèmes (a) à (f) de la figure 1.17.

Figure 1.17	Fluides	Opérations				
		externes (transferts)			internes	
		travail	chaleur	masse	dissipation	dévalorisation
(a)	non visqueux	avec	avec	sans	sans	sans
(b)	non visqueux	avec	sans	avec	sans	sans
(c)	visqueux	avec	sans	sans	avec	sans
(d)	non visqueux	avec	sans	sans	sans	avec
(e)	visqueux	avec	avec	avec	avec	avec
(f)	visqueux	avec	avec	avec	avec	avec
$dS =$			δS^q	δS^m	δS^r	δS^i
$dS =$			δS^e		δS^i	

L'entropie est la grandeur thermodynamique qui va nous permettre de caractériser les irréversibilités, c'est-à-dire d'évaluer les pertes d'énergie-travail liées aux processus irréversibles.

Dans l'exemple de la détente irréversible de la figure 1.13(b), et en vertu de l'équation (1.62), l'accroissement d'entropie est égal à :

$${}_1^2\Delta S = \frac{{}_1^2Q^+}{T} = Mr \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (1.69)$$

D'une façon générale, nous admettons que *l'accroissement d'entropie lié à tout transfert-chaleur est proportionnel à l'énergie-chaleur reçue et inversement proportionnel à la température*, selon la relation :

$$\delta S^q \equiv \frac{\delta Q^+}{T} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.70)$$

dans laquelle nous avons :

- δQ^+ énergie-chaleur reçue par le système, de l'extérieur, c'est-à-dire énergie-chaleur traversant la frontière du système
- T fonction d'état intensive dépendant de la température du système, appelée *température thermodynamique*, toujours positive

La température thermodynamique est une grandeur essentiellement positive. Elle constitue une échelle particulière de température. Nous l'étudierons en détail à la section 1.11.

L'inégalité du Deuxième Principe, telle qu'exposée ci-dessus (1.67), l'extensivité de la fonction d'état entropie et la relation (1.70) permettent, à l'aide d'expériences conceptuelles simples, d'expliquer plusieurs phénomènes que le Premier Principe ne permettait pas d'expliquer et, par la même, de confirmer plusieurs formulations historiques du Deuxième Principe [42].

Une première formulation du Deuxième Principe de la thermodynamique, attribuée à **Clausius**, est la suivante :

Le transfert-chaleur entre deux systèmes ne peut s'opérer spontanément que du plus chaud au plus froid.

*Le transfert-chaleur est une source d'irréversibilité (**création d'entropie**) d'autant plus importante que l'écart des températures lié à ce transfert est élevé.*

Un exemple concret est obtenu en considérant un dispositif cyclique δ permettant de transmettre de l'énergie thermique d'un réservoir d'énergie interne à température T_α à un autre réservoir d'énergie interne à température T_β inférieure à T_α (fig. 1.18(a)). Par réservoir d'énergie interne, on entend tout système suffisamment grand pour que les transferts d'énergie-chaleur considérés n'affectent pratiquement pas sa température. Pour fixer les idées, le dispositif cyclique δ pourrait être un barreau, susceptible de pivoter pour successivement entrer en contact avec chacun des deux réservoirs. Le barreau est essentiellement isolé thermiquement, à l'exception de l'une de ses extrémités, qui permet le transfert d'énergie-chaleur avec chaque réservoir. Lorsqu'il est en contact avec le réservoir à température T_α , le dispositif se « charge » d'énergie interne

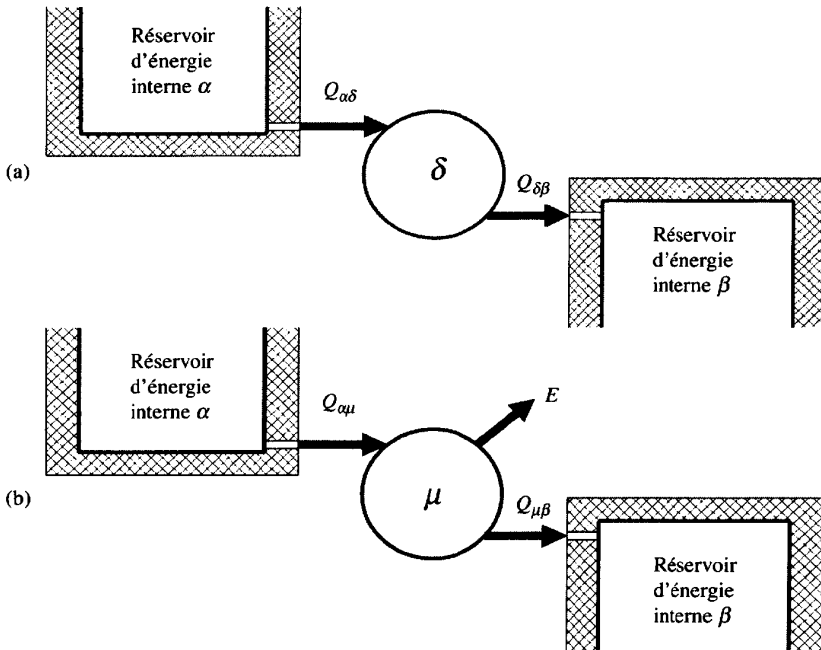


Fig. 1.18 Exemple de dispositif cyclique de transfert d'énergie-chaleur (a) ou de moteur (b).

pour atteindre une température uniforme T_α , grâce à un transfert-chaleur $Q_{\alpha\delta}$. Puis, après avoir pivoté, il se «décharge» d'énergie interne en contact avec le réservoir à température T_β par transfert-chaleur $Q_{\delta\beta}$ pour atteindre lui-même une température uniforme T_β . Il pivote alors à nouveau pour revenir en contact avec le réservoir à température T_α et recommencer un cycle, perpétuant ainsi la nature cyclique du phénomène.

En vertu du Premier Principe, et en négligeant le travail de pivotement, l'énergie interne du système «dispositif» repasse indéfiniment par les mêmes valeurs thermodynamiques d'un cycle à l'autre. En revanche et en vertu du Premier Principe, l'énergie interne du système global considéré comme adiabate et comprenant le dispositif et les deux réservoirs d'énergie interne, doit rester constante en tout temps et notamment d'un cycle à l'autre. Les seuls transferts d'énergie étant les transferts-chaleur $Q_{\alpha\delta}$ et $Q_{\delta\beta}$, nous pouvons écrire, pour un cycle complet (selon (1.23)):

$$\oint dU_\delta = Q_{\alpha\delta} + Q_{\delta\beta} = 0 \quad \text{donc} \quad Q_{\alpha\delta} = -Q_{\delta\beta} = Q_{\alpha\beta} \quad (1.71)$$

L'entropie du dispositif, comme son énergie interne, repasse indéfiniment par les mêmes valeurs d'un cycle à l'autre. Cependant, en vertu du Deuxième Principe, la variation d'entropie due aux opérations internes du système global composé du dispositif et des deux réservoirs d'énergie interne, ne peut qu'être positive ou nulle. En d'autres termes, le dispositif peut «se décharger» de l'entropie créée en son sein

grâce aux opérations de transfert-chaaleur avec l'extérieur, ce qui n'est pas le cas du système global qui, lui, est considéré comme **adiabate et fermé**. Comme l'entropie est une grandeur extensive, la variation d'entropie du système global est égale à la somme des variations d'entropie de chacun des trois sous-systèmes:

$$\text{Réservoir } \alpha: \int dS_\alpha = \frac{Q_{\delta\alpha}}{T_\alpha} = -\frac{Q_{\alpha\delta}}{T_\alpha} = -\frac{Q_{\alpha\beta}}{T_\alpha} \quad (1.72)$$

$$\text{Dispositif } \delta: \oint dS_\delta = 0 \quad (1.73)$$

$$\text{Réservoir } \beta: \int dS_\beta = \frac{Q_{\delta\beta}}{T_\beta} = \frac{Q_{\alpha\beta}}{T_\beta} \quad (1.74)$$

D'où le bilan global d'entropie, en tenant compte de (1.93):

$$\int dS = \int \delta S^i = \int dS_\beta + \oint dS_\delta + \int dS_\alpha = \frac{Q_{\alpha\beta}}{T_\beta} - \frac{Q_{\alpha\beta}}{T_\alpha} = \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) Q_{\alpha\beta} \geq 0 \quad (1.75)$$

Si $Q_{\alpha\beta}$ est non nul, il en résulte que T_α doit nécessairement être plus élevé ou égal à T_β , ce qui confirme la formulation de Clausius rappelée ci-dessus.

Une deuxième formulation du Deuxième Principe de la thermodynamique, attribuée à **Kelvin et Planck**, est la suivante [72]:

*Il est impossible de construire un **moteur** fonctionnant de façon cyclique et produisant continuellement du travail en ne transférant de l'énergie-chaaleur qu'avec un seul réservoir d'énergie interne.*

En d'autres termes, un cycle moteur ne peut pas fonctionner en ne transférant de l'énergie-chaaleur qu'avec un réservoir chaud, mais doit également transférer de l'énergie-chaaleur avec un réservoir froid. Sur la base de cette observation, nous pouvons parler de l'**exclusion du mouvement perpétuel de deuxième espèce**.

Un exemple concret est obtenu en remplaçant, dans l'expérience de la figure 1.18, le dispositif δ par un **moteur cyclique** μ . Nous avons alors:

$$\oint dU_\mu = Q_{\alpha\mu} + E^+ + Q_{\beta\mu} = 0 \quad \text{donc} \quad Q_{\alpha\mu} = Q_{\beta\mu} + E^- \quad (1.76)$$

$$\text{Réservoir } \alpha: \int dS_\alpha = \frac{Q_{\mu\alpha}}{T_\alpha} = -\frac{Q_{\alpha\mu}}{T_\alpha} \quad (1.77)$$

$$\text{Moteur } \mu: \oint dS_\mu = 0 \quad (1.78)$$

$$\text{Réservoir } \beta: \int dS_\beta = \frac{Q_{\mu\beta}}{T_\beta} \quad (1.79)$$

D'où le bilan global d'entropie, en tenant compte de (1.93):

$$\int dS = \int \delta S^i = \int dS_\alpha + \oint \delta S_\mu + \int dS_\beta = \frac{Q_{\mu\beta}}{T_\beta} - \frac{Q_{\alpha\mu}}{T_\alpha} \geq 0$$

$$\text{Donc: } Q_{\mu\beta} \geq \frac{T_\beta}{T_\alpha} Q_{\alpha\mu} \quad (1.80)$$

$$\text{ou encore: } E^- \leq \left(1 - \frac{T_\beta}{T_\alpha}\right) Q_{\alpha\mu} \leq \left(\frac{T_\alpha}{T_\beta} - 1\right) Q_{\mu\beta} \quad (1.81)$$

Comme $T_\alpha > T_\beta$, si nous voulons supprimer le réservoir β , c'est à dire annuler $Q_{\mu\beta}$, l'énergie-travail E^- fournie par le moteur ne peut être que nulle, ce qui confirme la formulation de Kelvin et Planck rappelée ci-dessus.

Finalement, une troisième formulation du Deuxième Principe de la thermodynamique, attribuée à **Carnot** [72], est la suivante:

L'énergie-chaleur ne peut pas, de façon continue, être convertie complètement en travail.

*Le **travail maximum** que peut fournir une machine réversible est indépendant du fluide utilisé, et seulement dépendant des températures des réservoirs d'énergie interne considérés.*

En reprenant l'exemple concret analysé ci-dessus, le travail maximum qu'il est possible d'obtenir au moyen d'un **moteur réversible** (sans création d'entropie) est, selon l'équation (1.81):

$$E_{\max}^- = \left(1 - \frac{T_\beta}{T_\alpha}\right) Q_{\alpha\mu} \quad (1.82)$$

Il est alors possible de définir un chiffre de performance appelé **efficacité** (appelé improprement rendement thermique) par la relation suivante:

$$\epsilon_m^* = \frac{E_{\max}^-}{Q_{\alpha\mu}} = 1 - \frac{T_\beta}{T_\alpha} \quad (1.83)$$

Nous montrerons au chapitre 13 qu'il est possible de faire fonctionner le cycle analysé ci-dessus en sens inverse, c'est-à-dire en prélevant de l'énergie-chaleur au réservoir β et en fournissant de l'énergie-chaleur au réservoir α , grâce à un apport d'énergie-travail E^+ . Cela revient à remplacer le moteur par une **pompe à chaleur** pouvant être utilisée soit pour du chauffage (**thermopompe**), soit pour de la réfrigération (**frigopompe**).

Les considérations qui précèdent, basées essentiellement sur les bilans d'énergie-chaleur et d'énergie-travail de systèmes fermés, permettent de développer davantage le bilan entropique correspondant au Deuxième Principe.

La figure 1.17(b) représente un système homogène dont l'**augmentation d'entropie**, due à un **transfert de masse** entre l'extérieur et le système, est défini par la relation :

$$\delta S^m \equiv s_j dM_j^+ \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.84)$$

dans laquelle nous avons :

- dM_j^+ masse élémentaire de la substance j reçue par le système de l'extérieur, c'est-à-dire traversant la frontière du système
- s_j entropie massique de la substance j

Remarquons que, même en excluant le cas où il y a réaction chimique entre la masse introduite et la masse du système, l'opération d'introduction de masse s'accompagne d'une augmentation d'entropie δS due aux opérations internes suivantes :

- mélange, qui est assimilable, comme nous le verrons au chapitre 6, à une dissipation interne causant une augmentation d'entropie δS^x
- dévalorisation interne causant une augmentation d'entropie $\delta S'$

La figure 1.17(c) représente un système homogène dont l'**augmentation d'entropie**, due à une **dissipation interne**, est définie, selon (1.66) et (1.67) par :

$$\delta S^r \equiv \frac{\delta R}{T} \geq 0 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.85)$$

dans laquelle nous avons :

- δR énergie mécanique (travail des forces de frottement) transformée en énergie thermique (dissipation interne) toujours positive,
- T température thermodynamique à laquelle s'opère la dissipation interne

La figure 1.17(d) représente un système, constitué par deux sous-systèmes homogènes α et β , dont l'augmentation totale d'entropie, due à une dévalorisation interne, se calcule en utilisant le fait que l'entropie est une fonction d'état extensive. Si l'on considère α et β , comme deux systèmes distincts, le transfert-chaleur $\delta Q_{\alpha\beta}$ donne lieu à une opération externe de transfert-chaleur pour chacun des deux systèmes. Le système α donne et le système β reçoit l'énergie-chaleur $\delta Q_{\alpha\beta}$. En vertu de ce qui a été vu au sujet du système de la figure 1.18(a), la variation d'entropie de chaque système est :

$$dS_\alpha = \delta S_\alpha^q = -\frac{\delta Q_{\alpha\beta}}{T_\alpha} \quad dS_\beta = \delta S_\beta^q = \frac{\delta Q_{\alpha\beta}}{T_\beta} \quad (1.86)$$

En vertu de la propriété d'extensivité (1.63), l'augmentation globale d'entropie est:

$$dS = dS_\alpha + dS_\beta = \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (1.87)$$

Quand on considère le système global constitué par l'ensemble des deux sous-systèmes α et β , le transfert-chaleur $\delta Q_{\alpha\beta}$ donne lieu à une dévalorisation interne, et l'augmentation d'entropie correspondante est, selon (1.64), (1.66) et (1.67):

$$dS = \delta S^i = \delta S' \geq 0 \quad (1.88)$$

La comparaison de (1.87) et (1.88) montre que l'**augmentation d'entropie** du système global, due à une **dévalorisation interne**, est donnée par la relation:

$$\delta S' \equiv \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \geq 0 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.89)$$

dans laquelle nous avons:

- $\delta Q_{\alpha\beta}$ énergie-chaleur passant de α à β
- T_α, T_β températures thermodynamiques, respectivement de α et de β

La figure 1.17(e) représente un système constitué par des sous-systèmes homogène α et β subissant la somme des opérations mentionnées précédemment et dont la variation d'entropie est, en vertu de la propriété d'extensivité, donnée par les relations:

$$\begin{aligned} \delta S^q &= \frac{\delta Q_\alpha^+}{T_\alpha} + \frac{\delta Q_\beta^+}{T_\beta} & \delta S^m &= s_j dM_j^+ + s_k dM_k^+ \\ \delta S^r &= \frac{\delta R_\alpha}{T_\alpha} + \frac{\delta R_\beta}{T_\beta} & \delta S' &= \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (1.90)$$

Compte tenu des définitions données au paragraphe 1.5.2, et en considérant successivement les cas particuliers où le système n'est le siège que d'une dissipation ou que d'une dévalorisation, nous en déduisons les inégalités:

$$\begin{aligned} \delta R_\alpha &\geq 0 & \delta R_\beta &\geq 0 \\ \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} &\geq 0 \end{aligned} \quad (1.91)$$

Dans le cas particulier d'un **système isolé** (adiabate et fermé), nous avons:

$$\begin{aligned} \delta Q^+ &= 0 & dM^+ &= 0 \\ \delta S^q &= 0 & \delta S^m &= 0 & \delta S^e &= 0 \end{aligned} \quad (1.92)$$

c'est-à-dire, selon (1.64), (1.65) et (1.67):

$$dS = \delta S^i \geq 0 \quad (1.93)$$

ce qui montre que:

L'entropie d'un système thermodynamique adiabate et fermé ne peut qu'augmenter ou rester constante.

La figure 1.17(f) représente un système plus général constitué par un certain nombre de sous-systèmes homogènes subissant la somme des opérations mentionnées précédemment. La variation d'entropie du système est, en vertu de la propriété d'extensivité, donnée par le bilan entropique:

$$dS = \underbrace{\sum_{\alpha} \left[\frac{\delta Q_{\alpha}^+}{T_{\alpha}} \right]}_{\delta S^q} + \underbrace{\sum_j [s_j dM_j^+]}_{\delta S^m} + \underbrace{\sum_{\alpha} \left[\frac{\delta R_{\alpha}}{T_{\alpha}} \right]}_{\delta S^r} + \underbrace{\sum_{\alpha\beta} \left[\left(\frac{1}{T_{\beta}} - \frac{1}{T_{\alpha}} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \right]}_{\delta S^t} + \underbrace{\sum_{\alpha} [\delta S_{\alpha}^x]}_{\delta S^x} \quad (1.94)$$

apport d'entropie δS^e par transfert		création d'entropie δS^i par		
- chaleur	de masse	dissipation	dévalorisation	autres

En divisant tous les termes de l'équation (1.94) par dt , nous obtenons le taux de variation dans le temps de l'entropie du système:

$$\frac{dS}{dt} = \underbrace{\sum_{\alpha} \left[\frac{\dot{Q}_{\alpha}^+}{T_{\alpha}} \right]}_{\dot{S}^q} + \underbrace{\sum_j [s_j \dot{M}_j^+]}_{\dot{S}^m} + \underbrace{\sum_{\alpha} \left[\frac{\dot{R}_{\alpha}}{T_{\alpha}} \right]}_{\dot{S}^r} + \underbrace{\sum_{\alpha\beta} \left[\left(\frac{1}{T_{\beta}} - \frac{1}{T_{\alpha}} \right) \dot{Q}_{\alpha\beta} \right]}_{\dot{S}^t} + \underbrace{\sum_{\alpha} [\dot{S}_{\alpha}^x]}_{\dot{S}^x} \quad (1.95)$$

1.5.4 Remarques

Le Deuxième Principe de la thermodynamique s'exprime d'une façon complète, non seulement par l'inégalité (1.67), mais aussi par toutes les relations qui définissent l'entropie, c'est-à-dire par (1.63) à (1.93).

Contrairement au Premier Principe de la thermodynamique, le Deuxième Principe ne fait pas intervenir le travail et la chaleur de façon symétrique.

Le Deuxième Principe précise le sens privilégié dans lequel se modifient la «qualité» et le «niveau» des transferts d'énergie. Ce sens, qui est imposé par la nature, correspond toujours à une diminution de «qualité» et de «niveau».

D'une part, la première des relations (1.91) montre que la dissipation est toujours un phénomène de transformation d'énergie mécanique en énergie thermique, ce qui correspond à une diminution de la «qualité» du transfert d'énergie.

D'autre part, la seconde des relations (1.91) montre que, lors d'un transfert-chaleur:

- si $\delta Q_{\alpha\beta} > 0$ alors $T_\alpha > T_\beta$
- si $\delta Q_{\alpha\beta} < 0$ alors $T_\alpha < T_\beta$

c'est-à-dire que la dévalorisation est toujours un phénomène de transfert-chaleur avec chute de température, ce qui correspond à une diminution du «niveau» du transfert d'énergie. Cela correspond bien à l'observation courante selon laquelle l'énergie-chaleur passe toujours du corps le plus chaud au corps le plus froid.

Nous verrons à la section 2.7 que, *lorsqu'un système adiabate et fermé est en équilibre stable*, aussi bien au point de vue mécanique qu'au point de vue thermique, nous avons:

$$dS = 0 \quad (1.96)$$

ce qui signifie que l'entropie a une valeur correspondant à un **extremum**. En vertu du Deuxième Principe, l'entropie prend toujours la valeur la plus élevée compatible avec les contraintes extérieures (volume ou pression imposés). *Cet extremum est donc un maximum.*

Dans la présentation ci-dessus du Deuxième Principe, l'entropie S et la température thermodynamique T ont été introduites simultanément comme deux grandeurs fondamentales. Au point de vue mathématique, le passage d'une chaleur δQ^+ à une variation d'entropie dS est extrêmement remarquable, puisque δQ^+ est une forme différentielle et que dS est une différentielle totale. Selon (1.68) et (1.70), *la grandeur $1/T$ apparaît comme le facteur intégrant de la forme différentielle δQ^+ .*

Une confirmation de cette propriété est donnée par l'étude du cycle de Carnot représenté dans la figure 1.19. Nous constatons en effet que les travaux relatifs aux transformations adiabates (isentropes) 2-3 et 4-1 s'annulent et le travail global correspond, pour un gaz parfait, à l'expression:

$$A^- = MrT_\alpha \ln \frac{V_4}{V_3} - MrT_\beta \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (1.97)$$

Nous verrons plus tard que les rapports de volume de transformations isentropes entre deux isothermes données sont égaux, ce qui nous permet de poser:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \quad (1.98)$$

D'où:

$$\frac{Q_\alpha}{T_\alpha} = \frac{Q_\beta}{T_\beta} = Mr \ln \frac{V_4}{V_3} = Mr \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (1.99)$$

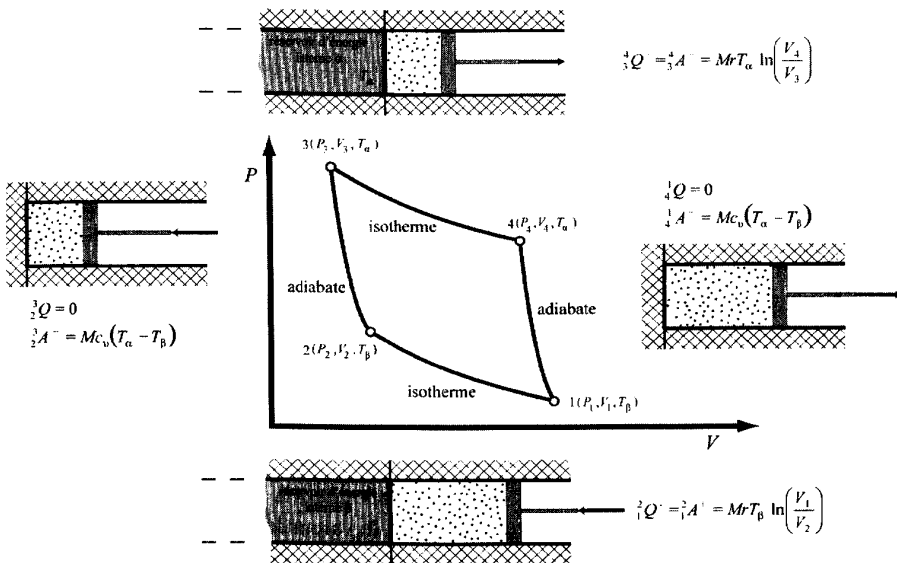


Fig. 1.19 Cycle de Carnot.

de sorte que l'intégrale relative à l'ensemble du cycle est:

$$\oint dS = \oint \frac{\delta Q^+}{T} = \frac{Q_\alpha}{T_\alpha} - \frac{Q_\beta}{T_\beta} = 0 \quad (1.100)$$

Ce résultat confirme le fait que, dans le cas d'un cycle de Carnot, $\delta Q^+ / T$ est une différentielle totale, ce qui justifie l'existence de la fonction d'état entropie S .

1.5.5 Surentropie

Remarquons enfin que les relations précédentes ne définissent S qu'à une constante additive près. Nous verrons à la section 1.6 que cette indétermination est levée par le Troisième Principe de la thermodynamique. En pratique, il sera commode de fixer arbitrairement un état thermodynamique de référence caractérisé notamment par l'entropie $S_0(P_0, T_0)$, et de travailler avec la **surentropie** \hat{S} , ainsi qu'avec la **surentropie massique** \hat{s} , définies par les différences:

$$\hat{S} \equiv S - S_0 \quad \hat{s} \equiv s - s_0 \quad (1.101)$$

1.5.6 Aspect statistique du Deuxième Principe

Dans la théorie cinétique des gaz, qui sera traitée au paragraphe 5.2.2, nous établirons une corrélation entre l'état macroscopique et l'état microscopique d'un

gaz parfait. L'**état macroscopique** est caractérisé par les fonctions d'état v , P , T , u , h et s , ainsi que par l'énergie cinétique «visible» $\bar{C}^2/2$ et l'énergie potentielle «visible» $g\bar{Z}$, tandis que l'**état microscopique** est caractérisé par la position et la vitesse des molécules. Nous montrerons notamment que la pression et la température du gaz sont proportionnelles à la moyenne statistique de l'énergie cinétique moléculaire.

L'état macroscopique résulte de l'état microscopique. Sa connaissance ne suffit donc pas pour prévoir l'évolution du fluide. C'est pourquoi nous allons essayer d'exprimer l'état macroscopique au moyen des états microscopiques. Pour cela, nous aurons recours aux lois de la statistique.

D'une façon générale, la *probabilité mathématique* d'un événement est le *rapport* du nombre de cas favorables au nombre total des cas possibles.

La *probabilité thermodynamique* doit être définie de façon différente, car elle dépend de la finesse de l'observation, ainsi que nous le verrons plus loin. La probabilité thermodynamique W d'un état macroscopique est le *nombre* des états microscopiques susceptibles de le réaliser [120].

Considérons par exemple une enceinte parallélépipédique fermée contenant un nombre n de molécules de gaz (fig. 1.20).

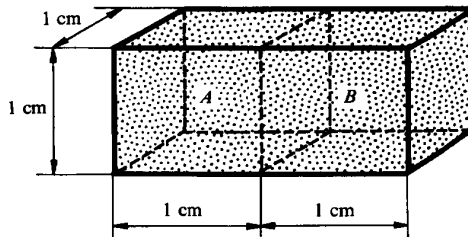


Fig. 1.20 Enceinte parallélépipédique fermée divisée en deux moitiés A et B, contenant N molécules au total.

Séparons par la pensée l'enceinte en deux moitiés A et B et étudions la répartition des n molécules.

Un état macroscopique est caractérisé par n_a et n_b molécules, contenues respectivement dans les moitiés A et B.

Un état microscopique est caractérisé par la présence de molécules bien déterminées dans A, les autres étant évidemment dans B. Différents états microscopiques sont susceptibles de réaliser un même état macroscopique. La figure 1.21 montre un exemple de deux états microscopiques réalisant le même état macroscopique $n_a = 2$ et $n_b = 8$, où nous avons numéroté les $n = 10$ molécules afin de leur conférer une individualité.

Le nombre W d'états microscopiques réalisant l'état macroscopique caractérisé par n_a et n_b est alors le nombre de combinaisons simples n_a à n_a (ou n_b à n_b) de n molécules. Selon l'analyse combinatoire, la probabilité thermodynamique est donc:

$$W = C_n^{n_a} = C_n^{n_b} = \frac{n!}{n_a! n_b!}$$

$$W = \frac{n!}{n_a! (n - n_a)!} = \frac{n!}{(n - n_b)! n_b!} \quad (1.102)$$

	$n = 10$									
1 ^{er} état	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 ^e état	1	3	2	4	5	6	7	8	9	10
	$n_a = 2$		$n_b = 8$							

Fig. 1.21 Exemple de deux états microscopiques différents réalisant un même état macroscopique.

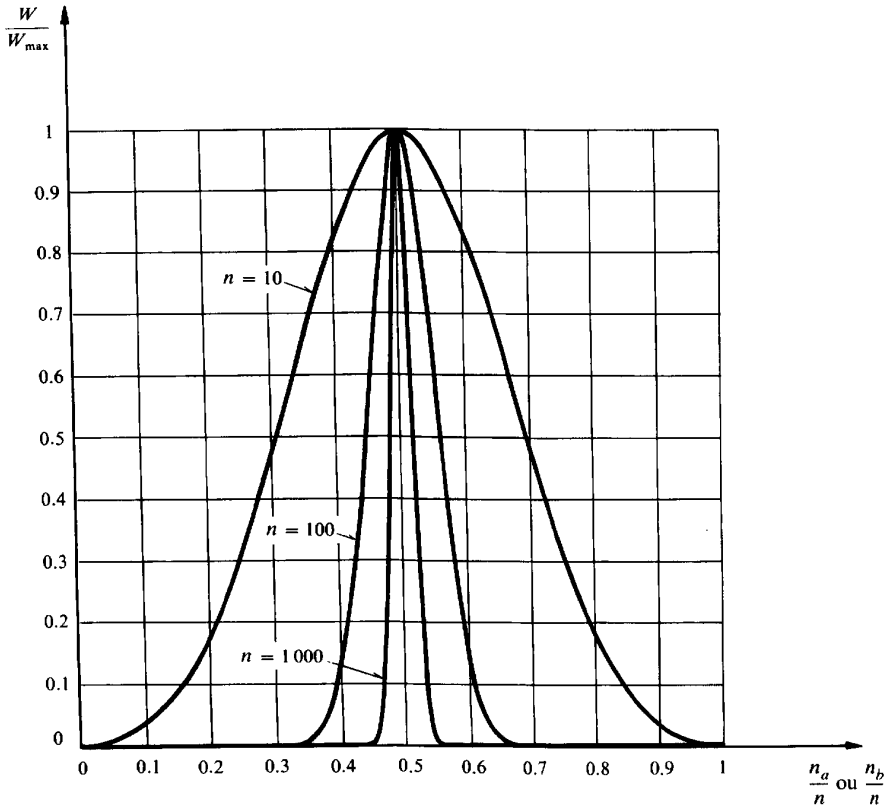


Fig. 1.22 Probabilité thermodynamique relative, en fonction du nombre relatif de n molécules dans l'une des moitiés A ou B de l'enceinte de la figure 1.20.

Le diagramme de la figure 1.22 représente la probabilité thermodynamique relative, en fonction du nombre relatif de molécules dans l'une des moitiés A ou B :

$$\frac{W}{W_{\max}} = f\left(\frac{n_a}{n}\right) = f\left(\frac{n_b}{n}\right) \quad (1.103)$$

Nous remarquons que l'état macroscopique caractérisé par $n_a = n_b = 5$, c'est-à-dire par l'équirépartition, présente la probabilité thermodynamique maximale W_{\max} .

Si nous prenons non pas $n = 10$, mais $n = 100$, la courbe de probabilité thermodynamique est de même nature, mais elle est beaucoup moins étalée. Si nous prenons $n = 1000$, elle est encore plus pointue, comme le montre la figure 1.22. Donc, quand le nombre n de molécules augmente, le nombre des états microscopiques possibles croît très rapidement et la chute de la probabilité thermodynamique W de part et d'autre de l'équirépartition est de plus en plus raide.

Par exemple, avec $n = 100$, il y a en tout (jeu de pile ou face):

$$2^{100} = 1.268 \cdot 10^{30} \text{ états microscopiques possibles}$$

dont 1 seulement où toutes les molécules sont dans A ($n_a = 100$ et $n_b = 0$).

Si nous admettons que les molécules ont une vitesse moyenne de 500 m/s, chacune de ces molécules changera de moitié:

$$\frac{500}{0.02} = 25\,000 \left[\frac{\text{fois}}{\text{s}} \right]$$

Selon l'hypothèse de l'isotropie de distribution des vitesses, admise dans la théorie cinétique des gaz (§ 5.2.2), il y a $n/3$ molécules qui se déplacent suivant le grand axe de l'enceinte parallélépipédique de la figure 1.20. Le nombre de fois qu'une molécule change de moitié sera donc:

$$25\,000 \frac{100}{3} = 833\,333 \left[\frac{\text{fois}}{\text{s}} \right]$$

Chaque fois qu'une molécule change de moitié, un nouvel état microscopique est réalisé. Cet état durera en moyenne:

$$\frac{1}{833\,333} = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ [s]}$$

Pour réaliser une fois seulement tous les états microscopiques possibles, il faudra donc:

$$\frac{1.268 \cdot 10^{30}}{833\,333} \cong 1.5 \cdot 10^{24} \text{ [s]} \cong 4.8 \cdot 10^{16} \text{ [années]}$$

L'état macroscopique où toutes les molécules sont dans A ($n_a = 100$ et $n_b = 0$) sera donc réalisé en moyenne une fois toutes les $4.8 \cdot 10^{16}$ années, mais ne durera en moyenne que $1.2 \cdot 10^{-6}$ secondes! Il s'agit donc d'un événement qui n'est pas totalement improbable, mais extrêmement peu probable et, quand il se produit, il est extraordinairement fugace! Ce caractère s'accuse très rapidement lorsque le nombre n des molécules augmente. Cela signifie que, lorsque n croît, les états macroscopiques différents de l'équipartition ($n_a = n_b$), même s'ils en sont très voisins, sont de plus en plus rares. C'est pour cela que, à notre échelle d'observation macroscopique, nous disons qu'un gaz se répartit d'une façon homogène dans l'espace qui lui est offert.

Remarquons que l'*expérience de Gay-Lussac-Joule*, illustrée par la figure 9.3 et qui sera étudiée en détail à la section 9.2, réalise en fait l'évolution naturelle du système de la figure 1.20. Il s'agit de la détente d'un gaz parfait sans transfert-travail, cela à partir de l'état macroscopique où toutes les molécules sont enfermées initialement dans la moitié A ($n_a = n$ et $n_b = 0$). Lorsque la paroi de séparation des deux moitiés A et B est enlevée, le gaz se répartit dans tout l'espace. Le fait que les pressions et les températures s'égalisent ne fait que traduire la *tendance naturelle d'un système fermé à évoluer dans le sens de la plus grande probabilité thermodynamique*. Cette tendance est l'expression statistique du Deuxième Principe de la thermodynamique.

Une *transformation irréversible* correspond donc au passage d'un état macroscopique à un autre état macroscopique dont la probabilité thermodynamique est *plus grande*. Une *transformation réversible* correspond au passage à un état macroscopique dont la probabilité thermodynamique est *égale*.

En somme, il n'est pas totalement exclu qu'une transformation inverse d'une transformation irréversible se produise spontanément. Mais, étant donné le nombre très élevé des molécules qui interviennent dans les systèmes considérés, cette circonstance est si peu fréquente et dure si peu de temps que son apparition éventuelle ne nous intéresse pas. Pratiquement, nous pouvons même la considérer comme exclue.

Il est évident que les considérations ci-dessus permettent de prévoir l'évolution d'un système avec d'autant plus de certitude que le nombre de molécules impliquées est plus élevé. Inversement, nos raisonnements thermodynamiques macroscopiques perdent leur signification lorsque le nombre de molécules devient trop faible. Par exemple, nous verrons dans la théorie cinétique des gaz, au paragraphe 5.2.2, que les concepts de pression et de température perdent leur signification lorsque le nombre de molécules considéré devient trop restreint.

Cette approche de la notion d'irréversibilité peut être illustrée de façon triviale par le comportement des pierres qui jalonnent un sentier de montagne. Sous l'influence des coups de pied des promeneurs, les pierres ont tendance à descendre la pente à cause de l'existence du champ de gravité. Il n'est pas exclu que quelques pierres remontent la pente, mais ce phénomène est peu fréquent et dure peu de temps; sa probabilité est très faible. Dans l'ensemble, la montagne a tendance à

s'affaïsser. Cette tendance au nivellement, ce déplacement privilégié dans le sens de la descente constituent une image, certes très simpliste, mais néanmoins évocatrice, de l'irréversibilité et de la dégradation d'énergie qui en découle. Cette notion sera reprise en détail au chapitre 10 concernant l'énergétique thermodynamique.

D'une part, l'étude du Deuxième Principe nous a montré qu'il existe une corrélation entre la notion d'irréversibilité et celle d'entropie (sect. 1.5). D'autre part, nous venons de voir qu'il existe une corrélation entre la notion d'irréversibilité et celle de probabilité thermodynamique. Il doit donc exister une corrélation entre la probabilité thermodynamique et l'entropie. Exprimons cette dernière par la relation:

$$S = f(W) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.104)$$

La propriété d'extensivité de l'entropie donne, pour le système de la figure 1.20, la relation:

$$S = S_a + S_b \quad (1.105)$$

dans laquelle nous avons:

- S_a, S_b entropies du gaz contenu respectivement dans les moitiés A et B
- S entropie de l'ensemble du gaz

Comme un état microscopique de l'ensemble résulte de la combinaison d'un état microscopique de la moitié A avec un état microscopique de l'autre moitié B, nous pouvons écrire la relation:

$$W = W_a W_b \quad (1.106)$$

dans laquelle nous avons:

- W_a, W_b probabilités thermodynamiques des états macroscopiques caractérisant respectivement les moitiés A et B
- W probabilité thermodynamique de l'état macroscopique de l'ensemble

Les relations (1.104) et (1.105) donnent:

$$f(W) = f(W_a) + f(W_b) = f(W_a W_b) \quad (1.107)$$

Posons:

$$f' = \frac{df}{dW} \quad f'' = \frac{d^2 f}{dW^2} \quad (1.108)$$

En tenant compte de (1.106), dérivons (1.107) successivement par rapport à W_a en considérant $W_b = \text{cste}$, puis par rapport à W_b en considérant $W_a = \text{cste}$:

$$\begin{aligned} W_b f'(W) &= f'(W_a) \\ f'(W) + W f''(W) &= 0 \end{aligned} \quad (1.109)$$

L'équation (1.109) est une équation différentielle du deuxième ordre dont la solution générale est:

$$f(W) = C_1 \ln W + C_2 \quad (1.110)$$

où C_1 et C_2 sont les deux constantes d'intégration.

La constante C_2 sera déterminée en substituant ce résultat dans (1.107) et en tenant compte de (1.106):

$$C_1 \ln W + C_2 = C_1 \ln W_a + C_1 \ln W_b + 2C_2 = C_1 \ln W + 2C_2 \quad (1.111)$$

ce qui montre que $C_2 = 0$, donc que:

$$S = C_1 \ln W \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (1.112)$$

La constante C_1 sera déterminée en reprenant l'expérience de Gay-Lussac-Joule, illustrée par la figure 9.3. Considérons pour simplifier une masse de 1 kilomole de gaz parfait, cette unité de masse étant définie au paragraphe 5.4.5. Nous verrons également au paragraphe 5.4.5 que le nombre de molécules correspondant est le nombre d'Avogadro $N_a = \tilde{n} = 6.022 \cdot 10^{26}$ molécules/kmol.

Dans l'état initial 1, toutes les molécules sont enfermées dans la moitié A et la probabilité thermodynamique est $W_1 = 1$.

Dans l'état final 2, les n molécules sont réparties dans tout l'espace et la probabilité thermodynamique est, comme nous l'avons déjà vu plus haut (jeu de pile ou face), $W_2 = 2^{\tilde{n}}$.

La relation (1.112) donne alors, en grandeurs molaires:

$$\tilde{s}_2 - \tilde{s}_1 = C_1 (\ln 2^{\tilde{n}} - \ln 1) = C_1 \tilde{n} \ln 2 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kmol}} \right] \quad (1.113)$$

Par ailleurs, nous démontrerons à la section 9.2 que l'accroissement d'entropie est (relation (9.13)):

$$\tilde{s}_2 - \tilde{s}_1 = \tilde{r} \ln \frac{\tilde{v}_2}{\tilde{v}_1} = \tilde{r} \ln 2 \quad (1.114)$$

Par identification des relations ci-dessus, nous obtenons (voir aussi éq. (5.58)):

$$C_1 = \frac{\tilde{r}}{\tilde{n}} = k \quad (1.115)$$

où k est la constante de Boltzmann :

$$k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{\text{K molécule}} \right] \quad (1.116)$$

La relation (1.112) entre la probabilité thermodynamique et l'entropie est donc finalement :

$$\tilde{s} = k \ln W \left[\frac{\text{J}}{\text{K kmol}} \right] \quad (1.117)$$

ce qui montre que *l'entropie est proportionnelle au logarithme de la probabilité thermodynamique, le coefficient de proportionnalité étant la constante de Boltzmann.*

Comme la probabilité thermodynamique est l'expression du désordre moléculaire, nous pouvons dire que l'entropie est une mesure du désordre moléculaire. Or le Deuxième Principe nous apprend que toute irréversibilité entraîne une création d'entropie. Nous voyons donc que le Deuxième Principe exprime la tendance naturelle d'un système fermé à évoluer de l'ordre vers le désordre.

1.6 TROISIÈME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

Remarquons que la probabilité thermodynamique W dépend de la finesse de l'observation. Pour saisir l'influence de cette finesse sur la valeur de l'entropie, considérons une répartition des molécules plus fine que celle qui règne dans les deux moitiés A et B du système de la figure 1.20. Par exemple, subdivisons chaque moitié en n_v volumes égaux. Le nombre total des états microscopiques possibles est alors dans l'état final 2 de l'*expérience de Gay-Lussac-Joule* (sect. 9.2) :

$$W'_2 = (2n_v)^{\tilde{n}} = n_v^{\tilde{n}} \cdot W_2 \quad (1.118)$$

L'entropie correspondante est donc, selon (1.117) :

$$\begin{aligned} \tilde{s}'_2 &= k \ln W'_2 \\ \tilde{s}'_2 &= k \ln W_2 + k \tilde{n} \ln n_v \\ \tilde{s}'_2 &= \tilde{s}_2 + \tilde{r} \ln n_v \\ \tilde{s}'_2 &= \tilde{s}_2 + \text{cste} \end{aligned} \quad (1.119)$$

Donc, suivant le Deuxième Principe, l'entropie n'est déterminée qu'à une constante additive près, qui dépend de la finesse de l'observation. Cette indétermination est levée par une hypothèse émise par *Nernst* en 1906 et revue ensuite par *Planck*.

Cette hypothèse donne lieu au *Troisième Principe de la thermodynamique*, qui s'énonce comme suit:

Lorsque la température thermodynamique s'approche du zéro absolu, l'entropie massique de tout corps cristallisé, chimiquement homogène, tend vers la valeur zéro.

La notion de température thermodynamique sera précisée à la section 1.11.

Le Troisième Principe s'exprime, en valeur massique, par la relation:

$$\lim_{T \rightarrow 0} s = 0 \quad (1.120)$$

Il contient implicitement la propriété selon laquelle, lorsque $T \rightarrow 0$, l'entropie s devient indépendante des fonctions d'état autres que T , notamment de la pression P . D'où la convention proposée par Planck, qui consiste à normer l'entropie en posant:

$$s(P_2, 0) = s(P_1, 0) = s_0 = 0 \quad (1.121)$$

En vertu de (2.65), la variation d'entropie massique d'un corps cristallisé, chimiquement homogène, est, à pression constante:

$$s(P, T) - s(P, T_0) = \int_{T_0}^T \frac{c_p}{T} dT \quad (1.122)$$

où la chaleur spécifique isobare c_p est fonction de la température. Dans le cas où $T_0 = 0$, la relation ci-dessus montre que l'intégrale du second membre ne peut donner une valeur finie, lorsque T tend vers 0, que si la fonction $c_p(T)$ tend simultanément vers 0.

Le Troisième Principe entraîne donc la propriété suivante:

Lorsque la température thermodynamique s'approche du zéro absolu, la chaleur spécifique isobare d'un corps cristallisé, chimiquement homogène, tend vers la valeur zéro.

Debye a d'ailleurs montré que, dans le voisinage du zéro absolu, la chaleur spécifique varie proportionnellement à T^3 (sect. 5.12).

On peut montrer que le Troisième Principe entraîne également les propriétés qui suivent:

- Au zéro absolu, les entropies massiques de toutes les variétés physiques et chimiques d'un même corps chimiquement homogène ont la même valeur.
- Au zéro absolu, les entropies massiques de tous les corps cristallisés, chimiquement homogènes, ont la même valeur.

- Au zéro absolu, la variation d'entropie concernant une réaction entre solides cristallisés est nulle.

Comme les autres Principes de la thermodynamique, le Troisième Principe repose sur une démarche empirique. Il a été vérifié de façon satisfaisante par l'expérience.

1.7 EXTENSION À D'AUTRES FORMES DE TRANSFERT D'ÉNERGIE

1.7.1 Opérations statiques

Au paragraphe 1.5.1, nous avons introduit les notions d'opérations statiques réversibles et dynamiques réversibles. Au cours de telles opérations, le système considéré passe par une succession d'états en équilibre statique par suite de transformations n'induisant pas de création d'entropie.

1.7.2 Propriétés thermodynamiques et modes de transfert d'énergie

Bien que le nombre de variables qui peuvent être utilisées pour décrire un système soit élevé, l'expérience montre que, pour la majorité des systèmes intéressant l'ingénieur, quelques variables seulement peuvent avoir des valeurs arbitraires.

Comme la thermodynamique traite de l'énergie et des transformations de l'énergie, toutes les propriétés thermodynamiques sont directement ou indirectement reliées à l'énergie. Il est donc raisonnable d'admettre que le nombre de variables indépendantes d'un système homogène et fermé donné est déterminé par le nombre de propriétés physiques requises pour décrire sa réponse aux différents modes de transferts d'énergie qui permettent de changer son état thermodynamique de façon indépendante. La notion d'état thermodynamique est ici considérée au sens large pouvant inclure des propriétés électriques ainsi que les variables de mouvement C et Z .

A la section 1.3 nous nous étions volontairement limités, pour plus de clarté, à la forme d'énergie-travail due à l'action d'une force ou d'un couple. L'effet de ce travail était alors directement lié soit au terme d'énergie interne U du système, comme dans les expériences faisant l'objet de la figure 1.5 ou de l'équation (1.7), soit au terme d'énergie cinétique, soit à celui d'énergie potentielle, soit aux deux à la fois. Or, en toute généralité, les modes de transferts d'énergie-travail sont beaucoup plus nombreux, comme on peut le voir de façon non exhaustive dans le tableau 1.3. Pour simplifier, nous considérons dans ce tableau le cas de transformations réversibles d'un système homogène et fermé. Une approche synthétique consiste à exprimer ces modes d'énergie-travail en termes de forces généralisées et de déplacements généralisés.

Tableau 1.3 Exemples de transferts d'énergie (liés à des transformations réversibles d'un système homogène fermé).

Mode de transfert d'énergie	Force généralisée	Déplacement généralisé	Energie reçue	Stockage de l'énergie	Exemples
Energie-travail <i>Action mécanique</i> isotrope	P	dV	$-PdV$	dU	Compression d'un fluide
translationnelle	$F_k (= kL)$	dL	$F_k dL$	dU	Extension d'un corps élastique
	F_c	dX	$F_c dX$	$Md \frac{C^2}{2}$	Accélération d'un corps
	F_z	dZ	$F_z dZ$	$MgdZ$	Elévation dans le champ de la pesanteur
rotationnelle	$T_k (= k'\theta)$	$d\theta$	$T_k d\theta$	dU	Torsion d'un corps élastique
	T_w	$d\varphi$	$T_w d\varphi$	$Id \frac{\omega^2}{2}$	Accélération d'un arbre de machine
<i>Action électrique</i> capacitance	$F_{em} (= \frac{Q_e}{C_e})$	dQ_e	$F_{em} dQ_e$	dU	Charge d'un condensateur électrique
inductance	I_e	$d\psi (= d(LI_e))$	$I_e d\psi$	dU	Stockage dans une bobine électrique
Energie-chaleur <i>Action thermique</i>	T	dS	TdS	dU	Echauffement d'un corps

Sur la base du tableau 1.3, nous pouvons écrire, pour un **système fermé homogène en équilibre**:

$$dU_{cz} = dU + Md \frac{C^2}{2} + Id \frac{\omega^2}{2} + Mg dZ = \delta A^+ + \delta Q^+$$

$$\delta A^+ = -PdV + F_k dL + F_c dX + F_z dZ + T_k d\theta + T_w d\varphi + F_{em} dQ_e + I_e d\psi + \dots \quad (1.123)$$

$$\delta Q^+ = TdS$$

où nous avons :

- U énergie interne
- $M C^2/2$ énergie cinétique de translation
- $I \omega^2/2$ énergie cinétique de rotation
- MgZ énergie potentielle gravifique
- $F_k = kL$ force de déformation linéaire d'un corps élastique, L étant la variation de longueur, et k la constante élastique linéaire
- $T_k = k'\theta$ couple de torsion d'un corps élastique, θ étant la déformation angulaire, et k' la constante de torsion
- $F_{em} = Q_e / C_e$ force électromotrice d'un condensateur électrique, Q_e [Coulomb C] étant la charge électrique, et C [Farad F = A s/V] la capacité

- $\psi = LI_e$ flux totalisé d'induction magnétique sur une bobine, L [Henry H] étant l'inductance et I_e [Ampère A] le courant électrique

Dans l'expression (1.123), le terme d'énergie interne U regroupe toutes les interactions internes comme l'énergie cinétique et potentielle d'agitation thermique, l'énergie potentielle de déformation (énergie de déformation linéaire ou de torsion d'un corps élastique) et l'énergie électrique (d'un condensateur ou d'une bobine électrique). S'agissant de transferts statiques réversibles d'un système homogène fermé, le terme correspondant au transfert d'énergie-chaleur se réduit au terme TdS .

1.7.3 Equation fondamentale de Gibbs

Revenons à un système thermodynamique homogène fermé, constitué par un fluide (liquide ou gaz), représenté sous forme générale par la figure 1.23(a). Admettons, dans un premier temps, que ce système n'est le siège que d'opérations statiques réversibles (vitesses infiniment petites, pas de dissipation, pas de dévalorisation...).

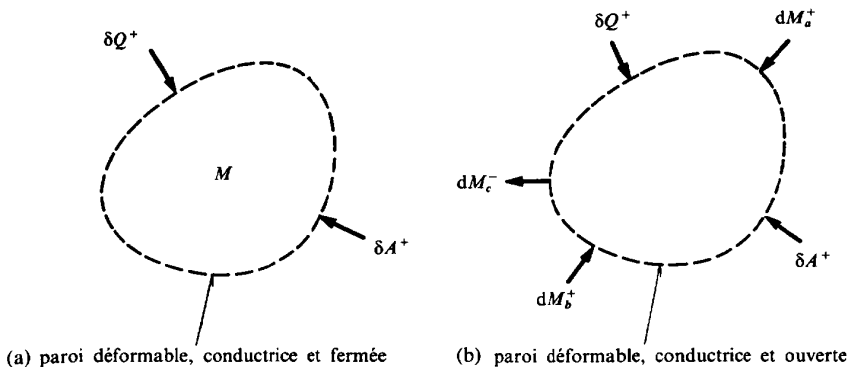


Fig. 1.23 (a) Système thermodynamique homogène fermé (fluide); (b) système thermodynamique homogène ouvert en équilibre stable.

En première approximation, si nous négligeons les déformations élastiques linéaires ou de torsion et les effets magnétique ou électrique, nous pouvons dire: *L'état thermodynamique d'un système homogène fermé, en équilibre statique, est entièrement déterminé par sa composition chimique, sa masse et deux fonctions d'état indépendantes.*

Si le système est en mouvement, il convient de prendre en compte également les variables de mouvement telles que C , ω et Z .

Dans la cas d'un système en équilibre statique, les deux fonctions d'état indépendantes peuvent être deux quelconques des fonctions d'état citées au paragraphe 1.1.4, par exemple le volume massique v et la pression P . Dès que deux fonctions

d'état indépendantes sont fixées, toutes les autres fonctions d'état le sont aussi. On exprime cette propriété en disant que le système est **bivariant**.

Donc, si nous considérons trois fonctions d'état quelconques, il doit exister une relation entre ces grandeurs. Notamment, le volume V , l'énergie interne U et l'entropie S doivent être liés par une relation de la forme :

$$U = U(V, S) \quad [J] \quad (1.124)$$

qui, sous la forme différentielle, devient

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V dS \quad (1.125)$$

Compte tenu des hypothèses formulées ci-dessus et des équations (1.123), nous pouvons en déduire l'équation :

$$dU = -PdV + TdS \quad [J] \quad (1.126)$$

Cette relation est l'*équation fondamentale de Gibbs pour un système homogène fermé, en équilibre statique*.

Si nous divisons par la masse M pour faire apparaître les grandeurs massiques, elle s'écrit :

$$du = -Pdv + Tds \quad (1.127)$$

En principe, elle peut être intégrée dès que les grandeurs intensives P et T sont données en fonction des grandeurs extensives V et S .

1.7.4 Opérations quasi statiques

Par analogie avec la notion d'opération statique réversible, nous utiliserons la notion d'opérations quasi statiques pour des opérations (pas nécessairement réversibles) qui font passer un système donné par une succession d'états infiniment proches de l'équilibre statique. On parlera par exemple de transferts d'énergie-travail ou d'énergie-chaleur quasi statiques, de même que d'équilibre quasi statique.

En toute rigueur, l'*équation de Gibbs* (1.126) n'est valable que pour un système homogène fermé en *équilibre statique*. Mais il convient de remarquer qu'elle est également applicable à l'état initial et à l'état final d'un système évoluant d'un état d'équilibre à un autre état d'équilibre, même si les états intermédiaires ne sont pas des états d'équilibre, c'est-à-dire même si la transformation entre l'état initial et l'état final est irréversible.

Par extension, l'équation de Gibbs (1.126) sera également utilisée pour tous les états intermédiaires d'une transformation irréversible, à la condition que le système soit seulement en léger déséquilibre. Nous exprimons cette condition en disant que le système est en *équilibre quasi statique*.

Il est possible de justifier l'extension de l'application de l'équation de Gibbs à un système homogène en équilibre quasi statique, en introduisant les variations d'énergies cinétique et potentielle, ainsi que la dissipation δR dans le raisonnement.

Pour le travail mis en jeu entre le système et l'extérieur, surgit une petite difficulté, car en toute rigueur il y a contradiction entre le fait de tenir compte des forces d'inertie et le fait d'admettre que la pression est uniforme dans tout le système homogène. En effet, lorsque la frontière se déplace à vitesse finie, la pression n'est pas uniforme à cause de l'inertie des particules fluides (ondes de pression éventuelles). Pour lever cette contradiction, nous admettons que les accélérations sont faibles, de sorte que la pression ne varie pratiquement pas d'un point à un autre du système.

Dans ces conditions, l'expression du travail devient :

$$\delta A^+ = -PdV + Md\frac{\bar{C}^2}{2} + Id\frac{\bar{\omega}^2}{2} + Mg d\bar{Z} + \delta R \quad (1.128)$$

Pour la variation d'entropie, l'équation (1.94) se réduit à :

$$dS = \frac{\delta Q^+}{T} + \frac{\delta R}{T} \quad (1.129)$$

D'où l'expression suivante pour l'énergie-chaleur :

$$\delta Q^+ = TdS - \delta R \quad (1.130)$$

En portant (1.128) et (1.130) dans (1.23), nous obtenons :

$$\begin{aligned} dU_{cz} &= dU + Md\frac{\bar{C}^2}{2} + Id\frac{\bar{\omega}^2}{2} + Mg d\bar{Z} \\ &= -PdV + Md\frac{\bar{C}^2}{2} + Id\frac{\bar{\omega}^2}{2} + Mg d\bar{Z} + \delta R + TdS - \delta R \end{aligned} \quad (1.131)$$

c'est-à-dire l'équation (1.126) : $dU = -PdV + TdS$.

1.7.5 Système homogène ouvert, en équilibre. Potentiel chimique

Considérons le système homogène ouvert représenté par la figure 1.23(b). Ce système est en équilibre stable. Il peut transférer de la chaleur, du travail et de la

masse avec l'extérieur et peut être le siège d'une réaction chimique. Pour exprimer la variation de son énergie interne, on serait tenté de raisonner comme on l'a fait au paragraphe 1.7.3 pour un système fermé. Malheureusement, ce calcul serait erroné parce que, à cause du transfert de masse, l'accroissement d'entropie n'est plus donné par une relation simple. En effet, nous avons vu au paragraphe 1.5.2 que l'introduction de masse dans un système s'accompagne d'une augmentation d'entropie, due tout d'abord au fait que la masse introduite contient une certaine entropie et ensuite au fait qu'il se produit une opération de mélange.

Pour exprimer la variation de l'énergie interne du système, il faut faire appel à des notions nouvelles ressortissant, ainsi que nous allons le voir, au domaine de la thermochimie.

L'énergie interne d'un système homogène est fonction, non seulement de deux fonctions d'état, par exemple V et S , mais encore des masses respectives M_i des différentes substances chimiques i qui le composent, ces masses étant cette fois-ci variables. Il existe donc une relation de la forme :

$$U = U(V, S, M_a, \dots, M_i, \dots, M_n) \quad (1.132)$$

qui, sous forme différentielle, s'écrit :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, M_i} dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, M_i} dS + \sum_i \left[\left(\frac{\partial U}{\partial M_i} \right)_{V, S, M_j} dM_i \right] \quad (1.133)$$

où l'indice j désigne toutes les substances chimiques, sauf la substance i .

Introduisons maintenant la fonction d'état suivante :

<p>Potentiel chimique massique de la substance i</p>	$\mu_i \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial M_i} \right)_{V, S, M_j}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$	(1.134)
--	---	---	----------------

Le potentiel chimique μ_i est une fonction d'état intensive. Il est donné par une relation générale de la forme [83] :

$$\mu_i = \mu_i^0 + r T \ln a_i \quad (1.135)$$

dans laquelle nous avons :

- μ_i^0 potentiel chimique à une pression de référence P_0 et à la température T
- r constante massique
- a_i **activité**

Dans le cas d'un **gaz réel**, l'activité a_i est donnée par le rapport :

$$a_i = \frac{f_i}{f_i^0} \quad (1.136)$$

dans lequel nous avons :

- f_i **fugacité** du gaz à sa pression partielle P_i
- f_i^0 fugacité à la pression de référence P^0

Dans le cas d'un **gaz parfait** (sect. 5.2), le rapport des fugacités coïncide avec le rapport des pressions :

$$a_i = \frac{f_i}{f_i^0} = \frac{P_i}{P^0} \quad (1.137)$$

de sorte que le potentiel chimique d'un gaz parfait est :

$$\mu_i = \mu_i^0(T) + rT \ln \frac{P_i}{P^0} \quad (1.138)$$

Remarquons que les deux premières dérivées partielles de (1.133) se calculent en admettant que toutes les masses M_i sont constantes, donc comme si le système était fermé et sans réaction chimique. Les deux premiers termes du second membre de (1.133) sont donc donnés par le second membre de (1.126).

En tenant compte d'autre part de (1.134), l'équation (1.133) devient :

$$dU = -PdV + TdS + \sum_i [\mu_i dM_i] \quad [J] \quad (1.139)$$

Cette relation est l'**équation fondamentale de Gibbs pour un système homogène ouvert, en équilibre**.

Elle appelle les remarques qui suivent.

En toute rigueur, l'équation de Gibbs (1.139) n'est valable que pour un système en **équilibre statique stable**, ce qui implique que les masses dM_i qui sont introduites dans le système doivent l'être exactement dans le même état que si elles en sortaient, c'est-à-dire l'état dans lequel elles se trouvent à l'intérieur du système lui-même. Par extension, l'équation de Gibbs (1.139) sera également utilisée pour un système en **équilibre quasi statique**.

Les masses élémentaires dM_i qui figurent dans le troisième terme du second membre de (1.139) sont aussi bien celles mises en jeu au cours d'une réaction

chimique ayant lieu à l'intérieur du système que celles transférées à travers la frontière entre le système et l'extérieur. Nous avons :

- $dM_i > 0$ lorsque la substance i apparaît dans le système
- $dM_i < 0$ lorsqu'elle disparaît du système

que ce soit par réaction chimique ou par transfert de masse à travers la frontière.

Dans le cas particulier d'un système fermé qui est le siège d'une réaction chimique, il semble à première vue que l'équation générale de Gibbs (1.139) ne se réduise pas à l'équation particulière (1.126), cela à cause de la présence de la somme constituant le troisième terme du second membre. Cette contradiction apparente est levée en remarquant que cette somme reste nulle lorsque l'équilibre chimique se déplace de façon réversible :

$$\sum_i [\mu_i dM_i] = 0 \quad (1.140)$$

Nous verrons au paragraphe 2.8.3 que cette circonstance correspond au fait que, lorsque le système est en équilibre chimique, l'*affinité* est nulle.

1.8 ÉQUATIONS DÉRIVÉES DE L'ÉQUATION DE GIBBS

1.8.1 Système homogène

L'équation (1.139) a été établie pour un système homogène en prenant les grandeurs V, S et M_i comme variables indépendantes. Dans bien des problèmes, il sera intéressant de prendre les grandeurs P, T et M_i comme variables indépendantes. Dans ce but, il convient d'introduire, outre l'enthalpie H qui a déjà été introduite au paragraphe 1.3.9, de nouvelles fonctions d'état.

En définitive, nous utiliserons pour un *système homogène* les fonctions d'état caractéristiques suivantes :

$$U \quad \text{énergie interne} \quad [J]$$

$$H \equiv U + VP \quad \text{enthalpie} \quad [J] \quad (1.141)$$

$$F \equiv U - TS \quad \text{énergie libre} \quad [J] \quad (1.142)$$

$$G \equiv H - TS \quad \text{enthalpie libre} \quad [J] \quad (1.143)$$

En différentiant ces relations et en tenant compte de (1.139), nous obtenons l'ensemble des équations fondamentales :

$$dU = -PdV + TdS + \sum_i [\mu_i dM_i] \quad [J] \quad (1.144)$$

$$dH = VdP + TdS + \sum_i [\mu_i dM_i] \quad [J] \quad (1.145)$$

$$dF = -PdV - SdT + \sum_i [\mu_i dM_i] \quad [J] \quad (1.146)$$

$$dG = VdP - SdT + \sum_i [\mu_i dM_i] \quad [J] \quad (1.147)$$

Dans le cas où le système est *homogène et fermé*, nous pouvons diviser par la masse M du système de façon à faire apparaître les fonctions d'état massiques suivantes :

u énergie interne massique

$$h \equiv u + vP \quad \text{enthalpie massique} \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (1.148)$$

$$f \equiv u - Ts \quad \text{énergie libre massique} \quad (1.149)$$

$$g \equiv h - Ts \quad \text{enthalpie libre massique} \quad (1.150)$$

ce qui donne l'ensemble des équations fondamentales :

$$du = -Pd v + Tds \quad (1.151)$$

$$dh = v dP + Tds \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (1.152)$$

$$df = -Pd v - s dT \quad (1.153)$$

$$dg = v dP - s dT \quad (1.154)$$

Remarquons que, dès que l'une des fonctions d'état caractéristiques est connue en fonction de deux autres fonctions d'état convenablement choisies, toutes les autres s'en déduisent. Par exemple, si l'on connaît la relation :

$$g = g(P, T) \quad (1.155)$$

v et s s'en déduisent, en vertu de (1.154), par les relations :

$$v = \left(\frac{\partial g}{\partial P} \right)_T$$

$$s = - \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)_P \quad (1.156)$$

puis u , h et f s'en déduisent à l'aide des définitions (1.148) à (1.150).

Par analogie avec l'énergie interne totale et l'enthalpie totale définies par (1.17) et (1.31), nous pouvons définir l'énergie libre totale et l'enthalpie libre totale. Nous avons, pour un système homogène:

$$\begin{aligned}
 U_{cz} &\equiv U + M \frac{\overline{C^2}}{2} + M g \bar{Z} & u_{cz} &\equiv u + \frac{\overline{C^2}}{2} + g \bar{Z} \\
 H_{cz} &\equiv H + M \frac{\overline{C^2}}{2} + M g \bar{Z} & h_{cz} &\equiv h + \frac{\overline{C^2}}{2} + g \bar{Z}
 \end{aligned} \tag{1.157}$$

$$\begin{aligned}
 F_{cz} &\equiv F + M \frac{\overline{C^2}}{2} + M g \bar{Z} & f_{cz} &\equiv f + \frac{\overline{C^2}}{2} + g \bar{Z} \\
 G_{cz} &\equiv G + M \frac{\overline{C^2}}{2} + M g \bar{Z} & g_{cz} &\equiv g + \frac{\overline{C^2}}{2} + g \bar{Z}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{cz} & & u_{cz} \\
 H_{cz} &\equiv U_{cz} + VP & h_{cz} &\equiv u_{cz} + v P \\
 F_{cz} &\equiv U_{cz} - T S & f_{cz} &\equiv u_{cz} - T s \\
 G_{cz} &\equiv H_{cz} - T S & g_{cz} &\equiv h_{cz} - T s
 \end{aligned} \tag{1.158}$$

1.8.2 Système hétérogène

Remarquons que l'énergie interne, l'enthalpie, l'énergie libre et l'enthalpie libre sont des fonctions d'état extensives, c'est-à-dire que l'énergie interne, l'enthalpie, l'énergie libre et l'enthalpie libre d'un **système hétérogène comprenant des sous-systèmes homogènes** sont les sommes des énergies internes, des enthalpies, des énergies libres et des enthalpies libres respectives des différents sous-systèmes de ce système. Nous avons:

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_{\alpha} [U_{\alpha}] & U_{cz} &= \sum_{\alpha} [U_{cz\alpha}] \\
 H &= \sum_{\alpha} [H_{\alpha}] & H_{cz} &= \sum_{\alpha} [H_{cz\alpha}] \\
 F &= \sum_{\alpha} [F_{\alpha}] & F_{cz} &= \sum_{\alpha} [F_{cz\alpha}] \\
 G &= \sum_{\alpha} [G_{\alpha}] & G_{cz} &= \sum_{\alpha} [G_{cz\alpha}]
 \end{aligned} \tag{1.159}$$

Ces relations donnent, en tenant compte de (1.144) à (1.147):

$$\begin{aligned}
 dU &= -\sum_{\alpha} [P_{\alpha} dV_{\alpha}] + \sum_{\alpha} [T_{\alpha} dS_{\alpha}] + \sum_{\alpha} \sum_i [\mu_{i\alpha} dM_{i\alpha}] \\
 dH &= \sum_{\alpha} [V_{\alpha} dP_{\alpha}] + \sum_{\alpha} [T_{\alpha} dS_{\alpha}] + \sum_{\alpha} \sum_i [\mu_{i\alpha} dM_{i\alpha}] \\
 dF &= -\sum_{\alpha} [P_{\alpha} dV_{\alpha}] - \sum_{\alpha} [S_{\alpha} dT_{\alpha}] + \sum_{\alpha} \sum_i [\mu_{i\alpha} dM_{i\alpha}] \\
 dG &= \sum_{\alpha} [V_{\alpha} dP_{\alpha}] - \sum_{\alpha} [S_{\alpha} dT_{\alpha}] + \sum_{\alpha} \sum_i [\mu_{i\alpha} dM_{i\alpha}]
 \end{aligned} \quad [J] \quad (1.160)$$

1.9 FONCTIONS D'ÉTAT PARTIELLES

1.9.1 Définitions et propriétés

Une fonction d'état extensive quelconque X d'un système homogène est fonction, non seulement de deux fonctions d'état, par exemple P et T , mais encore des masses respectives M_i des différentes substances chimiques i qui le composent. Il existe donc une relation de la forme:

$$X = X(P, T, M_a, M_b, \dots, M_i, \dots, M_n) \quad (1.161)$$

qui, sous forme différentielle, s'écrit:

$$dX = \left(\frac{\partial X}{\partial P} \right)_{T, M_i} dP + \left(\frac{\partial X}{\partial T} \right)_{P, M_i} dT + \sum_i \left[\left(\frac{\partial X}{\partial M_i} \right)_{P, T, M_j} dM_i \right] \quad (1.162)$$

où l'indice j désigne toutes les substances chimiques sauf la substance i .

Nous appelons **fonction d'état partielle massique** de la substance i la grandeur définie par la relation:

$$x_i \equiv \left(\frac{\partial X}{\partial M_i} \right)_{P, T, M_j} \quad (1.163)$$

Corrélativement, nous appelons **fonction d'état partielle** de la substance i la grandeur définie par la relation:

$$X_i \equiv x_i M_i \quad (1.164)$$

Si nous augmentons toutes les masses M_i dans le même rapport:

$$\frac{dM_i}{M_i} = d\xi \quad (1.165)$$

et cela en maintenant P et T constants, la composition relative du système homogène ne change pas, de sorte que toutes les fonctions d'état extensives sont augmentées dans le même rapport. En particulier:

$$\frac{dX}{X} = d\xi \quad (1.166)$$

En tenant compte de ces conditions et de (1.163), la relation (1.162) se réduit à:

$$dX = \sum_i [x_i dM_i] \quad (1.167)$$

En éliminant dM_i et dX entre les trois relations précédentes et en simplifiant par $d\xi$, nous obtenons la relation:

$$X = \sum_i [x_i M_i] \quad (1.168)$$

qui, en vertu de (1.164), peut s'écrire:

$$X = \sum_i [X_i] \quad (1.169)$$

Remarquons que les fonctions d'état partielles X_i sont des fonctions d'état extensives, tandis que les fonctions d'état partielles massiques x_i sont des fonctions d'état intensives.

Remarquons enfin que la relation (1.169) a la même forme que celle qui traduit la règle des mélanges simples. Mais les fonctions d'état partielles d'une substance i faisant partie d'un mélange sont des grandeurs assez complexes. En effet, il n'est en général pas possible de leur donner une signification concrète, car leur valeur n'est pas nécessairement celle qu'auraient les fonctions d'état si la substance i était pure, à la pression P et à la température T . En d'autres termes, les fonctions d'état d'une substance i ne sont en général pas conservées lors d'une opération de mélange. Par exemple, le volume partiel massique de la substance i est défini par la relation:

$$v_i \equiv \left(\frac{\partial V}{\partial M_i} \right)_{P, T, M_j} \quad (1.170)$$

Le volume partiel de la substance i est:

$$V_i = v_i M_i \quad (1.171)$$

et le volume total du mélange, à la pression P et à la température T , est:

$$V = \sum_i [V_i] \quad (1.172)$$

Mais les valeurs de V_i et v_i ne sont en général pas celles qu'auraient le volume et le volume massique si la substance i était pure, à la pression P et à la température T . Toutefois, nous verrons que ces valeurs coïncident dans le cas particulier d'un mélange de gaz appelés gaz parfaits (sect. 6.3).

Appliquons la notion de fonction d'état partielle à l'enthalpie libre. En vertu de la définition (1.163), l'enthalpie libre partielle massique est:

$$g_i = \left(\frac{\partial G}{\partial M_i} \right)_{T, P, M_j} \quad (1.173)$$

Par ailleurs, l'équation (1.147) montre que:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial M_i} \right)_{T, P, M_j} = \mu_i \quad (1.174)$$

Il en résulte que:

$$g_i = \mu_i \quad (1.175)$$

c'est-à-dire que:

L'enthalpie libre partielle massique d'une substance coïncide avec son potentiel chimique.

En vertu de (1.168) et (1.175), nous avons:

$$G = \sum_i [g_i M_i] = \sum_i [\mu_i M_i] \quad (1.176)$$

Dans le cas particulier d'un système homogène simple, c'est-à-dire constitué d'une seule substance chimique, nous avons:

$$g = \mu \quad (1.177)$$

$$G = g M = \mu M \quad (1.178)$$

1.9.2 Contrôle de cohérence

Examinons la cohérence des équations (1.44) et (1.139).

L'équation (1.44) est surtout utilisée par les ingénieurs mécaniciens, tandis que l'équation (1.139) l'est surtout par les chimistes. Montrons que ces deux équations sont cohérentes en considérant le cas particulier d'un système homogène ouvert, avec une seule entrée par laquelle pénètre une seule substance i , ce système étant en équilibre statique stable.

Les conditions d'équilibre et la réversibilité s'expriment par :

$$\delta E^+ = -P dV \quad d \frac{\overline{C^2}}{2} = 0 \quad g d\bar{Z} = 0 \quad (1.179)$$

Le Premier Principe donne, en vertu de (1.43):

$$dU = \delta E^+ + \delta Q^+ + h_i dM_i^+ \quad (1.180)$$

Le Deuxième Principe donne, en vertu des relations de la section 1.5:

$$dS = \frac{\delta Q^+}{T} + s_i dM_i^+ \quad (1.181)$$

c'est-à-dire:

$$\delta Q^+ = T dS - T s_i dM_i^+ \quad (1.182)$$

L'équation (1.180) devient alors, en tenant compte de la définition (1.150) de l'enthalpie libre et du fait que $T_i = T$ à cause de la réversibilité:

$$dU = -P dV + T dS + (h_i - T_i s_i) dM_i^+ \quad (1.183)$$

$$dU = -P dV + T dS + g_i dM_i^+ \quad (1.184)$$

D'autre part, l'équation (1.139) se réduit à:

$$dU = -P dV + T dS + \mu_i dM_i^+ \quad (1.185)$$

Or nous avons vu que, dans le cas particulier d'un système homogène simple, le potentiel chimique μ_i coïncide avec l'enthalpie libre g_i . Donc, les deux équations ci-dessus (1.184) et (1.185) sont identiques, ce qui montre la cohérence de (1.44) et (1.139).

1.10 RELATION DE GIBBS-DUHEM

La relation (1.176), relative à un système homogène, donne par différentiation:

$$dG = \sum_i [\mu_i dM_i] + \sum_i [M_i d\mu_i] \quad (1.186)$$

En soustrayant membre à membre cette relation de (1.147), nous obtenons:

$$V dP - S dT - \sum_i [M_i d\mu_i] = 0 \quad [J] \quad (1.187)$$

Cette relation est la *relation de Gibbs-Duhem*.

Dans le cas particulier où P et T sont constants, la relation de Gibbs-Duhem se réduit à:

$$\sum_i [M_i d\mu_i] = 0 \quad (1.188)$$

Cette relation est particulièrement utilisée en thermochimie.

1.11 TEMPÉRATURE THERMODYNAMIQUE (OU ABSOLUE) ET TEMPÉRATURE EMPIRIQUE

1.11.1 Approche par thermomètre à gaz

La température thermodynamique T et l'entropie S ont, en fait, été définies corrélativement par (1.70), donnant la variation d'entropie δS^q que subit un corps lorsqu'il reçoit une énergie-chaleur δQ^+ :

$$\delta S^q = \frac{\delta Q^+}{T}$$

Par ailleurs, l'équation de Gibbs (1.127) pour un système homogène fermé, peut se mettre sous la forme massique:

$$ds = \frac{du + Pdv}{T} \quad (1.189)$$

D'autre part, nous verrons à la section 5.3 qu'un gaz semi-parfait est caractérisé par l'équation d'état:

$$P = \frac{r\theta}{v} \quad r = \text{cste} \quad (1.190)$$

et par le fait que son énergie interne u , ainsi que sa chaleur spécifique isochore c_v ne sont fonction que de la température θ :

$$u = u(\theta)$$

$$du = c_v(\theta)d\theta \quad (1.191)$$

Nous avons temporairement introduit θ pour bien indiquer qu'il s'agit ici d'une température mesurée, donc empirique. La température θ est celle qui est mesurée à l'aide d'un thermomètre à gaz (fig. 1.24).

La relation (1.189) devient alors :

$$ds = \frac{c_v(\theta)}{T} d\theta + \frac{r}{v} \frac{\theta}{T} dv \quad (1.192)$$

Or nous avons aussi, selon la propriété différentielle (2.9) :

$$s = s(\theta, v)$$

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)_v d\theta + \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_\theta dv \quad (1.193)$$

L'indentification de (1.192) et (1.193) donne :

$$\left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)_v = \frac{c_v(\theta)}{T} \quad \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_\theta = \frac{r\theta}{vT} \quad (1.194)$$

Mais, selon la propriété différentielle (2.8) :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial \theta \partial v} = \frac{\partial^2 s}{\partial v \partial \theta} \quad (1.195)$$

Il en résulte que :

$$\frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{c_v(\theta)}{T} \right]_\theta = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{r\theta}{vT} \right]_v \quad (1.196)$$

Comme T doit être une fonction de θ , $T = T(\theta)$, l'expression entre crochets du premier membre est une fonction de θ seulement, de sorte que :

$$\frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{c_v(\theta)}{T} \right]_\theta = 0 \quad (1.197)$$

ce qui entraîne :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{r\theta}{vT} \right]_v = \frac{r}{v} \frac{d}{d\theta} \left[\frac{\theta}{T} \right] = 0 \quad (1.198)$$

La solution de l'équation ci-dessus est :

$$\frac{\theta}{T} = C \quad (1.199)$$

où C est une constante.

Par convention, il est possible de fixer pour cette constante la valeur $C = 1$, ce qui entraîne l'identité entre la température empirique θ mesurée par le thermomètre à gaz et la température thermodynamique (ou absolue) T .

Depuis 1954, l'**unité de température** est déterminée par une convention internationale, selon laquelle la température θ_0 est celle du **point triple de l'eau** (voir définition au paragraphe 5.10.1):

$$\theta_0 = 273.16 \text{ [K]} \quad (1.200)$$

L'unité K est appelée *Kelvin*.

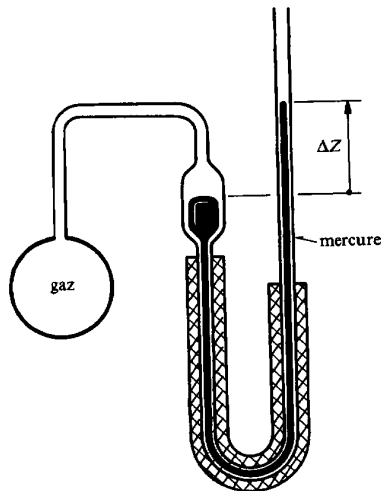


Fig. 1.24 Thermomètre à gaz.

Les autres températures peuvent être mesurées à l'aide du thermomètre à gaz représenté par la figure 1.24. Il est constitué d'un ballon qui est mis en contact avec le milieu dont on veut mesurer la température. Le ballon renferme un gaz dont la pression est mesurée par un manomètre à mercure.

Lors de chaque mesure, la branche de droite du manomètre est déplacée verticalement jusqu'à ce que le niveau du mercure dans la branche de gauche se stabilise toujours à la même altitude. Ainsi, le volume du gaz est constant et la loi de Gay-Lussac donne (relation (5.45)):

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{P}{P_0} \quad (1.201)$$

où P_0 est la pression correspondant à la température θ_0 du point triple. Nous avons donc :

$$\theta = 273.16 \frac{P}{P_0} \quad (1.202)$$

Remarquons que la température θ coïncidera d'autant mieux avec la température thermodynamique que la pression P_0 sera faible, c'est-à-dire que la masse du gaz sera réduite. La figure 1.25 représente les valeurs de θ obtenues pour des valeurs décroissantes de P_0 .

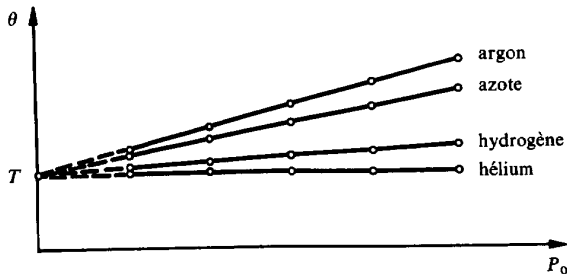


Fig. 1.25 Variation de la température θ mesurée par un thermomètre à gaz en fonction de la pression de référence P_0 .

Par extrapolation vers $P_0 = 0$, nous obtenons une température T qui s'avère être la même quel que soit le gaz utilisé. En effet, nous verrons à la section 5.10 que, lorsque la pression tend vers 0, un gaz quelconque tend vers un gaz semi-parfait ou parfait. La température T coïncide alors avec la température thermodynamique (ou absolue):

$$T = 273.16 \lim_{P_0 \rightarrow 0} \frac{P}{P_0} \quad [\text{K}] \quad (1.203)$$

La détermination des températures T_{fus} de fusion et T_{vap} de vaporisation de l'eau sous la pression de 1 atm = 1.01325 bar donne approximativement:

de sorte que l'on retrouve la différence :

$$T_{fus} - T_{vap} = 100 \text{ [K]} \quad (1.205)$$

qui était admise avant 1954 pour définir l'unité de température.

Dans la pratique, on utilise aussi d'autres échelles de température, notamment l'*échelle Celsius* définie par :

$$\hat{T} \equiv T - 273.15 \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (1.206)$$

L'unité $^\circ\text{C}$ est appelée degré Celsius et la grandeur \hat{T} peut être appelée *surtempérature* (par analogie avec la *surpression* $\hat{P} \equiv P - P_a$, où P_a est la pression atmosphérique). Pour l'eau, nous avons évidemment :

$$\hat{T}_{fus} = 0 \text{ [}^\circ\text{C]} \quad \hat{T}_{vap} = 100 \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (1.207)$$

La mesure des températures à l'aide du thermomètre à gaz est extrêmement longue et délicate. C'est pourquoi on a établi par convention une *échelle de température pratique internationale* qui constitue une approximation de l'échelle Kelvin (actuellement IPTS 1968). Cette échelle est déterminée par une série de points fixes entre lesquels on interpole à l'aide de thermomètres à résistance et de thermocouples.

1.11.2 Approche par cycles thermodynamiques

Nous avons vu à la figure 1.19 que les énergies-chaleur mises en jeu avec deux sources thermiques par un cycle moteur réversible (par exemple un cycle de Carnot) sont fonction des températures des sources, notamment des températures empiriques. Nous avons (fig. 1.26) :

$$\frac{q_c^+}{q_a^-} = f(\theta_c, \theta_a) \quad (1.208)$$

dans laquelle θ_c et θ_a sont respectivement les températures empiriques des sources chaude et froide, mesurées par un thermomètre quelconque.

Considérons maintenant un cycle réversible de thermopompe (§ 13.6.1) qui reprend à la source froide l'énergie-chaleur q_a^+ et qui fournit une énergie-chaleur q_h^- à une seconde source chaude désignée par l'indice h . Nous avons également :

$$\frac{q_h^-}{q_a^+} = f(\theta_h, \theta_a) \quad (1.209)$$

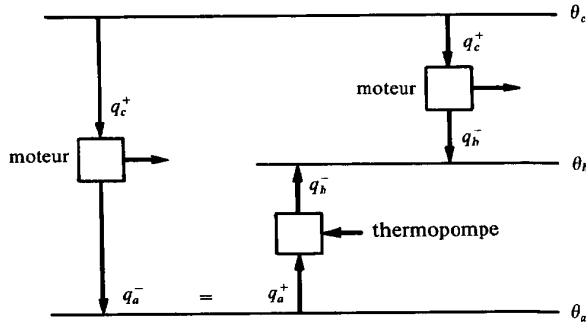


Fig. 1.26 Couplage de deux cycles réversibles (moteur et thermopompe).

Admettons que les énergies-chaleur q_a^- et q_a^+ mises en jeu par les deux cycles avec l'atmosphère soient égales. Le couplage de ces deux cycles équivaut, si $\theta_c > \theta_h$, à un cycle moteur réversible entre θ_c et θ_h pour lequel nous avons encore :

$$\frac{q_c^+}{q_h^-} = f(\theta_c, \theta_h) \quad (1.210)$$

D'autre part, en divisant membre à membre (1.208) et (1.209), nous obtenons :

$$\frac{q_c^+}{q_h^-} = \frac{f(\theta_c, \theta_a)}{f(\theta_h, \theta_a)} \quad (1.211)$$

Comme la température T_a est constante, nous pouvons poser :

$$\begin{aligned} g(\theta_c) &= f(\theta_c, \theta_a) \\ g(\theta_h) &= f(\theta_h, \theta_a) \end{aligned} \quad (1.212)$$

de sorte que la relation (1.211) est effectivement de la forme :

$$\frac{q_c^+}{q_h^-} = \frac{g(\theta_c)}{g(\theta_h)} \quad (1.213)$$

Nous voyons donc que la fonction g définit une échelle de température à un facteur constant près, cela *indépendamment des propriétés particulières des corps* utilisés pour réaliser les cycles.

La fonction g est appelée **température thermodynamique** (ou **température absolue**).

Par convention, il est possible de fixer la valeur g_0 de la fonction g pour un point fixe. Si nous fixons, pour le point triple de l'eau, la valeur :

$$g_0 = 273.16 \quad [\text{K}] \quad (1.214)$$

il y aura identité entre l'échelle de la température g et celle de la température T qui a été définie dans la première approche. Dès lors, la relation (1.213) prend la forme:

$$\frac{q_c^+}{q_h^-} = \frac{T_c}{T_h} \quad (1.215)$$

qui coïncide avec la relation (13.50) de la théorie des cycles réversibles.

Cette relation montre bien que le Deuxième Principe de la thermodynamique implique le fait que, en principe, **la température thermodynamique T ne peut pas être négative**. La limite qu'elle peut atteindre par valeurs décroissantes est la valeur $T = 0$. Cette valeur est appelée le **zéro absolu**.

Nous voyons donc qu'en principe il est possible de définir l'échelle de la température thermodynamique T en effectuant la mesure calorimétrique des énergies-chaleur q_c^+ et q_h^- et en adoptant une convention sur un point fixe.

1.11.3 Approche par changement de phase

Nous étudierons en détail à la section 5.5 le phénomène de vaporisation isobare (donc aussi isotherme) d'un corps. D'autre part, nous établirons à la section 5.11 l'équation (3.33), dite de Clausius-Clapeyron. Cette dernière peut se mettre sous la forme:

$$\frac{v'' - v'}{q_{vap}} dP_s = \frac{dT}{T} \quad (1.216)$$

dans laquelle nous avons:

- q_{vap} chaleur de vaporisation d'un corps
- v'', v' volumes massiques du gaz et du liquide en équilibre
- T température thermodynamique
- P_s pression de saturation correspondante

Nous obtenons par intégration:

$$\int_1^2 \frac{v'' - v'}{q_{vap}} dP_s = \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (1.217)$$

Ce résultat montre que la température thermodynamique T est définie à un facteur constant près, cela *indépendamment des propriétés particulières du corps* utilisé.

Si nous fixons par convention la valeur T_0 pour un point fixe (point triple de l'eau), l'échelle de la température thermodynamique T sera parfaitement définie.

Nous voyons donc qu'en principe il est possible de définir l'échelle de la température thermodynamique T en effectuant la mesure mécanique des volumes v et de la pression P_s , ainsi que la mesure calorimétrique de l'énergie-chaleur de vaporisation q_{vap} , et en adoptant une convention sur un point fixe.

Systèmes fermés et relations thermodynamiques générales

2.1 ÉQUATIONS FONDAMENTALES D'UN SYSTÈME FERMÉ HOMOGÈNE

Le système étant constitué d'une substance homogène de masse M bien déterminée, il est commode de rapporter toutes les grandeurs extensives à l'unité de masse, c'est-à-dire d'introduire d'une façon systématique les **grandeurs massiques** dans toutes les relations.

En restreignant les considérations d'énergie cinétique au seul terme translationnel, le Premier Principe (relation (1.27)) peut s'écrire sous la forme:

$$du + d \frac{\overline{C^2}}{2} + g d\overline{Z} = \delta q^+ - \delta a^- \quad (2.1)$$

Compte tenu des hypothèses de système fermé ($\delta S^m = 0$), homogène ($\delta S^t = 0$) et sans autres irréversibilités que la dissipation ($\delta S^x = 0$), le Deuxième Principe (§ 1.5.3) donne la relation:

$$Td s = \delta q^+ + \delta r \quad (2.2)$$

dans laquelle $r \equiv R / M$ est la **dissipation massique**.

En groupant les équations (1.127), (2.1) et (2.2), nous obtenons les **équations fondamentales d'un système fermé homogène**:

$$\delta a^- + d \frac{\overline{C^2}}{2} + g d\overline{Z} + \delta r = P d v = - du + \underbrace{\delta q^+ + \delta r}_{= - du + T d s} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (2.3)$$

Il est intéressant de rappeler que, dans l'équation (2.3), les termes $d\overline{C^2}/2$ et $g d\overline{Z}$ sont des différentielles totales, alors que les termes $P d v$ et $T d s$ sont des formes différentielles.

Remarquons que les équations fondamentales (2.3) sont également valables dans le cas où le système fermé est constitué d'une **seule substance chimique** et comporte **deux phases en équilibre thermique et chimique**, l'une liquide et l'autre gazeuse, à la limite de la saturation. Exemple: eau liquide saturée et vapeur d'eau saturée.

2.2 ÉQUATION D'ÉTAT

2.2.1 Généralités

Nous avons vu au paragraphe 1.7.3 qu'un système fermé, homogène, chimiquement inerte et en équilibre, est un système *bivariant*.

Dans un système bivariant, trois fonctions d'état quelconques X , Y et Z ne sont pas indépendantes. Elles sont liées par une relation appelée *équation d'état* qui s'écrit sous forme implicite:

$$F(X, Y, Z) = 0 \quad (2.4)$$

Graphiquement, cette équation d'état est représentée dans l'espace par une *surface dans un système de coordonnées à trois dimensions*. Exemples:

$$\begin{aligned} F(v, P, T) &= 0 \\ F(v, T, s) &= 0 \\ F(P, h, s) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

En particulier, nous verrons au paragraphe 5.2.1 que l'équation d'état d'un gaz parfait ou semi-parfait est de la forme:

$$vP - rT = 0 \quad (2.6)$$

où r est une constante. Cette équation est représentée dans l'espace par une surface en forme de paraboloïde hyperbolique dans le système de coordonnées v , P et T (fig. 5.10).

2.2.2 Propriétés différentielles

Le tableau 2.1 rappelle quelques propriétés générales des dérivées partielles concernant les systèmes bivariants, qui nous seront utiles dans ce qui suit.

Tableau 2.1 Propriétés générales des dérivées partielles intervenant dans les systèmes bivariants.

$\left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial Z}\right)_X = 1 \quad (2.7)$	$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y \partial X} = \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \quad (2.8)$
Pour $Z = Z(X, Y)$, nous avons	$dZ = \left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_Y dX + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X dY \quad (2.9)$
$\left(\frac{\partial Y}{\partial Z}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_Y \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial Y}\right)_Z = -1 \quad (2.10)$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial Z}\right)_N \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_N \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial Y}\right)_N = 1 \quad (2.11)$

A noter que :

- Deux autres relations analogues à la relation (2.7) peuvent être obtenues en permutant X, Y, Z .
- La relation (2.10) peut être déduite des relations (2.9) et (2.7) en posant :

$$\frac{dZ}{dX} = \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_Y + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_X \frac{dY}{dX} \text{ qui, pour } Z = \text{cste, se réduit à:}$$

$$0 = \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_Y + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_X \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \right)_Z$$

- La relation (2.11) se réfère à une fonction d'état additionnelle N .

2.3 TRANSFORMATIONS ET DIAGRAMMES THERMODYNAMIQUES

2.3.1 Transformations thermodynamiques

Le fait de fixer l'une quelconque des grandeurs thermodynamiques revient à enlever un degré de liberté au système, c'est-à-dire à ramener le système bivariant à un système **monovariant**.

Nous appelons **transformation thermodynamique typique** l'ensemble des états thermodynamiques qui sont possibles lorsque l'une des grandeurs thermodynamiques est fixée, c'est-à-dire quand le système est monovariant. A chaque grandeur thermodynamique correspond donc une série de transformations d'un type déterminé.

Remarquons que le fait d'imposer arbitrairement une relation quelconque entre certaines grandeurs thermodynamiques revient aussi à enlever un degré de liberté au système, c'est-à-dire à le rendre monovariant. A cette relation correspond donc aussi une transformation typique. Nous verrons précisément au paragraphe 2.4.2 qu'il est souvent opportun d'imposer la relation (2.21):

$$T ds - \sigma v dP = 0 \quad (2.12)$$

dans laquelle on peut donner à σ une série de valeurs discrètes, de sorte que σ peut-être considéré comme paramètre. Le facteur σ est appelé **facteur polytrophe**.

Nous distinguons les transformations thermodynamiques typiques suivantes:

- | | | |
|------------------------------------|------------------------|--------|
| • transformation isochore | $v = \text{cste}$ | |
| • transformation isobare | $P = \text{cste}$ | |
| • transformation isotherme | $T = \text{cste}$ | |
| • transformation isénerge | $u = \text{cste}$ | (2.13) |
| • transformation isenthalpe | $h = \text{cste}$ | |
| • transformation isentropie | $s = \text{cste}$ | |
| • transformation polytrophe | $\sigma = \text{cste}$ | |

Nous reprendrons en détail au chapitre 8 la question des transformations thermodynamiques.

2.3.2 Terminologie

La terminologie utilisée dans cet ouvrage donne lieu aux remarques qui suivent.

- En ce qui concerne les adjectifs caractérisant les diverses transformations, on peut hésiter entre deux formes différentes, par exemple entre isobare et isobarique. Mais il faut rappeler que la forme la plus longue résulte d'une enflure de langage qui est ici inutile et mal commode. C'est pourquoi nous avons choisi la forme la plus courte, comme par exemple **isobare**. Nous utiliserons également les termes **isentrope**, **isénerge** et **adiabate**.
- Dans la pratique, il sera commode de simplifier encore le langage en utilisant comme substantifs tous les adjectifs mentionnés ci-dessus. Par exemple, nous parlerons d'une **isobare** pour désigner une transformation isobare. De même nous parlerons d'une **isentrope**, d'une **isénerge** et d'une **adiabate**.

2.3.3 Diagrammes thermodynamiques

L'équation d'état du système peut aussi se mettre sous la forme explicite:

$$Z = Z(X, Y) \quad (2.14)$$

Par exemple, l'équation d'état d'un gaz parfait ou semi-parfait (relation (5.8)) peut aussi se mettre sous la forme explicite:

$$P = \frac{rT}{v} \quad (2.15)$$

Suivant le principe de la représentation paramétrique, on peut donner à Z une série de valeurs discrètes.

Graphiquement, *l'équation d'état du système peut donc être représentée dans le plan par une famille de courbes $Z = \text{cste}$ dans un système de coordonnées paramétriques à deux dimensions X et Y .*

Nous appelons **diagramme thermodynamique** toute représentation graphique de l'état thermodynamique d'un système, basée sur le mode de représentation paramétrique qui vient d'être décrit.

Le type d'un diagramme thermodynamique est déterminé par le choix des grandeurs thermodynamiques qui sont portées en abscisse et en ordonnée. Dans ce qui suit, nous utiliserons essentiellement les diagrammes figurant dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 Diagrammes thermodynamiques les plus fréquemment utilisés.

Type de diagramme	Ordonnée	Abcisse
Diagramme de Clapeyron	P	v
Diagramme entropique	T	s
Diagramme de Mollier	h	s
Diagramme polytropique	$\ln T$	s
Diagramme des frigoristes	$\ln P$	h

En vertu de ce qui précède, chacune des transformations typiques est représentée par une famille de courbes dans l'un quelconque des diagrammes thermodynamiques, le paramètre étant précisément la grandeur thermodynamique qui est fixée. Par exemple, si la température T est considérée comme paramètre, l'équation d'état d'un gaz parfait (relation (5.8)) peut être représentée dans le diagramme de Clapeyron par une famille de courbes à T constant (isothermes), chacune de celles-ci étant une hyperbole équilatère (fig. 5.11).

Nous reprendrons en détail au chapitre 8 la question des diagrammes thermodynamiques.

2.4 FACTEURS THERMIQUES ET CALORIFIQUES

2.4.1 Facteurs thermiques

Nous appelons *facteur thermique* toute grandeur adimensionnelle dont la définition ne fait intervenir que les fonctions d'état thermiques v , P et T [49].

Nous définissons les trois facteurs thermiques suivants :

$$\text{Facteur de compression isochore} \quad \alpha_v \equiv \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \equiv \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T} \right)_v \quad (2.16)$$

$$\text{Facteur de dilatation isobare} \quad \beta_p \equiv \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \equiv \left(\frac{\partial \ln v}{\partial \ln T} \right)_p \quad (2.17)$$

$$\text{Facteur de compressibilité isotherme} \quad \gamma_t \equiv - \frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T \equiv - \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln v} \right)_T \quad (2.18)$$

En appliquant la propriété différentielle (2.10) aux fonctions d'état v , P et T , nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T = -1 \quad (2.19)$$

En tenant compte des définitions (2.16) à (2.18), nous voyons que les facteurs thermiques sont liés par la relation :

$$\alpha_v = \beta_p \cdot \gamma_t \quad (2.20)$$

Un exemple numérique des facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t dans le cas de l'eau, est donné par les figures 5.27 à 5.34.

Il est aisé de démontrer que les dérivées partielles des équations (2.16) à (2.18), appliquées à l'équation d'état d'un gaz parfait ou semi-parfait donnée par la relation (2.15), conduisent à la conclusion suivante :

Les facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t prennent la valeur 1 pour les gaz parfaits et semi-parfaits.

2.4.2 Facteurs calorifiques

Nous appelons *facteur calorifique* tout coefficient dont la définition fait intervenir non seulement les fonctions d'état thermiques v , P et T , mais aussi des fonctions d'état calorifiques telles que u , h , s , f et g [49].

Il est possible de définir toute une série de facteurs calorifiques correspondant aux facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t en remplaçant dans les définitions (2.16) à (2.18) les grandeurs constantes v , P et T successivement par les grandeurs u , h , s , f et g . Toutefois, dans ce qui suit, nous nous limiterons aux trois premières.

D'une façon encore plus générale, nous définissons :

$$\text{Facteur polytrophe} \quad \sigma \equiv \frac{T ds}{v dP} \quad (2.21)$$

Les valeurs de σ correspondant aux valeurs constantes de v , P , T , u , h et s peuvent être déduites du tableau 2.5 et sont indiquées dans le tableau 2.3.

Tableau 2.3 Valeurs de σ correspondant aux valeurs constantes de v , P , T , u , h et s (voir définition de γ à la section 2.5).

Grandeur constante	v	P	T	u	h	s
σ	$\frac{\beta_p}{\gamma - 1}$	∞	$-\beta_p$	$\frac{-\alpha_v}{\gamma_t [1 + (\alpha_v - 1)\gamma]}$	-1	0

Dans ce qui suit, il sera intéressant d'introduire le *facteur de compressibilité polytrophe* γ_σ et le *facteur de compressibilité isentrope* γ_s définis, selon le tableau 2.4, par les relations :

$$\gamma_{\sigma} \equiv -\frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_{\sigma} \quad \gamma_s = -\frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_s \quad (2.22)$$

Nous verrons plus loin dans le cas particulier d'une **transformation isentrope** (tab. 2.11), la propriété suivante :

$$\gamma_{\sigma} = \gamma_s = \gamma \quad (2.23)$$

Nous constatons que, en général, seules les transformations isobares, isenthalpes et isentropes peuvent être strictement considérées comme des transformations polytropes particulières. Toutefois, cela s'étend à l'ensemble des transformations typiques dans le cas particulier des gaz parfaits et semi-parfaits (tab. 5.2).

Nous définissons les douze **facteurs calorifiques isénerges, isenthalpes, isentropes** et **polytropes** figurant dans le tableau 2.4, où n représente sous forme générale les fonctions d'état u , h et s , ainsi que le facteur polytrope σ .

Tableau 2.4 Définitions des facteurs calorifiques.

Grandeur n constante	u	h	s	σ
$\alpha_n \equiv \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_n$	α_u	α_h	α_s	α_{σ}
$\beta_n \equiv \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_n$	β_u	β_h	β_s	β_{σ}
$\gamma_n \equiv -\frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_n$	γ_u	γ_h	γ_s	γ_{σ}

En appliquant la relation différentielle (2.11) aux fonctions d'état v , P , T et n , nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_n \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_n \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_n = 1 \quad (2.24)$$

En tenant compte des définitions données dans le tableau 2.4, nous voyons que les facteurs calorifiques sont liés par la relation générale :

$$\alpha_n = -\beta_n \gamma_n \quad (2.25)$$

dans laquelle $n = u, h, s$ ou σ .

Dans ce qui suit, il sera opportun d'utiliser les *facteurs calorifiques* Γ_n définis par la relation générale:

$$\Gamma_n \equiv \frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n} \quad (2.26)$$

Un exemple numérique du facteur calorifique γ_s , dans le cas de l'eau, est donné dans les figures 5.33 et 5.34.

2.5 CHALEURS SPÉCIFIQUES

D'une façon générale, nous définissons:

$$\text{Chaleur spécifique polytrophe} \quad c_\sigma \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_\sigma \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \quad (2.27)$$

où σ est le *facteur polytrophe* défini par la relation (2.21), qui a une valeur constante pour une transformation polytrophe déterminée.

En particulier, nous définissons:

$$\text{Chaleur spécifique isochore} \quad c_v \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \quad (2.28)$$

En vertu de la relation (1.151), nous avons aussi:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \quad (2.29)$$

Etant donné la relation de Maxwell (2.43), les relations ci-dessus donnent:

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = T \frac{\partial^2 s}{\partial v \partial T} = \frac{\partial^2 u}{\partial v \partial T} = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_v \quad (2.30)$$

D'une façon symétrique, nous définissons:

En vertu de la relation (1.152), nous avons aussi :

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (2.32)$$

Etant donné la relation de Maxwell (2.44), les relations ci-dessus donnent :

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T = T \frac{\partial^2 s}{\partial P \partial T} = \frac{\partial^2 h}{\partial P \partial T} = -T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P \quad (2.33)$$

Dans le cas particulier où la dissipation δr est nulle, l'équation (2.2) montre que :

$$c_n = \frac{\delta q^+}{dT} \text{ à } n = v \text{ ou } P \text{ constant} \quad (2.34)$$

Historiquement, c'est sous cette dernière forme que la notion de chaleur spécifique fut introduite, la définition traditionnelle étant :

« On appelle *chaleur spécifique* la quantité de chaleur qu'il faut fournir à un corps pour élever d'un degré la température de l'unité de masse de ce corps. »

Il est clair que cette définition n'est pas satisfaisante du point de vue mathématique, car l'énergie-chaleur n'est pas une fonction d'état, mais une grandeur de parcours (ce qui est rappelé par le symbole δ). En conséquence, la dénomination « chaleur spécifique » n'est pas heureuse. Il serait plus judicieux de parler de « coefficient calorifique ».

Dans ce qui suit, il sera opportun d'utiliser les grandeurs suivantes :

$$\text{Rapport calorifique} \quad \gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} \quad (2.35)$$

$$\text{Facteur calorifique} \quad \Gamma \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad (2.36)$$

Un exemple numérique des chaleurs spécifiques c_v et c_p ainsi que de l'inverse du rapport calorifique γ , dans le cas de l'eau, est donné dans les figures 5.35 à 5.37.

2.6 RELATIONS MATHÉMATIQUES ENTRE LES FONCTIONS D'ÉTAT, LES DIFFÉRENTS FACTEURS ET LES CHALEURS SPÉCIFIQUES

2.6.1 Relations de Maxwell

La plupart des relations du tableau 2.5 sont dues à *Maxwell*. Elles sont très importantes parce qu'elles sont tout à fait générales et parce qu'elles expriment la variation

de l'entropie en fonction du volume ou de la pression à l'aide des facteurs thermiques α_v et β_p et des chaleurs spécifiques c_v et c_p qui sont facilement mesurables.

Les équations de la première colonne du tableau 2.5 sont obtenues à partir des relations (1.151) à (1.154) en utilisant la propriété différentielle (2.9).

Les équations de la deuxième colonne du tableau 2.5 sont obtenues à partir des propriétés différentielles (2.7), (2.8) et (2.11), des définitions des facteurs thermiques (2.16) et (2.17) ainsi que de celles des chaleurs spécifiques (2.28) et (2.31).

Tableau 2.5 Equations de Maxwell.

$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T = -P \quad (2.37)$	$\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = \frac{\alpha_v}{c_v} P = -\frac{\partial^2 u}{\partial v \partial s} \quad (2.41)$
$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T = v \quad (2.38)$	$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s = \frac{\beta_p}{c_p} v = \frac{\partial^2 h}{\partial P \partial s} \quad (2.42)$
$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P = T \quad (2.39)$	$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{\alpha_v}{T} P = -\frac{\partial^2 f}{\partial T \partial v} \quad (2.43)$
$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s \quad (2.40)$	$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\frac{\beta_p}{T} v = -\frac{\partial^2 g}{\partial T \partial P} \quad (2.44)$

2.6.2 Dérivées partielles des fonctions d'état

La dérivée partielle d'une fonction d'état quelconque z par rapport à une autre fonction d'état quelconque x , une troisième fonction d'état quelconque n restant constante, peut immédiatement se déduire du tableau 2.6 en calculant le rapport suivant:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_n = \frac{N}{D} = f(\alpha_v, \beta_p, c_v, c_p, \sigma, s) \quad (2.45)$$

dans lequel nous avons:

- N , expression située dans la colonne n et la ligne ∂z
- D , expression située dans la colonne n et la ligne ∂x

Dans le tableau 2.7 nous avons posé:

$$\Pi = 1 - \frac{P_a}{P} \quad \text{avec } P_a \text{ pression atmosphérique}$$

$$\Theta = 1 - \frac{T_a}{T} \quad \text{avec } T_a \text{ température atmosphérique}$$

Tableau 2.6 Détermination des dérivées partielles des fonctions d'état thermodynamiques.

Constantes									
	v	P	T	u	h	s	f	g	σ
de	0	$\frac{v}{T}$	$\frac{1}{\alpha_v P}$	$\frac{c_v}{\alpha_v P}$	$\frac{\alpha_v uP + c_v T}{\alpha_v P T}$	$\frac{c_v}{\alpha_v P}$	$-\frac{s}{\alpha_v P}$	$\frac{\alpha_v uP - Ts}{\alpha_v P T}$	$\frac{\sigma \alpha_v uP - c_v T}{\alpha_v P T}$
dP	$\frac{P}{T}$	0	$-\frac{1}{\beta_p v}$	$\frac{\beta_p uP - c_p T}{\beta_p v T}$	$-\frac{c_p}{\beta_p v}$	$-\frac{c_p}{\beta_p v}$	$\frac{sT + \beta_p uP}{\beta_p v T}$	$-\frac{s}{\beta_p v}$	$\frac{c_p}{\beta_p v}$
dT	$\frac{1}{\alpha_v}$	$\frac{1}{\beta_p}$	0	$1 - \frac{\alpha_v}{\alpha_v}$	$\frac{1 - \beta_p}{\beta_p}$	-1	$\frac{1}{\alpha_v}$	$\frac{1}{\beta_p}$	$\frac{\beta_p + \sigma}{\beta_p}$
du	$\frac{c_v}{\alpha_v}$	$\frac{c_p T - \beta_p uP}{\beta_p T}$	$\frac{\alpha_v - 1}{\alpha_v}$	0	$\frac{c_p}{\beta_p} - \frac{c_v}{\alpha_v} \frac{uP}{T}$	$-\frac{c_v}{\alpha_v}$	$\frac{c_v - (\alpha_v - 1)s}{\alpha_v}$	$\frac{c_p + (1 - \alpha_v)s - uP}{\beta_p} - \frac{uP}{T}$	$\frac{c_v}{\alpha_v} - \frac{\sigma uP}{\beta_p T}$
dP	$\frac{\alpha_v uP + c_v T}{\alpha_v T}$	$\frac{c_p}{\beta_p}$	$\frac{\beta_p - 1}{\beta_p}$	$\frac{c_v}{\alpha_v} - \frac{c_p}{\beta_p} \frac{uP}{T}$	0	$-\frac{c_p}{\beta_p}$	$\frac{c_v + \left(1 - \frac{\beta_p}{\beta_p}\right)s + \frac{uP}{T}}{\alpha_v}$	$\frac{c_p - (\beta_p - 1)s}{\beta_p}$	$\frac{c_p(\sigma + 1)}{\beta_p}$
dT	$\frac{c_v}{\alpha_v T}$	$\frac{c_p}{\beta_p T}$	$\frac{1}{T}$	$\frac{c_v}{\alpha_v T}$	$\frac{c_p}{\beta_p T}$	0	$\frac{c_v - \alpha_v s}{\alpha_v T}$	$\frac{c_p - \beta_p s}{\beta_p T}$	$\frac{\sigma_p}{T \beta_p}$
dP	$-\frac{s}{\alpha_v}$	$-\left(\frac{\beta_p uP + sT}{\beta_p T}\right)$	$-\frac{1}{\alpha_v}$	$-\frac{c_v + (\alpha_v - 1)s}{\alpha_v}$	$-\frac{c_v}{\alpha_v} \left(\frac{\beta_p - 1}{\beta_p}\right) \frac{uP}{T} - \frac{uP}{T}$	$\frac{\alpha_v s - c_v}{\alpha_v}$	0	$\left(\frac{\alpha_v - \beta_p}{\alpha_v \beta_p}\right) \frac{uP}{T} + \frac{uP}{T}$	$\frac{c_p - (\sigma + \beta_p)s}{\beta_p} - \frac{\sigma uP}{T}$
dT	$\frac{\alpha_v uP - sT}{\alpha_v T}$	$-\frac{s}{\beta_p}$	$\frac{1}{\beta_p}$	$-\frac{\alpha_v c_p + (\alpha_v - 1)\beta_p s}{\alpha_v \beta_p} \frac{uP}{T} + \frac{uP}{T}$	$-\frac{c_p + (\beta_p - 1)s}{\beta_p}$	$-\frac{c_p + \beta_p s}{\beta_p}$	$\left(\frac{\beta_p - \alpha_v}{\alpha_v \beta_p}\right) \frac{uP}{T} - \frac{uP}{T}$	0	$\frac{c_p - (\beta_p + \sigma)s}{\beta_p}$

Tableau 2.7 Complément du tableau 2.6 (voir équ. (2.51).

Différentielles	Constantes	
	j	k
∂v	$\frac{\Theta c_v}{\alpha_v P}$	$\frac{\alpha_v v P + \Theta c_v T}{\alpha_v P T}$
∂P	$\frac{\Pi \beta_p v P - \Theta c_p T}{\beta_p v T}$	$-\frac{\Theta c_p}{\beta_p v}$
∂T	$\frac{\Pi - \alpha_v \Theta}{\alpha_v}$	$\frac{1 - \beta_p \Theta}{\beta_p}$
∂u	$\frac{(\Pi - \Theta) c_v}{\alpha_v}$	$\frac{\alpha_v c_p T - \beta_p \Theta c_v T - \alpha_v \beta_p v P}{\alpha_v \beta_p T}$
∂h	$\frac{(\Pi - \Theta) c_p T + \beta_p \Pi v P}{\beta_p T}$	$\frac{(1 - \Theta) c_p}{\beta_p}$
∂s	$\frac{\Pi c_v}{\alpha_v T}$	$\frac{c_p}{\beta_p T}$
∂f	$\frac{(\alpha_v \Theta - \Pi) s - \Theta c_v}{\alpha_v}$	$\frac{(\Theta \alpha_v \beta_p T - \alpha_v T) s - \Theta \beta_p c_v T - \alpha_v \beta_p v P}{\alpha_v \beta_p T}$
∂g	$\frac{(\Theta \alpha_v \beta_p T - \Pi \beta_p T) s - \Theta \alpha_v c_p T + \Pi \alpha_v \beta_p v P}{\alpha_v \beta_p T}$	$\frac{(\beta_p \Theta - 1) s - \Theta c_p}{\beta_p}$
∂j	0	$\frac{\Theta \alpha_v c_p T - \Pi \alpha_v \beta_p v P - \Theta \pi \beta_p c_v T}{\alpha_v \beta_p T}$
∂k	$\frac{\Pi \alpha_v \beta_p v P - \Theta \alpha_v c_p T + \Theta \Pi \beta_p c_v T}{\alpha_v \beta_p T}$	0

Soit par exemple à calculer la dérivée partielle $(\partial h / \partial P)_T$. Il suffit de prélever dans la colonne T du tableau 2.6 les expressions :

$$\partial h = \frac{\beta_p - 1}{\beta_p} \quad \partial P = -\frac{1}{\beta_p v} \quad (2.46)$$

pour obtenir immédiatement :

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\beta_p - 1}{\beta_p} \right) \left(\frac{-1}{\beta_p v} \right)^{-1} = (1 - \beta_p) v \quad (2.47)$$

Le mécanisme d'utilisation du tableau 2.6 se justifie de la façon suivante. Etant donné 5 fonctions d'état x, y, z, n et w et le système étant bivariant, nous pouvons écrire, en vertu des propriétés différentielles (2.7) et (2.11) :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_n = \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_n}{\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_n} \quad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_n = \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_n}{\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_n} \quad (2.48)$$

ce qui montre que, lorsqu'une fonction d'état n est fixée, toute dérivée partielle peut être calculée par le quotient de deux dérivées partielles, ces dernières étant toujours prises par rapport à la même fonction d'état quelconque w .

Etant donné (2.48), la propriété différentielle (2.10) peut se mettre sous les formes :

$$\frac{\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_x}{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_x} \cdot \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_y}{\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_y} \cdot \frac{\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_z}{\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_z} = -1 \quad \frac{\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_x}{\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_y} \cdot \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_y}{\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)_z} \cdot \frac{\left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_z}{\left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)_x} = -1 \quad (2.49)$$

ce qui montre qu'il est toujours possible d'avoir simultanément :

$$\left(\frac{b \partial y}{d \partial w}\right)_x = -\left(\frac{a \partial x}{d \partial w}\right)_y \quad \text{et} \quad \left(\frac{c \partial z}{d \partial w}\right)_y = -\left(\frac{b \partial y}{d \partial w}\right)_z \quad \text{et} \quad \left(\frac{a \partial x}{d \partial w}\right)_z = -\left(\frac{c \partial z}{d \partial w}\right)_x \quad (2.50)$$

où a, b, c et d peuvent être fonction de $v, P, T, s, \alpha_v, \beta_p, c_v$ et c_p .

Relevons que si on substitue ∂v par $-P dv$, ∂P par $v \partial P$ et ds par $T \partial s$ dans la première colonne du tableau 2.6, ce tableau devient une **matrice antisymétrique**, ce qui réduit de moitié le nombre d'expressions à connaître.

L'intérêt de ce tableau réside dans le fait qu'il permet d'établir avec précision n'importe quelle dérivée partielle, cela dans un contexte général ordonné et clair où les symétries sont mises en évidence.

Naturellement, le tableau 2.6 peut être étendu à toutes les fonctions d'état. Par exemple, il pourrait comporter la coénergie massique j et la coenthalpie massique k qui seront introduites au chapitre 10 et qui sont définies par les relations :

$$j \equiv u + P_a v - T_a s \quad (2.51)$$

$$k \equiv h - T_a s$$

où P_a et T_a sont respectivement la pression et la température de l'atmosphère. Le tableau 2.7 indique les colonnes qu'il conviendrait alors d'ajouter, étant bien entendu que les lignes correspondantes ∂j et ∂k comportent les mêmes expressions, changées de signe.

Certes, l'élaboration des tableaux 2.6 et 2.7 est extrêmement délicate [22]. Mais, une fois ce travail fait, il s'ensuit un allègement considérable de l'ensemble

des développements mathématiques qui, traditionnellement, envahissent les manuels de thermodynamique au risque de rebuter le lecteur. En effet, il est bien connu que l'établissement des nombreuses relations et équations dont on a besoin conduit en général à une jonglerie fastidieuse de dérivées partielles. Au contraire, l'établissement des mêmes relations et équations à l'aide du tableau devient extrêmement simple. Il devient en outre élégant grâce à l'introduction des facteurs adimensionnels. C'est pourquoi nous utiliserons systématiquement ce tableau dans ce qui suit.

2.6.3 Equations différentielles reliant les fonctions d'état

Il est possible de déduire directement du tableau 2.6 toutes les relations différentielles entre les grandeurs thermodynamiques définies précédemment.

L'équation d'état d'un corps quelconque étant considérée sous la forme explicite :

$$T = T(v, P) \quad (2.52)$$

nous avons en vertu de la propriété différentielle (2.9), l'équation :

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P dv + \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v dP \quad (2.53)$$

Il suffit de prélever dans le tableau 2.6 les expressions :

Colonne P	Colonne v	
$\partial T = \frac{1}{\beta_p}$	$\partial T = \frac{1}{\alpha_v}$	(2.54)
$\partial v = \frac{v}{T}$	$\partial P = \frac{P}{T}$	

pour obtenir l'équation différentielle (2.55), qui est valable pour un fluide réel. Cette relation se réduit à l'équation (2.56) dans le cas des gaz parfaits et semi-parfaits, dont les facteurs thermiques α_v , β_p , γ_t sont égaux à 1.

Avec la même méthode, il est aisé d'établir notamment les autres équations différentielles du tableau 2.8.

L'équation (2.67) résulte de l'élimination de ds entre les équations (2.63) et (2.65).

La formule de Mayer généralisée correspondant à l'équation (2.71) est obtenue en introduisant la définition de β_p (2.17) dans l'équation (2.69).

Les formules (2.73) et (2.75) sont obtenues en éliminant c_v , respectivement c_p , entre l'équation (2.71) et la relation (2.35).

L'expression (2.77) concernant la chaleur spécifique polytrophe est obtenue à partir de la définition (2.27), du tableau 2.6, et de l'équation (2.75).

A partir des définitions données dans le tableau 2.4, et en tenant compte des relations (2.77) et (2.79), le tableau 2.6 permet d'obtenir les expressions générales des facteurs calorifiques polytropes (2.81) à (2.88).

Comme la transformation isentrope jouera un rôle particulièrement important dans de nombreuses applications pratiques, il est intéressant d'établir les facteurs calorifiques isentropes α_s , β_s et γ_s . Pour cela, il suffit de poser $\sigma = 0$ (tab. 2.3) dans les relations (2.81) à (2.86), qui se réduisent alors aux relations (2.89 à 2.94).

Toutes les relations figurant dans les tableaux 2.8 à 2.12 présentent un intérêt considérable à cause de leur caractère général. Elles donnent une vision claire des relations existant entre les grandeurs qui caractérisent le comportement thermodynamique d'un système fermé homogène. Elles permettent de calculer n'importe laquelle de ces grandeurs à partir des facteurs thermiques α_v , β_p et γ_r , du facteur calorifique γ et du facteur polytrophe σ , et cela aussi bien pour les fluides réels (colonne de gauche) que pour les gaz parfaits ou semi-parfaits (colonne de droite).

Tableau 2.8 Relations différentielles pour des fluides réels et des gaz parfaits ou semi-parfaits.

Fluides réels	Gaz parfaits ou semi-parfaits
$\frac{dT}{T} = \frac{1}{\beta_p} \frac{dv}{v} + \frac{1}{\alpha_v} \frac{dP}{P} \quad (2.55)$	$\frac{dT}{T} = \frac{dv}{v} + \frac{dP}{P} \quad (2.56)$
$du = (\alpha_v - 1)Pdv + c_v dT \quad (2.57)$	$du = c_v dT \quad (2.58)$
$dh = (1 - \beta_p)vdP + c_p dT \quad (2.59)$	$dh = c_p dT \quad (2.60)$
$ds = \frac{c_p}{\beta_p} \frac{dv}{v} + \frac{c_v}{\alpha_v} \frac{dP}{P} \quad (2.61)$	$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} \quad (2.62)$
$ds = \frac{\alpha_v P}{T} dv + c_v \frac{dT}{T} \quad (2.63)$	$ds = r \frac{dv}{v} + c_v \frac{dT}{T} \quad (2.64)$
$ds = -\frac{\beta_p v}{T} dP + c_p \frac{dT}{T} \quad (2.65)$	$ds = -r \frac{dP}{P} + c_p \frac{dT}{T} \quad (2.66)$

Tableau 2.9 Relations entre les chaleurs spécifiques, les facteurs thermiques et les facteurs calorifiques.

Fluides réels	Gaz parfaits ou semi-parfaits
$c_p - c_v = \alpha_v P \frac{dv}{dT} + \beta_p v \frac{dP}{dT}$ (2.67)	$c_p - c_v = P \frac{dv}{dT} + v \frac{dP}{dT}$ (2.68)
(à $P = \text{cste}$)	
$c_p - c_v = \alpha_v P \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$ (2.69)	$c_p - c_v = P \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$ (2.70)
Formule de Mayer généralisée	Formule de Mayer
$c_p - c_v = \alpha_v \beta_p \frac{vP}{T}$ (2.71)	$c_p - c_v = \frac{vP}{T} = r$ (2.72)
$c_v = \frac{\alpha_v \beta_p}{\gamma - 1} \frac{vP}{T}$ (2.73)	$c_v = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{vP}{T} = \frac{r}{\gamma - 1}$ (2.74)
$c_p = \frac{\alpha_v \beta_p \gamma}{\gamma - 1} \frac{vP}{T}$ (2.75)	$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{vP}{T} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r$ (2.76)
$c_\sigma = \frac{\sigma}{\beta_p + \sigma} c_p$ (2.77)	$c_\sigma = \frac{\sigma}{1 + \sigma} c_p$ (2.78)
$c_\sigma = \frac{\alpha_v \beta_p \gamma}{(\gamma - 1)(\beta_p + \sigma)} \frac{vP}{T}$ (2.79)	$c_\sigma = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(1 + \sigma)} r$ (2.80)

Tableau 2.10 Expressions générales des facteurs calorifiques polytropes et relations entre eux.

Fluides réels	Gaz parfaits ou semi-parfaits
$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_v} = \frac{\beta_p \gamma}{(\gamma - 1)(\beta_p + \sigma)}$ (2.81)	$\alpha_\sigma = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(1 + \sigma)}$ (2.82)
$\frac{\beta_\sigma}{\beta_p} = -\frac{\beta_p - (\gamma - 1)\sigma}{(\gamma - 1)(\beta_p + \sigma)}$ (2.83)	$\beta_\sigma = -\frac{1 - (\gamma - 1)\sigma}{(\gamma - 1)(1 + \sigma)}$ (2.84)
$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_t} = \frac{\beta_p \gamma}{\beta_p - (\gamma - 1)\sigma}$ (2.85)	$\gamma_\sigma = \frac{\gamma}{1 - (\gamma - 1)\sigma}$ (2.86)
$1 - \frac{\alpha_\sigma}{\alpha_v} = \frac{\beta_\sigma}{\beta_p} = \frac{1}{1 - \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_t}}$ (2.87)	$1 - \alpha_\sigma = \beta_\sigma = \frac{1}{1 - \gamma_\sigma}$ (2.88)

Tableau 2.11 Expressions générales des facteurs calorifiques isentropes.

Fluides réels		Gaz parfaits ou semi-parfaits	
$\frac{\alpha_s}{\alpha_v} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$	(2.89)	$\alpha_s = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$	(2.90)
$\frac{\beta_s}{\beta_p} = -\frac{1}{\gamma - 1}$	(2.91)	$\beta_s = -\frac{1}{\gamma - 1}$	(2.92)
$\frac{\gamma_s}{\gamma_t} = \frac{1}{1 - \Gamma} = \gamma$	(2.93)	$\gamma_s = \frac{1}{1 - \Gamma} = \gamma$	(2.94)

Tableau 2.12 Relations entre les facteurs calorifiques polytropes et les facteurs calorifiques isentropes.

Fluides réels		Gaz parfaits ou semi-parfaits	
$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_s} = \frac{\beta_p}{\beta_p + \sigma}$	(2.95)	$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_s} = \frac{1}{1 + \sigma}$	(2.96)
$\frac{\beta_\sigma}{\beta_s} = \frac{\beta_p - (\gamma - 1)\sigma}{\beta_p + \sigma}$	(2.97)	$\frac{\beta_\sigma}{\beta_s} = \frac{1 - (\gamma - 1)\sigma}{1 + \sigma}$	(2.98)
$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_s} = \frac{\beta_p}{\beta_p - (\gamma - 1)\sigma}$	(2.99)	$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_s} = \frac{1}{1 - (\gamma - 1)\sigma}$	(2.100)

Remarque

Dans les éditions antérieures, nous avons défini le *facteur calorifique* λ par la relation :

$$\lambda \equiv \frac{c_v}{c_p} = \frac{1}{\gamma} \quad (2.101)$$

On trouve également dans la littérature technique le symbole κ à la place du symbole γ .

2.7 EXTENSION À L'ÉVOLUTION DES SYSTÈMES FERMÉS HÉTÉROGÈNES ET NOTION D'ÉQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

2.7.1 Généralités

Considérons différents systèmes hétérogènes dont les sous-systèmes ne sont, initialement, pas en équilibre thermodynamique entre eux. A partir des Principes de

Les considérations précédantes permettent d'énoncer ce qui suit:

- **L'entropie d'un système isochore, adiabate et fermé ne peut qu'augmenter**, à cause des irréversibilités. A l'équilibre (signe =), elle resterait constante, après avoir atteint une valeur maximale.
- **L'entropie d'un système isobare, adiabate et fermé ne peut qu'augmenter**, à cause des irréversibilités. A l'équilibre, elle resterait constante, après avoir atteint une valeur maximale.
- **L'énergie libre d'un système isochore, isotherme et fermé ne peut que diminuer** à cause des irréversibilités. A l'équilibre, elle resterait constante, après avoir atteint une valeur minimale.
- **L'enthalpie libre d'un système isobare, isotherme et fermé ne peut que diminuer**, à cause des irréversibilités. A l'équilibre, elle resterait constante, après avoir atteint une valeur minimale.

2.7.2 Equilibre mécanique

A la section 1.5, nous avons introduit la notion d'équilibre mécanique caractérisé, dans l'exemple du système isochore, adiabate et fermé de la figure 1.13(b), par l'équilibre des pressions un certain temps après l'ouverture de la soupape reliant les deux cavités considérées. Nous avons vu que cette opération est fortement dissipative (éq. (2.104)).

2.7.3 Equilibre thermique

Considérons le système fermé et adiabate de la figure 2.1(a) qui, s'il est de plus isochore (frontière indéformable), répond aux équations (2.102) et (2.104). (Avec un système fermé, adiabate et isobare (frontière déformable), le raisonnement serait analogue). Admettons que les deux sous-systèmes α et β sont initialement à des températures T_α et T_β différentes, et séparés par une paroi conductrice.

Les conditions ci-dessus s'expriment notamment par le bilan d'énergie-chaleur:

$$\delta Q = \delta Q_{\beta\alpha} + \delta Q_{\alpha\beta} = 0 \quad (2.114)$$

Le Deuxième Principe donne, en vertu des relations de la section 1.5:

$$dS = \delta S^i = \left(\frac{1}{T_\alpha} - \frac{1}{T_\beta} \right) \delta Q_{\beta\alpha} \geq 0 \quad (2.115)$$

Il en résulte que:

- si $T_\beta \geq T_\alpha$ alors $\delta Q_{\beta\alpha} = -\delta Q_{\alpha\beta} \geq 0$
- si $T_\beta \leq T_\alpha$ alors $\delta Q_{\beta\alpha} = -\delta Q_{\alpha\beta} \leq 0$

L'état évolue et tend vers un état d'équilibre thermique correspondant au signe égal de l'équation (2.115), caractérisé par:

$$T_\alpha = T_\beta \quad (2.117)$$

ce qui entraîne également:

$$\delta Q_{\beta\alpha} = -\delta Q_{\alpha\beta} = 0 \quad (2.118)$$

$$dT_\alpha = dT_\beta = 0$$

Ce résultat montre que, *dans un système en équilibre thermique, les sous-systèmes sont à la même température constante.*

Cette conclusion est conforme au Principe Zéro, qui a été traité à la section 1.2.

2.7.4 Equilibre physique

Considérons le système fermé et isotherme de la figure 2.1(b), qui s'il est de plus isochore (frontière indéformable) répond aux équations (2.105), (2.107) et (2.112). (Avec un système fermé, isochore et isobare (frontière déformable), le raisonnement serait analogue). Ce système n'est le siège d'aucune réaction chimique. Les deux sous-systèmes homogènes α et β contiennent entre autres une substance i qui est initialement à des potentiels chimiques $\mu_{i,\alpha}$ et $\mu_{i,\beta}$ différents, mais qui peut passer librement d'un sous-système à l'autre.

Les conditions ci-dessus s'expriment par:

$$\begin{aligned} dV_\alpha &= -dV_\beta &= 0 \\ dT_\alpha &= dT_\beta &= 0 \\ dM_i &= dM_{i,\beta\alpha} + dM_{i,\alpha\beta} = 0 \end{aligned} \quad (2.119)$$

Le Deuxième Principe donne, en vertu des équations (1.188) et (2.112) et en tenant compte du fait qu'il n'y a pas de réaction chimique:

$$\begin{aligned} dF_i &= \mu_{i,\alpha} dM_{i,\beta\alpha} + \mu_{i,\beta} dM_{i,\alpha\beta} \leq 0 \\ &= (\mu_{i,\alpha} - \mu_{i,\beta}) dM_{i,\beta\alpha} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.120)$$

Il en résulte que:

$$\begin{aligned} &\bullet \text{ si } \mu_{i,\beta} \geq \mu_{i,\alpha} \text{ alors } dM_{i,\beta\alpha} \geq 0 \\ &\bullet \text{ si } \mu_{i,\beta} \leq \mu_{i,\alpha} \text{ alors } dM_{i,\beta\alpha} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.121)$$

ce qui signifie que *la substance i passe du sous-système où son potentiel chimique est le plus élevé à l'autre sous-système*. Il en résulte que le potentiel chimique le plus élevé diminue, l'autre augmentant. L'état du système évolue et tend vers un état d'équilibre physique caractérisé par la condition:

$$(\mu_{i,\alpha} - \mu_{i,\beta})dM_{i,\beta\alpha} = 0 \quad (2.122)$$

c'est-à-dire par :

$$\mu_{i,\alpha} = \mu_{i,\beta} \quad (2.123)$$

ce qui entraîne également :

$$dM_{i,\beta\alpha} = dM_{i,\alpha\beta} = 0 \quad (2.124)$$

$$d\mu_{i,\alpha} = d\mu_{i,\beta} = 0$$

Ce résultat montre que, *dans un système en équilibre physique, les sous-systèmes sont au même potentiel chimique pour chaque substance chimique.*

2.7.5 Equilibre chimique

Considérons un système similaire à celui de la figure 2.1(b), c'est-à-dire fermé et isotherme mais isobare (frontière déformable), répondant aux équations (2.106), (2.107) et (2.113). (Avec un système fermé, isotherme et isochore (frontière indéformable), le raisonnement serait analogue). Ce système contient diverses substances i susceptibles de réagir chimiquement entre elles.

Les conditions ci-dessus s'expriment par :

$$dP = 0 \quad dT = 0 \quad (2.125)$$

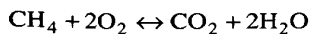
Toute réaction chimique en quantité finie se traduit par une relation de la forme :

$$\sum_i [M_i] \leftrightarrow \sum_j [M_j] \quad (2.126)$$

dans laquelle nous avons :

- M_i masse d'une substance i figurant au membre de gauche
- M_j masse d'une substance j figurant au membre de droite

Voici un exemple :



$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} i \left\{ \begin{array}{l} \text{CH}_4 \\ \text{O}_2 \end{array} \right. & \begin{array}{l} M_{i1} = 16 \text{ kg} \\ M_{i2} = 64 \text{ kg} \end{array} \\ \\ \begin{array}{l} j \left\{ \begin{array}{l} \text{CO}_2 \\ \text{H}_2\text{O} \end{array} \right. & \begin{array}{l} M_{j1} = 44 \text{ kg} \\ M_{j2} = 36 \text{ kg} \end{array} \end{array} \quad (2.127)$$

Pour une réaction chimique en quantité infiniment petite, la relation (2.126) s'écrit :

$$\sum_i [M_i d\xi] \leftrightarrow \sum_j [M_j d\xi] \quad (2.128)$$

où ξ est l'**état d'avancement** de la réaction.

Nous avons donc :

$$dM_i = -M_i d\xi \quad (2.129)$$

$$dM_j = M_j d\xi$$

Le Deuxième Principe donne, en vertu des équations (1.147) et (2.113):

$$dG = \sum_i [\mu_i dM_i] + \sum_j [\mu_j dM_j] \leq 0 \quad (2.130)$$

Introduisons maintenant la grandeur A qui est appelée **affinité** et qui est définie par la relation :

$$A = \sum_i [M_i \mu_i] - \sum_j [M_j \mu_j] \quad (2.131)$$

En tenant compte de (2.129) et (2.131), l'inégalité (2.130) donne :

$$A d\xi \geq 0 \quad (2.132)$$

Il en résulte que :

- si $A \geq 0$ alors $d\xi \geq 0$
 - si $A \leq 0$ alors $d\xi \leq 0$
- (2.133)

ce qui signifie que **la réaction chimique s'effectue dans le sens pour lequel l'affinité est positive**. Il en résulte que l'affinité diminue. L'état du système évolue et tend vers un état d'équilibre chimique caractérisé par la condition :

$$A d\xi = 0 \quad (2.134)$$

c'est-à-dire par :

$$A = 0 \quad (2.135)$$

ce qui entraîne également :

$$d\xi = 0 \quad dA = 0 \quad (2.136)$$

Ce résultat montre que, *dans un système en équilibre chimique, l'affinité est nulle.*

Remarquons que, en vertu des équations (1.144) à (1.147) et des relations ci-dessus, l'affinité est liée à l'énergie interne, l'enthalpie, l'énergie libre et l'enthalpie libre par les relations :

$$A = -\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_S = -\left(\frac{\partial H}{\partial \xi}\right)_P = -\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_T = -\left(\frac{\partial G}{\partial \xi}\right)_T \quad (2.137)$$

Selon le développement précédent, il semblerait que l'équilibre chimique doive être pris en considération dans la majorité des problèmes faisant intervenir diverses substances chimiques i . Heureusement, il n'en est pas ainsi en pratique.

En effet, une réaction chimique n'est pas instantanée. La vitesse de réaction dépend d'un phénomène de frottement interne qui paralyse plus ou moins la réaction. D'une part, il est possible, soit d'augmenter la vitesse de réaction chimique avec des substances appelées *catalyseurs*, soit de la diminuer avec d'autres substances appelées *anticatalyseurs*. D'autre part, le frottement interne dépendant très fortement de la température, la vitesse de réaction est d'autant plus faible que la température est basse. On constate que, souvent, la vitesse de réaction est négligeable par rapport à la vitesse avec laquelle un autre genre d'équilibre est atteint. Dans certains cas même, la vitesse de réaction est pratiquement nulle, de sorte que le déséquilibre chimique persiste. Le système est dans une sorte d'équilibre métastable. Nous dirons qu'il est en *équilibre chimique bloqué*. On peut alors traiter le problème en admettant que les substances i sont chimiquement inertes, c'est-à-dire indépendantes les unes des autres. Autrement dit, on peut admettre que le système se comporte comme un mélange purement physique.

2.7.6 Conditions de stabilité de l'équilibre

Il existe différentes *qualités* d'équilibre. D'une façon générale, on distingue :

- l'équilibre *instable*
- l'équilibre *stable*
- l'équilibre *métastable*
- l'équilibre *indifférent*
- l'équilibre *bloqué*

Nous allons décrire ces différents équilibres à l'aide du système mécanique simple représenté par la figure 2.2. Il s'agit d'une boule en équilibre mécanique statique sur une surface géodésique.

Dans la position (a), le centre de gravité de la boule est le plus haut possible, l'énergie potentielle de situation est maximale et le système ne revient pas à sa position après la disparition d'une perturbation, si légère soit-elle. Le système est en *équilibre instable*.

Dans la position (b), le centre de gravité est le plus bas possible, l'énergie potentielle est minimale et le système revient à sa position après la disparition d'une perturbation, même importante. Le système est en **équilibre stable**.

Dans la position (c), le centre de gravité est localement le plus bas possible, l'énergie potentielle est localement minimale et le système revient comme dans le cas (b) à sa position après la disparition d'une petite perturbation, mais n'y revient pas si la perturbation est trop importante. Donc l'équilibre, quoique stable, est moins stable que dans le cas (b). Le système est en **équilibre métastable**.

Dans la position (d), le centre de gravité est à une altitude constante, l'énergie potentielle est constante et le système ne revient pas à sa position après la disparition d'une perturbation, si légère soit-elle, mais reste au contraire en équilibre dans n'importe quelle position. Le système est en **équilibre indifférent**.

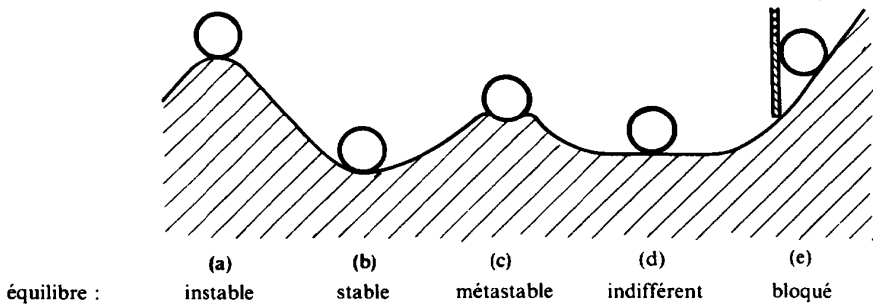


Fig. 2.2 Système mécanique simple (boule) en équilibre statique.

Enfin, dans la position (e), la boule est retenue le long de la pente par une pièce simulant un frottement interne et le système reste dans cette position tant qu'aucun événement n'arrive à vaincre le frottement. Le système est en **équilibre bloqué**.

Les notions d'équilibre instable, stable, métastable, indifférent et bloqué sont très générales et sont valables non seulement pour les équilibres mécaniques, mais aussi pour les équilibres thermodynamiques. Quelles que soient les opérations appliquées à un système thermodynamique, ce dernier tend à évoluer de façon à atteindre, non seulement un équilibre mécanique stable, mais aussi un équilibre thermodynamique stable. En d'autres termes, il est impossible de réaliser de façon durable soit un équilibre mécanique instable, soit un équilibre thermodynamique instable.

En ce qui concerne l'équilibre thermodynamique en général, les relations (2.104), (2.112) et (2.113) montrent que l'équilibre thermodynamique est **stable** lorsque :

- pour U et V constants, S est maximale
- pour H et P constants, S est maximale
- pour T et V constants, F est minimale
- pour T et P constants, G est minimale

Les deux premiers résultats peuvent être présentés autrement en permutant les rôles respectifs de U et S , d'une part, et de H et S , d'autre part. On peut en effet montrer que l'équilibre thermodynamique est **stable** lorsque :

- pour S et V constants, U est minimale
- pour S et P constants, H est minimale
- pour T et V constants, F est minimale
- pour T et P constants, G est minimale

Toutes les considérations qui viennent d'être faites au sujet d'un système en équilibre stable sont également valables lorsque le système est en **équilibre métastable**. La seule différence réside dans le fait que les extrema, au lieu d'être des extrema absolus, sont des extrema locaux.

Bilans des grandeurs extensives

3.1 BILANS SPATIAL, LOCAL, SUBSTANTIEL ET PARTICULAIRE D'UNE GRANDEUR EXTENSIVE SCALAIRE

3.1.1 Généralités

Considérons d'une manière générale un *système ouvert*, limité par une *frontière quelconque (déformable ou non)* et animé d'un *mouvement quelconque ou immobile par rapport à un référentiel considéré comme fixe*.

Ce système, qui est représenté dans la figure 3.1, est susceptible de transférer entre lui-même et l'extérieur de l'énergie-travail, de l'énergie-chaleur et de la masse. Il peut être soumis à des champs de forces à distance (exemple: gravité).

Soit une grandeur extensive scalaire A . La grandeur massique correspondante est a .

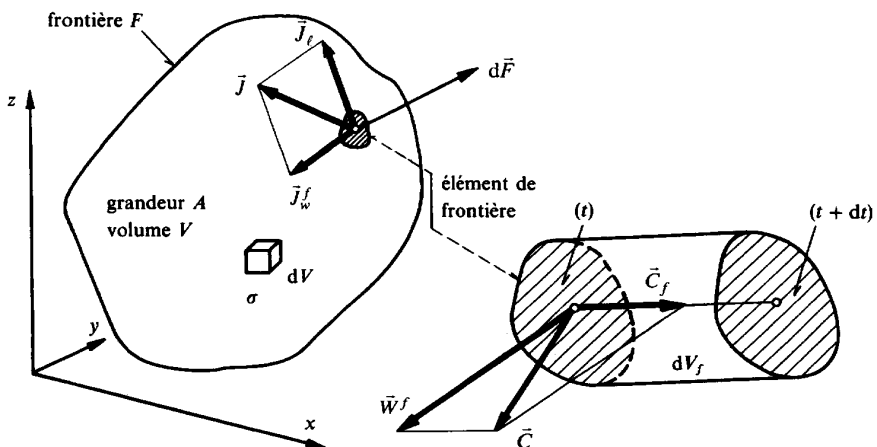


Fig. 3.1 Système ouvert quelconque, avec frontière déformable et mobile.

3.1.2 Bilan spatial

Introduction

D'une façon générale, la valeur de A exprimée en unités génériques $[U]$ à l'intérieur du système est, à un instant quelconque :

$$A = \iiint_V \rho a \, dV \quad [U] \quad (3.1)$$

Le *taux de variation spatial* de A est donné par la dérivée dA/dt de A par rapport au temps. Les causes de variation de A peuvent être liées à deux phénomènes différents : les *flux* et les *sources* (ou les puits) [61], [98], [123].

Flux de A à travers la frontière F

En comptant positivement ce qui entre dans le système, le flux de A à travers la frontière F est donné par l'intégrale de surface :

$$-\iint_F \vec{J} \cdot d\vec{F} \quad \left[\frac{U}{s} \right] \quad (3.2)$$

dans laquelle nous définissons :

- \vec{J} *vecteur flux surfacique total* relatif à A , exprimé en $[U/(m^2 s)]$
- $d\vec{F}$ *élément de frontière*, exprimé par un vecteur normal à la surface et dirigé vers l'extérieur

Remarquons que, contrairement à l'acception usuelle en physique, le concept de *flux* contient déjà la dérivation par rapport au temps. Par ailleurs, afin d'alléger le texte, l'expression *vecteur flux surfacique* est réduite au terme *flux* dans tout ce qui suit.

Ce flux peut être décomposé en plusieurs flux, selon la relation :

$$\vec{J} = \vec{J}_c - \vec{J}_f + \vec{J}_\ell = \vec{J}_w^f + \vec{J}_\ell \quad (3.3)$$

Le terme \vec{J}_c est un *flux par déplacement absolu*, caractérisant un flux lié à un écoulement fluide, la grandeur A étant véhiculée par la masse. Nous avons la relation :

$$\vec{J}_c = \rho a \vec{C} \quad (3.4)$$

où \vec{C} est la *vitesse absolue d'une particule fluide*, par rapport au *référentiel fixe*.

Le terme \vec{J}_f est un *flux par déplacement apparent*, mis en jeu seulement lorsque la frontière se déplace. Nous avons la relation :

$$\vec{J}_f = \rho a \vec{C}_f \quad (3.5)$$

où \vec{C}_f est la *vitesse absolue d'un point de la frontière F* , par rapport au *référentiel fixe*.

Le terme \vec{J}_ρ est le **flux total par conduction**, caractérisant un flux lié à un phénomène de transfert de proche en proche, sans déplacement fluide (conduction thermique, conduction électrique, travail mécanique).

Le terme \vec{J}_w^f est un **flux par déplacement relatif**, résultant à la fois du déplacement du fluide et de celui de la frontière. Nous avons la relation:

$$\vec{J}_w^f = \rho \, a \, \vec{W}^f \quad (3.6)$$

où \vec{W}^f est la *vitesse relative d'une particule fluide*, par rapport à un **point bien défini de la frontière F**. En vertu de la loi de composition des vitesses, nous avons:

$$\vec{W}^f = \vec{C} - \vec{C}_f \quad (3.7)$$

$$\vec{J}_w^f = \vec{J}_c - \vec{J}_f \quad (3.8)$$

Lorsque la frontière est traversée par un fluide, le débit-masse élémentaire entrant dans le système est:

$$d\dot{M}^+ = -\rho \, \vec{W}^f \cdot d\vec{F} \quad (3.9)$$

Le flux de A correspondant est alors donné par l'intégrale:

$$-\iint_{F_r} \vec{J}_w^f \cdot d\vec{F} = \iint_{F_r} a \, d\dot{M}^+ \quad (3.10)$$

où F_r désigne les portions de frontière correspondant à des sections fluides.

Source ou puits de A à l'intérieur du volume V

Si nous comptons positivement l'effet d'une source, le taux d'augmentation de A est donné par l'intégrale de volume:

$$\iiint_V \sigma \, dV \quad \left[\frac{U}{s} \right] \quad (3.11)$$

où σ est l'*intensité volumique d'une source de A*, exprimée en $[U/(m^3 \, s)]$. Dans le cas d'un puits, la valeur de σ est négative.

Equation du bilan spatial

En tenant compte à la fois des flux et des sources, nous avons le **taux de variation spatial** de A:

$$\frac{dA}{dt} = -\iint_F \vec{J} \cdot d\vec{F} + \iiint_V \sigma \, dV \quad (3.12)$$

Le **bilan spatial** de A est finalement exprimé par l'équation

$$\frac{dA}{dt} = \iint_{F_r} a \, d\dot{M}^+ - \iint_F \vec{J}_\ell \cdot d\vec{F} + \iiint_V \sigma \, dV \quad (3.13)$$

Régime permanent

Dans le cas particulier d'un système en **régime permanent** (par exemple dans le cas d'un fluide qui s'écoule ou d'un solide qui est le siège de conduction thermique, de conduction électrique, de réaction nucléaire, ...), *toutes les grandeurs locales sont constantes en tout point du système*. Si, de plus, nous choisissons une **frontière indéformable**, il est possible de raisonner par rapport à un **référentiel lié au système**. Nous avons alors, en tout point fixe par rapport à ce référentiel:

$$\rho = \text{cste} \quad a = \text{cste} \quad V = \text{cste} \quad (3.14)$$

Il en résulte, pour l'ensemble du système:

$$A = \text{cste} \quad \frac{dA}{dt} = 0 \quad (3.15)$$

Donc:

Dans le cas particulier d'un système en **régime permanent**, avec une **frontière indéformable**, liée au système, le **taux de variation spatial** de toute grandeur extensive scalaire est nul.

3.1.3 Bilan local

Développement

Le **taux de variation spatial** de A est, selon (3.1):

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_V \rho a \, dV = \iiint_V \frac{\partial(\rho a)}{\partial t} dV + \iiint_V \rho a \frac{d}{dt} (dV) \quad (3.16)$$

La variation élémentaire du volume V est due au déplacement de la frontière F , de sorte que:

$$d(dV) = d\vec{F} \cdot \vec{C}_f \, dt \quad (3.17)$$

Le flux de A correspondant est donc:

$$\iiint_V \rho a \frac{d}{dt} (dV) = \iint_F \rho a \vec{C}_f \cdot d\vec{F} \quad (3.18)$$

La relation (3.16) devient, compte tenu de (3.5) et (3.18):

$$\frac{dA}{dt} = \iiint_V \frac{\partial(\rho a)}{\partial t} dV + \iint_F \vec{J}_f \cdot d\vec{F} \quad (3.19)$$

En identifiant (3.12) et (3.19), et en tenant compte de (3.3), nous obtenons:

$$\iiint_V \frac{\partial(\rho a)}{\partial t} dV = - \iint_F (\vec{J}_c + \vec{J}_\ell) \cdot d\vec{F} + \iiint_V \sigma dV \quad (3.20)$$

En transformant le terme de flux par le théorème d'Ostrogradsky (ou de la divergence), permettant de transformer une intégrale de surface en une intégrale de volume, et en groupant tous les termes sous le même signe intégrale, nous obtenons:

$$\iiint_V \left[\frac{\partial(\rho a)}{\partial t} + \text{div} (\vec{J}_c + \vec{J}_\ell) - \sigma \right] dV = 0 \quad (3.21)$$

Equation du bilan local

Comme les limites d'intégration (frontière F) sont arbitraires, l'expression entre crochets dans (3.21) est identiquement nulle.

Le **bilan local** relatif à A est alors donné par l'équation:

$$\frac{\partial(\rho a)}{\partial t} = -\text{div} (\vec{J}_c + \vec{J}_\ell) + \sigma \quad (3.22)$$

Le terme $\partial(\rho a)/\partial t$ est la *dérivée locale* de (ρa) , c'est-à-dire la dérivée de (ρa) par rapport au temps, en un point lié au **référentiel fixe**.

Régime permanent

Dans le cas particulier d'un système en **régime permanent**, la dérivée locale $\partial(\rho a)/\partial t$ est nulle, et le bilan local (3.22) donne:

$$\text{div} (\vec{J}_c + \vec{J}_\ell) = \sigma \quad (3.23)$$

3.1.4 Bilan substantiel

Convention

Considérons le cas particulier où la frontière F enveloppe une masse bien déterminée de substance. Nous précisons par un astérisque * que la *frontière F^* , qui est en général déformable, et le volume V^* se déplacent avec la matière*. Il est clair que, dans ce cas, nous avons:

$$\begin{aligned}
\bar{C}_f &= \bar{C} & \bar{W}^f &= 0 & \dot{M}^+ &= 0 \\
\bar{J}_f &= \bar{J}_c & \bar{J}_w^f &= 0 & \bar{J} &= \bar{J}_\ell
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Le **taux de variation substantiel** de A est donné par la dérivée DA/Dt où le symbole $D.../Dt$ précise que la dérivée de A par rapport au temps est prise en suivant la matière.

Equation du bilan substantiel

Le **bilan substantiel** de A est alors exprimé, selon (3.13), par l'équation:

$$\frac{DA}{Dt} = - \iint_{F^*} \bar{J}_\ell \cdot d\bar{F} + \iiint_{V^*} \sigma \, dV \tag{3.25}$$

3.1.5 Bilan particulière

Développement

Considérons toujours le cas particulier où la frontière F^* se déplace avec la matière.

Le **taux de variation substantiel** de A est, selon (3.1):

$$\frac{DA}{Dt} = \frac{D}{Dt} \iiint_{V^*} \rho \, a \, dV = \iiint_{V^*} \rho \frac{Da}{Dt} \, dV + \iiint_{V^*} a \frac{D(\rho \, dV)}{Dt} \tag{3.26}$$

Etant donné que la masse élémentaire $\rho \, dV$ est indépendante du temps par hypothèse, la dernière intégrale est nulle, de sorte que la relation ci-dessus se réduit à:

$$\frac{DA}{Dt} = \iiint_{V^*} \rho \frac{Da}{Dt} \, dV \tag{3.27}$$

Le bilan (3.25) donne alors:

$$\iiint_{V^*} \rho \frac{Da}{Dt} \, dV = - \iint_{F^*} \bar{J}_\ell \cdot d\bar{F} + \iiint_{V^*} \sigma \, dV \tag{3.28}$$

En transformant le terme de flux par le théorème d'Ostrogradsky et en groupant tous les termes sous le même signe intégral, nous obtenons:

$$\iiint_{V^*} \left[\rho \frac{Da}{Dt} + \text{div } \bar{J}_\ell - \sigma \right] dV = 0 \tag{3.29}$$

Equation du bilan particulaire

Le *bilan particulaire* relatif à A est alors donné par

$$\rho \frac{Da}{Dt} = - \operatorname{div} \bar{J}_i + \sigma \quad (3.30)$$

Le terme Da/Dt est la *dérivée particulaire* de a , c'est-à-dire la dérivée de a par rapport au temps, en suivant la matière.

3.1.6 Relation entre les dérivées locale et particulaire

Afin d'établir la relation entre la *dérivée locale* $\partial a/\partial t$ et la *dérivée particulaire* Da/Dt , remarquons que la grandeur scalaire massique a , qui caractérise une particule, est fonction de l'espace et du temps suivant la relation :

$$a = a(X, Y, Z, t) \quad (3.31)$$

La dérivation par rapport au temps en suivant la particule donne :

$$\begin{aligned} \frac{Da}{Dt} &= \frac{\partial a}{\partial X} \frac{DX}{Dt} + \frac{\partial a}{\partial Y} \frac{DY}{Dt} + \frac{\partial a}{\partial Z} \frac{DZ}{Dt} + \frac{\partial a}{\partial t} \\ &= \frac{\partial a}{\partial X} C_x + \frac{\partial a}{\partial Y} C_y + \frac{\partial a}{\partial Z} C_z + \frac{\partial a}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Etant donné que C_x , C_y et C_z sont les composantes de la vitesse absolue de la particule, nous obtenons la relation :

$$\frac{Da}{Dt} = \frac{\partial a}{\partial t} + \vec{C} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad} a}$$
(3.33)

3.2 BILANS SPATIAL, LOCAL, SUBSTANTIEL ET PARTICULAIRE D'UNE GRANDEUR EXTENSIVE VECTORIELLE

3.2.1 Généralités

Soit une grandeur extensive vectorielle \vec{A} . La grandeur massique correspondante est \vec{a} .

Nous admettons que le flux de \vec{A} à travers la frontière ne peut être qu'un flux par déplacement, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de flux de \vec{A} par conduction.

Par analogie avec le cas d'une grandeur extensive scalaire, étudié en détail à la section 3.1, nous avons :

$$\bar{A} = \iiint_V \rho \bar{a} dV \quad (3.34)$$

En fait, le bilan d'une grandeur extensive vectorielle nécessite l'introduction d'entités mathématiques plus compliquées que celles qui ont été utilisées jusqu'ici. Il faudrait notamment recourir à des tenseurs. Dans le cadre de cet ouvrage, nous éviterons, en général, l'introduction de ces notions en considérant séparément les projections des vecteurs sur les différents axes de coordonnées.

3.2.2 Bilan spatial

Le *bilan spatial* de \bar{A} est exprimé par l'équation :

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \iint_{F_r} \bar{a} d\dot{M}^+ + \iiint_V \bar{\sigma} dV \quad (3.35)$$

Dans laquelle $\bar{\sigma}$ est l'*intensité volumique d'une source de \bar{A}* , exprimée en [U/(m³ s)].

Dans le cas particulier d'un système en régime permanent, avec une frontière indéformable, le taux de variation spatial de toute grandeur extensive vectorielle est nul, selon la relation :

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = 0 \quad (3.36)$$

3.2.3 Bilan local

Pour le *bilan local*, le fait de travailler avec les projections des vecteurs revient à remplacer le bilan de la grandeur extensive vectorielle par trois bilans de grandeurs extensives scalaires.

Le *flux par déplacement absolu*, relatif à la projection A_i de la grandeur \bar{A} sur l'axe i , est :

$$\bar{J}_{ci} = \rho a_i \bar{C} \quad (3.37)$$

Le *bilan local* relatif à A_i est alors :

$$\frac{\partial(\rho a_i)}{\partial t} = - \operatorname{div} \bar{J}_{ci} + \sigma_i \quad (3.38)$$

Dans le cas particulier d'un système en *régime permanent*, la *dérivée locale est nulle*, selon la relation :

$$\frac{\partial(\rho a_i)}{\partial t} = 0 \quad (3.39)$$

3.2.4 Bilan substantiel

Le *bilan substantiel* de \vec{A} est exprimé par l'équation :

$$\frac{D\vec{A}}{Dt} = \iiint_V \vec{\sigma} dV \quad (3.40)$$

3.2.5 Bilan particulaire

Le *bilan particulaire* relatif à A_i est alors :

$$\rho \frac{Da_i}{Dt} = \sigma_i \quad (3.41)$$

3.2.6 Relation entre les dérivées locale et particulaire

Finalement, la relation entre la dérivée locale et la dérivée particulaire de a_i est :

$$\frac{Da_i}{Dt} = \frac{\partial a_i}{\partial t} + \vec{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} a_i \quad (3.42)$$

Sous forme vectorielle, on peut établir, entre la dérivée locale et la dérivée particulaire de \vec{a} , la relation :

$$\frac{D\vec{a}}{Dt} = \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} + \left(\vec{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \vec{a} \quad (3.43)$$

dans laquelle $\overrightarrow{\text{grad}}$ est l'opérateur défini par l'expression vectorielle :

$$\overrightarrow{\text{grad}} = \frac{\partial}{\partial X} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial Y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial Z} \vec{k} \quad (3.44)$$

où \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} sont les *vecteurs unités* relatifs aux axes de coordonnées du *référentiel fixe*.

3.2.7 Extension

Il est possible d'étendre l'application de l'ensemble des relations établies précédemment aux systèmes qui sont le siège de phénomènes complexes, tels que diffusion ou réaction chimique. Il convient alors d'introduire notamment les fonctions d'état partielles des constituants, telles qu'elles sont définies à la section 1.9 ou aux sections 6.2 et 6.3 concernant les mélanges de gaz parfaits.

3.3 BILAN DE MASSE

3.3.1 Bilan spatial

Introduction

La grandeur extensive scalaire considérée étant la masse M , nous avons, selon (3.1):

$$\begin{aligned} a &= 1 & [-] \\ A = M &= \iiint_V \rho \, dV & [\text{kg}] \end{aligned} \quad (3.45)$$

Flux par déplacement

Les différents *flux de masse* par déplacement sont, selon (3.4), (3.5) et (3.6):

$$\begin{aligned} \vec{J}_{cm} &= \rho \, \vec{C} \\ \vec{J}_{fm} &= \rho \, \vec{C}_f & \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] \\ \vec{J}_{wm}^f &= \rho \, \vec{W}^f \end{aligned} \quad (3.46)$$

Flux par conduction

Comme la masse n'est pas susceptible d'être transférée par un phénomène de conduction, le flux de masse par conduction \vec{J}_{tm} est nul.

Sources

Comme la masse est *conservative*, il n'y a ni source, ni puits de masse, de sorte que σ_m est nul.

Equation du bilan spatial

Le *bilan spatial de masse* est alors exprimé, selon (3.13), par l'équation:

$$\frac{dM}{dt} = \iint_F d\dot{M}^+ = \sum_j \dot{M}_j^+ \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (3.47)$$

3.3.2 Bilan local

Le *bilan local de masse* donné, selon (3.22), par l'équation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \operatorname{div} (\rho \, \vec{C}) \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right] \quad (3.48)$$

où \vec{C} est la vitesse absolue du fluide par rapport à un *référentiel fixe*.

En appliquant (3.33) à la masse volumique ρ et en tenant compte de (3.48), nous obtenons :

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \operatorname{div} (\vec{C}) \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3\text{s}} \right] \quad (3.49)$$

3.3.3 Bilan substantiel

Le *bilan substantiel de masse* est évidemment exprimé, selon (3.25), par l'équation :

$$\frac{DM}{Dt} = 0 \quad (3.50)$$

3.3.4 Bilan particulaire

Le *bilan particulaire de masse* est trivial puisque les deux membres de (3.30) sont nuls.

3.3.5 Remarque

Toutes les relations ci-dessus expriment la conservation de la masse, c'est-à-dire la *continuité*. En particulier, les équations (3.48) et (3.49) sont connues sous le nom d'*équations de continuité*, la première exprimant une propriété *locale* et la seconde une propriété *particulaire*.

3.3.6 Cas particuliers

Fluide incompressible

La masse volumique ρ étant constante, les équations (3.48) et (3.49) se réduisent à l'équation :

$$\operatorname{div} \vec{C} = 0 \quad (3.51)$$

Fluide incompressible et sans viscosité, s'écoulant de façon irrotationnelle dans un canal fixe

Le caractère irrotationnel de l'écoulement est exprimé par la relation :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{C} = 0 \quad (3.52)$$

Il existe alors une fonction potentielle hydrodynamique Φ , telle que la vitesse \vec{C} dérive du potentiel Φ , selon la relation :

$$\vec{C} = \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (3.53)$$

Les relations (3.51) et (3.53) donnent finalement l'équation :

$$\text{lap } \Phi = 0 \quad (3.54)$$

3.4 BILAN D'ÉNERGIE

3.4.1. Bilan spatial

Introduction

La grandeur extensive scalaire considérée étant l'énergie interne totale U_{cz} , nous avons :

$$\begin{aligned} a &= u_{cz} & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\ A = U_{cz} &= \iiint_V \rho u_{cz} dV & [\text{J}] \end{aligned} \quad (3.55)$$

Flux par déplacement

Les différents *flux d'énergie par déplacement* sont, selon (3.4), (3.5) et (3.6) :

$$\begin{aligned} \bar{J}_{cu} &= \rho u_{cz} \vec{C} \\ \bar{J}_{fu} &= \rho u_{cz} \vec{C}_f & \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \\ \bar{J}_{wu}^f &= \rho u_{cz} \vec{W}^f \end{aligned} \quad (3.56)$$

Flux par conduction

Soit \bar{J}_q le *flux d'énergie par conduction dû au transfert-chaleur par conduction thermique*. La somme des puissances-chaleur \dot{Q}^+ correspondantes, reçues par le système, est alors exprimée par la relation :

$$\sum [\dot{Q}^+] = - \iint_F \bar{J}_q \cdot d\vec{F} \quad [\text{W}] \quad (3.57)$$

Les puissances-travail mises en jeu par les *forces* agissant au niveau de la frontière F peuvent également être interprétées comme des *flux d'énergie par conduction*. Pour les applications pratiques, il est intéressant de distinguer les portions de frontière F_s correspondant à des parois solides et celles F_r correspondant à des sections fluides.

Les forces normales et tangentielles exercées sur le système par les parois solides extérieures fournissent les puissances-travail \dot{E}^+ données par la relation :

$$\sum [\dot{E}^+] = \iint_{F_s} \vec{\varphi} \cdot \vec{C}_f d\vec{F} = \iint_{F_s} (\vec{\varphi} \cdot \vec{C}_f) \vec{n} \cdot d\vec{F} \quad [\text{W}] \quad (3.58)$$

dans laquelle nous définissons :

- \vec{n} *vecteur unité* normal à la frontière F et dirigé vers l'extérieur
- $\vec{\varphi}$ *force surfacique* en un point de la paroi solide F_s
- \vec{C}_f *vitesse absolue* de la paroi en ce point, égale à celle de la frontière F_s par rapport au **référentiel fixe**

Les forces de pression qui règnent au droit des sections fluides F_r fournissent au système les puissances-travail données par l'expression :

$$-\iint_{F_r} P d\vec{F} \cdot \vec{C} = -\iint_{F_r} P \vec{C} \cdot d\vec{F} \quad [\text{W}] \quad (3.59)$$

dans laquelle P est la pression en un point de la section fluide F_r .

Etant donné la loi de composition des vitesses (3.7), l'expression (3.59) devient :

$$-\iint_{F_r} P d\vec{F} \cdot \vec{C} = -\iint_{F_r} P \vec{W}^f \cdot d\vec{F} - \iint_{F_r} P \vec{C}_f \cdot d\vec{F} \quad (3.60)$$

Etant donné (3.9), le premier terme est égal à la **puissance-travail de transvasement** (comparer à (1.39)) :

$$\iint_{F_r} v P d\dot{M}^+ \quad (3.61)$$

tandis que le second terme est la somme des puissances-travail \dot{E}_p^+ dues aux forces de pression qui règnent au droit des sections fluides F_r **dans le mouvement d'entraînement de la frontière**, selon la relation :

$$\sum [\dot{E}_p^+] = -\iint_{F_r} P \vec{C}_f \cdot d\vec{F} \quad (3.62)$$

Les forces de viscosité qui règnent au droit des sections fluides F_r fournissent au système les puissances-travail données par l'expression :

$$\sum [\dot{E}_T^+] = \iint_{F_r} (\vec{n} \cdot \vec{\vec{T}}) \cdot \vec{C} d\vec{F} = \iint_{F_r} (\vec{\vec{T}} \cdot \vec{C}) \cdot d\vec{F} \quad (3.63)$$

dans laquelle $\vec{\vec{T}}$ est le tenseur des forces de viscosité.

Sources

Conformément au Premier Principe, il n'y a pas de sources d'énergie interne totale. Il n'y a donc que des flux.

Equation du bilan spatial

Etant donné ce qui précède, le *bilan spatial d'énergie interne totale* est exprimé, selon (3.13), par l'équation:

$$\begin{aligned} \frac{dU_{cz}}{dt} = & \iint_{F_s} (\vec{\varphi} \cdot \vec{C}_f) \vec{n} \cdot d\vec{F} - \iint_F \vec{J}_q \cdot d\vec{F} + \iint_{F_r} u_{cz} d\dot{M}^+ + \\ & \iint_{F_r} v P d\dot{M}^+ - \iint_{F_r} P \vec{C}_f \cdot d\vec{F} + \iint_{F_r} (\vec{T} \cdot \vec{C}) \cdot d\vec{F} \end{aligned} \quad (3.64)$$

La somme des troisième et quatrième termes du second membre de cette équation peut être mise sous la forme:

$$\iint_{F_r} (u_{cz} + v P) d\dot{M}^+ = \iint_{F_r} h_{cz} d\dot{M}^+ = - \iint_{F_r} \vec{J}_{wh}^f \cdot d\vec{F} = \sum [\dot{H}_{cz}^+] \quad (3.65)$$

dans laquelle nous avons:

- \vec{J}_{wh}^f flux d'enthalpie par déplacement relatif, selon la relation:

$$\vec{J}_{wh}^f = \rho h_{cz} \vec{W}^f \quad (3.66)$$

- \dot{H}_{cz}^+ débit-enthalpie totale, reçu par le système

Le *bilan spatial d'énergie* est finalement exprimé par l'équation:

$$\begin{aligned} \frac{dU_{cz}}{dt} = & \iint_{F_s} (\vec{\varphi} \cdot \vec{C}_f) \vec{n} \cdot d\vec{F} - \iint_F \vec{J}_q \cdot d\vec{F} - \iint_{F_r} \vec{J}_{wh}^f \cdot d\vec{F} - \\ & \iint_{F_r} P \vec{C}_f \cdot d\vec{F} + \iint_{F_r} (\vec{T} \cdot \vec{C}) \cdot d\vec{F} \end{aligned} \quad (3.67)$$

qui peut également être mise sous la forme simple:

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{Q}^+] + \sum [\dot{H}_{cz}^+] + \sum [\dot{E}_P^+] + \sum [\dot{E}_T^+] \quad (3.68)$$

3.4.2 Remarques

Première remarque

Il est possible de généraliser l'équation (3.68) en considérant que le terme \dot{E}^+ représente non seulement une puissance mécanique, mais encore une puissance électrique ou une puissance rayonnante, absorbée par le système.

Deuxième remarque

L'équation (1.49), établie au paragraphe 1.3.13, est bien conforme à l'équation générale (3.68). Elle est toutefois plus simple, car elle suppose les hypothèses suivantes :

- Les portions de frontière correspondant aux sections fluides F_r sont immobiles, ce qui donne $\dot{E}_P^+ = 0$.
- L'effet des forces de viscosité au droit des sections fluides F_r est négligeable, ce qui donne $\dot{E}_T^+ = 0$.

Nous avons présenté l'équation simplifiée (1.49) au paragraphe 1.3.13, car c'est la plus usuelle, étant donné que les deux hypothèses ci-dessus sont vérifiées dans la plupart des applications pratiques.

Troisième remarque

Dans le cas particulier d'un **système fermé**, les trois derniers termes du second membre de l'équation (3.68) sont nuls, puisqu'il n'y a pas de section fluide F_r . Nous retombons alors sur l'équation (1.23), établie au paragraphe 1.3.8.

3.4.3 Application au transfert-chaleur par conduction

Introduction

Considérons un **système fermé ou ouvert**, constitué d'un solide ou d'un liquide, et tel que sa frontière F est **indéformable et immobile** par rapport au **référentiel fixe**.

En négligeant l'effet des forces de viscosité au droit des sections fluides, ainsi que les énergies cinétique et potentielle gravifique, nous avons :

$$\begin{array}{llll} U_{cz} = U & H_{cz} = H & \bar{W}^f = \bar{C} & \bar{J}_{wh}^f = \bar{J}_{ch} \\ \dot{E}^+ = 0 & \dot{E}_P^+ = 0 & \dot{E}_T^+ = 0 & \end{array} \quad (3.69)$$

Bilan spatial

Le **bilan spatial d'énergie** est alors exprimé, selon (3.67), par l'équation

$$\frac{dU}{dt} = - \iint_F \bar{J}_q \cdot d\bar{F} - \iint_{F_r} \bar{J}_{ch} \cdot d\bar{F} \quad (3.70)$$

qui peut également être mise, selon (3.68), sous la forme simple :

$$\frac{dU}{dt} = \sum [\dot{Q}^+] + \sum [\dot{H}^+] \quad (3.71)$$

Bilan local

Le **bilan local d'énergie** est donné, selon (3.22), par l'équation :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\text{div} (\bar{J}_q + \bar{J}_{ch}) \quad (3.72)$$

Conformément aux remarques faites plus loin à la section 5.13 au sujet des solides et des liquides, nous admettons, en première approximation, que la masse volumique ρ et la chaleur spécifique c sont constantes. En négligeant en outre l'effet de la pression, nous avons :

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \text{cste} & c &\equiv \text{cste} \\ du &\equiv c dT & dh &\equiv c dT \end{aligned} \quad (3.73)$$

Le flux d'énergie-chaleur est lié au champ scalaire de température T par la *loi de Fourier* :

$$\vec{J}_q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (3.74)$$

où λ est le *coefficient de conduction thermique*, en $[\text{W}/(\text{K m})]$.

Etant donné (3.4), nous avons, mathématiquement :

$$\text{div } \vec{J}_{ch} = \rho h \text{ div } \vec{C} + \rho \vec{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} h \quad (3.75)$$

Le *bilan local d'énergie* est finalement donné, en tenant compte de (3.4), (3.51), (3.72), (3.73) et (3.74), par l'équation :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) - \rho c \vec{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (3.76)$$

Examinons maintenant quelques cas particuliers intéressants.

Système fermé dans lequel la matière est immobile et caractérisée par $\lambda = \text{cste}$

Nous obtenons, selon (3.76), l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Lambda \text{ lap } T \quad (3.77)$$

où $\Lambda = \lambda / (\rho c)$ est la *diffusivité thermique*, qui est une caractéristique de la matière, exprimée en $[\text{m}^2/\text{s}]$.

Système fermé dans lequel la matière est immobile et caractérisée par $\lambda = \text{cste}$, avec transfert-chaleur en régime permanent

En régime permanent, la dérivée locale $\partial T / \partial t$ est nulle. L'équation (3.77) se réduit finalement à l'équation :

$$\text{lap } T = 0 \quad (3.78)$$

Remarquons que, sous réserve des hypothèses (3.73), cette équation ne dépend pas des caractéristiques de la matière.

Système dans lequel la matière est le siège d'un courant électrique

Lorsque la matière est traversée par un courant électrique, il se produit le phénomène connu sous le nom d'**effet Joule**, qui correspond à la transformation d'énergie électrique en énergie-chaleur.

Dans un problème de conduction thermique, le phénomène d'effet Joule peut être interprété comme une source d'énergie-chaleur dont l'intensité est donnée par la relation :

$$\sigma_q = \rho_e J_e^2 \quad (3.79)$$

dans laquelle nous définissons :

- σ_q **puissance volumique** de la source d'énergie-chaleur, en [W/m³]
- ρ_e **résistivité électrique**, en [V m/A] ou [Ω m]
- J_e **flux de charges électriques** (densité de courant), en [A/m²]

La relation (3.79) sera établie au paragraphe 15.5.1. Nous verrons d'ailleurs que le passage d'un courant électrique dans un conducteur en présence d'un gradient de température produit également un autre effet thermique, dit effet Thomson.

Si nous voulons introduire un effet de source d'énergie-chaleur, les équations (3.76), (3.77) et (3.78) doivent être complétées par l'adjonction d'un terme contenant σ_q . Pour un système immobile, cela donne les équations :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) + \sigma_q \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Lambda \text{lap} T + \frac{\sigma_q}{\rho c} \quad (3.81)$$

$$\text{lap} T + \frac{\sigma_q}{\lambda} = 0 \quad (3.82)$$

Cette axiomatique revient à remplacer un système dont la matière est traversée par un courant électrique, mais qui ne possède pas de source d'énergie, par un système équivalent du point de vue conduction thermique, dont la matière n'est traversée par aucun courant électrique, mais qui comporte des sources d'énergie.

Système dans lequel la matière est le siège d'une réaction nucléaire

Considérons par exemple un barreau d'uranium appartenant à un réacteur nucléaire en fonctionnement. La variation d'énergie interne de la masse contenue à l'intérieur d'un petit volume et supposée homogène est donnée par la relation :

$$\Delta U = U_G - U_M = (U_G - U_{G0}) - (U_M - U_{M0}) - (U_{M0} - U_{G0}) \quad (3.83)$$

dans laquelle les indices et l'exposant suivants signifient :

- M état initial
- G état final
- 0 conditions thermodynamiques de référence (pression P^0 et température T^0)

La différence $(U_{M0} - U_{G0})$ correspond à l'énergie qu'il faudrait enlever au système pour le ramener dans les conditions de référence, c'est-à-dire pour compenser l'énergie libérée par la réaction nucléaire.

En première approximation, nous admettons que la chaleur spécifique ne varie pas

$$c_G \equiv c_M = c \quad (3.84)$$

D'autre part, les masses initiale et finale sont liées par la relation :

$$M_G = M_M + \Delta M \text{ avec } \Delta M < 0 \quad (3.85)$$

où $-\Delta M$ est la diminution de masse qui résulte de la réaction nucléaire.

La relation (3.83) devient, en tenant compte de (3.73) et (3.85) :

$$\Delta U = (M_M + \Delta M) c (T_G - T_0) - M_M c (T_M - T_0) - (U_{M0} - U_{G0}) \quad (3.86)$$

Etant donné que le défaut de masse $-\Delta M$ est beaucoup plus petit que la masse M_M nous pouvons, dans le présent problème, négliger le terme $\Delta M/M_M$. La variation de l'énergie interne massique est alors exprimée par la relation :

$$\frac{\Delta U}{M} = \Delta u = c (T_G - T_M) - (u_{M0} - u_{G0}) \quad (3.87)$$

qui donne, sous forme différentielle :

$$du = c dT - du_0 \quad (3.88)$$

La dérivée locale de (ρu) est alors :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \frac{du_0}{dt} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \dot{\epsilon}_0 \quad (3.89)$$

où $\dot{\epsilon}_0$ est la **puissance massique libérée par la réaction nucléaire**, exprimée en [W/kg].

Le système étant immobile, le flux d'enthalpie \bar{J}_{ch} est nul. L'équation (3.72) donne alors, en tenant compte de (3.74) et (3.89), le **bilan local d'énergie** :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda \overline{\text{grad } T}) + \rho \dot{\epsilon}_0 \quad (3.90)$$

La comparaison des équations (3.80) et (3.90) montre que, *dans un problème de conduction thermique, le phénomène de réaction nucléaire peut être interprété comme une source d'énergie-chaleur* dont l'intensité est donnée par la relation :

$$\sigma_q = \rho \dot{\epsilon}_0 \quad (3.91)$$

où σ_q est la **puissance volumique** de la source d'énergie-chaleur, exprimée en $[\text{W}/\text{m}^3]$.

Dans le cas où $\lambda = \text{cste}$, le phénomène de transfert-chaleur est régi par l'équation (3.81). Si, de plus, le régime est permanent, il est régi par l'équation (3.82).

Cette axiomatique revient à remplacer un système dont la matière se transforme, mais qui ne possède pas de source d'énergie, par un système équivalent au point de vue conduction thermique, dont la matière ne se transforme pas, mais qui comporte des sources d'énergie.

3.5 BILAN D'ENTROPIE

3.5.1 Bilan spatial

Introduction

La grandeur extensive scalaire considérée étant l'entropie S , nous avons :

$$\begin{aligned} a &= s \\ A = S &= \iiint_V \rho s \, dV \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \\ &\left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \end{aligned} \quad (3.92)$$

Flux par déplacement

Le **flux d'entropie par déplacement relatif** est, selon (3.6) :

$$\bar{J}_{ws}^f = \rho s \bar{W}^f \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^2} \right] \quad (3.93)$$

La puissance entropique correspondante, reçue par le système, est alors :

$$-\iint_F \rho s \bar{W}^f \cdot d\vec{F} = \iint_{F_r} s \, d\dot{M}^+ \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.94)$$

Flux par conduction

Le **flux d'entropie par conduction thermique** est, selon (1.70) ou (15.41) :

$$\bar{J}_{ts} = \frac{\bar{J}_q}{T} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^2} \right] \quad (3.95)$$

La puissance entropique correspondante, reçue par le système, est alors :

$$-\iint_F \frac{\vec{J}_q}{T} \cdot d\vec{F} = \iint_F \frac{\delta \dot{Q}^+}{T} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.96)$$

Sources

En ce qui concerne les *sources d'entropie*, nous devons considérer tous les phénomènes irréversibles.

Tout d'abord, l'augmentation d'entropie due au phénomène de *dissipation* correspond à une source dont l'intensité est donnée par la relation:

$$\sigma'_s = \frac{\rho \dot{r}}{T} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^3} \right] \quad (3.97)$$

où \dot{r} est la *puissance massique de dissipation*:

$$\dot{r} = \frac{\delta r}{dt} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right] \quad (3.98)$$

Le *taux de création d'entropie* correspondant est alors:

$$\iiint_V \frac{\rho \dot{r}}{T} dV = \iiint_V \frac{\delta \dot{R}}{T} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.99)$$

Ensuite, l'augmentation d'entropie due au phénomène de *dévalorisation* (transfert-chaleur par conduction avec chute de température) correspond à une source dont l'*intensité* est donnée par la relation (15.75) qui sera établie au paragraphe 15.4.6:

$$\sigma'_s = -\frac{\vec{J}_q}{T^2} \cdot \overrightarrow{\text{grad } T} = \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad } \frac{1}{T}} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^3} \right] \quad (3.100)$$

Le *taux de création d'entropie* correspondant est alors

$$\iiint_V \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad } \frac{1}{T}} dV \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.101)$$

En pratique, nous aurons affaire à un système complexe qui est le siège de transfert-chaleur entre les différents sous-systèmes supposés à température homogène. Afin de simplifier, nous admettons que le transfert-chaleur entre deux sous-systèmes α et β s'opère de façon unidimensionnelle suivant la coordonnée L , conformément au schéma de la figure 3.2. Les vecteurs \vec{J}_q et $\overrightarrow{\text{grad } (1/T)}$ étant parallèles, la puissance entropique correspondante est, selon (3.101):

$$\iiint_V J_q \frac{d\left(\frac{1}{T}\right)}{dL} dL dF_{\alpha\beta} = \iiint_V J_q dF_{\alpha\beta} d\left(\frac{1}{T}\right) \quad (3.102)$$

D'une part T , donc aussi $1/T$, est indépendant de $F_{\alpha\beta}$. D'autre part J_q est indépendant de l'abscisse L . Il est donc possible de séparer les intégrales suivant F et L . Nous obtenons, pour les sous-systèmes α et β :

$$\iint_{F_{\alpha\beta}} J_q dF_{\alpha\beta} \int_{L_\alpha}^{L_\beta} d\left(\frac{1}{T}\right) = \iint_{F_{\alpha\beta}} \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.103)$$

et pour l'ensemble du système, l'expression:

$$\sum_{\alpha\beta} \left[\iint_{F_{\alpha\beta}} \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \right] \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.104)$$

où $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ est la puissance-chaleur transférée du sous-système α au sous-système β .

Enfin, l'augmentation d'entropie due aux autres phénomènes irréversibles (diffusion, réaction chimique, conduction électrique) correspond, d'une manière générale, à une source dont l'*intensité* est donnée par la relation:

$$\sigma_s^x = \rho \frac{\delta s^x}{dt} = \rho \dot{s}^x \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^3} \right] \quad (3.105)$$

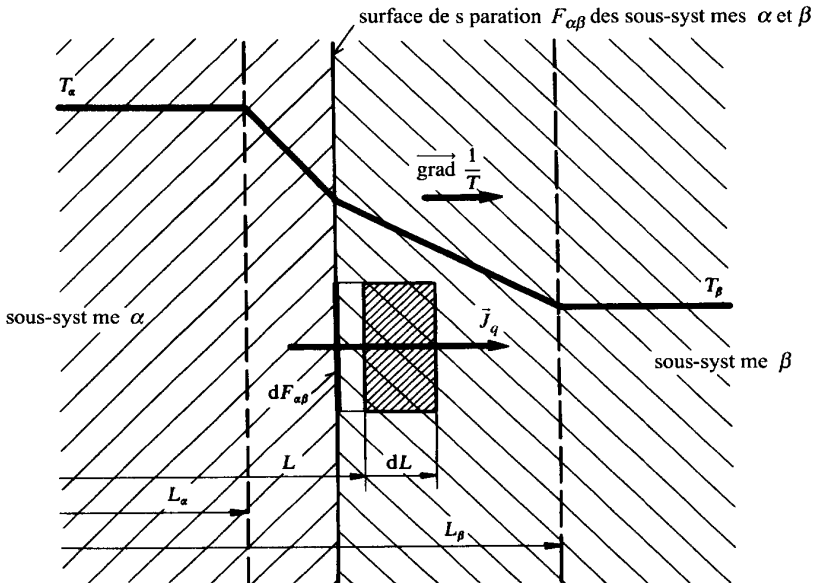


Fig 3.2 Transfert-chaleur par conduction entre deux sous-systèmes α et β du système.

Le taux de création d'entropie correspondant est alors :

$$\iiint_V \rho \dot{s}^x dV = \iiint_V \dot{S}^x \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.106)$$

Equation du bilan spatial

Etant donné ce qui précède, le **bilan spatial d'entropie** est exprimé, selon (3.13), par l'équation :

$$\frac{dS}{dt} = \iint_F \left(\rho s \vec{W}^f + \frac{\vec{J}_q}{T} \right) d\vec{F} + \iiint_V \left[\frac{\rho \dot{r}}{T} + \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} + \rho \dot{s}^x \right] dV \quad (3.107)$$

qui peut également être mise sous la forme simple :

$$\frac{dS}{dt} = \iint_{F_r} s d\dot{M}^+ + \iint_F \frac{\delta \dot{Q}^+}{T} + \iiint_V \frac{\delta \dot{R}}{T} + \sum_{\alpha\beta} \left[\iint_{F_{\alpha\beta}} \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \right] + \iiint_V \dot{S}^x \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (3.108)$$

L'équation (3.108) est bien conforme à l'exposé de l'entropie faisant l'objet du paragraphe 1.5.2.

3.5.2 Bilan local

Le **bilan local d'entropie** est, selon (3.22)

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = - \text{div} \left(\rho s \vec{C} + \frac{\vec{J}_q}{T} \right) + \frac{\rho \dot{r}}{T} + \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} + \rho \dot{s}^x \quad (3.109)$$

Il est à remarquer que nous avons, mathématiquement :

$$- \text{div} \frac{\vec{J}_q}{T} + \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} = - \frac{1}{T} \text{div} \vec{J}_q \quad (3.110)$$

de sorte que le **bilan local d'entropie** (3.109) peut aussi être mis sous la forme :

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = - \text{div} \left(\rho s \vec{C} \right) + \frac{\rho \dot{r}}{T} - \frac{1}{T} \text{div} \vec{J}_q + \rho \dot{s}^x \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^3} \right] \quad (3.111)$$

Sous cette forme, les termes de flux par conduction thermique et de source due à la dévalorisation sont groupés dans un même terme de source. Ce terme peut d'ailleurs être établi directement de la façon suivante : pour un élément de volume

dV limité par une frontière F' , le taux de création d'entropie dû au transfert-chaleur par conduction est donné par la relation:

$$\frac{\delta \dot{Q}'}{T} = -\frac{1}{T} \iint_{F'} \vec{J}_q \cdot d\vec{F}' \quad (3.112)$$

qui donne, en vertu de la définition même de la divergence, l'expression:

$$-\frac{1}{T} \operatorname{div} \vec{J}_q dV \quad (3.113)$$

Ce résultat montre que, si l'on considère globalement l'augmentation d'entropie due au transfert-chaleur par conduction (à la frontière et à l'intérieur du système), le terme général de source est bien $(-1/T)\operatorname{div} \vec{J}_q$.

3.6 BILAN DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Introduction

La grandeur extensive vectorielle considérée étant la **quantité de mouvement** \vec{D} , nous avons:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{C} & \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] & \text{ ou } \left[\frac{\text{N s}}{\text{kg}} \right] \\ \vec{A} = \vec{D} &= \iiint_V \rho \vec{C} dV & \left[\frac{\text{m kg}}{\text{s}} \right] & \text{ ou } [\text{N s}] \end{aligned} \quad (3.114)$$

La grandeur \vec{C} est la *vitesse absolue* d'un point matériel ou d'une particule fluide, par rapport au *référentiel fixe*.

Flux par déplacement

Le taux de variation de \vec{D} , dû au flux de \vec{D} par déplacement relatif, est, selon (3.35):

$$\iint_{F_r} \vec{C} d\dot{M}^+ \quad (3.115)$$

Flux par conduction

Le taux de variation de \vec{D} , dû aux différentes forces agissant au niveau de la frontière F , peut être interprété comme des flux de \vec{D} par conduction.

Il y a tout d'abord les forces exercées sur le système par les parois solides extérieures F_s , dont la résultante est $-\vec{K}$ (par définition, nous appelons \vec{K} la *résultante des forces exercées par le système sur les parois solides extérieures*).

Il y a ensuite les forces exercées par la pression P au droit des sections fluides F_r dont la résultante est:

$$-\iint_{F_r} P d\vec{F} \quad (3.116)$$

Nous négligeons les forces de viscosité qui règnent au droit des sections fluides F_r .

Sources

Le taux de variation de \vec{D} , dû aux forces exercées à distance par le champ de gravité, peut être interprété comme une source de \vec{D} . La résultante de ces forces est donnée par la relation :

$$-\iiint_V \rho g \vec{k} dV = -g M \vec{k} \quad [\text{N}] \quad (3.117)$$

dans laquelle nous avons :

- g accélération terrestre
- M masse du système
- \vec{k} vecteur unité dirigé suivant la verticale du lieu considéré et vers le haut

Equation du bilan spatial

Etant donné ce qui précède, le *bilan spatial de quantité de mouvement* est exprimé, selon (3.35), par l'équation :

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = \iint_{F_r} \vec{C} d\dot{M}^+ - \vec{K} - \iint_{F_r} P d\vec{F} - g M \vec{k} \quad [\text{N}] \quad (3.118)$$

Le bilan ci-dessus sera utilisé au paragraphe 4.1.4 pour établir l'une des équations d'Euler.

3.7 BILAN DE MOMENT CINÉTIQUE

Introduction

La grandeur extensive vectorielle considérée étant le *moment cinétique* \vec{B} , nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{R} \times \vec{C} \\ \vec{A} = \vec{B} &= \iiint_V \rho (\vec{R} \times \vec{C}) dV \end{aligned} \quad \begin{array}{c} [\text{J s}] \\ [\text{kg}] \\ [\text{J s}] \end{array} \quad (3.119)$$

Dans ces relations, nous avons :

- \vec{C} vitesse absolue d'un point matériel ou d'une particule fluide
- \vec{R} rayon-vecteur du point ou de la particule, par rapport à un point O lié au référentiel fixe
- $\vec{R} \times \vec{C}$ *moment cinétique massique*, par rapport au point O

Flux par déplacement

Le taux de variation de \vec{B} , dû au flux de \vec{B} par déplacement relatif, est, selon (3.35):

$$\iint_{F_i} (\vec{R} \times \vec{C}) \, d\dot{M}^+ \quad (3.120)$$

Flux par conduction

Le taux de variation de \vec{B} , dû aux moments des différentes forces mentionnées à la section précédente 3.6, peut être interprété comme des flux de \vec{B} par conduction.

Ily a tout d'abord les moments, dont la résultante est $-\vec{T}$, des forces exercées sur le système par les parois solides extérieures F_s .

Ily a ensuite les moments des forces exercées par la pression P au droit des sections fluides F_r dont la résultante est:

$$-\iint_{F_r} \vec{R} \times (P \, d\vec{F}) \quad (3.121)$$

Nous négligeons les moments des forces de viscosité qui règnent au droit des sections fluides F_r .

Sources

Le taux de variation de \vec{B} , dû aux moments des forces exercées à distance par le champ de gravité, peut être interprété comme une source de \vec{B} . La résultante de ces moments est donnée par la relation:

$$-\iiint_V \vec{R}_g \times (\rho \, g \, \vec{k}) \, dV = -\vec{R}_g \times (g \, M \, \vec{k}) \quad (3.122)$$

où \vec{R}_g est le rayon-vecteur du centre de gravité du système.

Equation du bilan spatial

Etant donné ce qui précède, le *bilan spatial de moment cinétique* est exprimé, selon (3.35), par l'équation:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \iint_{F_r} (\vec{R} \times \vec{C}) \, d\dot{M}^+ - \vec{T} - \iint_{F_r} \vec{R} \times (P \, d\vec{F}) - \vec{R}_g \times (g \, M \, \vec{k}) \quad [J] \quad (3.123)$$

Le bilan ci-dessus sera utilisé au paragraphe 4.1.4 pour établir une autre équation d'Euler.

Systèmes ouverts, en régime permanent

4.1 ÉQUATIONS FONDAMENTALES D'UN SYSTÈME OUVERT, EN RÉGIME PERMANENT

4.1.1 Equation de continuité

Soit un fluide qui s'écoule dans un *canal de forme quelconque, fixe ou mobile*. Pour fixer les idées, considérons le canal de turbomachine représenté par la figure 4.1.

Considérons le système situé à l'intérieur de la frontière dessinée sur la figure 4.1, c'est-à-dire à l'intérieur d'une portion de canal de longueur finie, limitée à l'amont par la section bien déterminée S_1 et à l'aval par une section quelconque S . Il s'agit d'une frontière indéformable et mobile par rapport à un référentiel considéré comme fixe.

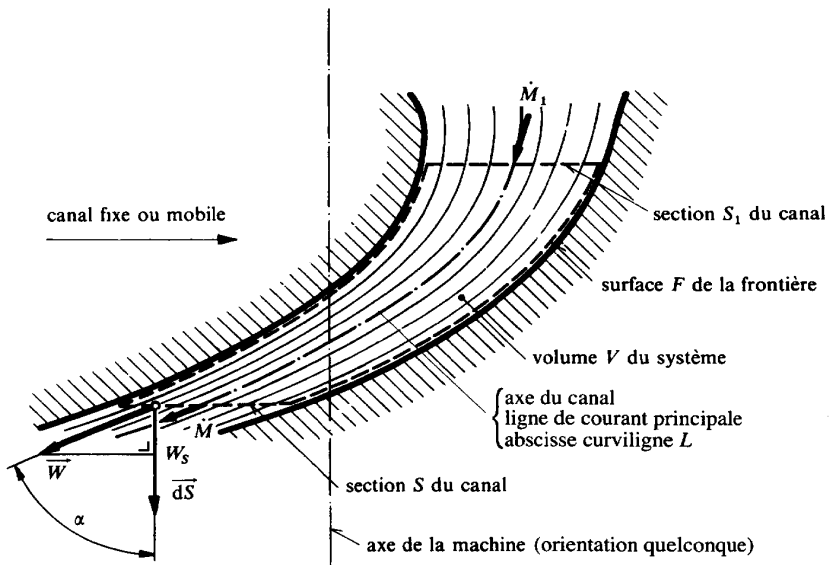


Fig. 4.1 Écoulement d'un fluide dans un canal fixe ou mobile de turbomachine (turbine axiale).

Raisonnons tout d'abord par rapport à un référentiel lié au rotor de la machine.

En ***régime permanent***, la vitesse relative locale et l'état thermodynamique local du fluide en tout point du système sont ***indépendants du temps***.

Il en résulte que le système considéré n'est ni siège ni d'accumulation, ni de déperdition de masse, de sorte que la masse M qu'il contient est indépendante du temps. Le bilan spatial de masse (3.47) donne alors la relation:

$$\frac{dM}{dt} = \iint_F d\dot{M}^+ = \iint_{S_1} d\dot{M}^+ + \iint_S d\dot{M}^+ = \sum_j [\dot{M}_j^+] = \dot{M}_1 - \dot{M} = 0 \quad (4.1)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{M}_1 débit-masse reçu par le système, au travers de la section S_1
- \dot{M} débit-masse donné par le système, au travers d'une section quelconque S

Nous obtenons l'***équation de continuité***:

$$\dot{M} = \dot{M}_1 = \text{cste} \quad (4.2)$$

Cette équation exprime la propriété de ***continuité en régime permanent***. On dit aussi que le flux de masse est ***conservatif***, ce qui correspond au fait qu'il n'y a ni source, ni puits de masse. Donc:

En ***régime permanent***, le débit-masse du fluide s'écoulant dans un canal de forme quelconque, fixe ou mobile, est ***indépendant du temps et de la section considérée***.

En vertu de l'équation (3.9), le débit-masse est exprimé par la relation:

$$\dot{M} = \iint_S \rho \vec{W} \cdot d\vec{S} = \iint_S \rho w_s dS = \iint_S \rho W \cos \alpha dS \quad (4.3)$$

dans laquelle nous définissons:

- \vec{W} vitesse relative du fluide par rapport au référentiel lié au rotor de la machine
- w_s projection de \vec{W} sur la direction de $d\vec{S}$
- α angle entre \vec{W} et $d\vec{S}$

Le débit-volume correspondant est:

$$\dot{V} = \iint_S \vec{W} \cdot d\vec{S} = \iint_S w_s dS = \iint_S W \cos \alpha dS \quad (4.4)$$

En général, il est opportun d'introduire les *valeurs moyennes* $\bar{\rho}$ de la masse volumique et \bar{W}_s de la projection de la vitesse, définies par les relations:

$$\bar{\rho} = \frac{\iint_S \rho w_s dS}{\iint_S w_s dS} = \frac{\dot{M}}{\dot{V}} \quad \text{et} \quad \bar{w}_s = \frac{\iint_S w_s dS}{\iint_S dS} = \frac{\dot{V}}{S} \quad (4.5)$$

L'équation de continuité (4.2) peut alors être écrite :

$$\dot{M} = \bar{\rho} \dot{V} = \bar{\rho} \bar{w}_s S = \text{cste} \quad (4.6)$$

Si l'on désire travailler, non pas avec la masse volumique ρ mais avec le volume massique v , il faut remplacer ρ par $1/v$ dans les relations précédentes. En particulier, il convient de définir la *valeur moyenne* \bar{v} du volume massique par la relation :

$$\bar{v} = \frac{1}{\bar{\rho}} = \frac{\dot{V}}{\dot{M}} \quad (4.7)$$

L'équation de continuité (4.2) peut alors être écrite :

$$\dot{M} = \frac{\dot{V}}{\bar{v}} = \frac{\bar{w}_s S}{\bar{v}} = \text{cste} \quad (4.8)$$

Remarquons que, en régime permanent, la continuité n'implique pas du tout que le débit-volume \dot{V} soit indépendant de la section considérée. Ce n'est que dans le cas très particulier où le fluide peut être considéré comme incompressible ($\rho = \text{cste}$) que cette circonstance est réalisée. Ce cas se présente notamment dans l'hydraulique classique. Nous attirons l'attention du lecteur sur le risque qu'il y a d'utiliser abusivement pour les fluides compressibles l'équation de continuité $\dot{V} = \text{cste}$ utilisée en hydraulique.

4.1.2 Écoulement unidimensionnel

Dans beaucoup de problèmes pratiques faisant intervenir des écoulements fluides, il est suffisant d'admettre que tous les filets fluides se comportent de façon semblable, c'est-à-dire que la vitesse \bar{W} et l'état thermodynamique du fluide sont les mêmes en tous les points d'une section S du canal. Dans ce cas, toutes les grandeurs cinétiques et thermodynamiques ne dépendent plus que de l'abscisse curviligne L du canal, définie le long de la ligne de courant principale de l'écoulement. Nous exprimons cette propriété en disant qu'il s'agit d'un *écoulement unidimensionnel*.

Dans le cas où l'axe de la turbomachine n'est pas vertical, nous pouvons admettre cette propriété, à condition de négliger les variations d'énergie potentielle. Si nous considérons par exemple l'écoulement d'un fluide dans le canal de turbomachine représenté par la figure 4.1, nous pouvons admettre en première

approximation que l'écoulement est axisymétrique et indépendant du rayon R mesurant l'éloignement des particules fluides par rapport à l'axe de la machine. Cela revient à admettre qu'il est unidimensionnel. L'**équation de continuité** (4.6) devient alors :

$$\begin{aligned}\dot{M} &= \rho \dot{V} = \rho W_s S = \text{cste} \\ \dot{M} &= \frac{\dot{V}}{v} = \frac{W_s S}{v} = \text{cste}\end{aligned}\quad (4.9)$$

Si nous considérons maintenant l'écoulement d'un fluide dans un canal dont les dimensions latérales sont petites par rapport à ses dimensions longitudinales, comme par exemple celui de la figure 4.2, nous pouvons prendre comme section S une surface équipotentielle, c'est-à-dire orthogonale au champ vectoriel \vec{W} . On peut aussi admettre que l'écoulement est unidimensionnel, de sorte que l'**équation de continuité** (4.9) prend finalement la forme la plus simple :

$$\begin{aligned}\dot{M} &= \rho \dot{V} = \rho W S = \text{cste} \\ \dot{M} &= \frac{\dot{V}}{v} = \frac{W S}{v} = \text{cste}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Cette formulation de la continuité, qui revient à concentrer tout l'écoulement sur la ligne de courant principale, est la plus couramment utilisée dans les problèmes élémentaires.

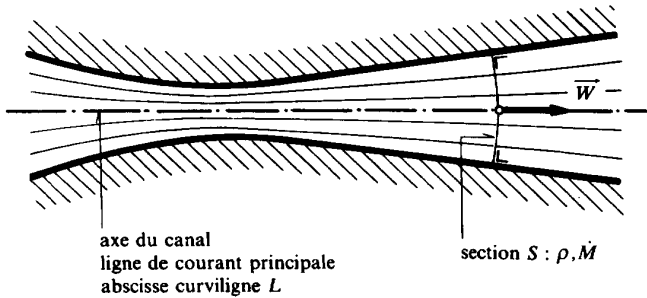


Fig. 4.2 Ecoulement unidimensionnel dans un canal dont les dimensions latérales sont petites par rapport à ses dimensions longitudinales.

4.1.3 Canal mobile et conducteur thermique

Généralités

Considérons le système représenté par la figure 4.3. Il s'agit d'un fluide qui s'écoule en **régime permanent** dans un **canal mobile et conducteur**. C'est un système qui donne lieu à un transfert-travail, un transfert-chaleur et un transfert de

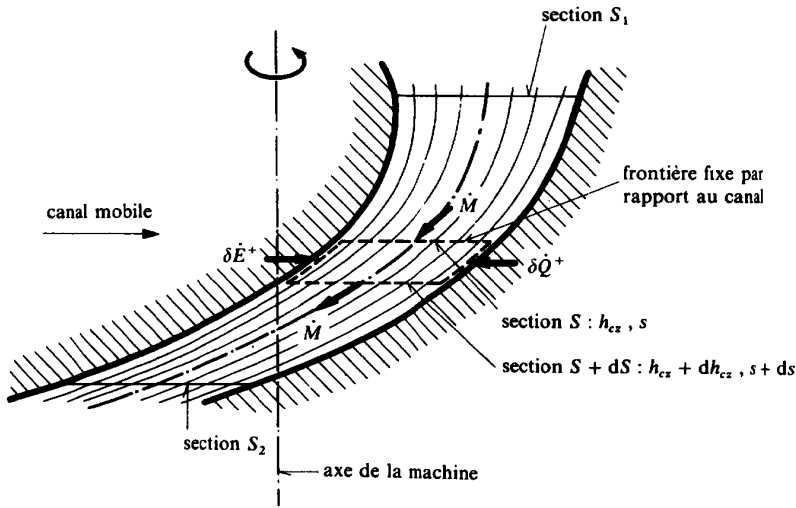


Fig. 4.3 Ecoulement fluide non adiabate dans un canal mobile de turbomachine (turbine axiale).

masse, c'est-à-dire un système avec travail, non adiabate et ouvert. Pour fixer les idées, pensons à un aubage mobile de turbomachine, par exemple à l'aubage mobile de la turbine axiale qui est représentée dans la figure 1.2. (En réalité, ce système est à peu près adiabate, mais nous considérons un système qui ne l'est pas, afin de donner à notre exposé le caractère le plus général.)

Nous admettons que l'écoulement est *unidimensionnel* et que la normale à une section S quelconque passe toujours par l'axe de la machine.

Canal élémentaire

Considérons le système thermodynamique situé à l'intérieur de l'élément de volume limité par la frontière dessinée dans la figure 4.3. Cet élément, de longueur dL , est supposé fixe par rapport au canal.

Bilan d'énergie interne totale

Le bilan spatial d'énergie interne totale est donné par l'équation (1.45), dans laquelle les termes d'échanges avec l'atmosphère sont ici négligés:

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] \quad (4.11)$$

Remarquons que la puissance \dot{E}_p^+ figurant dans l'équation plus complète (3.68) est nulle, puisque les forces de pression agissant sur les sections S sont perpendiculaires au déplacement de ces sections en rotation autour de l'axe. Nous admettons en outre que la puissance \dot{E}_T^+ est négligeable.

Entre le système élémentaire considéré et l'extérieur ont lieu les transferts suivants :

- puissance-travail reçue $\delta\dot{E}^+$
- puissance-chaleur reçue $\delta\dot{Q}^+$
- débit-masse \dot{M} reçu par la section d'entrée S
- débit-masse \dot{M} donné par la section de sortie $S + dS$

Le **bilan spatial d'énergie interne totale** est donc exprimé par l'équation :

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \delta\dot{E}^+ + \delta\dot{Q}^+ + h_{cz}\dot{M} - (h_{cz} + dh_{cz})\dot{M} \quad (4.12)$$

dans laquelle nous définissons :

- h_{cz} *enthalpie totale massique* du fluide dans la section S d'entrée, située à l'abscisse L
- $h_{cz} + dh_{cz}$ *enthalpie totale massique* dans la section $S + dS$ de sortie, située à l'abscisse $L + dL$

Comme **le régime est permanent**, le système considéré n'est le siège ni d'accumulation, ni de déperdition d'énergie interne totale, cela en toute rigueur en admettant que le canal se déplace de façon que tous ses points restent à la même altitude (cas d'une turbomachine à axe vertical). L'énergie interne totale étant indépendante du temps, nous avons :

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = 0 \quad (4.13)$$

L'équation (4.12) donne alors :

$$\dot{M} dh_{cz} = \delta\dot{E}^+ + \delta\dot{Q}^+ \quad (4.14)$$

En divisant les deux membres de (4.14) par le débit-masse \dot{M} , nous obtenons l'équation :

$$dh_{cz} = \delta e^+ + \delta q^+ \quad (4.15)$$

dans laquelle nous avons :

- $e^+ = \dot{E}^+ / \dot{M}^+$ *énergie-travail technique massique*, reçue
- $q^+ = \dot{Q}^+ / \dot{M}^+$ *énergie-chaleur massique*, reçue

Bilan d'entropie

Conformément aux relations mentionnées au paragraphe 1.5.2, ainsi qu'à l'équation (3.108), le taux de variation de l'entropie résulte des contributions suivantes :

- transfert-chaleur (relation (1.70)) :

$$\frac{\delta S^q}{dt} = \frac{\delta\dot{Q}^+}{T} \quad (4.16)$$

- transferts de masse (relation (1.84)):

$$\frac{\delta S^m}{dt} = s \dot{M} - (s + ds) \dot{M} = -\dot{M} ds \quad (4.17)$$

- dissipation (relation (1.85)):

$$\frac{\delta S^r}{dt} = \frac{\delta \dot{R}}{T} \quad (4.18)$$

- dévalorisation, en négligeant le transfert-chaleur interne par conduction (relation (1.89)):

$$\frac{\delta S^t}{dt} = 0 \quad (4.19)$$

Le bilan spatial d'entropie est donc exprimé, selon (3.108), par l'équation:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\delta \dot{Q}^+}{T} - \dot{M} ds + \frac{\delta \dot{R}}{T} \quad (4.20)$$

Comme *le régime est permanent*, le système considéré n'est le siège ni d'accumulation, ni de déperdition d'entropie. L'entropie étant ainsi indépendante du temps, nous avons:

$$\frac{dS}{dt} = 0 \quad (4.21)$$

L'équation (4.20) donne alors:

$$\dot{M} T ds = \delta \dot{Q}^+ + \delta \dot{R} \quad (4.22)$$

En divisant les deux membres de (4.22) par le débit-masse \dot{M} , nous obtenons l'équation:

$$T ds = \delta q^+ + \delta r \quad (4.23)$$

où $r = \dot{R}/\dot{M}$ est l'*énergie de dissipation, massique*.

Travail de transvasement

La puissance-travail totale reçue par le système est, conformément aux relations (1.39) et (1.40):

$$\begin{aligned} \delta \dot{A}^+ &= \delta \dot{E}^+ + v P \dot{M} - [v P + d(v P)] \dot{M} \\ \delta \dot{A}^+ &= \delta \dot{E}^+ - \dot{M} d(v P) \end{aligned} \quad (4.24)$$

En divisant les deux membres de (4.24) par le débit-masse \dot{M} , nous obtenons l'énergie mécanique totale massique reçue :

$$\delta\alpha^+ = \delta e^+ - d(vP) \quad (4.25)$$

Nous avons vu au paragraphe 1.3.13 que la grandeur vP représente le travail massique des forces de pression qui font passer le fluide au travers d'une section de canal. Dans la section d'entrée, le système reçoit de l'extérieur le travail vP et dans la section de sortie, il fournit à l'extérieur le travail $vP + d(vP)$. Globalement, il fournit à l'extérieur le travail $-d(vP)$. Donc, la grandeur $d(vP)$ représente le travail mis en jeu pour transvaser le fluide. C'est pourquoi nous l'appelons **énergie-travail de transvasement**.

En écrivant la relation (4.25) sous la forme :

$$\delta e^- = \delta\alpha^- - d(vP) \quad (4.26)$$

nous constatons que, *dans un système ouvert en régime permanent, le travail de transvasement vient en déduction du travail que le système peut fournir à l'extérieur.*

Analogie avec les systèmes fermés

Remarquons que, par différentiation de l'une des relations (1.158), nous obtenons la relation :

$$dh_{cz} = du_{cz} + d(vP) \quad (4.27)$$

qui, en tenant compte de (4.15) et (4.25), donne :

$$du_{cz} = \delta\alpha^+ + \delta q^+ \quad (4.28)$$

La comparaison de cette relation avec (1.27) montre que la présentation que nous avons adoptée conduit à une **analogie formelle entre les systèmes fermés et les systèmes ouverts en régime permanent**.

Pour décrire l'évolution thermodynamique du fluide, il est intéressant de considérer, comme nous l'avons fait au paragraphe 1.1.2, une **frontière particulière**, c'est-à-dire une surface élémentaire enveloppant une particule fluide. *L'évolution de l'état du fluide peut alors être étudiée en utilisant toutes les propriétés établies au chapitre 2 pour les systèmes fermés homogènes* (facteurs, chaleurs spécifiques, relations entre les fonctions d'état, transformations thermodynamiques, diagrammes...).

Toutefois, il convient de relever les différences fondamentales qui suivent. Pour un **système fermé homogène** :

- Les fonctions d'état intensives $v, P, T, u, h, s, \bar{C}^2/2$ et $g\bar{Z}$ sont des grandeurs moyennes, susceptibles de varier en fonction du temps.
- Les grandeurs massiques $\delta\alpha^+, \delta e^+, \delta q^+$ et δr se réfèrent à l'unité de masse de l'ensemble du système ; elles conduisent à des intégrations par rapport au temps et non par rapport à l'espace.

Pour un **système ouvert en régime permanent**:

- Les fonctions d'état intensives $v, P, T, u, h, s, C^2/2$ et gZ sont des grandeurs qui sont **constantes** quand on considère l'état local du fluide en un point déterminé du canal, et **variables** quand on considère l'état d'une particule fluide, c'est-à-dire quand on se déplace avec elle.
- Les grandeurs massiques δa^+ et δq^+ sont les énergies mises en jeu entre le fluide et le canal, le long de la surface latérale de ce dernier, entre les sections S et $S + dS$, pendant le temps que met l'unité de masse du fluide pour traverser une section quelconque du canal.
- Les grandeurs massiques $\delta a^+, \delta e^+, \delta q^+$ et δr se réfèrent à l'unité de masse d'une particule fluide. Ce sont les énergies qui interviennent au cours de la transformation qui fait passer le fluide de l'état régnant dans la section S à l'état régnant dans la section $S + dS$; étant donné le régime permanent, elles conduisent à des intégrations par rapport à l'espace.

Canal de longueur finie

Etant donné une portion de canal de longueur finie, les équations (4.14), (4.15), (4.22) et (4.23) donnent, par intégration entre la section d'entrée S_1 et la section de sortie S_2 , les relations:

$$\begin{aligned}
 \dot{M} \Delta h_{cz} &= \dot{E}^+ + \dot{Q}^+ & [\text{W}] \\
 \Delta h_{cz} &= e^+ + q^+ & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \\
 \dot{M} \int_1^2 T ds &= \dot{Q}^+ + \dot{R} & [\text{W}] \\
 \int_1^2 T ds &= q^+ + r & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Dans les équations ci-dessus, nous avons:

- \dot{E}^+ **puissance-travail** reçue par le fluide, du canal, le long de la surface latérale de ce dernier, entre les sections S_1 et S_2 :

$$\dot{E}^+ = \dot{M} e^+ \tag{4.30}$$

- \dot{Q}^+ **puissance-chaaleur** reçue par le fluide, du canal, le long de la surface latérale de ce dernier, entre les sections S_1 et S_2 :

$$\dot{Q}^+ = \dot{M} q^+ \tag{4.31}$$

- \dot{R} **puissance de dissipation** mise en jeu au sein du fluide, entre les sections S_1 et S_2 :

$$\dot{R} = \dot{M} r \quad (4.32)$$

Enfin, l'intégration des équations (4.24) et (4.26) donne les relations:

$$\begin{aligned} \dot{E}^- &= \dot{A}^- - \dot{M} \Delta(v P) \\ e^- &= a^- - \Delta(v P) \end{aligned} \quad (4.33)$$

dans lesquelles nous avons:

- **puissance-travail de transvasement** du fluide, entre les sections S_1 et S_2 :

$$\dot{M} \Delta(v P) = \dot{M} (v_2 P_2 - v_1 P_1) \quad (4.34)$$

- **énergie-travail de transvasement massique** du fluide, entre les sections S_1 et S_2 :

$$\Delta(v P) = v_2 P_2 - v_1 P_1 \quad (4.35)$$

4.1.4 Canal en rotation uniforme autour d'un axe fixe

Généralités

Considérons le système représenté par la figure 4.4. Il s'agit d'un fluide qui s'écoule en régime permanent dans un canal en rotation uniforme autour d'un axe fixe a . Pour fixer les idées, pensons à un aubage mobile de turbomachine, par exemple à l'aubage mobile de la turbine qui est représentée dans la figure 1.2.

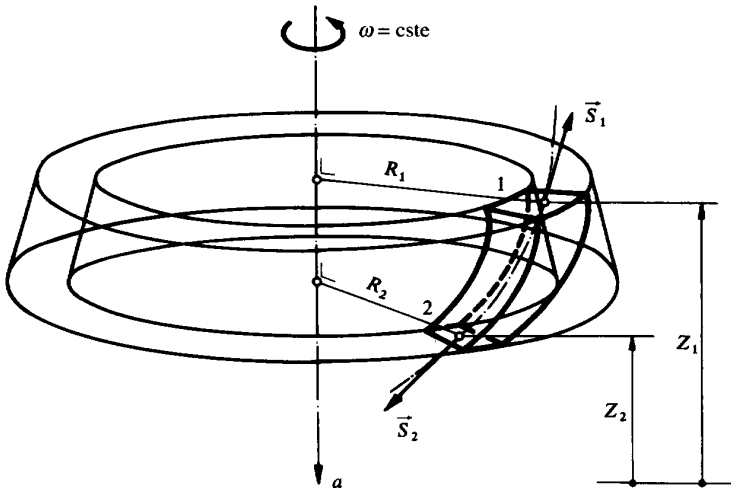


Fig. 4.4 Canal de turbomachine en rotation uniforme autour d'un axe fixe.

Diagramme des vitesses

Afin de cerner le comportement du fluide, il est utile de distinguer les vitesses suivantes, représentées dans la figure 4.5 :

- \vec{C} *vitesse absolue du fluide*, par rapport à un référentiel fixe
- \vec{W} *vitesse relative du fluide*, par rapport à un référentiel mobile, lié au rotor de la machine, donc tournant autour de l'axe a avec la vitesse angulaire ω
- \vec{U} *vitesse circonférentielle d'un point coïncidant*, fixe par rapport au référentiel mobile (vitesse d'entraînement)
- ω *vitesse angulaire du rotor de la machine* ($\omega = \text{cste}$ [rad/s])

La figure 4.5 montre également le **diagramme des vitesses** dans le plan Π défini par les vecteurs \vec{C} et \vec{W} .

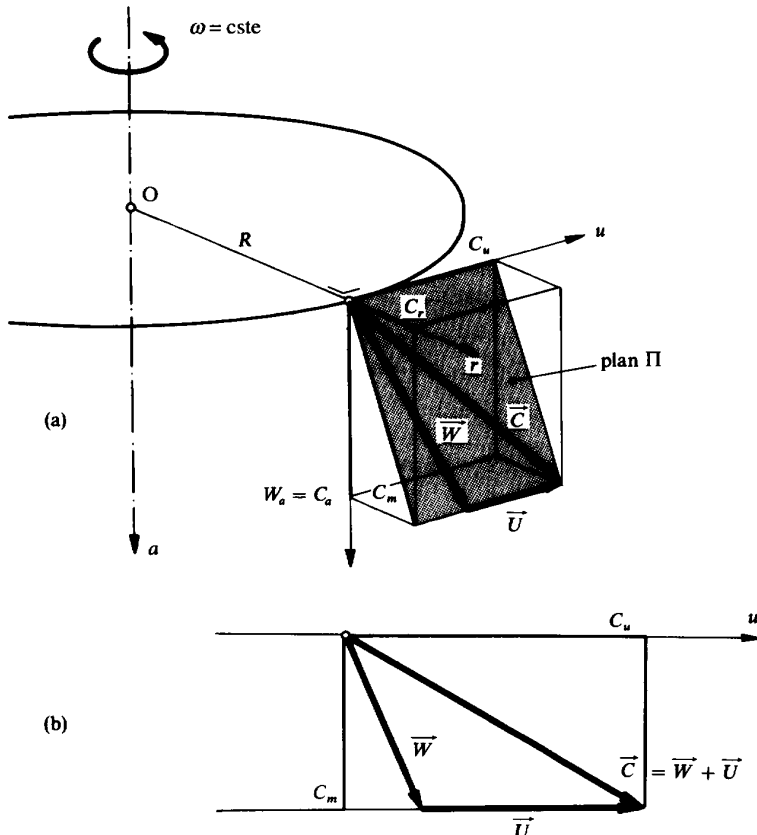


Fig. 4.5 Vitesses et diagramme des vitesses en un point du canal de la figure 4.4: (a) composition des vitesses dans l'espace; (b) diagramme des vitesses dans le plan Π .

Equation d'Euler (force)

Le bilan spatial de quantité de mouvement (3.118) donne l'équation :

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = -\dot{M}(\vec{C}_2 - \vec{C}_1) - \vec{K} - (P_2\vec{S}_2 + P_1\vec{S}_1) - g M \vec{k} \quad (4.36)$$

dans laquelle \vec{S}_1 et \vec{S}_2 sont des vecteurs représentant les sections d'entrée et de sortie du canal.

En projetant tous les termes de l'équation (4.36) sur l'axe a et en négligeant le dernier terme, nous obtenons l'équation :

$$\frac{dD_a}{dt} = -\dot{M}(C_{a2} - C_{a1}) - K_a - (P_2S_{a2} - P_1S_{a1}) \quad (4.37)$$

dans laquelle les grandeurs S_a , C_a , K_a et D_a sont respectivement les composantes axiales des vecteurs \vec{S} , \vec{C} , \vec{K} et \vec{D} , le sens positif de l'axe a étant dirigé vers le bas.

En régime permanent, toutes les composantes axiales ci-dessus sont constantes, de sorte que nous avons :

$$D_a = \text{cste} \quad \frac{dD_a}{dt} = 0 \quad (4.38)$$

La **composante axiale K_a de la résultante \vec{K}** des forces exercées par le fluide sur les parois du canal est alors, avec $C_a = W_a$:

$$K_a = -\dot{M}(C_{a2} - C_{a1}) - (P_2S_{a2} - P_1S_{a1}) = -\dot{M}(W_{a2} - W_{a1}) - (P_2S_{a2} - P_1S_{a1}) \quad (4.39)$$

Cette équation est appelée **équation d'Euler**. Elle peut être mise sous la forme condensée :

$$K_a = -\dot{M} \Delta C_a - \Delta(P S_a) = -\dot{M} \Delta W_a - \Delta(P S_a) \quad (4.40)$$

Equation d'Euler (moment)

Le bilan spatial de moment cinétique (3.123) donne, par rapport à un point O de l'axe a , l'équation :

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = -\dot{M}[(\vec{R}_2 \times \vec{C}_2) - (\vec{R}_1 \times \vec{C}_1)] - \vec{T} - [\vec{R}_2 \times (P_2\vec{S}_2) - \vec{R}_1 \times (P_1\vec{S}_1)] - \vec{R}_g \times (g M \vec{k}) \quad (4.41)$$

dans laquelle \vec{R}_1 et \vec{R}_2 sont les rayons-vecteurs repérant les centres des sections respectivement d'entrée et de sortie du canal par rapport au point O.

En projetant tous les termes de l'équation (4.41) sur l'axe a et en négligeant le dernier terme, nous obtenons l'équation:

$$\frac{dB_a}{dt} = -\dot{M}(R_2 C_{u2} - R_1 C_{u1}) - T_a - (R_2 P_2 S_{u2} - R_1 P_1 S_{u1}) \quad (4.42)$$

dans laquelle nous définissons:

- R distance du centre d'une section de canal par rapport à l'axe a
- S_u composante périphérique de \vec{S}
- C_u composante périphérique de \vec{C}
- B_a composante axiale du moment cinétique \vec{B}

En régime permanent, nous avons:

$$B_a = \text{cste} \quad \frac{dB_a}{dt} = 0 \quad (4.43)$$

D'autre part, en raison de la géométrie de l'aubage, nous avons:

$$S_{u1} = 0 \quad S_{u2} = 0 \quad (4.44)$$

La **composante axiale T_a du moment \vec{T}** des forces exercées par le fluide sur les parois du canal est alors:

$$T_a = -\dot{M}(R_2 C_{u2} - R_1 C_{u1}) \quad (4.45)$$

Cette équation est également appelée **équation d'Euler**. Elle est aussi connue sous le nom d'**équation du moment moteur** et peut être mise sous la forme condensée:

$$T_a = -\dot{M} \Delta(R C_u) \quad (4.46)$$

Le moment T_a donne la puissance mécanique:

$$\dot{E}^- = T_a \omega = -\dot{M} \Delta(R \omega C_u) \quad (4.47)$$

qui, étant donné la relation:

$$U = R \omega \quad (4.48)$$

devient:

$$\dot{E}^- = -\dot{M} \Delta(U C_u) \quad (4.49)$$

Le travail technique massique correspondant est:

$$e^- = \frac{\dot{E}^-}{\dot{M}} = -\Delta(U C_u) \quad (4.50)$$

$$e^- = -(U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1})$$

Les différentes vitesses intervenant dans le diagramme de la figure 4.5 (b) sont liées mathématiquement par la relation générale:

$$W^2 = C^2 + U^2 - 2 U C_u \quad (4.51)$$

Le travail technique massique donné par (4.50) peut alors être écrit sous la forme:

$$e^- = -\Delta \left(\frac{C^2}{2} - \frac{W^2}{2} + \frac{U^2}{2} \right) = -\Delta \frac{C^2}{2} + \Delta \frac{W^2}{2} - \Delta \frac{U^2}{2} \quad (4.52)$$

$$e^- = - \left(\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \right) + \left(\frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2} \right) - \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right)$$

Les équations (4.50) et (4.52) donnent, sous forme différentielle:

$$\delta e^- = -d(U C_u)$$

$$\delta e^- = -d \frac{C^2}{2} + d \frac{W^2}{2} - d \frac{U^2}{2} \quad (4.53)$$

Remarque

Les relations ci-dessus permettent de calculer le travail technique massique fourni par le fluide au canal, en fonction des vitesses du fluide. Elles sont extrêmement précieuses pour le calcul des turbomachines. Elles font partie d'une théorie développée par Euler, qui est basée sur la considération des canaux et qui est devenue classique. Cette théorie est d'ailleurs appelée **théorie d'Euler**, *théorie des canaux* ou *théorie classique*. Les équations (4.50) et (4.52) sont également appelées **équations d'Euler**.

Cohérence des calculs dans les référentiels fixe et mobile

L'équation (4.15) donne, sous forme développée:

$$dh + d \frac{C^2}{2} + g dZ = \delta e^+ + \delta q^+ \quad (4.54)$$

En éliminant δe^+ entre cette équation et (4.53), nous obtenons:

$$dh + d \frac{W^2}{2} + g dZ = d \frac{U^2}{2} + \delta q^+ \quad (4.55)$$

A titre d'exercice, nous allons contrôler que ces deux équations sont bien équivalentes, la première étant établie par rapport au référentiel fixe (ou d'inertie) et la seconde par rapport au référentiel mobile lié au rotor de la machine. Notons en passant que, pour les problèmes usuels de turbomachines, il est tout à fait suffisant de considérer la terre comme référentiel absolu.

Etant donné le système représenté par la figure 4.4, plaçons-nous sur le référentiel en rotation uniforme autour de l'axe fixe a . Dans la mécanique du mouvement relatif, nous pouvons, selon le principe de d'Alembert, appliquer la relation (4.54), à condition de remplacer les vitesses absolues par les vitesses relatives et d'ajouter les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis. Cela donne lieu aux considérations qui suivent:

- L'énergie cinétique absolue $C^2/2$ est remplacée par l'énergie cinétique relative $W^2/2$.
- Le travail des forces de pesanteur est toujours, sous forme différentielle, égal à gdZ . Rappelons que les forces de pesanteur appartiennent au champ de gravitation et dérivent du potentiel $-gZ$. Nous donnons à la grandeur gZ le nom d'*énergie potentielle gravifique massique* (§ 1.3.4).
- Le travail technique échangé est nul, puisque le canal est fixe par rapport au référentiel considéré.
- Le travail massique des forces d'inertie d'entraînement est, sous forme différentielle:

$$R \omega^2 dR = d \frac{U^2}{2} \quad (4.56)$$

- Remarquons que les forces d'inertie d'entraînement appartiennent au champ des forces centrifuges et dérivent du potentiel $-(\omega^2/2) R^2 = -U^2/2$. Nous donnons à la grandeur $U^2/2$ le nom d'*énergie potentielle centrifuge massique*.
- Le travail massique des forces de Coriolis est nul, puisque ces forces sont perpendiculaires à la vitesse relative \vec{W} .

Les considérations ci-dessus permettent bien de passer de l'équation (4.54) à l'équation (4.55).

4.1.5 Equations fondamentales

Synthèse

En groupant les équations (1.152), (4.15), et (4.23), nous obtenons les *équations fondamentales d'un système ouvert, en régime permanent, traversé par un écoulement admis unidimensionnel*:

$$\delta e^- + d \frac{C^2}{2} + g dZ + \delta r = -v dP = -dh + \underbrace{\delta q^+ + \delta r}_{T ds} \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (4.57)$$

Remarquons que le premier membre de l'équation (4.57) peut, pour les canaux en rotation uniforme autour d'un axe fixe, être exprimé en fonction de la vitesse relative (4.53) par :

$$\begin{aligned} d \frac{W^2}{2} - d \frac{U^2}{2} + g dZ + \delta r = -v dP &= -dh + \underbrace{\delta q^+ + \delta r}_{Td s} \\ &= -dh + T d s \end{aligned} \quad (4.58)$$

Les équations (4.57) et (4.58) sont directement applicables aux turbomachines telles que les turbines, les compresseurs et les pompes.

Dans ce qui suit, il sera quelquefois intéressant de condenser les expressions mathématiques. Dans ce but, nous posons :

- $w \equiv W^2/2$ *énergie cinétique relative, massique*
- $u \equiv U^2/2$ *énergie potentielle centrifuge, massique*
- $c \equiv C^2/2$ *énergie cinétique absolue, massique*
- $z \equiv gZ$ *énergie potentielle gravifique, massique*
- $\delta \bar{p} \equiv v dP$ *énergie vP , massique*
- $\delta \bar{s} \equiv T d s$ *énergie Ts , massique*

Les équations fondamentales (4.57) et (4.58) peuvent alors être mises sous la forme condensée :

$$\begin{aligned} \delta e^- + d c + d z + \delta r &= -\delta \bar{p} = -dh + \delta q^+ + \delta r = -dh + \delta \bar{s} \\ \delta w - d u + d z + \delta r &= -\delta \bar{p} = -dh + \delta q^+ + \delta r = -dh + \delta \bar{s} \end{aligned} \quad (4.59)$$

En posant, en outre :

- $\delta e_{cz}^- = \delta e^- + d c + d z$ *travail technique total, massique*
- $\delta \bar{p}_{cz} = \delta \bar{p} + d c + d z$ *énergie vP totale, massique*

Elles peuvent même être présentées sous les formes extrêmement condensées :

$$\begin{aligned} \delta e_{cz}^- + \delta r &= -\delta \bar{p} = -dh + \delta q^+ + \delta r = -dh + \delta \bar{s} \\ \delta e^- + \delta r &= -\delta \bar{p}_{cz} = -dh_{cz} + \delta q^+ + \delta r = -dh_{cz} + \delta \bar{s} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Remarques

Afin de faciliter la mémorisation des équations fondamentales, nous nous sommes arrangés pour que la présentation relative aux systèmes fermés et celle relative aux systèmes ouverts en régime permanent présentent une **analogie formelle** aussi poussée que possible. A cet égard, il est intéressant de remarquer que, au point de vue strictement formel, il est possible de passer des équations (2.3) aux équations (4.57) et (4.58) (ou inversement) en retranchant (ou en ajoutant) le travail de transvasement $d(vP)$ à chaque membre. En effet, cela permet de passer de δa^- à δe^- , de $P dv$ à $-v dP$ et de $-du$ à $-dh$ (ou inversement).

Nous avons adopté pour l'énergie potentielle centrifuge massique le même symbole u que pour l'énergie interne massique, afin de conserver la simplicité et la symétrie des définitions. L'expérience montre que cette ambiguïté n'est absolument pas gênante dans la pratique.

Dans la majorité des problèmes qui se posent en machines thermiques, les variations d'énergie potentielle gravifique sont négligeables, car les dénivellations et les masses spécifiques sont faibles. Il en résulte que le terme $dz = g \, dZ$, donc aussi l'indice z , disparaît de toutes les équations. Néanmoins, nous avons tenu à présenter les équations les plus générales par souci de rigueur et de façon que le lecteur puisse également résoudre les problèmes où les variations d'énergie potentielle ne sont pas négligeables. C'est notamment le cas dans les problèmes qui se posent en hydraulique.

Remarquons également que *toutes les propriétés établies au chapitre 2 pour les systèmes fermés homogènes (facteurs, chaleurs spécifiques, relations entre les fonctions d'état, transformations thermodynamiques, diagrammes...) sont également valables pour les particules fluides qui se déplacent dans un système ouvert en régime permanent, et qui peuvent être considérées comme étant en équilibre quasi statique.*

Il est évident que, dès qu'une particule fluide se déplace, elle ne peut plus être considérée comme étant rigoureusement en équilibre. Toutefois, lorsque les variations de vitesse et de pression sont non seulement continues, mais encore faibles, la particule est seulement en léger déséquilibre. Nous exprimons cette situation en disant que la particule est en *équilibre quasi statique*. Cette notion a déjà été introduite à la section 1.8.

4.2 FONCTIONS D'ÉTAT STATIQUES ET TOTALES

4.2.1 Définitions

Etant donné un écoulement fluide en régime permanent, nous appelons *fonctions d'état statiques* toutes les fonctions d'état qui caractérisent l'état thermodynamique du fluide que l'on observe quand on se déplace avec une particule fluide.

D'une manière générale, nous appelons *fonctions d'état totales* toutes les fonctions d'état qui caractérisent l'état thermodynamique total associé à l'état thermodynamique statique du fluide, c'est-à-dire celui qui est défini par :

- une enthalpie égale à la somme de l'enthalpie statique, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle gravifique, selon la relation :

$$h_{cz} = h + \frac{C^2}{2} + g \, Z \quad (4.61)$$

- une entropie égale à l'entropie statique s .

Comme les variations de l'énergie potentielle gravifique sont négligeables dans la majorité des problèmes qui se posent en machines thermiques, nous considérons dans ce qui suit seulement l'état thermodynamique total défini par :

- une enthalpie égale à la somme de l'enthalpie statique et de l'énergie cinétique, selon la relation :

$$h_c = h + \frac{C^2}{2} \quad (4.62)$$

- une entropie égale à l'entropie statique s .

4.2.2 Représentation

La figure 4.6 représente, dans un diagramme h - s , un état statique 1 et l'état total 1c qui lui est associé.

Conformément à (4.62), la différence d'enthalpie $h_{c1} - h_1$ mesure l'énergie cinétique massique $C_1^2/2$ au point 1.

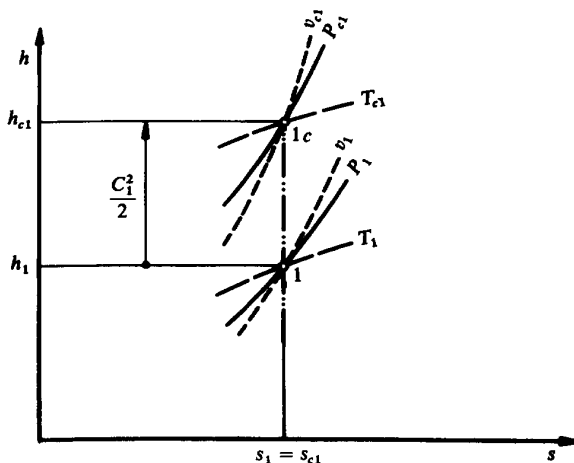


Fig. 4.6 Etat statique et état total qui lui est associé.

4.2.3 Relations entre les fonctions d'état statiques et totales

Nous allons établir les relations permettant de calculer les fonctions d'état totales associées à un état statique déterminé, en admettant que le fluide est un *gaz parfait*.

La transformation isentrope permettant de passer de l'état statique à l'état total est caractérisée par :

$$\Delta h = h_c - h = \frac{C^2}{2} \quad (4.63)$$

En vertu des relations (4.157), (2.35), (2.60) et (2.62), il est possible de calculer les fonctions d'état totales à partir des fonctions d'état statiques par les relations:

$$\text{Volume total massique} \quad v_c = v \left(1 + \frac{C^2}{2c_p T} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.64)$$

$$\text{Pression totale} \quad P_c = P \left(1 + \frac{C^2}{2c_p T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.65)$$

$$\text{Température totale} \quad T_c = T + \frac{C^2}{2c_p} \quad (4.66)$$

$$\text{Enthalpie totale massique} \quad h_c = h + \frac{C^2}{2} \quad (4.67)$$

4.2.4 Remarques

Première remarque

Dans le cas d'un **fluide incompressible**, les équations fondamentales (4.57) donnent directement les fonctions d'état totales:

$$\begin{aligned} v_c &= v = \text{cste} \\ P_c &= P + \frac{C^2}{2v} = P + \frac{\rho C^2}{2} \\ T_c &= T = \text{cste} \end{aligned} \quad (4.68)$$

L'expression donnant P_c est connue sous le nom de **relation de Bernoulli** et le terme $\rho C^2/2$ sous le nom de **pression dynamique**.

Deuxième remarque

Dans le cas où la vitesse C est **faible**, le terme $C^2/(2c_p T)$ est petit par rapport à 1. Il est alors possible d'écrire, en développant en série de Taylor:

$$\left(1 + \frac{C^2}{2c_p T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1 + \frac{\gamma C^2}{2(\gamma-1)c_p T} + \frac{\gamma C^4}{8(\gamma-1)^2 c_p^2 T^2} + \dots \cong 1 + \frac{C^2}{2vP} \quad (4.69)$$

on obtiens donc, selon (4.65), la pression totale:

$$P_c \cong P + \frac{C^2}{2v} \quad (4.70)$$

Le caractère semblable des relations (4.68) et (4.70) montre que, à faible vitesse, un fluide compressible qui s'écoule peut être traité pratiquement comme un fluide incompressible.

Troisième remarque

Dans le cas où l'*énergie potentielle gravifique* joue un rôle, il convient de remplacer $C^2/2$ par $C^2/2 + g Z$.

Quatrième remarque

Lorsqu'il s'agit d'un écoulement fluide dans un *canal mobile de turbomachine*, il est également intéressant de considérer l'état total caractérisé par l'enthalpie :

$$h_{wu} = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \quad (4.71)$$

Dans le cas particulier d'une *turbomachine axiale*, la variation d'énergie potentielle centrifuge est nulle, car la distance des particules fluides à l'axe est constante. Il en résulte que l'accroissement $\Delta U^2 / 2$ est toujours nul. Il convient alors de considérer seulement l'état total caractérisé par la grandeur suivante :

$$\text{Enthalpie totale relative} \quad h_w = h + \frac{W^2}{2} \quad (4.72)$$

dont la définition est symétrique par rapport à la définition (4.62) de l'enthalpie totale *absolue* h_c .

4.2.5 Applications

Écoulement d'un fluide réel autour d'un obstacle

La figure 4.7 représente l'écoulement d'un fluide réel autour d'un obstacle.

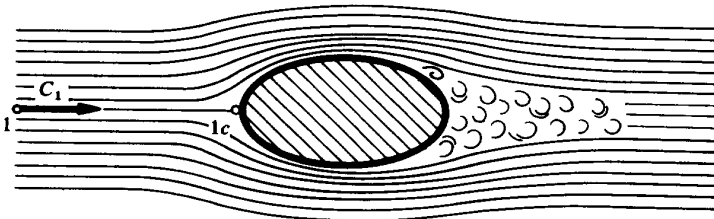


Fig. 4.7 Écoulement d'un fluide réel autour d'un obstacle.

En première approximation, nous pouvons admettre qu'une particule fluide se déplaçant sur la ligne de courant aboutissant au point d'arrêt $1c$ est ralentie jusqu'à l'arrêt complet dans les conditions suivantes:

- sans transfert-travail: $\delta e^- = 0$
- sans transfert-chaleur: $\delta q^+ = 0$
- sans dissipation: $\delta r = 0$

Dans ces conditions, nous avons, en vertu des équations fondamentales (4.57):

$$dh = -d \frac{C^2}{2} \quad dh + d \frac{C^2}{2} = dh_c = 0 \quad h_c = \text{cste} \quad (4.73)$$

Par intégration entre un point 1 et le point $1c$, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \int_{h_1}^{h_{1c}} dh &= - \int_{C_1}^0 d \frac{C^2}{2} \\ h_{1c} - h_1 &= - \left(0 - \frac{C_1^2}{2} \right) \\ h_{1c} &= h_1 + \frac{C_1^2}{2} = h_{c1} \end{aligned} \quad (4.74)$$

D'autre part, nous avons, en vertu de (4.57):

$$ds = 0 \quad (4.75)$$

Par intégration entre les points 1 et $1c$, nous obtenons:

$$s_{1c} = s_1 = s_{c1} \quad (4.76)$$

Ces résultats montrent que, dans cet exemple, l'**état total** associé à l'**état statique** du fluide en un point quelconque de la ligne de courant considérée reste constant. Cela signifie que toutes les fonctions d'état totales, notamment le volume total massique v_c , la pression totale P_c , la température totale T_c et l'enthalpie totale massique h_c , restent constantes le long de la ligne de courant considérée.

Au point d'arrêt $1c$, l'état statique coïncide avec cet état total, puisqu'en ce point l'énergie cinétique est nulle. Donc:

L'état thermodynamique total coïncide avec l'état thermodynamique qui serait atteint par une particule fluide si on la ralentissait jusqu'à l'**arrêt complet sans transfert-chaleur et sans dissipation**, c'est-à-dire de façon isentrope, et **sans transfert-travail**.

Dans le diagramme h - s de la figure 4.6, l'évolution de l'état thermodynamique de la particule fluide considérée ci-dessus est représentée par le tronçon de droite

verticale 1-1c, puis la transformation est isentrope. Cette représentation montre clairement que, lorsque la particule se rapproche du point d'arrêt 1c, l'énergie cinétique $C^2/2$ diminue et l'enthalpie statique h augmente dans la même mesure, de sorte que l'enthalpie totale h_c , qui est leur somme, reste constante.

Sonde aérodynamique

La figure 4.8 représente une sonde appelée *tube de Prandtl*, destinée à mesurer la vitesse locale d'un fluide qui s'écoule.

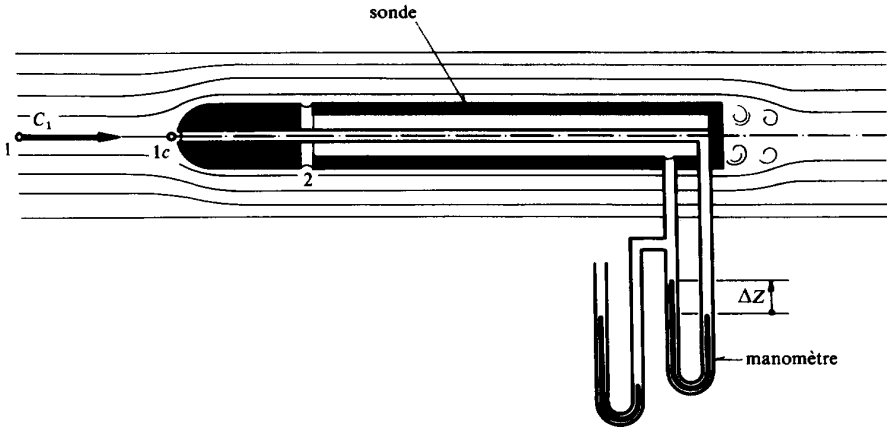


Fig. 4.8 Tube de Prandtl.

La sonde étant bien profilée au point de vue aérodynamique, nous admettons que les filets fluides qui la contournent ne sont que peu affectés par l'obstacle, c'est-à-dire que, notamment, la pression P_2 est très voisine de la pression P_1 .

Le manomètre différentiel permet précisément de déterminer la différence de pression ΔP donnée par la relation :

$$\Delta P = P_{1c} - P_2 \equiv P_{c1} - P_1 = (\rho_m - \rho) g \Delta Z \quad (4.77)$$

dans laquelle nous avons :

- ρ masse volumique du fluide
- ρ_m masse volumique du liquide manométrique
- ΔZ dénivellation manométrique

Examinons maintenant quelques cas particuliers.

- Le fluide est un *gaz* et le liquide manométrique de l'*eau* ou du *mercure*. Nous avons alors $\rho \ll \rho_m$, de sorte que, en première approximation, nous pouvons écrire :

$$\Delta P \equiv \rho_m g \Delta Z \quad (4.78)$$

- Le fluide est un **gaz parfait**. L'équation (4.65) donne alors la relation :

$$C_1 = \sqrt{2 c_p T_1 \left[\left(1 + \frac{\Delta P}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (4.79)$$

qui permet de calculer la vitesse C_1 du fluide en fonction de la différence de pression ΔP .

- La vitesse C_1 est **faible**. Nous avons alors, en général, $\Delta P/P_1 \ll 1$. Il est possible de développer $(1 + \Delta P/P_1)$ en série de Taylor, ce qui donne :

$$\left(1 + \frac{\Delta P}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{(\gamma-1)\Delta P}{\gamma P_1} - \frac{(\gamma-1)(\Delta P)^2}{2\gamma^2 P_1^2} + \dots \quad (4.80)$$

de sorte que (4.79), compte tenu de (2.72), se réduit à :

$$C_1 \cong \sqrt{\frac{2 c_p (\gamma-1) T_1 \Delta P}{\gamma P_1}} = \sqrt{\frac{2 r T_1 \Delta P}{P_1}} \quad (4.81)$$

$$C_1 \cong \sqrt{2 v_1 \Delta P}$$

Le fluide est **incompressible**. Les équations (4.57) donnent alors, par intégration :

$$\int_{C_1}^0 d \frac{C^2}{2} = -v \int_{P_1}^{P_c} dP$$

$$0 - \frac{C_1^2}{2} = -v \Delta P \quad (4.82)$$

$$C_1 = \sqrt{2 v \Delta P}$$

Le caractère semblable des relations (4.81) et (4.82) confirme le fait que, à faible vitesse, un fluide compressible s'écoule pratiquement comme un fluide incompressible, c'est-à-dire que l'effet de la compressibilité disparaît. Ce fait, bien connu en aérodynamique, permet d'ailleurs d'effectuer en soufflerie des études d'écoulement relatives aux machines hydrauliques.

4.3 PROPAGATION PLANE D'UNE PERTURBATION DE FAIBLE AMPLITUDE

4.3.1 Généralités

Considérons un **fluide quasi homogène** et animé d'un mouvement de **translation rectiligne et uniforme**.

Nous allons raisonner par rapport à un *référentiel solide du fluide*, c'est-à-dire animé du même mouvement de translation que le fluide. Nous savons que, dans ce cas, les équations de la dynamique dans le mouvement relatif ont la même forme que dans le mouvement absolu.

Comme le montre la figure 4.9, nous définissons :

- X abscisse repérant la position qu'aurait une section plane S du fluide en l'absence de perturbation
- Y élongation relative à la section S , c'est-à-dire écart par rapport à la position définie par l'abscisse X
- W vitesse de la section S par rapport au référentiel défini plus haut
- P pression dans la section S

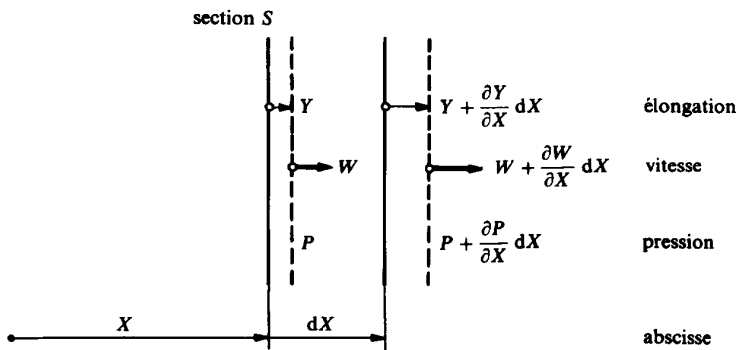


Fig. 4.9 Propagation plane d'une perturbation de faible amplitude.

Remarquons que les grandeurs Y , W et P sont fonction de l'abscisse X et du temps t .

Dans une section S infiniment voisine de la première, nous avons, au temps t :

- l'abscisse $X + dX$
- l'élongation $Y + (\partial Y / \partial X) dX$
- la vitesse $W + (\partial W / \partial X) dX$
- la pression $P + (\partial P / \partial X) dX$

4.3.2 Equation de d'Alembert et célérité de propagation d'onde

Tout d'abord, la *loi de Newton* donne :

$$\rho S dX \frac{DW}{Dt} = P S - \left(P + \frac{\partial P}{\partial X} dX \right) S \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial P}{\partial X} = -\rho \frac{DW}{Dt}$$

L'équation (3.42) donne, en projection sur l'axe X :

$$\frac{DW}{Dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial X} \quad (4.84)$$

Admettons que la perturbation soit de *faible amplitude*. Cette hypothèse se traduit par le fait que la variation de la vitesse W est beaucoup plus faible dans l'espace que dans le temps, ce qui s'exprime par l'inégalité:

$$W \frac{\partial W}{\partial X} \ll \frac{\partial W}{\partial t} \quad (4.85)$$

En négligeant le terme $W \partial W / \partial X$ devant le terme $\partial W / \partial t$, nous obtenons:

$$\frac{DW}{Dt} = \frac{\partial W}{\partial t} \quad (4.86)$$

de sorte que (4.83) devient:

$$\frac{\partial P}{\partial X} = -\rho \frac{\partial W}{\partial t} \quad (4.87)$$

Par ailleurs, l'équation de continuité (3.48) donne, en projection sur l'axe X :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -W \frac{\partial \rho}{\partial X} - \rho \frac{\partial W}{\partial X} \quad (4.88)$$

L'hypothèse d'une perturbation de faible amplitude se traduit aussi par le fait que la variation de la masse volumique ρ est beaucoup plus faible dans l'espace que dans le temps, ce qui s'exprime par l'inégalité:

$$W \frac{\partial \rho}{\partial X} \ll \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.89)$$

En négligeant le terme $W \partial \rho / \partial X$ devant le terme $\partial \rho / \partial t$, nous obtenons l'équation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial W}{\partial X} \quad (4.90)$$

Ensuite, comme l'évolution thermodynamique du fluide est très rapide, les particules fluides n'ont pas le temps d'échanger de l'énergie-chaleur. Nous pouvons donc admettre que la transformation thermodynamique des particules situées dans la section S est adiabate. Enfin, admettons que cette transformation se fasse sans dissipation. La transformation étant adiabate et sans dissipation, est aussi *isentrope*.

Il en résulte que le volume massique v et la pression P sont liés par la relation :

$$\gamma_s = -\frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_s \quad (4.91)$$

où γ_s est le facteur de compressibilité isentrope défini dans le tableau 2.4.

Comme nous avons :

$$v = \frac{1}{\rho} \quad \text{et} \quad \frac{dv}{v} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (4.92)$$

la relation (4.91) peut être écrite :

$$\gamma_s = \frac{\rho}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \quad (4.93)$$

En remarquant que :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s \frac{\partial P}{\partial t} \quad (4.94)$$

et en tenant compte de (4.93), nous pouvons mettre l'équation (4.90) sous la forme :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -P \gamma_s \frac{\partial W}{\partial X} \quad (4.95)$$

L'hypothèse d'une perturbation de faible amplitude permet d'admettre que toutes les grandeurs qui ne figurent pas sous les signes différentiels dans les équations ont une valeur égale à celle qu'elles auraient en l'absence de perturbation, c'est-à-dire une valeur constante indiquée par l'indice 0.

Les équations (4.87) et (4.95) deviennent alors :

$$\frac{\partial P}{\partial X} = -\rho_0 \frac{\partial W}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial P}{\partial t} = -P_0 \gamma_{s,0} \frac{\partial W}{\partial X} \quad (4.96)$$

Éliminons W entre ces deux équations en dérivant la première par rapport à X , en dérivant la deuxième par rapport à t et en éliminant le terme $\partial^2 W / (\partial X \partial t)$. Nous obtenons :

Equation de d'Alembert	$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = A_0^2 \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} \quad (4.97)$
-------------------------------	--

dans laquelle nous définissons la **célérité de propagation d'onde**, communément appelée **vitesse du son** :

$$A_0 = \sqrt{\frac{\gamma_{s0} P_0}{\rho_0}} \quad (4.98)$$

Autre approche

En se basant sur [123], il est possible d'arriver au même résultat que l'expression (4.98) en développant les bilans de quantité de mouvement (3.118) et de masse (3.47) relatifs à un système enveloppant une onde se propageant linéairement dans un canal de section S constante. L'application de ces bilans est facilitée si l'on se place dans un *référentiel se déplaçant de façon uniforme à la célérité de l'onde* (fig. 4.10(b)).

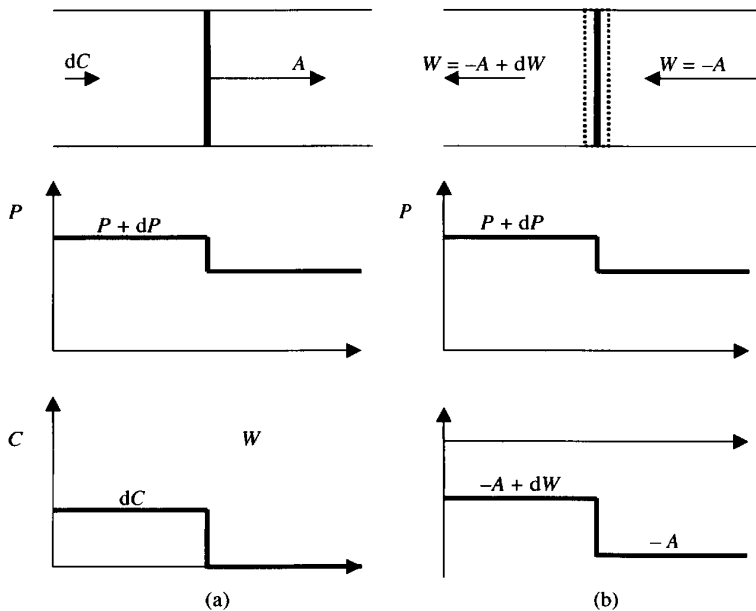


Fig. 4.10 Représentation schématique d'une onde de faible amplitude se propageant linéairement dans un canal de section constante: (a) référentiel absolu; (b) référentiel relatif à l'onde.

En négligeant le frottement sur les parois et la dissipation dans l'onde elle-même, le bilan de quantité de mouvement dans le référentiel relatif correspond à:

$$S[(P + dP) - P] = \dot{M}[(-A + dW) + A] \quad (4.99)$$

Le débit-masse entrant dans le système de la figure 4.10(b), en vertu de l'équation (4.10), devient:

$$\dot{M} = \rho S A \quad (4.100)$$

de sorte que l'équation (4.99) se réduit à:

$$dP = \rho A dW \quad (4.101)$$

Par ailleurs, le bilan de masse relatif au système de la figure (4.10(b)) s'écrit:

$$\rho S A = S (\rho + d\rho) (A - dW) \quad (4.102)$$

et, en négligeant le terme de deuxième ordre $d\rho dW$, devient:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dW}{A} \quad (4.103)$$

En substituant l'expression de dW de l'équation (4.101) dans (4.103) et en considérant le caractère isentrope des transformations compte tenu de l'absence de transfert de chaleur et de dissipation, nous retrouvons l'équation (4.98):

$$\frac{dP}{d\rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s = A^2 \quad (4.104)$$

A noter que l'expression (4.101) aurait également pu être obtenue à partir des équations fondamentales (4.57).

4.3.3 Propagation d'onde

On montre en mathématique que la solution générale de l'équation (4.97) est de la forme:

$$P = f_1(X + A_0 t) + f_2(X - A_0 t) \quad (4.105)$$

où f_1 et f_2 sont des fonctions d'intégration.

La fonction f_1 représente une *onde plane indéformable* qui se propage avec la célérité $-A_0$.

La fonction f_2 représente une autre *onde plane indéformable* qui se propage avec la célérité $+A_0$.

Comme l'élongation Y est parallèle à la direction X dans laquelle se propage l'onde, nous disons qu'il s'agit d'une *onde longitudinale*.

Donc, *dans un fluide animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme, toute perturbation de faible amplitude se propage sous forme d'une onde longitudinale dont la célérité par rapport au fluide est donnée dans le tableau (4.1).*

4.4 ÉCOULEMENT DANS UN CANAL DE SECTION CONSTANTE

4.4.1 Généralités

Considérons le système représenté par la figure 4.11, constitué d'un **canal de section S constante**, parcouru par un fluide. Pour fixer les idées, pensons à une conduite de centrale thermique, parcourue par de l'air.

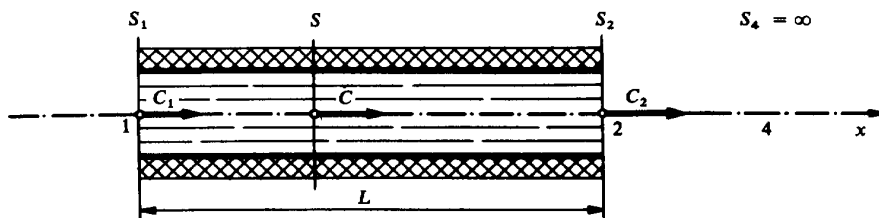


Fig. 4.11 Canal fixe et adiabate, de section constante, parcouru par un fluide.

Nous formulons les hypothèses suivantes:

- canal fixe $\delta e^- = 0$
- canal adiabate $\delta q^+ = 0$
- axe horizontal $dZ = 0$
- écoulement unidimensionnel
- régime permanent
- gaz parfait

Dans ces conditions, nous avons, en vertu des équations fondamentales (4.57):

$$dh = -d \frac{C^2}{2} \quad \text{ou} \quad dh + d \frac{C^2}{2} = dh_c = 0 \quad \text{ou} \quad h_c = h + \frac{C^2}{2} = \text{cste} \quad (4.109)$$

Donc:

L'enthalpie totale absolue d'un fluide qui s'écoule dans un canal fixe et isolant reste constante même en présence de dissipation.

4.4.2 Courbes de Fanno

Equation et représentation

Le **débit-masse surfacique** à travers une section quelconque du canal est, en vertu de l'équation de continuité (4.10):

$$\dot{\mu} \equiv \frac{\dot{M}}{S} = \frac{C}{v} = \text{cste} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s m}^2} \right] \quad (4.110)$$

$$dh = -\gamma_s P dv + \left(1 + \frac{\alpha_v v P}{c_v T}\right) T ds \quad (4.113)$$

$$dh = \alpha_v \frac{(\beta_p - 1)}{\beta_p} P dv + \left(c_v + \frac{\alpha_v v P}{T}\right) dT$$

En éliminant $P dv$ et dh entre (4.112) et (4.113), nous obtenons:

$$\left[1 + \frac{\alpha_v (\beta_p - 1) v P}{\beta_p C^2}\right] T ds = c_v \left(1 - \frac{\gamma_s v P}{C^2}\right) dT \quad (4.114)$$

Vitesse de Laval

Les équations ci-dessus montrent que toutes les courbes de Fanno tracées dans le diagramme h - s (ou T - s) présentent une tangente verticale en un point L caractérisé par les grandeurs, selon l'expression (4.106):

$$C_L = \sqrt{\gamma_{sL} v_L P_L} = A_L \quad (4.115)$$

$$h_L = h_c - \frac{\gamma_{sL} v_L P_L}{2} \quad (4.116)$$

La relation (4.115) montre que la vitesse C_L est précisément égale à la **célérité de propagation d'onde au point L** . Nous avons donc en ce point $C_L = A_L$.

Cette vitesse extrêmement remarquable A_L est appelée **vitesse de Laval**.

Application aux gaz semi-parfaits

Pour les **gaz semi-parfaits**, l'équation (4.114), compte tenu de (4.66) et du paragraphe 2.4.1 devient:

$$ds = \left(\frac{c_v}{T} - \frac{r}{2(T_c - T)} \right) dT \quad (4.117)$$

Comme la chaleur spécifique c_v n'est alors fonction que de la température T , nous obtenons par intégration l'équation:

$$s = s_0 + f(T_c, T) \quad (4.118)$$

ce qui montre que les abscisses s de tous les points situés à la même ordonnée h (ou T) diffèrent d'une quantité constante. Donc, *pour les gaz semi-parfaits, toutes les courbes de Fanno caractérisées par la même enthalpie totale h_c et tracées dans un diagramme h - s (ou T - s) peuvent être déduites l'une de l'autre par une translation horizontale suivant l'axe s .*

En vertu de (4.111), nous avons, pour h_c et h donnés :

$$\dot{\mu} v = \dot{\mu}' v' \quad (4.119)$$

La translation est la même que celle relative à deux courbes isochores passant par deux points situés à la même ordonnée. Conformément à la propriété que nous établirons au paragraphe 8.3.3, sa valeur est :

$$r \ln \frac{v'}{v} = -r \ln \frac{\dot{\mu}'}{\dot{\mu}} \quad (4.120)$$

de sorte que l'équation (4.118) peut être écrite :

$$s = f(T_c, T) - r \ln \frac{\dot{\mu}'}{\dot{\mu}} + \text{cste} \quad (4.121)$$

ce qui montre que, pour passer d'une courbe de Fanno caractérisée par h_c et $\dot{\mu}$ à une autre caractérisée par h_c et $\dot{\mu}'$, il faut opérer une translation horizontale de valeur $-r \ln (\dot{\mu}'/\dot{\mu})$, comptée algébriquement. Comme le montre la figure 4.12, la famille des courbes de Fanno de même h_c détermine, sur une droite horizontale située à une ordonnée quelconque $h < h_c$, la **graduation logarithmique** correspondant à l'expression $-r \ln (\dot{\mu}'/\dot{\mu})$.

Il en résulte que le réseau des courbes de Fanno se resserre d'autant plus que l'on se déplace vers la gauche du diagramme, c'est-à-dire que $\dot{\mu}$ augmente.

Application aux gaz parfaits

Pour les **gaz parfaits**, l'équation (4.117) donne, par intégration et compte tenu de la propriété de translation mentionnée ci-dessus, l'équation de la famille des courbes de Fanno dans un diagramme T - s (fig. 4.12) :

$$s = c_v \ln T + \frac{r}{2} \ln (T_c - T) - r \ln \frac{\dot{\mu}'}{\dot{\mu}} + \text{cste} \quad (4.122)$$

Il est aisé d'en déduire l'équation de la famille des courbes de Fanno dans un diagramme h - s (fig. 4.12) :

$$s = c_p \ln (c_p T_c - h_c + h) + \frac{r}{2} \ln (h_c - h) - r \ln \frac{\dot{\mu}'}{\dot{\mu}} + \text{cste} \quad (4.123)$$

Les relations (4.66), (4.115) et (4.116) montrent que l'ordonnée du point remarquable L est :

- dans le diagramme T - s :
$$T_L = \frac{2}{\gamma + 1} T_c \quad (4.124)$$

- dans le diagramme h - s :
$$h_L = h_c - \frac{\gamma r T_c}{\gamma + 1} \quad (4.125)$$

Finalement, la vitesse de Laval (4.115) peut être mise sous les formes:

$$A_L = \sqrt{\gamma v_L P_L} = \sqrt{\gamma r T_L} = \sqrt{\frac{2 \gamma r T_c}{\gamma + 1}} = \sqrt{\frac{2(\gamma - 1) c_p T_c}{\gamma + 1}} \quad (4.126)$$

Les équations (4.122) et (4.123) montrent que toutes les courbes de Fanno de même enthalpie totale h_c présentent deux asymptotes horizontales situées:

- dans le diagramme T - s , aux ordonnées $T = T_c$ et $T = 0$
- dans le diagramme h - s , aux ordonnées $h = h_c$ et $h = h_c - c_p T_c$

Régimes d'écoulement

Dans le système représenté par la figure 4.11, il peut se présenter les deux régimes d'écoulement suivants:

- Lorsque la vitesse du fluide dans la section 1 d'entrée du canal est inférieure à la vitesse du son, la courbe 1-2 de la transformation thermodynamique du fluide entre l'entrée 1 et la sortie 2 du canal est située sur la branche supérieure d'une courbe de Fanno, et la vitesse reste inférieure à la vitesse du son. L'écoulement est **subsonique** (fig. 4.13).
- Lorsque la vitesse du fluide dans la section 1 est supérieure à la vitesse du son, la courbe 1-2 est située sur la branche inférieure d'une courbe de Fanno et la vitesse reste supérieure à la vitesse du son. L'écoulement est **supersonique** (fig. 4.13).

Écoulement subsonique

Considérons l'**écoulement subsonique** correspondant au tronçon de courbe 1-2, tracé dans le diagramme h - s de la figure 4.13.

Cette courbe est déterminée comme suit.

- Soit C_1 la vitesse au point 1.
- Soient P_{c1} et T_{c1} les fonctions d'état totales caractérisant l'état total associé à l'état statique 1. Cela détermine l'enthalpie totale $h_c = \text{cste}$, ainsi que l'entropie s_{c1} .
- L'enthalpie statique $h_1 = h_{1c} - C_1^2/2$ et l'entropie $s_1 = s_{c1}$ caractérisent l'état statique 1. Cela détermine le volume massique statique v_1 .
- La relation:

$$\dot{m} = \frac{\dot{M}}{S} = \frac{C_1}{v_1} \quad (4.127)$$

détermine le débit-masse surfacique $\dot{m} = \text{cste}$.

- Les paramètres h_c et \dot{m} déterminent la courbe de Fanno passant par le point 1.

A cause de la dissipation, l'entropie du fluide augmente conformément à (4.57), ce qui donne :

$$ds = \frac{\delta r}{T} \geq 0 \quad (4.128)$$

Donc, le point représentatif de l'état du fluide se déplace progressivement vers la droite, tout en restant sur la courbe de Fanno.

Etant donné la forme de la courbe de Fanno, les fonctions d'état statiques et totales évoluent comme suit :

- v augmente v_c augmente
- P diminue P_c diminue
- T diminue $T_c = \text{cste}$ (gaz parfait)
- h diminue $h_c = \text{cste}$
- s augmente s_c augmente

Remarquons que la vitesse C du fluide augmente continuellement. Elle augmente d'ailleurs proportionnellement au volume massique v , conformément à (4.110). Ce résultat montre bien la différence qu'il y a entre l'écoulement d'un fluide compressible et celui d'un fluide incompressible. Si le fluide était incompressible, sa vitesse C resterait constante. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que cette hypothèse est généralement admise en hydraulique classique.

La dissipation massique relative à la portion de tube comprise entre les sections 1 et 2 est obtenue par intégration de (4.128) :

$$r = \int_1^2 T ds \quad (4.129)$$

Elle est donc mesurée par la surface située sous la portion de courbe de Fanno 1-2 lorsque cette dernière est tracée dans un diagramme T - s .

Afin de pouvoir discuter qualitativement l'influence des divers paramètres du système sur l'écoulement, nous allons établir une relation approximative entre la variation de pression ΔP et le débit-masse surfacique $\dot{\mu}$.

La dissipation est donnée, selon (4.57), par la relation :

$$\delta r = -v dP - d \frac{C^2}{2} \cong -v dP \quad (4.130)$$

Elle peut, d'autre part, être exprimée à l'aide d'un coefficient de perte de charge λ_r et du rayon hydraulique R_h du canal, par la relation :

$$\delta r = \lambda_r \frac{1}{R_h} \frac{C^2}{2} dL \quad (4.131)$$

En éliminant δr et C entre (4.110), (4.130) et (4.131), nous avons :

$$dP \equiv -\frac{\lambda_r}{2 R_h} \dot{\mu}^2 v dL \quad (4.132)$$

Intégrons en admettant que v varie peu. En introduisant $v = \bar{v}$, nous obtenons finalement :

$$\Delta P \equiv -\frac{\lambda_r}{2 R_h} \dot{\mu}^2 \bar{v} L$$

$$\dot{\mu} \equiv \sqrt{\frac{-2 R_h \Delta P}{\lambda_r \bar{v} L}} \quad (4.133)$$

Il est possible de modifier le régime d'écoulement du fluide dans le canal de plusieurs manières, que nous allons examiner successivement en admettant que l'état total 1c à l'entrée est toujours le même.

Si nous augmentons la longueur L , sans changer la section S du canal, ni la pression statique de sortie P_2 ($\Delta P \equiv \text{cste}$) :

- le débit-masse surfacique diminue et devient par exemple $\dot{\mu}' < \dot{\mu}$, de sorte que la courbe de Fanno se déplace vers la droite, comme le montre la figure 4.13
- la transformation devient la portion 1'-2' de la nouvelle courbe de Fanno
- le débit-masse \dot{M} diminue
- la vitesse C diminue.

Si nous diminuons la section S , sans changer la longueur L du canal, ni la pression P_2 , la modification du régime d'écoulement est de même nature que dans le premier cas.

Si nous augmentons la rugosité de la paroi intérieure du canal, sans changer ni les dimensions du canal, ni la pression P_2 , la modification du régime d'écoulement est encore de même nature que dans le premier cas.

Si nous diminuons la pression P_2 jusqu'à la valeur P_2'' , sans changer les dimensions du canal :

- le débit-masse surfacique augmente et devient par exemple $\dot{\mu}'' > \dot{\mu}$, de sorte que la courbe de Fanno se déplace vers la gauche, comme le montre la figure 4.13
- la transformation devient la portion 1''-2'' de la nouvelle courbe de Fanno
- le débit-masse \dot{M} augmente
- la vitesse C augmente.

Si nous diminuons suffisamment la pression P_2 , il arrive un moment où le point 2 atteint le point remarquable L . Cela signifie que la vitesse C_2 est alors égale à la vitesse du son A_L . Ce cas est représenté dans la figure 4.13 par la courbe de Fanno de paramètre $\dot{\mu}'''$ et par la transformation 1'''-2'''.

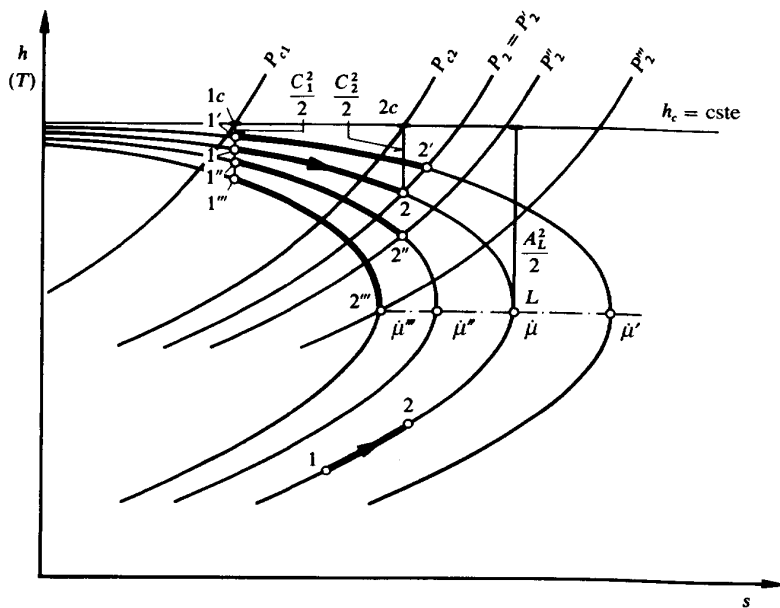


Fig. 4.13 Transformation thermodynamique du fluide (gaz) s'écoulant dans le système de la figure 4.11.

Blocage sonique

Si nous continuons à diminuer, au-dessous de P_2''' , la pression P_4 de l'enceinte aval dans laquelle débite le canal, l'écoulement dans le canal ne subit plus aucune modification. Il reste rigoureusement identique à celui, caractérisé par le paramètre μ''' , qui vient d'être décrit. C'est le phénomène du ***blocage sonique***.

Comme la pression statique dans la section S_2 reste égale à P_2''' , la détente de la pression P_2''' à la pression $P_4 < P_2'''$ se fait à l'aval de la section S_2 du canal. Cette détente fait intervenir un phénomène extrêmement brutal et bruyant, caractérisé par des variations très rapides de la vitesse et de l'état thermodynamique du fluide. C'est le phénomène d'*onde de détente*.

La figure 4.14 représente la variation du débit-masse \dot{M} , en fonction de la pression P_4 de l'enceinte aval dans laquelle débite le canal. Cette figure montre bien que:

Quelle que soit la différence de pression $P_1 - P_4$ imposée entre l'entrée et la sortie du canal, il est **impossible** de faire passer au travers de ce canal un débit plus grand que le débit sonique \dot{M}_L .

Au point de vue thermodynamique, le blocage sonique s'explique par le fait que le point représentatif de l'état du fluide est situé sur la branche supérieure des courbes de Fanno et qu'il ne peut se déplacer que vers la droite, en vertu des explications données plus haut. Il en résulte qu'il ne peut pas dépasser le point remarquable L , c'est-à-dire que la vitesse C ne peut pas dépasser la vitesse du son A .

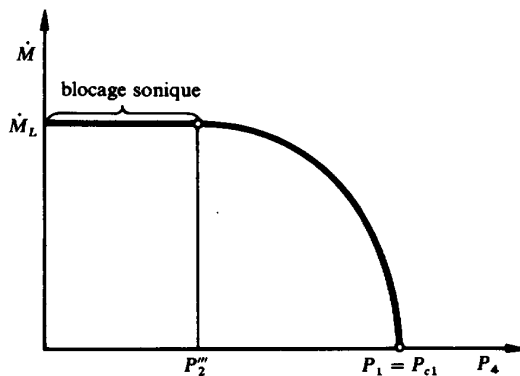


Fig. 4.14 Variation du débit-masse du fluide s'écoulant dans le système de la figure 4.11.

Au point de vue physique, le blocage sonique s'explique par le fait qu'une perturbation ne peut se propager par rapport au fluide qu'avec la vitesse du son et que le fluide a précisément une vitesse égale à cette dernière dans la section S_2 . Il en résulte que toute perturbation se produisant à l'aval de la section S_2 se propage vers l'amont avec une vitesse absolue nulle au droit de cette section. Notamment, la perturbation due à l'abaissement de la pression de l'enceinte aval est incapable de remonter dans le canal. D'une façon générale :

Le **blocage sonique** dans un système est caractérisé par une **insensibilité complète de l'écoulement** à toute perturbation se produisant à l'aval de la section dans laquelle la vitesse d'écoulement est égale à la vitesse du son.

Écoulement supersonique

Considérons maintenant l'**écoulement supersonique** correspondant au tronçon de courbe 1-2, tracé dans le diagramme h - s de la figure 4.13. Toujours à cause de la dissipation, le point représentatif de l'état du fluide se déplace progressivement sur la droite, tout en restant cette fois-ci sur la branche inférieure de la **courbe de Fanno**.

Les fonctions d'état statiques et totales évoluent comme suit :

- v diminue v_c augmente
- P augmente P_c diminue
- T augmente $T_c = \text{cste}$ (gaz parfait)
- h augmente $h_c = \text{cste}$
- s augmente s_c augmente

Remarquons que, cette fois-ci, la vitesse C du fluide diminue continuellement. Mais, de nouveau, le point représentatif de l'état du fluide ne peut pas dépasser par continuité le point remarquable L . Toutefois, nous montrerons au paragraphe

suivant que le point représentatif de l'état du fluide peut passer de la branche inférieure à la branche supérieure de la courbe de Fanno par un phénomène de discontinuité appelé *onde de choc*.

4.4.3 Onde de choc à front droit

Description

Pour simplifier l'exposé du phénomène d'onde de choc, nous reprenons le système représenté par la figure 4.11, et reproduit dans la figure 4.15, concernant l'écoulement d'un fluide, en *régime permanent*, dans un *canal fixe et adiabate*, de *section constante*.

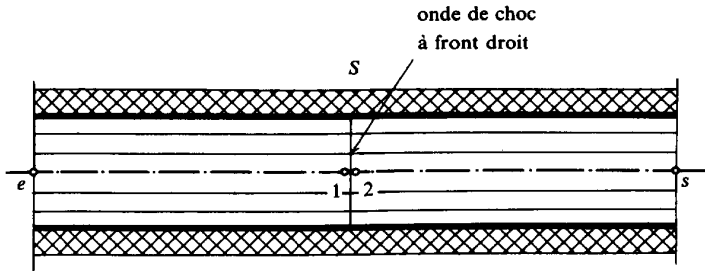


Fig. 4.15 Onde de choc dans un canal fixe et adiabate, de section constante.

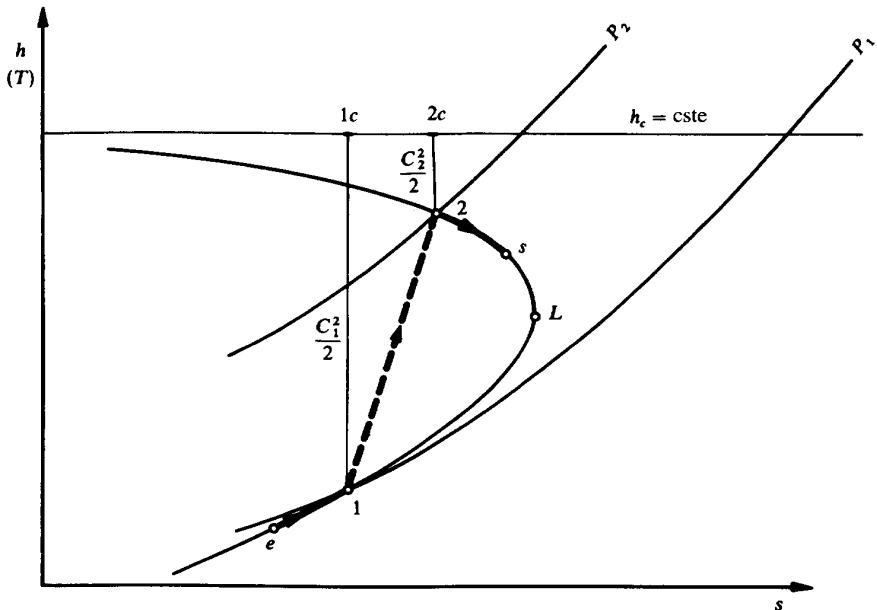


Fig. 4.16 Phénomène d'onde de choc à front droit.

Admettons que l'écoulement à l'entrée e du canal soit un **écoulement supersonique**.

Dans certaines conditions qui seront précisées à la section 4.5, il peut apparaître un phénomène de discontinuité appelé **onde de choc**. Ce phénomène affecte un parcours extrêmement réduit, dont la longueur est limitée au libre parcours moyen des molécules. Macroscopiquement, il est caractérisé par des **sauts brusques de la vitesse C et de toutes les fonctions d'état thermodynamiques**.

Nous allons montrer qu'une onde de choc correspond toujours au passage brusque d'un écoulement supersonique à un écoulement subsonique et jamais au passage inverse. La figure 4.16 représente, dans un diagramme h - s , la transformation correspondant au phénomène d'onde de choc à front droit.

Analyse

Les points 1 et 2 concernent les états du fluide juste avant et après le choc. Pour un gaz parfait ou semi-parfait, les états 1 et 2 sont liés par les équations suivantes :

- équations d'état, selon (2.6):

$$v_1 P_1 = r T_1 \quad \text{et} \quad v_2 P_2 = r T_2 \quad (4.134)$$

- équations calorifiques, selon (2.32):

$$h_c - h_1 = c_p (T_c - T_1) \quad \text{et} \quad h_c - h_2 = c_p (T_c - T_2) \quad (4.135)$$

- équations de continuité, selon (4.110):

$$\dot{m} = \frac{C_1}{v_1} \quad \text{et} \quad \dot{m} = \frac{C_2}{v_2} \quad (4.136)$$

- équations d'énergie, selon (4.109)

$$h_c - h_1 = \frac{C_1^2}{2} \quad \text{et} \quad h_c - h_2 = \frac{C_2^2}{2} \quad (4.137)$$

- équation de quantité de mouvement, selon (4.39) et (4.110):

$$P_2 - P_1 = -\dot{m} (C_2 - C_1) \quad (4.138)$$

Cette équation découle de l'application de (4.39), avec $S_{a1} = S_{a2} = S$, $C_{a1} = C_1$, $C_{a2} = C_2$ et $K_a = 0$, puisque la force axiale de frottement extérieur n'affecte qu'une longueur de canal pratiquement nulle.

Les huit équations (4.134) à (4.137) correspondent au fait que les points 1 et 2 sont situés sur la courbe de Fanno définie par les valeurs P_1 , T_1 et C_1 .

Avec l'équation (4.138) en plus, nous avons bien neuf équations pour les neuf inconnues, \dot{m} , v_1 , C_2 , v_2 , P_2 , T_2 , h_2 , T_c et h_c .

La résolution du système constitué par ces neuf équations donne, tous calculs faits, les relations :

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{La_1^2} \quad (4.139)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{(\gamma + 1)La_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1 - (\gamma - 1)La_1^2} \quad (4.140)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(\gamma + 1)La_1^2 - (\gamma - 1)}{[(\gamma + 1) - (\gamma - 1)La_1^2]La_1^2} \quad (4.141)$$

$$h_2 - h_1 = \frac{A_L^2}{2} \left(La_1^2 - \frac{1}{La_1^2} \right) \quad (4.142)$$

dans lesquelles nous avons posé :

Nombre de Laval

$$La_1 \equiv \frac{C_1}{A_L} \quad (4.143)$$

Le nombre de Laval est le rapport entre la vitesse du fluide et la vitesse de Laval (constante, contrairement à la vitesse du son A du nombre de Mach).

L'étude d'un canal convergent-divergent (tuyère de Laval) montre que la vitesse du fluide ne peut pas dépasser la valeur maximale (éq. (4.167)) :

Vitesse de Crocco

$$C_{\max} = \sqrt{2c_p T_c} \quad (4.144)$$

Nous en déduisons les inégalités suivantes :

$$1 \leq La_1 \leq La_{\max} = \frac{C_{\max}}{A_L} = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad (4.145)$$

En tenant compte de (4.139) et (4.143), nous obtenons les relations remarquables :

$$C_1 C_2 = A_L^2 \quad \text{et} \quad La_1 La_2 = 1 \quad (4.146)$$

Accroissement d'entropie

L'accroissement d'entropie est, en vertu de (4.117), donné par la relation :

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{r}{2} \ln \frac{T_c - T_2}{T_c - T_1} \quad (4.147)$$

qui peut être mise sous la forme :

$$\Delta s = \left[\ln \frac{(\gamma + 1)La_1^2 - (\gamma - 1)}{[(\gamma + 1) - (\gamma - 1)La_1^2]La_1^2} + (\gamma - 1) \ln La_1^2 \right] \frac{c_p}{\gamma} \quad (4.148)$$

En dérivant par rapport à La_1^2 , nous obtenons :

$$\frac{d(\Delta s)}{d(La_1^2)} = \frac{(\gamma + 1)(La_1^2 - 1)^2 c_p}{[(\gamma + 1)La_1^2 - (\gamma - 1)][(\gamma + 1) - (\gamma - 1)La_1^2]La_1^2} \geq 0 \quad (4.149)$$

Au point L de Laval, nous avons :

$$La_1 = 1 \quad \Delta s = 0 \quad \frac{d(\Delta s)}{d(La_1^2)} = 0 \quad (4.150)$$

La variation de Δs en fonction de La_1^2 , autour de $La_1^2 = 1$, est reportée sur la figure 4.17.

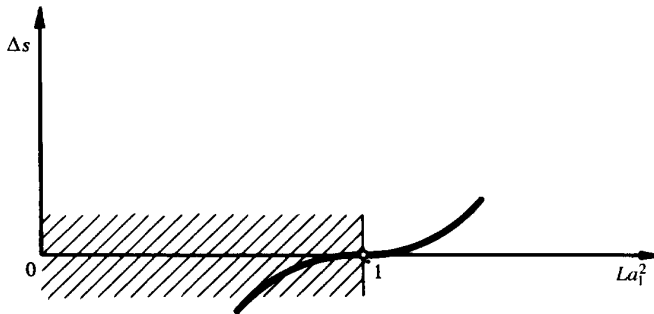


Fig. 4.17 Accroissement d'entropie en fonction de La_1^2 , lors d'une onde de choc à front droit.

Ce qui précède montre que l'accroissement d'entropie Δs ne peut être positif que si $La_1^2 > 1$, c'est-à-dire si $C_1 > A_L$, c'est-à-dire encore si l'écoulement avant le choc est supersonique. La relation (4.146) montre alors que l'écoulement après le choc ne peut être que subsonique.

Comme Δs ne peut être que positif en vertu du Deuxième Principe, nous avons bien prouvé qu'il n'est pas possible d'obtenir une onde de choc correspondant au passage d'un écoulement subsonique à un écoulement supersonique.

Il en résulte que le phénomène d'onde de choc à front droit se traduit dans un diagramme h - s par une transformation telle que celle représentée dans la figure 4.16.

4.4.4 Remarques

Relation entre les fonctions d'état statiques et totales

D'une manière générale, il est possible de calculer les fonctions d'état statiques à partir des fonctions d'état totales par les relations du tableau 4.2.

Tableau 4.2 Fonctions d'état statiques et totales exprimées en fonction du nombre de Laval.

$\frac{v}{v_c} = \left(1 - \frac{(\gamma - 1)L a^2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.151)$	$\frac{P}{P_c} = \left(1 - \frac{(\gamma - 1)L a^2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (4.152)$
$\frac{T}{T_c} = 1 - \frac{(\gamma - 1)L a^2}{\gamma + 1} \quad (4.153)$	$h_c - h = \frac{A_L^2 L a^2}{2} \quad (4.154)$
$L a = \frac{C}{A_L}$	$A_L = \sqrt{\frac{2(\gamma - 1)c_p T_c}{\gamma + 1}} \quad (4.155)$

Ces relations peuvent être comparées aux relations (4.64) à (4.67).

Courbes de Rayleigh

Dans la littérature technique, on mentionne souvent des courbes appelées *courbes de Rayleigh*, obtenues à l'aide des 7 équations (4.134), (4.135), (4.136) et (4.138), c'est-à-dire sans les équations d'énergie. Elles ne sont valables que dans le cas théorique d'un fluide qui s'écoule avec transfert-chaleur, sans dissipation et en régime permanent, dans un canal fixe de section constante.

4.5 ÉCOULEMENT ADIABATE DANS UNE TUYÈRE

4.5.1 Généralités

Considérons l'écoulement d'un fluide dans un canal fixe et adiabate, appelé tuyère, dont les variations de section intérieure sont non seulement continues mais suffisamment faibles pour éviter toute dissipation. Nous distinguerons deux familles principales, les *tuyères simplement convergentes* (fig. 4.18), dites *tuyères simples* et les *tuyères convergentes-divergentes*, dites *de Laval* (fig. 4.25).

Les tuyères considérées dans ce chapitre sont alimentées par un réservoir amont 0, supposé de dimension infinie, de sorte que l'état thermodynamique du fluide, caractérisé par P_0 , T_0 et $C_0 = 0$, peut être considéré comme constant. Elles débitent dans un réservoir aval 4, supposé également de dimension infinie, dont la pression P_4 peut varier de façon paramétrique. Elles possèdent une section minimale S_2 , appelée *col*, où la tangente au profil de la tuyère est parallèle à l'axe de cette dernière. Dans le cas d'une tuyère simplement convergente, la section de sortie S_3 correspond à la section minimale S_2 .

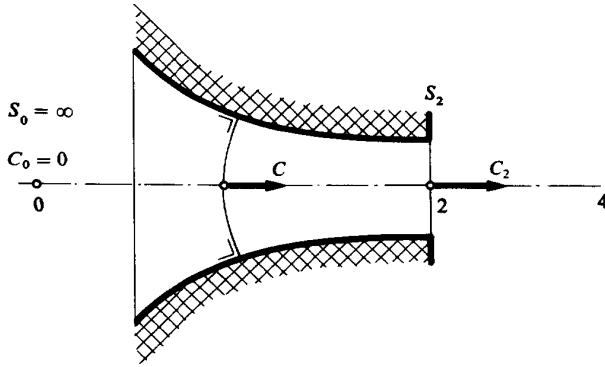


Fig. 4.18 Tuyère simple.

4.5.2 Analyse

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles admises à la section 4.4, pour un canal de section constante, complétées par l'hypothèse que l'écoulement se fait sans dissipation ($\delta r = 0$). L'enthalpie totale h_c reste donc constante et l'énergie cinétique est, selon (2.60) et (4.109):

$$\frac{C^2}{2} = h_c - h = c_p(T_c - T) = c_p T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) \quad (4.156)$$

Etant donné qu'il n'y a ni transfert-chaleur, ni dissipation, la transformation du gaz est **isentrope** (équ. (4.57)). En vertu des équations (2.35), (2.62) et (2.66), nous avons, pour une transformation isentrope:

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{-1}{\gamma}} \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.157)$$

Compte tenu de (4.107), (4.108), (4.155) et (4.157), la relation (4.156) donne:

$$\frac{C^2}{2} = c_p T_0 \left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

ainsi que les équations (4.158) à (4.160) du tableau 4.3. L'équation (4.161) du même tableau, qui donne le **rapport de pression de Laval**, est obtenue en tenant compte du fait que le nombre de Mach Ma et le nombre de Laval La atteignent la valeur 1 lorsque la pression atteint la valeur P_L . Remarquons que cette relation est **indépendante de la géométrie du canal** tant que celle-ci n'induit pas de dissipation. Finalement les

expressions (4.162) permettant de calculer le débit en toute section d'une tuyère peuvent être tirées des équations (4.10), (4.157), (4.158) en utilisant la relation caractéristique des gaz parfaits et semi-parfaits (2.72). Ce dernier résultat fournit aussi la relation entre la section S et la pression P , pour un régime d'écoulement déterminé, caractérisé par un débit-masse \dot{M} constant.

Tableau 4.3 Equations valables pour l'écoulement adiabate et sans dissipation (isentrope) en régime permanent d'un gaz parfait ou semi-parfait dans une tuyère.

$C = \sqrt{2 c_p T_0 \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (4.158)$	$Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (4.159)$
$La = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (4.160)$	$\frac{P_L}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.161)$
$\begin{aligned} \dot{M} = \frac{SC}{v} = \frac{S}{v} \sqrt{2 c_p T_0 \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \\ = S P_0 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1) r T_0} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \text{cste} \end{aligned} \quad (4.162)$	

4.5.3 Régimes d'écoulement et débits dans une tuyère simple

Examinons maintenant trois régimes particuliers d'écoulement, obtenus en diminuant progressivement la pression P_4 du réservoir aval au-dessous de la pression P_0 supposée constante, du réservoir amont d'une tuyère simple.

Écoulement subsonique ($P_0 > P_4 = P_2 > P_L$)

Lorsque la pression P_4 reste supérieure à la pression de Laval P_L , l'écoulement est dit **subsonique**. L'évolution de la pression P et de la vitesse C , ainsi que la transformation thermodynamique du gaz, sont représentées dans la figure 4.19.

Comme le débit \dot{M} est constant, la famille des courbes de Fanno, tracée dans le diagramme h - s , donne la relation entre la section S et l'état thermodynamique du gaz.

Au col 2 de la tuyère, la pression P_2 atteint la valeur minimale P_4 et la vitesse C_2 atteint une valeur maximale. Ensuite, l'énergie cinétique $C_2^2/2$ est retransformée en enthalpie au sein du réservoir 4, en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux.

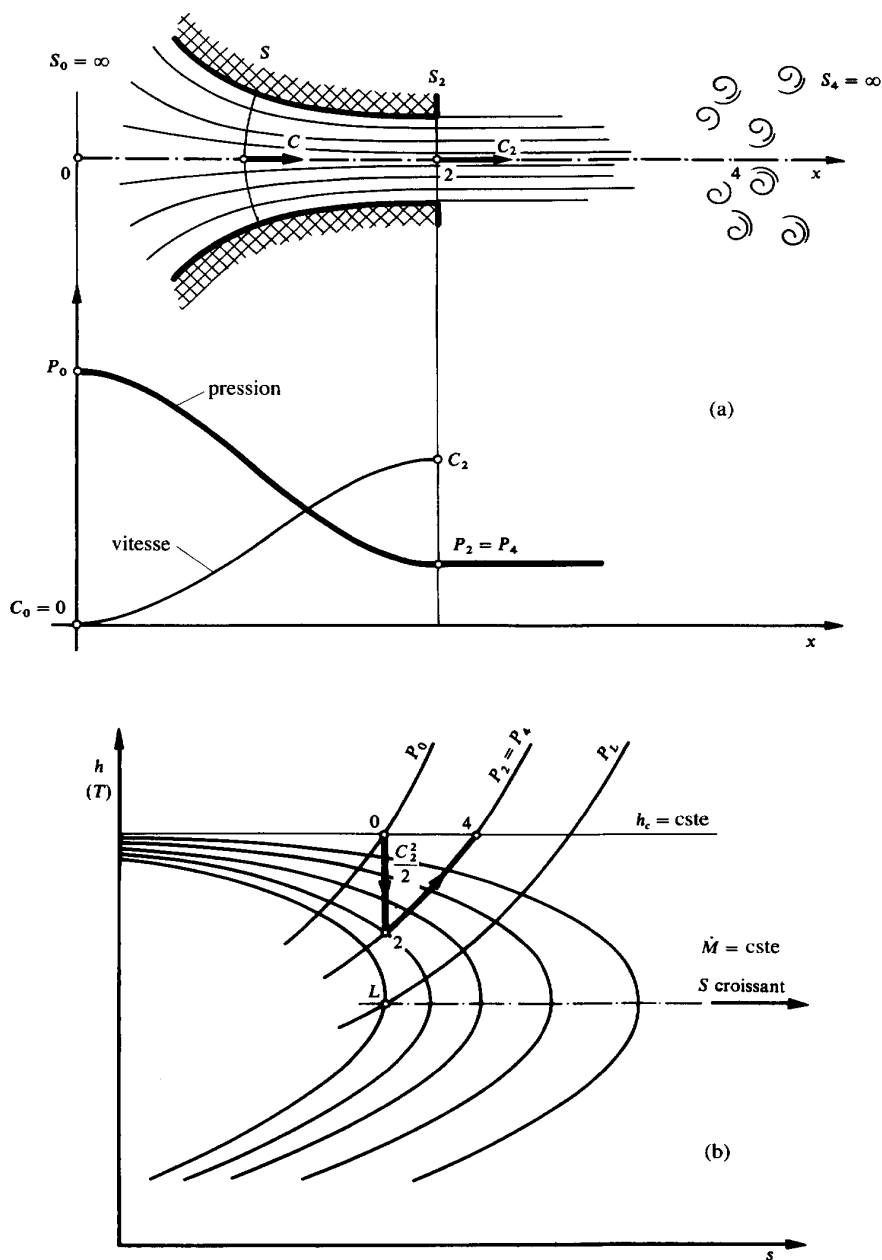


Fig. 4.19 Écoulement subsonique d'un fluide (gaz) dans la tuyère simple de la figure 4.18. (a) Schéma avec évolution de la vitesse et de la pression; (b) évolution de l'état thermodynamique dans un diagramme $h-s$.

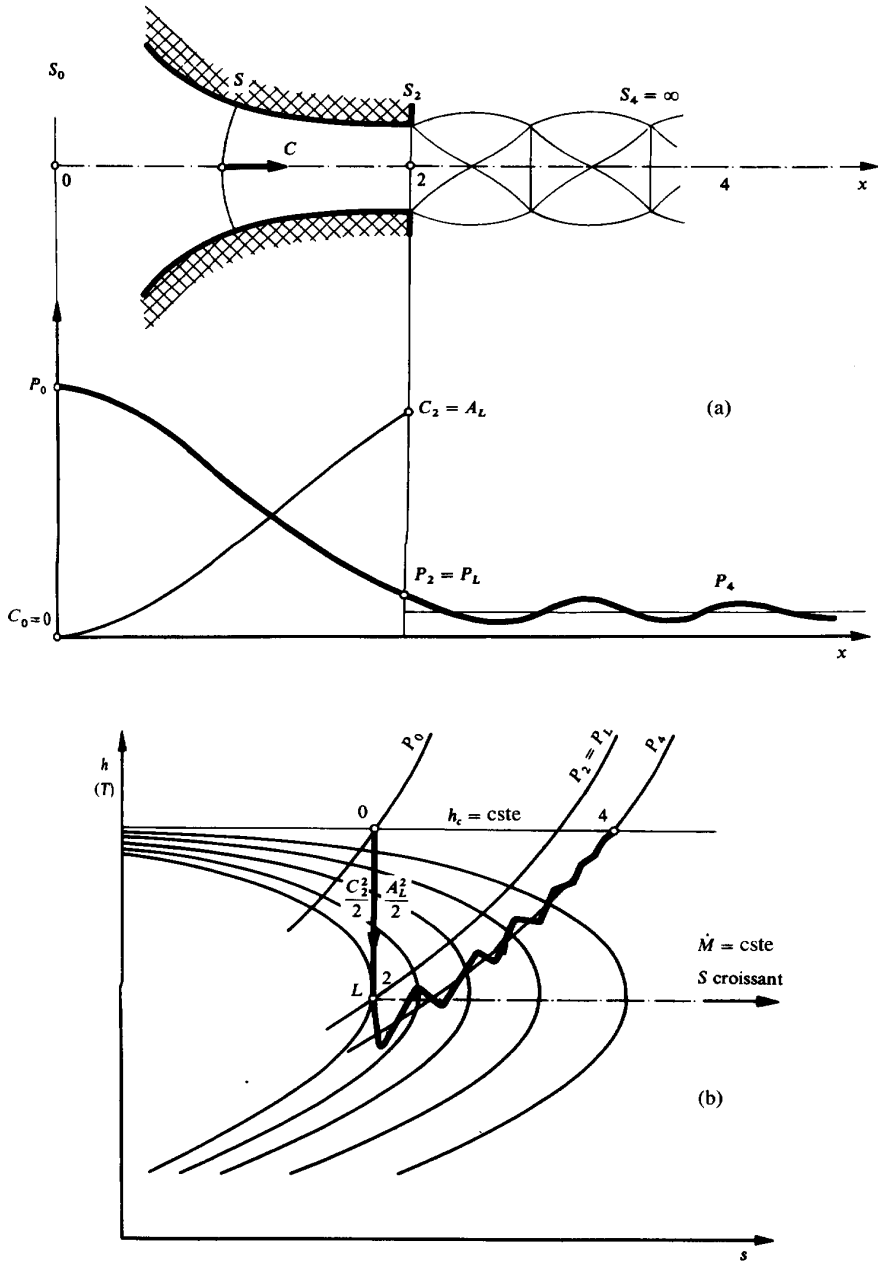


Fig. 4.20 Écoulement sonique non adapté d'un fluide (gaz) dans la tuyère simple de la figure 4.18. (a) Schéma avec évolution de la vitesse et de la pression; (b) évolution de l'état thermodynamique dans un diagramme $h-s$.

Écoulement sonique adapté ($P_4 = P_2 = P_L$)

Lorsque la pression P_4 est égale à la pression de Laval P_L , l'écoulement est dit **sonique adapté**. L'évolution du gaz est analogue à celle représentée dans la figure 4.19. Cette fois-ci, le point 2 atteint le point de Laval L . Au col de la tuyère, la pression P_2 atteint la valeur minimale $P_4 = P_L$ et la vitesse C_2 atteint la vitesse du son A_L . Ensuite, l'énergie cinétique est retransformée en enthalpie, comme précédemment.

Écoulement sonique non adapté ($P_4 < P_2 = P_L$)

Lorsque la pression P_4 devient inférieure à la pression de Laval P_L , l'écoulement est dit **sonique non adapté**. L'évolution du gaz est représentée dans la figure 4.20.

L'écoulement dans la tuyère ne subit plus aucune modification. Il devient insensible à la baisse de la pression P_4 et reste rigoureusement identique à l'écoulement sonique adapté. C'est le phénomène du **blocage sonique** qui a été décrit à la section 4.4, pour un canal de section constante.

Comme la pression P_2 reste égale à la valeur P_L , la détente de la pression P_2 à la pression P_4 se fait à l'aval du col de la tuyère, au sein du réservoir 4. Cette détente fait intervenir le phénomène brutal et bruyant d'**ondes de détente** qui a également été décrit à la section 4.4, pour un canal de section constante.

Ensuite, aussi bien l'énergie acoustique que l'énergie cinétique sont retransformées en enthalpie, comme précédemment.

Débit-masse

Examinons maintenant la variation du débit-masse \dot{M} en fonction des pressions P_0 et P_4 des réservoirs amont et aval.

Si nous considérons la section S_2 au col de la tuyère, le débit-masse \dot{M} est donné, selon (4.162), par la relation:

$$\frac{\dot{M}}{P_0} = S_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (4.163)$$

Cette relation montre que, pour des pressions P_0 et P_2 déterminées, le **débit-masse \dot{M} est proportionnel à $\sqrt{1/T_0}$** .

La variation de \dot{M}/P_0 en fonction du rapport de pression P_4/P_0 est donnée par la courbe représentée dans la figure 4.21. Nous distinguons bien les trois régimes d'écoulement décrits ci-dessus:

- La branche de droite de la courbe correspond à l'écoulement subsonique réalisé lorsque $P_4 > P_L$. Cette courbe ayant l'allure d'un quart d'ellipse, la relation entre le débit-masse \dot{M} et le rapport de pression P_4/P_0 , pour une pression P_0 donnée, est appelée **loi du quart d'ellipse**.

- Le point L correspond à l'écoulement sonique adapté, réalisé lorsque $P_4 = P_L$. En introduisant le rapport de pression de Laval donné par (4.161) dans (4.163), nous obtenons le débit-masse sonique \dot{M}_L :

$$\dot{M}_L = S_2 P_0 \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma+1)rT_0}} \quad (4.164)$$

- La dérivée, par rapport à P_2/P_0 , de \dot{M}/P_0 donné par (4.163), s'annule précisément pour le rapport de Laval P_L/P_0 donné par (4.161), de sorte que la tangente à la courbe au point L est horizontale.
- La branche de gauche de la courbe donnée par (4.163) ne correspond à aucune réalité physique. C'est pourquoi elle a été tracée en traits pointillés. Nous savons qu'à partir du point L intervient le phénomène du blocage sonique, de sorte que la courbe réelle correspondant à l'écoulement sonique non adapté est un tronçon de droite horizontale.

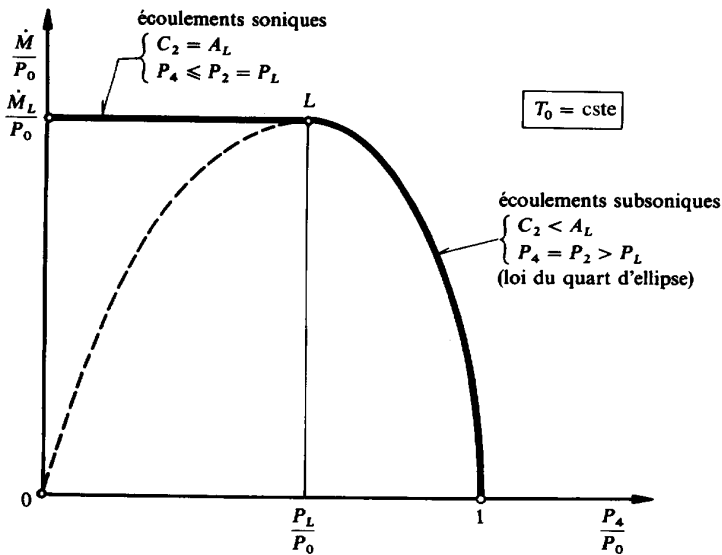


Fig. 4.21 Variation de \dot{M}/P_0 en fonction du rapport de pression P_4/P_0 , pour la tuyère simple de la figure 4.18.

La représentation dans l'espace de la fonction $\dot{M} = \dot{M}(P_0, P_4)$, pour T_0 déterminé, est donnée par la figure 4.22. Il s'agit d'une surface réglée en forme de cône de sommet 0, appelée *cône des débits*.

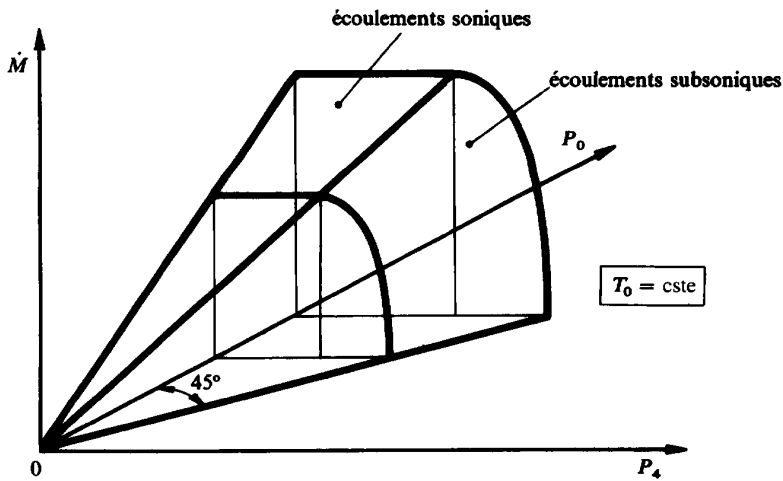


Fig. 4.22 Variation du débit-masse \dot{M} en fonction des pressions P_0 et P_4 (cône des débits), pour la tuyère simple de la figure 4.18.

La fonction $\dot{M} = \dot{M}(P_4)$, avec P_0 en paramètre et pour T_0 déterminé, est représentée dans la figure 4.23. Il s'agit d'une famille de courbes homothétiques par rapport à l'origine 0.

La fonction $\dot{M} = \dot{M}(P_0)$, avec P_4 en paramètre, est représentée dans la figure 4.24. Conformément à (4.164), le débit-masse \dot{M}_L est proportionnel à P_0 pour les écoulements soniques.

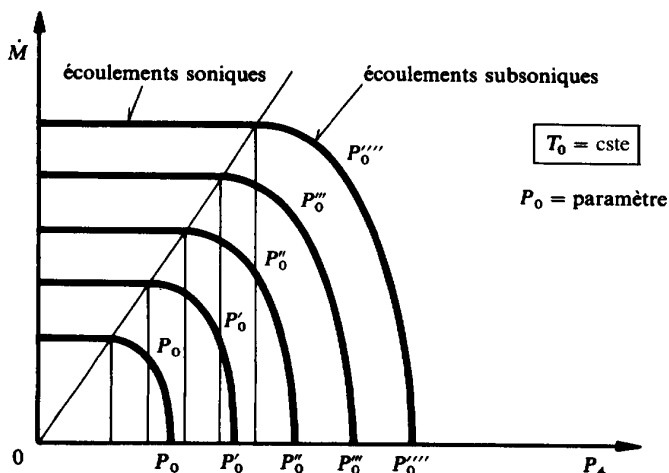


Fig. 4.23 Variations du débit-masse \dot{M} en fonction de la pression P_4 , avec P_0 en paramètre.

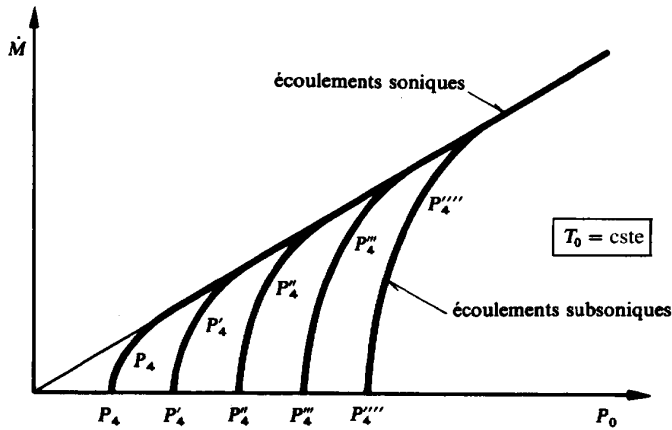


Fig. 4.24 Variation du débit-masse \dot{M} en fonction de la pression P_0 , avec P_4 en paramètre.

4.5.4 Régimes d'écoulement et débits dans une tuyère de Laval

Considérons le système représenté par la figure 4.25, constitué d'une *tuyère de Laval*, c'est-à-dire d'un canal convergent-divergent formé d'un tronçon convergent identique à une *tuyère simple*, suivi d'un tronçon divergent identique à un *diffuseur*. La tuyère de Laval est montée entre deux réservoirs 0 et 4, comme la tuyère simple étudiée au paragraphe 4.5.3.

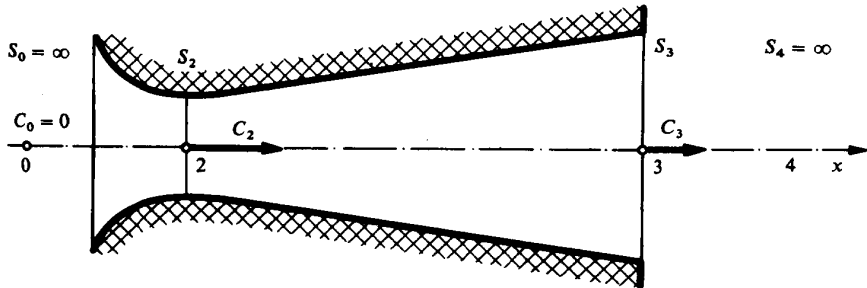


Fig. 4.25 Tuyère de Laval.

Examinons maintenant cinq régimes particuliers d'écoulement, obtenus en diminuant progressivement la pression P_4 du réservoir aval au-dessous de la pression P_0 , supposée constante, du réservoir amont.

Écoulement subsonique ($P_0 > P_4 = P_3 > P_3^*$)

Lorsque la pression P_4 reste supérieure à la valeur P_3^* qui sera définie plus loin, l'écoulement est entièrement subsonique. L'évolution de la pression P et de la

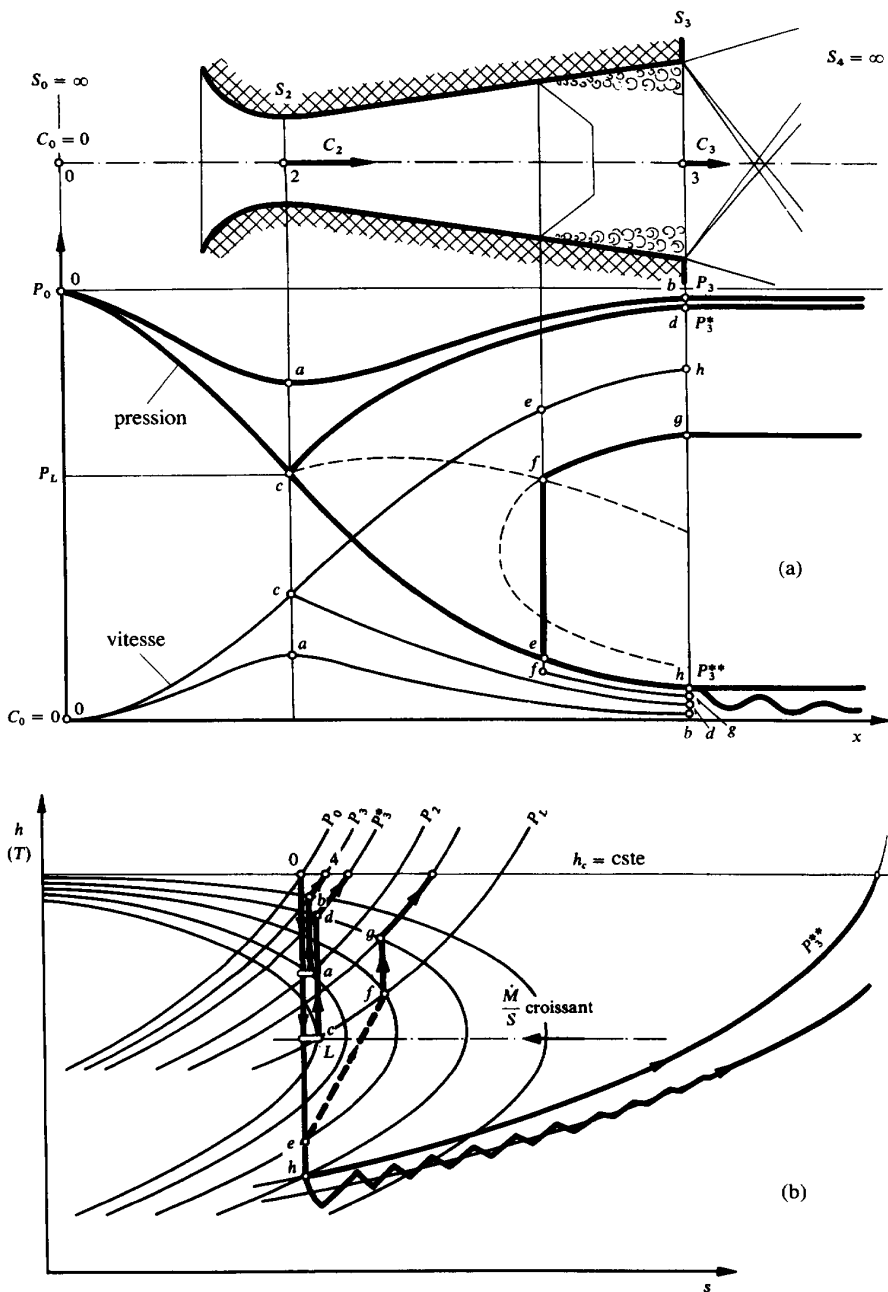


Fig. 4.26 Écoulement d'un fluide (gaz) dans la tuyère de Laval de la figure 4.25. (a) Schéma avec évolution de la vitesse et de la pression; (b) évolution de l'état thermodynamique dans un diagramme $h-s$.

vitesse C , ainsi que la transformation thermodynamique du gaz, sont représentées dans la figure 4.26 par les courbes 0 *a b*.

La pression P_2 au col passe par une valeur minimale et, corrélativement, la vitesse C_2 passe par une valeur maximale, tandis que le tronçon divergent de la tuyère fonctionne comme **canal décélérateur** (*diffuseur*). Ensuite, l'énergie cinétique $C_2^2/2$ est retransformée en enthalpie au sein du réservoir 4, comme pour la tuyère simple.

Ecoulement sonique adapté ($P_4 = P_3 = P_3^*$)

Lorsque la pression P_4 est égale à la valeur P_3^* , l'écoulement est dit **sonique adapté**. L'évolution du gaz, représentée dans la figure 4.26 par les courbes 0 *c d* est analogue à celle du cas précédent.

Cette fois-ci, le point 2 atteint le point de Laval L . Au col de la tuyère, la pression P_2 atteint la valeur P_L et la vitesse C_2 atteint la vitesse du son A_L , comme dans une tuyère simple. Le tronçon divergent de la tuyère fonctionne toujours comme **canal décélérateur**.

Ecoulement sonique non adapté ($P_4^* > P_4 = P_3 > P_3^*$)

Lorsque la pression P_4 devient inférieure à la valeur P_3^* , tout en restant supérieure à la valeur P_3^{**} qui sera définie plus loin, l'écoulement est dit **sonique non adapté**. L'évolution du gaz est représentée dans la figure 4.26 par les courbes 0 *c e f g*.

L'écoulement dans le tronçon convergent ne subit plus aucune modification. Il devient insensible à la baisse de la pression P_4 et reste rigoureusement identique à l'écoulement sonique adapté. C'est le phénomène du **blocage sonique** qui a été décrit à la section 4.4, pour un canal de section constante, et qui a aussi été mentionné au paragraphe 4.5.3, pour une tuyère simple.

L'écoulement dans le tronçon divergent est le siège d'un phénomène d'**onde de choc** analogue à celui qui a été décrit au paragraphe 4.4.3. La détente du gaz se poursuit au-delà du col et, corrélativement, la vitesse continue à augmenter, de sorte que l'écoulement correspondant aux tronçons de courbe *c e* est **supersonique** et que le tronçon divergent fonctionne comme **canal accélérateur**. Au cours de l'onde de choc, la pression augmente brusquement en subissant un saut de *e* à *f*. Corrélativement, la vitesse diminue brusquement en subissant également un saut de *e* à *f*. Après le choc, théoriquement, la pression remonte et, corrélativement, la vitesse diminue, selon les tronçons de courbe *f g*. L'écoulement est à nouveau **subsonique** et le tronçon divergent fonctionne comme **canal décélérateur**. Remarquons que les points *e* et *f* sont situés sur une même courbe de Fanno et qu'il en est de même des points *d* et *g*, puisque le débit-masse \dot{M}_L est le même.

En réalité, les phénomènes liés à l'onde de choc sont plus complexes. D'une part, il ne s'agit plus d'une onde de choc à front droit, mais d'une **onde de choc à front oblique**, comportant des lignes de transition qui font un certain angle avec la section concernée, comme cela est esquissé dans la figure 4.26(a). Pour une valeur de P_4 légèrement inférieure à P_3^* , l'onde de choc a lieu peu après le col; elle est

encore presque à front droit et ne donne lieu qu'à une faible perturbation. Pour des valeurs décroissantes de P_4 , l'onde de choc s'éloigne du col; elle est à front de plus en plus oblique et donne lieu à une perturbation de plus en plus grande. En réalité, à cause du frottement, dont nous n'avons pas tenu compte, il se produit à la paroi du tronçon divergent un **décollement** brusque de la couche limite, avec apparition d'une zone morte d'écoulement, de sorte que la pression ne remonte pas et la vitesse ne diminue pas exactement selon la théorie simplifiée, car l'écoulement ne peut plus être considéré comme unidimensionnel.

Ecoulement supersonique adapté ($P_4 = P_3 = P_3^{**}$)

Lorsque la pression P_4 est égale à la pression P_3^{**} , l'écoulement est dit **supersonique adapté**. L'évolution du gaz est représentée dans la figure 4.26 par les courbes 0 c h.

L'écoulement dans le tronçon convergent est toujours rigoureusement identique à l'écoulement sonique adapté. L'écoulement dans le tronçon divergent est maintenant entièrement **supersonique** et ce tronçon divergent fonctionne totalement comme **canal accélérateur**. Le phénomène d'onde de choc a disparu. Remarquons que le point h est situé sur la même courbe de Fanno que les points d et g, puisque le débit-masse M_L est toujours le même.

Ecoulement supersonique non adapté ($P_4 < P_3 = P_3^{**}$)

Lorsque la pression P_4 devient inférieure à P_3^{**} , l'écoulement est dit **supersonique non adapté**. L'évolution du gaz est encore représentée dans la figure 4.26 par les courbes 0 c h.

L'écoulement dans l'ensemble de la tuyère de Laval ne subit plus aucune modification. Il devient insensible à la baisse de la pression P_4 et reste rigoureusement identique à l'écoulement supersonique adapté.

Comme la pression P_3 reste égale à la valeur P_3^{**} , la détente de la pression P_3 à la pression P_4 se fait à l'aval de la tuyère, au sein du réservoir 4. Cette détente fait intervenir le phénomène d'**ondes de détente** qui a été décrit à la section 4.4, pour un canal de section constante, et qui a aussi été mentionné au paragraphe 4.5.3, pour une tuyère simple. Ces ondes de détente comportent des lignes caractéristiques assez complexes, comme cela est esquissé dans la figure 4.26.

Remarque

En réalité, l'écoulement se fait avec dissipation, de sorte que l'entropie augmente. Ainsi, la transformation, dans le diagramme $h-s$, n'est plus représentée par une verticale, mais par une courbe qui s'écarter vers la droite. Si la pression P_4 est suffisamment basse, cette courbe est tangente à une courbe de Fanno en un point situé un peu plus haut que le point L de Laval. Il en résulte que, à cause de la dissipation :

- la vitesse au col de la tuyère de Laval est légèrement inférieure à la vitesse du son
- la vitesse du son est atteinte dans une section située un peu en aval du col.

Pour terminer, il convient de préciser que, lorsqu'on tient compte de la dissipation, c'est-à-dire lorsqu'on prend en considération la viscosité du fluide, l'analyse de l'écoulement devient plus complexe, car l'hypothèse de l'écoulement unidimensionnel n'est plus valable.

Débit-masse

Examinons maintenant la variation du débit-masse \dot{M} en fonction des pressions P_0 et P_4 des réservoirs amont et aval.

Si nous considérons les sections S_2 au col et S_3 à l'extrémité de la tuyère, le débit-masse \dot{M} est donné en chacune de ces sections par (4.163).

La variation de \dot{M}/P_0 en fonction du rapport de pression P_4/P_0 est donnée par la courbe représentée dans la figure 4.27. Nous distinguons bien les cinq régimes d'écoulement décrits ci-dessus. La courbe $0 e L b 1$, tracée en traits pointillés, exprimant le débit-masse \dot{M} en fonction de la pression P_2 au col de la tuyère, est identique à celle de la figure 4.21, conformément à (4.163). La relation générale (4.162) montre que, pour une pression P donnée, le débit-masse \dot{M} est proportionnel à la section S . Il en résulte que la courbe $0 f c 1$, exprimant le débit-masse \dot{M} en fonction de la pression P_3 à l'extrémité de la tuyère, est obtenue en multipliant par le rapport S_3/S_2 les ordonnées de la courbe $0 e L b 1$ (courbes affines). Mais, à cause du blocage sonique, les écoulements subsoniques sont limités au tronçon de courbe $1 c$, le point c étant situé à l'intersection de la droite horizontale correspondant au débit

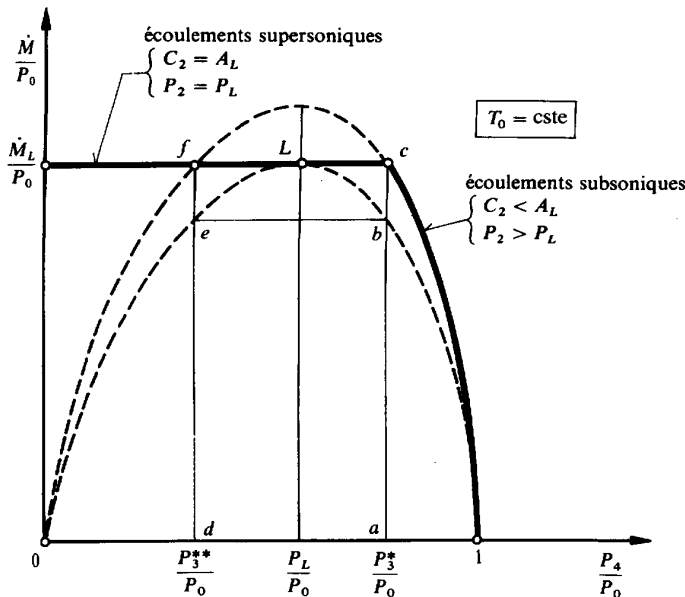


Fig. 4.27 Variation de \dot{M}/P_0 en fonction du rapport de pression P_4/P_0 , pour la tuyère de Laval de la figure 4.25.

sonique \dot{M}_L avec la courbe 0 f c 1. Pour les pressions remarquables $P_4 = P_3^*$ et $P_4 = P_3^{**}$, nous avons donc :

$$\frac{ac}{ab} = \frac{df}{de} = \frac{S_3}{S_2} \quad (4.165)$$

Pour les écoulements soniques et supersoniques adaptés, la relation (4.163) donne, si nous introduisons le rapport de pression de Laval (4.161) :

$$\left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \left(\frac{S_2}{S_3}\right)^2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} \quad (4.166)$$

La résolution de l'équation (4.166) donne les pressions caractéristiques P_3^* et P_3^{**} .

La représentation dans l'espace de la fonction $\dot{M} = \dot{M}(P_0, P_4)$, pour T_0 déterminé, donne un **cône des débits** analogue à celui qui a été décrit au paragraphe 4.5.3, pour la tuyère simple.

Tuyère de longueur infinie

Pour terminer, examinons le cas limite d'une tuyère de Laval dont le tronçon divergent serait de longueur infinie, c'est-à-dire se terminerait par une section infinie. En introduisant la valeur $S_3 = \infty$ dans l'équation (4.166), nous obtenons les deux solutions suivantes :

- $P_3 = P_3^* = P_0$: écoulements subsonique et sonique adapté, tels que le tronçon divergent retransforme intégralement l'énergie cinétique en enthalpie
- $P_3 = P_3^{**} = 0$: écoulement supersonique, caractérisé par une détente totale jusqu'à une pression nulle

Dans ce dernier cas, les relations (4.157) et (4.158) montrent que :

$$\begin{aligned} v_3^{**} &= \infty & P_3^{**} &= 0 & T_3^{**} &= 0 \\ C_3^{**} &= \sqrt{2c_p T_0} \end{aligned} \quad (4.167)$$

Nous constatons donc que, contrairement à ce que l'intuition pourrait nous suggérer, la détente totale du gaz ne conduit pas à une vitesse infinie.

La vitesse maximale qu'il est possible d'atteindre avec une tuyère de Laval de section terminale infinie est théoriquement égale à $C_{\max} = \sqrt{2c_p T_0}$. Cette vitesse remarquable est la **vitesse de Crocco**.

Remarquons que, selon (4.145), la vitesse de Crocco est proportionnelle à la vitesse de Laval, selon la relation :

$$C_{\max} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} A_L \quad (4.168)$$

En matière de similitude, il est intéressant d'introduire le rapport entre la vitesse C d'écoulement d'un fluide et la vitesse de Crocco C_{\max} :

$$\text{Nombre de Crocco} \quad Cr \equiv \frac{C}{C_{\max}} \quad (4.169)$$

Remarquons enfin que, en vertu de (4.107), (4.108), (4.167) et (4.169) :

La *détente totale* du gaz dans une tuyère de Laval de section terminale infinie conduit à un *nombre de Crocco* Cr égal à 1, mais à un *nombre de Mach* Ma égal à l'infini.

4.6 ÉCOULEMENT DANS UN CANAL AVEC ÉTRANGLEMENT

4.6.1 Généralités

Considérons le système représenté par la figure 4.28, constitué d'un canal muni d'un *diaphragme*, c'est-à-dire d'un étranglement destiné à produire une dépression dont la mesure permet de déterminer le débit-masse du fluide s'écoulant dans la conduite.

L'écoulement entre la section S_1 , située à l'amont du diaphragme, et la section S_2 , où la veine fluide prend une dimension minimale, est analogue à l'écoulement décrit au paragraphe 4.5.3, pour une tuyère simple (fig. 4.19). À l'aval de la section S_2 , l'énergie cinétique $C_2^2/2$ est retransformée en enthalpie, comme à l'aval de la tuyère simple. Le ralentissement considérable du fluide entraînant un décollement important de la couche limite, il se produit une zone morte étendue, dans laquelle la pression est à peu près constante. C'est pourquoi, en principe, la pression ne remonte pas entre les sections S_2 et S_3 . Toutefois, il se produit quand même un léger effet diffuseur, parce que la section S_3 du canal n'est pas infinie, de sorte que la pression P remonte légèrement entre les sections S_2 et S_3 . L'évolution de la transformation thermodynamique du fluide est représentée dans la figure 4.28.

Remarquons que, dans le diagramme h - s , comme les sections S_1 et S_3 sont égales, les points 1 et 3 correspondants sont situés sur une même courbe de Fanno.

Au point de vue géométrique, le système est caractérisé par le *rapport d'ouverture* m , défini par la relation :

$$m \equiv \frac{S_2^0}{S_1} < 1 \quad (4.170)$$

où S_2^0 est la section du canal à l'étranglement.

Au point de vue mécanique des fluides, l'écoulement est caractérisé par le *chiffre de contraction* n , défini par la relation :

4.6.2 Analyse

Fluide compressible (gaz parfait)

La dissipation entre les sections S_1 et S_2 , quoique faible, n'est pas nulle. Il en résulte que la transformation 1-2 s'écarte de la transformation isentrope 1-2s. Toutefois, le volume massique v_2 est très voisin de v_{2s} , de sorte que le débit-masse est, selon (4.10), (4.171) et (4.157):

$$\dot{M} = \frac{S_1 C_1}{v_1} = \frac{S_2 C_2}{v_2} \cong \frac{S_2 C_2}{v_1} \frac{v_1}{v_{2s}} = \frac{n S_2^0 C_2}{v_1} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.172)$$

Etant donné (4.170), nous en déduisons la relation:

$$\frac{C_1}{C_2} = n m \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.173)$$

Afin de tenir compte de la dissipation, introduisons le rendement de la transformation 1-2, conformément à la définition (4.264):

$$\eta = \frac{h_c - h_2}{h_c - h_{2s}} = \frac{\frac{C_2^2}{2}}{h_1 + \frac{C_1^2}{2} - h_{2s}} \quad (4.174)$$

Nous avons donc:

$$h_1 - h_{2s} = \frac{C_2^2}{2} \left[\frac{1}{\eta} - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \right] \quad (4.175)$$

D'autre part, cette différence d'enthalpie est, selon (4.156) et (4.157):

$$h_1 - h_{2s} = c_p (T_1 - T_{2s}) = c_p T_1 \left(1 - \frac{T_{2s}}{T_1} \right) = c_p T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (4.176)$$

L'élimination de C_1 , C_2 et $(h_1 - h_{2s})$ entre (4.172), (4.173), (4.175) et (4.176) donne finalement le débit-masse:

$$\dot{M} = \frac{n S_2^0}{\sqrt{\frac{1}{\eta} - n^2 m^2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}}}} \sqrt{\frac{2\gamma P_1}{(\gamma-1)v_1} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (4.177)$$

Fluide incompressible

Dans le cas où le fluide est *incompressible*, nous obtenons le débit-masse en faisant tendre vers l'infini le facteur γ caractérisant l'incompressibilité dans (4.177). (Rappelons que l'égalité $\gamma_s = \gamma n$ est valable que pour les gaz parfaits ou semi-parfaits.)

En précisant par un indice i les grandeurs relatives à l'écoulement d'un fluide incompressible, nous obtenons l'expression plus simple :

$$\dot{M} = \frac{n_i S_2^0}{\sqrt{\frac{1}{\eta_i} - n_i^2 m^2}} \sqrt{\frac{2}{v} (P_1 - P_2)} \quad (4.178)$$

4.6.3 Applications

Mesure de débit

Les expressions (4.177) et (4.178) sont à la base des techniques de mesure des débits fluides à l'aide de dispositifs à dépression. Elles requièrent la mesure des pressions P_1 et P_2 à l'aide de manomètres. La technique la plus simple et la moins onéreuse consiste précisément à placer un *diaphragme* dans une conduite circulaire, mais il est également possible d'utiliser une *tuyère simple* ou une *tuyère convergente-divergente* (Venturi). Cette dernière est la plus coûteuse et la plus encombrante, mais elle présente l'avantage de provoquer une dissipation extrêmement réduite, c'est-à-dire une perturbation de l'écoulement aussi faible que possible. Les diaphragmes, par contre, sont souvent utilisés temporairement lors d'essais de réception de turbines ou de compresseurs, puis retirés en fonctionnement normal afin de réduire les pertes par dissipation.

Éléments d'obturation et de réglage

D'une façon générale, chaque fois qu'une conduite est obstruée partiellement par un étranglement, on observe les phénomènes décrits ci-dessus. Par exemple, tous les écoulements fluides au travers de *robinets*, de *vannes* ou de *soupapes* peuvent donner lieu au phénomène de blocage sonique étudié à la section 4.5, pour une tuyère simple. C'est ainsi que le blocage sonique complique le problème de l'admission d'air dans les moteurs rapides à essence, en limitant le débit-masse qui passe à travers l'ouverture des soupapes.

Joint à labyrinthe

Pour terminer, examinons le cas d'un canal muni d'*étranglements multiples*. Considérons par exemple le système représenté par la figure 4.29, constitué d'un *joint à labyrinthe*, c'est-à-dire d'une série de lamelles serties annulairement dans le rotor d'une turbomachine et s'approchant le plus possible du stator, sans toutefois le toucher.

L'écoulement entre la section annulaire S_1 située à l'intérieur de la machine, la section annulaire S_2 de l'étranglement formé par le jeu lamelle-stator, et la section annulaire $S_3 = S_1$ située entre deux lamelles est analogue à l'écoulement décrit pour

une conduite munie d'un diaphragme (fig. 4.28). Il en est de même de l'écoulement à travers les éléments suivants du labyrinthe. L'évolution de la transformation thermodynamique du fluide est représentée dans la figure 4.29. Nous avons admis que les transformations 1-2 sont isentropes (pas de dissipation) et que les transformations 2-3 sont isobares (pas d'effet diffuseur). Remarquons que, dans le diagramme h - s , le point 1 et tous les points 3 sont situés sur la courbe de Fanno caractérisée par \dot{M}/S_1 , tandis que tous les points 2 sont situés sur la courbe de Fanno caractérisée par \dot{M}/S_2 . Le fluide se détend de la pression P_1 régnant à l'intérieur de la machine à la pression P_4 régnant à l'extérieur de celle-ci.

L'étude approfondie du système a montré que le débit-masse de fuite \dot{M} qui s'échappe d'un système à labyrinthe peut être exprimé sous la forme :

$$\dot{M} = S_2 \Phi \sqrt{\frac{P_1}{v_1}} \quad (4.179)$$

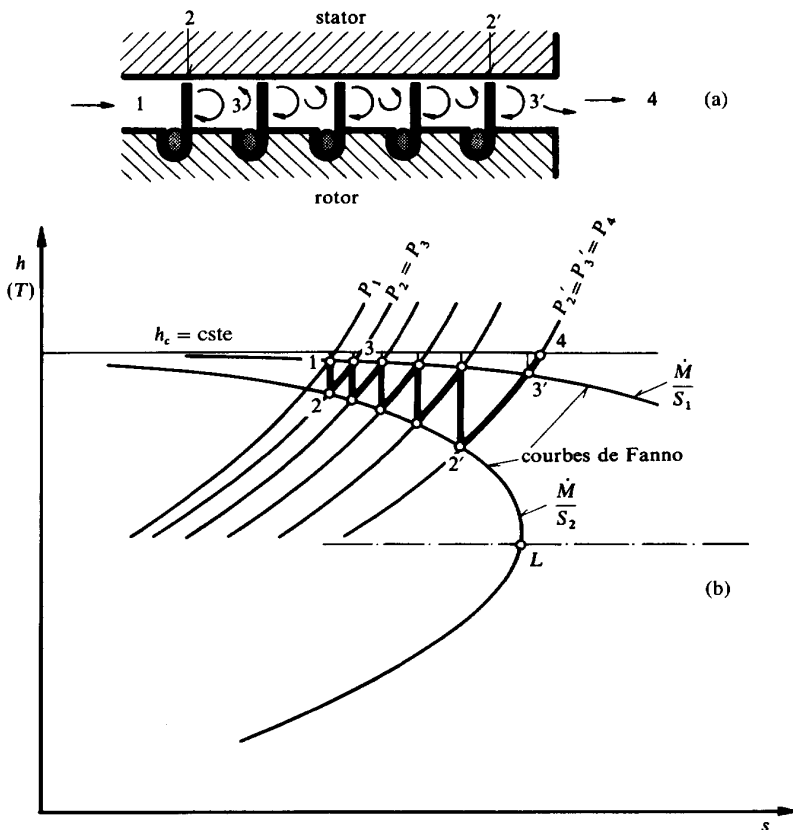


Fig. 4.29 Ecoulement d'un fluide (gaz) dans un système de joint à labyrinthe. (a) Schéma; (b) évolution de l'état thermodynamique dans un diagramme h - s .

dans laquelle la fonction Φ dépend du rapport de pression P_4/P_1 , du nombre d'étranglements Z et d'un rapport de longueur caractérisant la géométrie du système [135].

Pour un nombre Z suffisamment grand, le débit-masse \dot{M} est inversement proportionnel à \sqrt{Z} .

Remarquons enfin qu'un joint à labyrinthe fait partie des cas, assez rares dans la technique des machines thermiques, où un système est conçu de façon à maximiser la dissipation. Cela est lié au principe même d'un joint sans contact solide, qui requiert nécessairement un jeu mécanique entre les parties mobiles et les parties fixes du système. Il en résulte qu'un certain débit de fuite est inévitable. C'est bien en maximisant la dissipation qu'il est possible de minimiser le débit de fuite.

4.7 ÉCOULEMENT NON ADIABATE DANS UN CANAL FIXE

4.7.1 Généralités

Considérons le système représenté par la figure 4.30, constitué d'un **canal chauffé** avec $\dot{Q}^+ > 0$ (ou **refroidi** avec $\dot{Q}^+ < 0$), parcouru par un fluide. Pour fixer les idées, pensons à un tube de chaudière ou d'échauffeur de gaz, voire à un tube de condenseur ou de refroidisseur de gaz.

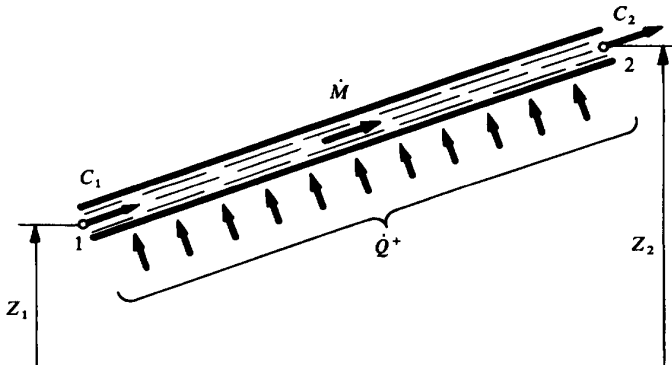


Fig. 4.30 Canal chauffé, parcouru par un fluide, en régime permanent.

Nous formulons les hypothèses suivantes :

- canal fixe $\delta e^- = 0$
- écoulement unidimensionnel
- régime permanent

4.7.2 Analyse

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, les équations fondamentales (4.57) donnent :

$$d \frac{C^2}{2} + g dZ + \delta r = -v dP = -dh + \delta q^+ + \delta r \quad (4.180)$$

$$\delta q^+ = dh + d \frac{C^2}{2} + g dZ = dh_{cz} \quad (4.181)$$

qui donne, par intégration entre l'entrée 1 et la sortie 2 du tube, l'énergie-chaleur massique reçue par le fluide ($q^+ > 0$) ou donnée par le fluide ($q^+ < 0$) dans le cas d'un refroidisseur :

$$q^+ = \int_1^2 \delta q^+ = \int_1^2 dh_{cz} = \Delta h_{cz} = h_{cz2} - h_{cz1} \quad (4.182)$$

Nous obtenons la puissance-chaleur \dot{Q}^+ correspondante en multipliant q^+ par le débit-masse \dot{M} du fluide :

$$\dot{Q}^+ = \dot{M} q^+ = \dot{M} \Delta h_{cz} = \dot{M} (h_{cz2} - h_{cz1}) \quad (4.183)$$

Remarquons que nous pouvons déduire les relations (4.182) et (4.183) de (4.29) en annulant les termes e^+ et \dot{E}^+ . Il est évident que nous pouvons aussi obtenir la relation (4.183) directement à partir de l'équation générale (1.49) exprimant le Premier Principe, en annulant non seulement les termes \dot{E}_k^+ , mais encore le terme dU_{cz}/dt , puisque le régime est permanent.

Nous déduisons encore de (4.180) la relation :

$$\int_1^2 v dP = - \int_1^2 d \frac{C^2}{2} - \int_1^2 g dZ - \int_1^2 \delta r = -\Delta \frac{C^2}{2} - g \Delta Z - r \quad (4.184)$$

La figure 4.31 (resp. la figure 4.32) donne la représentation, dans un diagramme h - s , de l'évolution thermodynamique du fluide, dans les deux cas typiques suivants :

Cas	Canal chauffé	Canal refroidi
(a)	chauffage, vaporisation et surchauffe d'un fluide condensable (chaudière d'installation à vapeur, évaporateur d'installation de chauffage ou de réfrigération)	désurchauffe, condensation et sous-refroidissement d'un fluide condensable (réchauffeur d'installation à vapeur, condenseur d'installation de chauffage ou de réfrigération)
(b)	chauffage d'un gaz (échauffeur d'air)	refroidissement d'un gaz (refroidisseur d'installation à gaz)

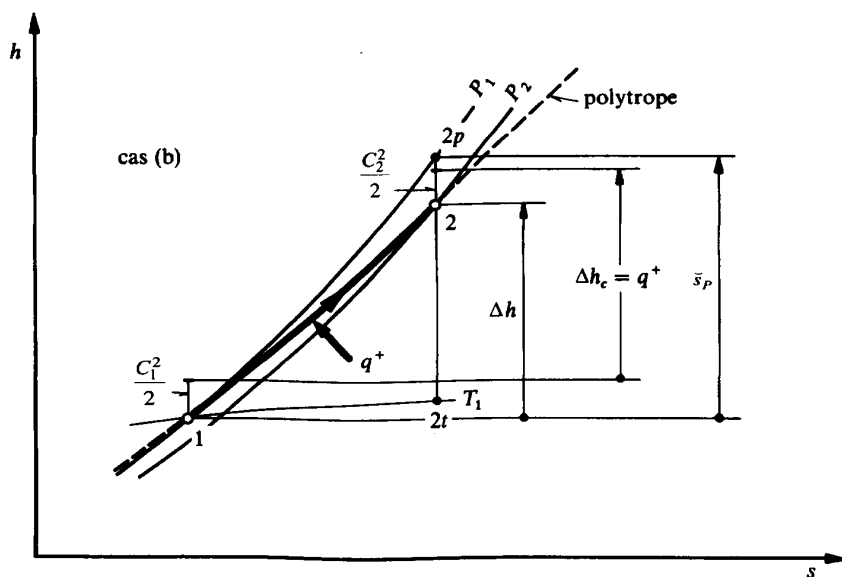
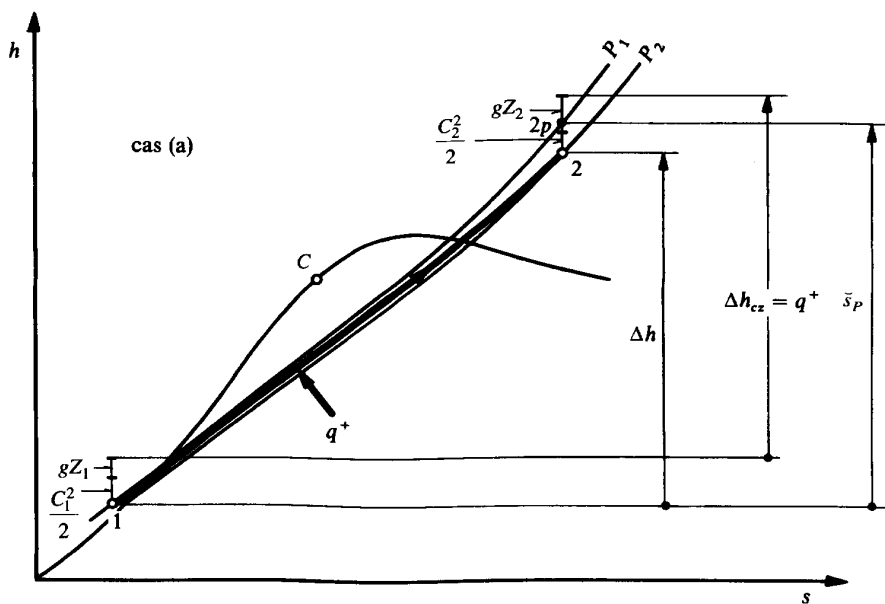


Fig. 4.31 Evolution thermodynamique d'un fluide dans un canal fixe *chauffé*, parcouru par un fluide condensable (cas (a)), ou par un gaz (cas (b)).

Dans le cas (b) des installations à gaz, les variations de l'énergie potentielle gravifique sont en général négligeables, de sorte que l'indice z de h_{cz} peut être omis. Les relations (4.182), (4.183) et (4.184) deviennent alors :

$$q^+ = \Delta h_c = h_{c2} - h_{c1} \quad (4.185)$$

$$\dot{Q}^+ = \dot{M} \Delta h_c = \dot{M} (h_{c2} - h_{c1}) \quad (4.186)$$

$$\int_1^2 v dP = -\Delta \frac{C^2}{2} - r \quad (4.187)$$

Dans le cas particulier où les vitesses C_1 et C_2 , ainsi que les altitudes Z_1 et Z_2 , sont à peu près égales et en vertu du Deuxième Principe, nous obtenons :

$$\int_1^2 v dP = -r \leq 0 \quad (4.188)$$

Comme le volume massique v est toujours positif, nous constatons que la pression P du fluide ne peut que diminuer à cause du phénomène de dissipation. Les praticiens parlent de *perte de charge*. Ce résultat montre que, contrairement à une opinion malheureusement assez répandue, la pression d'un fluide n'augmente pas obligatoirement quand on le chauffe.

Dans le cas encore plus particulier où le fluide est *incompressible*, la relation (4.188) donne la chute de pression :

$$\Delta P = -\frac{r}{v} \leq 0 \quad (4.189)$$

4.7.3 Rendements

Définitions

Pour évaluer la performance d'un chauffage ou d'un refroidissement au sens du Premier Principe, nous nous proposons de définir un rendement mettant en évidence l'influence de la dissipation. En d'autres termes, nous allons comparer la quantité de chaleur réellement transmise et la quantité de chaleur que l'on aurait idéalement pu transmettre en suivant la même transformation thermodynamique mais sans dissipation (éq. (4.196) et (4.197)). Les équations fondamentales (4.57) donnent la relation :

$$\delta q^+ = T ds - \delta r = \delta \bar{s} - \delta r \quad (4.190)$$

qui conduit, par intégration, au bilan d'énergie :

$$q^+ = \bar{s} - r \quad (4.191)$$

dans lequel \bar{s} est l'énergie Ts , massique, définie par l'intégrale :

$$\bar{s} = \int_1^2 \delta \bar{s} = \int_1^2 T ds \quad (> 0 \text{ en cas de chauffage et } < 0 \text{ en cas de refroidissement}) \quad (4.192)$$

En principe, l'intégrale de la forme différentielle $\delta \bar{s}$ devrait être effectuée le long de la transformation exacte, ce qui est approximé en intégrant le long de la **transformation polytrophe**, passant par les points 1 et 2 et représentée en traits pointillés dans le diagramme de la figure 4.31 :

$$\bar{s}_\sigma \equiv \int_1^2 (T ds)_\sigma > 0 \quad (4.193)$$

En guise d'alternatives à l'intégrale le long de la transformation polytrophe, deux couples de transformations sont également utilisés conventionnellement dans la définition des rendements de canaux fixes :

- La **transformation isobare + isentropie** 1-2_p-2, le point 2_p étant à l'intersection de l'isobare passant par le point 1 et de l'isentropie passant par le point 2 :

$$\bar{s}_p \equiv \int_1^2 T ds = \int_1^{2p} (T ds)_p = h_{2p} - h_1 > 0 \quad (4.194)$$

En vertu de cette relation, l'énergie \bar{s}_p apparaît comme un segment vertical dans le diagramme h - s de la figure 4.31.

- La **transformation isotherme + isentropie** 1-2_t-2, le point 2_t étant à l'intersection de l'isotherme passant par le point 1 et de l'isentropie passant par le point 2 :

$$\bar{s}_t \equiv \int_1^2 T ds = \int_1^{2t} (T ds)_T = T(s_2 - s_1) > 0 \quad (4.195)$$

Suivant la convention choisie pour le calcul de l'énergie \bar{s} , nous pouvons définir les rendements polytrophe, isobare ou isotherme du tableau 4.4.

A noter que le rendement polytrophe des tableaux 4.4 et 4.5 est défini de telle sorte que sa valeur numérique soit comprise entre 0 et 1.

Si les vitesses C_1 et C_2 , ainsi que les altitudes Z_1 et Z_2 sont à peu près égales, les indices peuvent être omis. Si, de plus, le fluide est un **gaz parfait**, les rendements polytrophe, isobare et isotherme se réduisent aux expressions du tableau 4.5.

Tableau 4.4 Rendements d'un canal fixe et non adiabate.

Canal chauffé H	Canal refroidi R
Rendements polytropes	
$\eta_{H\sigma} \equiv \frac{q^+}{\bar{s}_\sigma} \equiv \frac{q^+}{\int_1^2 (T ds)_\sigma} = \frac{q^+}{q^+ + r} < 1$ $\eta_{H\sigma} = \frac{h_{cz2} - h_{cz1}}{\int_1^2 (T ds)_\sigma} = \frac{h_{cz2} - h_{cz1}}{h_{cz2} - h_{cz1} + r} < 1$	$\eta_{R\sigma} = \frac{-\bar{s}_\sigma}{q^-} = \frac{-\int_1^2 (T ds)_\sigma}{q^-} = \frac{q^- - r}{q^-} < 1$ $\eta_{R\sigma} = \frac{-\int_1^2 (T ds)_\sigma}{h_{cz1} - h_{cz2}} = \frac{h_{cz1} - h_{cz2} - r}{h_{cz1} - h_{cz2}} < 1$
(4.196)	(4.197)
Rendements isobares	
$\eta_{Hp} \equiv \frac{q^+}{\bar{s}_p} \equiv \frac{q^+}{\int_1^{2p} (T ds)_p} = \frac{h_{cz2} - h_{cz1}}{h_{2p} - h_1}$	$\eta_{Rp} = \frac{-\bar{s}_p}{q^-} = \frac{-\int_1^{2p} (T ds)_p}{q^-} = \frac{h_1 - h_{2p}}{h_{cz1} - h_{cz2}}$
(4.198)	(4.199)
Rendements isothermes	
$\eta_{Ht} \equiv \frac{q^+}{\bar{s}_t} = \frac{q^+}{\int_1^{2t} (T ds)_t} = \frac{h_{cz2} - h_{cz1}}{T_1(s_2 - s_1)}$	$\eta_{Rt} = \frac{-\bar{s}_t}{q^-} = \frac{-\int_1^{2t} (T ds)_t}{q^-} = \frac{T_1(s_1 - s_2)}{h_{cz1} - h_{cz2}}$
(4.200)	(4.201)

Tableau 4.5 Rendements d'un canal fixe et non adiabate pour un gaz parfait (énergies cinétiques et potentielles négligées).

Canal chauffé H	Canal refroidi R
$\sigma \equiv \frac{T ds}{v dP} < 0$	$\sigma \equiv \frac{T ds}{v dP} > 0$
Rendements polytropes	
$\eta_{H\sigma} = \frac{c_p \Delta T}{c_\sigma \Delta T} = \frac{c_p}{c_\sigma} = \frac{\sigma + 1}{\sigma} = \frac{\ln \tau}{\ln \tau - \Gamma \ln \pi}$	$\eta_{R\sigma} = \frac{c_\sigma \Delta T}{c_p \Delta T} = \frac{c_\sigma}{c_p} = \frac{\sigma}{\sigma + 1} = \frac{\ln \tau - \Gamma \ln \pi}{\ln \tau}$
(4.202)	(4.203)

Tableau 4.5 Rendements d'un canal fixe et non adiabate pour un gaz parfait (énergies cinétiques et potentielles négligées). (Suite et fin).

Canal chauffé H	Canal refroidi R
Rendements isobares	
$\eta_{Hp} = \frac{c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_{2p} - T_1)} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2p} - T_1} = \frac{\tau - 1}{\pi^\Gamma - 1}$ <p style="text-align: right;">(4.204)</p>	$\eta_{Rp} = \frac{c_p(T_1 - T_{2p})}{c_p(T_1 - T_2)} = \frac{T_1 - T_{2p}}{T_1 - T_2} = \frac{\frac{\tau}{\pi^\Gamma} - 1}{\tau - 1}$ <p style="text-align: right;">(4.205)</p>
Rendements isothermes	
$\eta_{Hi} = \frac{c_p(T_2 - T_1)}{T_1(c_p \ln \tau - r \ln \pi)} = \frac{\tau - 1}{\ln \tau - \Gamma \ln \pi}$ <p style="text-align: right;">(4.206)</p>	$\eta_{Ri} = \frac{T_1(c_p \ln \tau - r \ln \pi)}{c_p(T_2 - T_1)} = \frac{\ln \tau - \Gamma \ln \pi}{\tau - 1}$ <p style="text-align: right;">(4.207)</p>

dans lequel nous utilisons les symboles suivants:

- c_σ chaleur spécifique polytrophe
- σ facteur polytrophe
- $\tau \equiv T_2/T_1$ rapport de température (4.208)
- $\pi \equiv P_2/P_1$ rapport de pression (4.209)

A noter que, pour un gaz parfait, la chaleur spécifique polytrophe, contrairement aux chaleurs spécifiques isobare et isochore, n'est pas constante, quelle que soit la transformation considérée, mais varie d'une polytrophe à une autre. C'est ainsi que le rapport c_p/c_σ de l'équation (4.202) est inférieur à 1 s'agissant d'un canal chauffé, alors que, dans le cas de l'équation (4.203) relative à un canal refroidi, c'est son inverse qui est inférieur à 1.

Les équations (4.206) et (4.207) découlent notamment des équations (2.60) et (2.66).

Remarques

Les trois types de rendements définis aux tableaux (4.4) et (4.5) donnent lieu aux remarques qui suivent:

- La comparaison des énergies $T\bar{s}$, massiques, conduit aux inégalités:

$$\bar{s}_p > \bar{s}_\sigma > \bar{s}_i > 0 \text{ (canal chauffé)} \quad \text{et} \quad \bar{s}_\sigma > \bar{s}_p > \bar{s}_i > 0 \text{ (canal refroidi)}$$

Il en résulte que la comparaison des rendements est donnée par les inégalités:

$$\eta_{Hp} < \eta_{H\sigma} < \eta_{Hi} \quad \text{et} \quad \eta_{R\sigma} < \eta_{Rp} < \eta_{Ri}$$

- Les rendements polytrophe η_σ et isobare η_p ont en général des valeurs numériques très voisines, car la chute de pression est faible, de sorte que les énergies \bar{s}_σ et \bar{s}_p ne sont pas très différentes.

- Si $C_1 \equiv C_2$ et $Z_1 \equiv Z_2$, et si la dissipation est nulle, la transformation est alors isobare, le facteur polytrophe σ est égal à l'infini et le rapport de pression π , ainsi que les rendements polytropes η_σ et isobares η_p sont égaux à 1 (éq. (4.202) à (4.205)).
- **Le rendement polytrophe présente l'avantage d'être le plus proche de la réalité et toujours inférieur à 1.**
- Les rendements isobares η_p présentent l'avantage d'être un rapport de différences d'enthalpies (ou de températures) qui apparaissent comme des segments verticaux dans un diagramme h - s (ou T - s). Par contre, ils présentent le désavantage de nécessiter la détermination du point $2p$.
- Les rendements isothermes η_t ne sont utilisés que lorsque la transformation n'est pas trop éloignée d'une isotherme.

4.8 TURBINE ET COMPRESSEUR

4.8.1 Généralités

Les figures 4.33 et 4.35 représentent très schématiquement une **turbine**, respectivement un **compresseur**, de type axial, et les figures 4.34 et 4.36 les évolutions thermodynamiques respectives du fluide dans un diagramme h - s .

Nous formulons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- frottements dans les paliers négligeables
- fuites aux systèmes d'étanchéité (joints à labyrinthe) négligeables
- variations de l'énergie potentielle gravifique négligeables
- écoulement unidimensionnel
- régime permanent

Nous considérerons tout d'abord ces machines dans leur ensemble, puis leurs différents éléments.

4.8.2 Ensembles d'une turbine et d'un compresseur

Analyse et définitions

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, les équations fondamentales (4.57) donnent :

$$\delta e^- + d \frac{C^2}{2} + \delta r = -v dP = -dh + \delta q^+ + \delta r \quad (4.210)$$

Nous en déduisons la relation :

$$\delta e^+ - d \frac{C^2}{2} - \delta r = v dP = dh + \delta q^- - \delta r \quad (4.211)$$

Par intégration de (4.210) entre l'entrée I et la sortie IV de la machine, l'énergie-travail massique donnée par le fluide au rotor :

$$e^- = \int_I^{IV} \delta e^- = - \int_I^{IV} dh_c + q^+ \quad (4.212)$$

$$e^- = -\Delta h_c + q^+ = h_{cI} - h_{cIV} + q^+$$

$$\dot{E}^- = \dot{M} e^- = \dot{M} [(h_{cI} - h_{cIV}) + q^+] \quad (4.213)$$

La puissance-travail \dot{E}^- correspondante a été obtenue en multipliant la puissance massique e^- par le débit-masse \dot{M} du fluide.

Remarquons que nous pouvons déduire les relations (4.212) et (4.213) de (4.29) en annulant q^+ et \dot{Q}^+ . Il est évident que nous pouvons aussi obtenir la relation (4.213) directement à partir de l'équation générale (1.49) exprimant le Premier Principe, en annulant non seulement les termes \dot{Q}_i^+ , mais encore le terme dU_{cz}/dt , puisque le régime est permanent.

Pour évaluer la performance d'une turbine ou d'un compresseur au sens du Premier Principe, nous nous proposons de définir un rendement mettant en évidence l'influence de la dissipation. En d'autres termes, nous allons comparer le travail réellement mis en jeu et le travail qui aurait été idéalement mis en jeu en suivant la même transformation thermodynamique, mais sans dissipation (équ. (4.196) et (4.197)). Nous déduisons de (4.210) et (4.211) les relations :

$$\begin{aligned} \delta e^- &= -v dP - d \frac{C^2}{2} - \delta r & \delta e^+ &= v dP + d \frac{C^2}{2} + \delta r \\ \delta e^- &= -\delta \tilde{p} - dc - \delta r & \text{ou} & & \delta e^+ &= \delta \tilde{p} + dc + \delta r \\ \delta e^- &= -\delta \tilde{p}_c - \delta r & & & \delta e^+ &= \delta \tilde{p}_c + \delta r \\ e^- &= (-\tilde{p}_c) - r & & & e^+ &= (\tilde{p}_c) + r \end{aligned} \quad (4.214)$$

dans lesquelles \tilde{p}_c est l'énergie vP totale massique, définie par l'intégrale :

$$\tilde{p}_c = \tilde{p} + \Delta c = \tilde{p} + \Delta \frac{C^2}{2} = \int_I^{IV} v dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \quad (4.215)$$

$$\Delta h_c = h_{cIV} - h_{cI} = h_{IV} - h_I + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \quad (4.216)$$

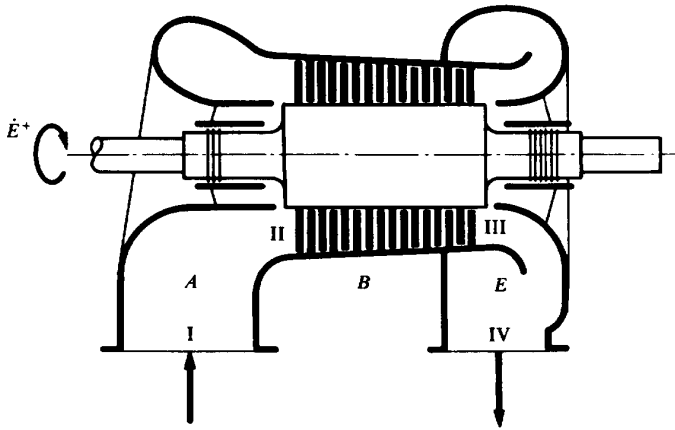


Fig. 4.35 Schéma d'un *compresseur* de type axial.

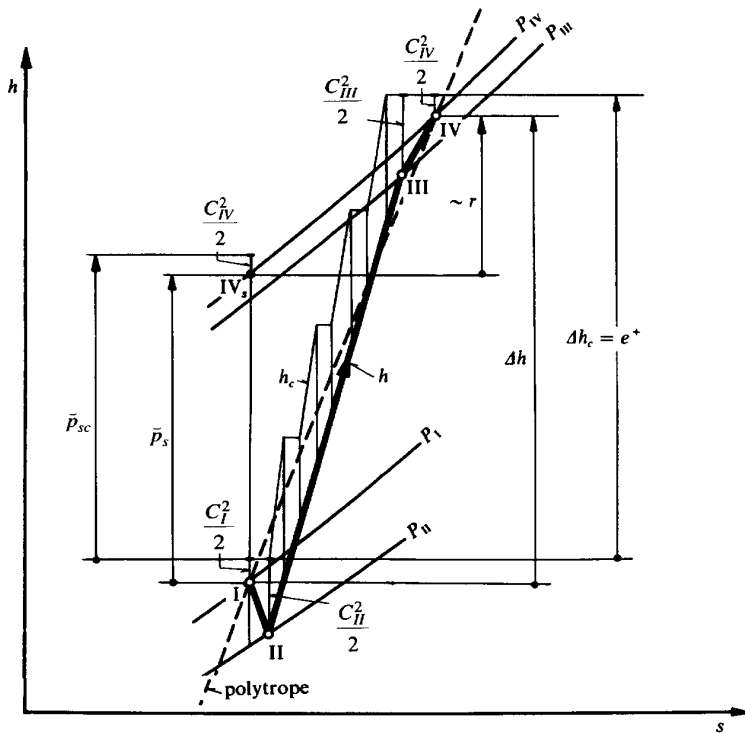


Fig. 4.36 Evolution thermodynamique du fluide dans un *compresseur* à quatre étages.

En principe, l'intégrale de la forme différentielle δp devrait être effectuée le long de la transformation exacte, ce qui est approximé en intégrant le long de la **transformation polytrophe** passant par les points I et IV, représentée en traits pointillés dans le diagramme de la figure 4.34 ou de la figure 4.36:

$$\tilde{p}_\sigma = \int_I^{IV} (v \, dP)_\sigma \quad (4.217)$$

En guise d'alternatives à l'intégrale le long de la transformation polytrophe, les deux couples de transformations qui suivent sont également utilisés conventionnellement dans la définition des rendements de machines.

La **transformation isentrope + isobare** I-IV_s-IV, le point IV_s étant à l'intersection de l'isentrope s_I passant par le point I et de l'isobare P_{IV} passant par le point IV:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_s &= \int_I^{IV} v \, dP = \int_I^{IV_s} (v \, dP)_{s_I} \\ \tilde{p}_s &= h_{IV_s} - h_I \end{aligned} \quad (4.218)$$

En vertu de cette relation, l'énergie \tilde{p}_s apparaît comme un segment vertical dans le diagramme h - s de la figure 4.34. Il est possible de faire apparaître l'énergie \tilde{p}_{sc} également comme un segment vertical, en reportant l'énergie cinétique $c_{IV} = C_{IV}^2 / 2$ au-dessus du point IV_s, comme le montrent la figure 4.34 ou la figure 4.36.

La **transformation isotherme + isobare** I-IV_t-IV, le point IV_t étant à l'intersection de l'isotherme T_I passant par le point I et de l'isobare P_{IV} passant par le point IV:

$$\tilde{p}_t = \int_I^{IV} v \, dP = \int_I^{IV_t} (v \, dP)_{T_I} \quad (4.219)$$

Suivant la convention choisie pour le calcul de l'énergie \tilde{p}_c , nous pouvons définir les rendements **polytrophe**, **isobare** et **isotherme** figurant dans le tableau 4.6. A noter que les rendements polytropes sont définis de telle sorte que leur valeur numérique soit comprise entre 0 et 1.

Par ailleurs, sachant que les transformations isentropes et isothermes sont des polytropes particulières et compte tenu de (2.18) et (2.22), les grandeurs $\tilde{p}_\sigma, \tilde{p}_s, \tilde{p}_t$ peuvent être aisément calculées au moyen du tableau 4.7.

Si les vitesses C_I et C_{IV} sont égales, et si, de plus, le fluide est un **gaz parfait**, les rendements **polytrophe**, **isobare** et **isotherme** se réduisent aux expressions du tableau 4.8.

Tableau 4.6 Rendements d'une turbine et d'un compresseur.

Turbine T	Compresseur C
Rendements polytropes [15]	
$\eta_{T\sigma} \equiv \frac{e^-}{-\tilde{p}_{\sigma c}} = \frac{e^-}{-\left\{ \int_I^{IV} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \right\}}$ $= \frac{-\tilde{p}_{\sigma c} - r}{-\tilde{p}_{\sigma c}} < 1$ $\eta_{T\sigma} = \frac{-\Delta h_c + q^+}{-\tilde{p}_{\sigma c}} = \frac{h_{cl} - h_{cIV} + q^+}{-\tilde{p}_{\sigma c}}$ <p style="text-align: right;">(4.220)</p>	$\eta_{C\sigma} \equiv \frac{\tilde{p}_{\sigma c}}{e^+} = \frac{\int_I^{IV} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right)}{e^+}$ $= \frac{\tilde{p}_{\sigma c}}{\tilde{p}_{\sigma c} + r} < 1$ $\eta_{C\sigma} = \frac{\tilde{p}_{\sigma c}}{\Delta h_c + q^-} = \frac{\tilde{p}_{\sigma c}}{h_{cIV} - h_{cl} + q^-}$ <p style="text-align: right;">(4.221)</p>
Rendements isentropes	
$\eta_{Ts} \equiv \frac{e^-}{-\tilde{p}_{sc}} = \frac{e^-}{-\left\{ \int_I^{IVs} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \right\}}$ $= \frac{-\tilde{p}_{\sigma c} - r}{-\tilde{p}_{sc}}$ $\eta_{Ts} = \frac{-\Delta h_c + q^+}{-\tilde{p}_{sc}} = \frac{h_{cl} - h_{cIV} + q^+}{h_{cl} - \left(h_{IVs} + \frac{C_{IV}^2}{2} \right) + q^+}$ <p style="text-align: right;">(4.222)</p>	$\eta_{Cs} \equiv \frac{\tilde{p}_{sc}}{e^+} = \frac{\int_I^{IVs} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right)}{e^+}$ $= \frac{\tilde{p}_{sc}}{\tilde{p}_{\sigma c} + r}$ $\eta_{Cs} = \frac{\tilde{p}_{sc}}{\Delta h_c + q^-} = \frac{\left(h_{IVs} + \frac{C_{IV}^2}{2} \right) - h_{cl} + q^-}{h_{cIV} - h_{cl} + q^-}$ <p style="text-align: right;">(4.223)</p>
Rendements isothermes	
$\eta_{Tt} \equiv \frac{e^-}{-\tilde{p}_{tc}} = \frac{e^-}{-\left\{ \int_I^{IVt} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \right\}}$ $= \frac{-\tilde{p}_{\sigma c} - r}{-\tilde{p}_{tc}}$ $\eta_{Tt} = \frac{-\Delta h_c + q^+}{-\tilde{p}_{tc}} = \frac{h_{cl} - h_{cIV} + q^+}{-\left\{ \int_I^{IVt} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right) \right\}}$ <p style="text-align: right;">(4.224)</p>	$\eta_{Ct} \equiv \frac{\tilde{p}_{tc}}{e^+} = \frac{\int_I^{IVt} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right)}{e^+}$ $= \frac{\tilde{p}_{tc}}{\tilde{p}_{\sigma c} + r}$ $\eta_{Ct} = \frac{\tilde{p}_{tc}}{\Delta h_c + q^-} = \frac{\int_I^{IVt} v \, dP + \left(\frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} \right)}{h_{cIV} - h_{cl} + q^-}$ <p style="text-align: right;">(4.225)</p>

Tableau 4.7 Energies vP massiques des transformations polytropes, isentropes et isothermes (avec $\pi = P_{IV} / P_I$).

Gaz réel	Gaz parfait
Transformation polytrophe	
$Pv^{\bar{\gamma}_\sigma} = \text{cste}$ $\bar{p}_\sigma = v_I P_I \frac{\bar{\gamma}_\sigma}{\bar{\gamma}_\sigma - 1} \left[\pi^{\frac{\bar{\gamma}_\sigma - 1}{\bar{\gamma}_\sigma}} - 1 \right] \quad (4.226)$	$Pv^{\gamma_\sigma} = \text{cste}$ $\bar{p}_\sigma = v_I P_I \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma - 1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right] \quad (4.227)$
Transformation isentrope	
$Pv^{\bar{\gamma}_s} = \text{cste}$ $\bar{p}_s = v_I P_I \frac{\bar{\gamma}_s}{\bar{\gamma}_s - 1} \left[\pi^{\frac{\bar{\gamma}_s - 1}{\bar{\gamma}_s}} - 1 \right] \quad (4.228)$	$Pv^\gamma = \text{cste}$ $\bar{p}_s = v_I P_I \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\pi^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] = c_p T_I \left[\pi^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (4.229)$
Transformation isotherme	
$Pv^{\bar{\gamma}_t} = \text{cste}$ $\bar{p}_t = v_I P_I \frac{\bar{\gamma}_t}{\bar{\gamma}_t - 1} \left[\pi^{\frac{\bar{\gamma}_t - 1}{\bar{\gamma}_t}} - 1 \right] \quad (4.230)$	$Pv = \text{cste}$ $\bar{p}_t = v_I P_I \ln \pi \quad (4.231)$

A noter que Δh dans l'expression du travail intervenant dans les différents rendements et selon (2.22):

$$\Delta h = c_p (T_{IV} - T_I) = c_p T_I \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right] = v_I P_I \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\pi^{\frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma}} - 1 \right] \quad (4.232)$$

Tableau 4.8 Rendements d'une turbine et d'un compresseur *adiabates*, pour un gaz parfait (différences d'énergies cinétiques entrée-sortie négligées, $\pi = P_{IV} / P_I$, $\tau = T_{IV} / T_I$ et $\Gamma = (\gamma - 1) / \gamma$).

Turbine	Compresseur
Rendements polytropes	
$\eta_{T\sigma} = \frac{-\ln \tau}{-\Gamma \ln \pi} \quad (4.233)$	$\eta_{C\sigma} = \frac{\Gamma \ln \pi}{\ln \tau} \quad (4.234)$
Rendements isentropes	
$\eta_{Ts} = \frac{1 - \tau}{1 - \pi^\Gamma} \quad (4.235)$	$\eta_{Cs} = \frac{\pi^\Gamma - 1}{\tau - 1} \quad (4.236)$
Rendements isothermes	
$\eta_{Ti} = \frac{1 - \tau}{-\Gamma \ln \pi} \quad (4.237)$	$\eta_{Ci} = \frac{\Gamma \ln \pi}{\tau - 1} \quad (4.238)$

Le transfert-chaleur étant nul par hypothèse, les expressions (4.233) et (4.234) peuvent être obtenues en intégrant les équations de rendement polytrophe, exprimées

sous forme de rapports de différentielles, en admettant que le rendement polytrophe est constant tout au long des transformations considérées:

$$\eta_{T\sigma} = \frac{\delta e^-}{-v dP} = \frac{-dh}{-v dP} = \frac{c_p dT}{\frac{rT}{P} dP} \quad \text{ou} \quad \eta_{C\sigma} = \frac{v dP}{\delta e^+} = \frac{v dP}{dh} = \frac{\frac{rT}{P} dP}{c_p dT} \quad (4.239)$$

Par ailleurs et sans faire l'hypothèse de transfert-chaleur nul, les équations du tableau 4.9 permettent d'établir, pour les gaz parfaits, les relations (4.240) et (4.241) entre les **rendements polytropes** et les **facteurs** γ et γ_σ .

Tableau 4.9 Relations entre les **rendements polytropes** et les **facteurs** γ et γ_σ pour un gaz parfait (énergies cinétique et potentielle négligées).

Turbine	Compresseur
$\eta_{T\sigma} = \frac{e^-}{-\tilde{p}_\sigma} = \frac{-\Delta h + q^+}{-\tilde{p}_\sigma}$ $\eta_{T\sigma} = \frac{-v_I P_I \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\frac{\gamma_\sigma-1}{\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1} \right]}{-v_I P_I \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma-1} \left[\frac{\gamma_\sigma-1}{\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1} \right]} + \frac{q^+}{-\tilde{p}_\sigma}$ $\left[\eta_{T\sigma} - \frac{q^+}{-\tilde{p}_\sigma} \right] \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma} \quad (4.240)$	$\eta_{C\sigma} = \frac{\tilde{p}_\sigma}{e^+} = \frac{\tilde{p}_\sigma}{\Delta h + q^-}$ $\frac{1}{\eta_{C\sigma}} = \frac{v_I P_I \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\frac{\gamma_\sigma-1}{\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1} \right]}{v_I P_I \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma-1} \left[\frac{\gamma_\sigma-1}{\pi^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} - 1} \right]} + \frac{q^-}{\tilde{p}_\sigma}$ $\left[\frac{1}{\eta_{C\sigma}} - \frac{q^-}{\tilde{p}_\sigma} \right] \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma} \quad (4.241)$

A noter que, pour une turbine ou un compresseur adiabate donné, les équations (4.240) ou (4.241) permettent de calculer très rapidement le rendement polytrophe, connaissant les températures et pressions d'entrée et de sortie qui permettent de calculer aisément l'expression $(\gamma_\sigma-1)/\gamma_\sigma$ au moyen de (2.22) sous forme intégrée:

$$\frac{T_{IV}}{T_I} = \left(\frac{P_{IV}}{P_I} \right)^{\frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma}} \quad \text{ou} \quad \frac{\gamma_\sigma-1}{\gamma_\sigma} = \frac{\ln \tau}{\ln \pi} \quad (4.242)$$

De façon similaire, les équations (4.240) et (4.241) facilitent le calcul de la température de sortie connaissant le rendement polytrophe, le rapport de pression et les conditions d'entrée.

Remarques

Les trois rendements polytropes η_σ , isentropes η_s et isothermes η_t définis ci-dessus donnent lieu aux remarques qui suivent:

- La comparaison des énergies vP massiques conduit respectivement pour les turbines et les compresseurs aux inégalités:

$$-\check{p}_t > -\check{p}_\sigma > -\check{p}_s > 0 \quad \text{et} \quad \check{p}_\sigma > \check{p}_s > \check{p}_t > 0 \quad (4.243)$$

Il en résulte que la comparaison des rendements est exprimée par les inégalités:

$$\eta_{Tt} < \eta_{T\sigma} < \eta_{Ts} \quad \text{et} \quad \eta_{Ct} < \eta_{Cs} < \eta_{C\sigma} \quad (4.244)$$

Cela explique le fait que les constructeurs préfèrent en général indiquer pour les turbines le rendement isentrope η_{Ts} et pour les compresseurs le rendement polytrope $\eta_{C\sigma}$.

- Les rendements polytropes η_σ et isentropes η_s ont en général des valeurs numériques assez voisines, car l'augmentation d'entropie est petite, de sorte que les énergies \check{p}_σ et \check{p}_s ne sont pas très différentes. Il est intéressant de calculer leur rapport. Si $C_t \equiv C_{IV}$ et si le fluide est un *gaz parfait*, nous avons, selon (4.233) à (4.236), les rapports:

$$\frac{\eta_{Ts}}{\eta_{T\sigma}} = \frac{-\check{p}_\sigma}{-\check{p}_s} = \frac{(1-\tau)\Gamma \ln \pi}{\ln \tau(1-\pi^\Gamma)} > 1 \quad \text{et} \quad \frac{\eta_{C\sigma}}{\eta_{Cs}} = \frac{\check{p}_\sigma}{\check{p}_s} = \frac{(\tau-1)\Gamma \ln \pi}{\ln \tau(\pi^\Gamma-1)} > 1 \quad (4.245)$$

Ces rapports, appelés *facteurs d'échauffement*, sont voisin de 1.

- Si la dissipation est nulle, les transformations sont alors isentropes, et les facteurs polytropes σ , ainsi que les rendements polytropes η_σ et isentropes η_s , sont égaux à 1.
- **Les rendements polytropes η_σ présentent l'avantage d'être plus proches de la réalité et d'être toujours inférieurs à 1.**
- **Les rendements isentropes η_s présentent l'avantage d'être des rapports de différences d'enthalpie** (ou de température) qui apparaissent comme des segments verticaux dans un diagramme $h-s$ (ou $T-s$). Par contre, ils présentent le désavantage de nécessiter la détermination du point IVs.
- Les rendements isothermes η_t ne sont utilisés que lorsque les transformations ne sont pas trop éloignées d'une isotherme (turbine réchauffée ou compresseur refroidi).

Application à une turbine et à une pompe hydrauliques

Si le fluide est *peu compressible*, il est possible de simplifier les relations en introduisant des valeurs moyennes arithmétiques. Dans ce cas, l'intégration de l'équation (2.59) donne la relation:

$$\Delta h = \bar{a} \Delta P + \bar{c}_p \Delta T \quad (4.246)$$

dans laquelle \bar{a} est la valeur moyenne du *coefficient isotherme* défini par la relation:

$$a \equiv \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = (1 - \beta_p) v \quad (4.247)$$

Les valeurs moyennes \bar{a} et \bar{c}_p sont calculées comme suit:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= a(\bar{P}, \bar{T}) & \bar{c}_p &= c_p(\bar{P}, \bar{T}) \\ \bar{P} &= \frac{P_I + P_{IV}}{2} & \bar{T} &= \frac{T_I + T_{IV}}{2} \end{aligned} \quad (4.248)$$

D'autre part, l'énergie \bar{p}_σ est donnée, selon (4.215), par la relation:

$$\bar{p}_\sigma = \bar{v} \Delta P \quad (4.249)$$

dans laquelle la valeur moyenne \bar{v} est calculée comme suit:

$$\bar{v} = v(\bar{P}, \bar{T}) \quad (4.250)$$

Compte tenu de l'énergie potentielle massique gZ et d'un transfert-chaleur massique q^+ , les rendements polytropes $\eta_{T\sigma}$ d'une turbine hydraulique et $\eta_{C\sigma}$ d'une pompe hydraulique sont définis par les relations:

$$\eta_{T\sigma} \equiv \frac{e^-}{-\bar{p}_{\sigma z}} < 1 \quad \text{et} \quad \eta_{C\sigma} \equiv \frac{\bar{p}_{\sigma z}}{e^+} < 1 \quad (4.251)$$

qui s'écrivent, en vertu de (4.220), (4.221), (4.247) et (4.250):

$$\eta_{T\sigma} = \frac{-\Delta h_{cz} + q^+}{-\bar{p}_{\sigma z}} \quad \text{et} \quad \eta_{C\sigma} = \frac{\bar{p}_{\sigma z}}{\Delta h_{cz} + q^-} \quad (4.252)$$

$$\eta_{T\sigma} = \frac{-\bar{a}\Delta P - c_p\Delta T - \Delta \frac{C^2}{2} - g\Delta Z + q^+}{-\bar{v}\Delta P - \Delta \frac{C^2}{2} - g\Delta Z}$$

et (4.253)

$$\eta_{C\sigma} = \frac{\bar{v}\Delta P + \Delta \frac{C^2}{2} + g\Delta Z}{\bar{a}\Delta P + c_p\Delta T + \Delta \frac{C^2}{2} + g\Delta Z + q^-}$$

dans laquelle le signe Δ indique qu'il s'agit de l'accroissement d'une grandeur entre les points I et IV.

Ces relations sont à la base de la **détermination des rendements des turbines et des pompes hydrauliques par la méthode thermodynamique** [17], [21].

Généralisation à une turbine et à un compresseur complexes

La détermination précise des performances d'une *turbine* et d'un *compresseur complexes* nécessite de tenir compte également de toutes les entrées et sorties secondaires des fluides (soutirages, systèmes d'étanchéité, circuit d'huile des paliers...), ainsi que du transfert-chaleur à travers les parois.

Les puissances-travail \dot{E}^- , mises en jeu au niveau de l'accouplement, sont données, en vertu du Premier Principe, selon (1.44), par la relation :

$$\dot{E}^- = \sum_n \left\{ \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^+] \right\} - \dot{Q}^- \quad (4.254)$$

dans laquelle nous avons :

- h_{cj} et \dot{M}_j^+ enthalpie totale et débit-masse du fluide au droit de la section j
- \dot{Q}^- puissance-chaleur transférée
- n indice caractérisant un réseau d'écoulement fluide (eau, huile...)

Nous pouvons aussi exprimer la puissance-travail \dot{E}^- en généralisant la relation (4.214). Pour cela, il convient de décomposer l'écoulement du fluide en un certain nombre de circuits simples m , caractérisés chacun par une entrée, une sortie et un débit-masse \dot{M}_m . Nous pouvons alors écrire la relation :

$$\dot{E}^- = \sum_m [-\tilde{p}_{cm} \dot{M}_m] - \dot{R} \quad (4.255)$$

dans laquelle nous avons :

- \tilde{p}_{cm} énergie vP totale, massique, relative au circuit m
- \dot{R} puissance de dissipation dans l'ensemble des fluides

Nous pouvons alors définir les **rendements d'une turbine et d'un compresseur complexes** par les relations générales :

$$\eta_T \equiv \frac{\dot{E}^-}{\sum_m [-\tilde{p}_{cm} \dot{M}_m]} < 1 \quad \text{et} \quad \eta_C \equiv \frac{\sum_m [\tilde{p}_{cm} \dot{M}_m]}{\dot{E}^+} < 1 \quad (4.256)$$

qui peuvent être mises sous les formes suivantes :

$$\eta_T = \frac{\sum_n \left\{ \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^+] \right\} - \dot{Q}^-}{\sum_m [-\tilde{p}_{cm} \dot{M}_m]} = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}^- + \dot{R}} < 1$$

et

(4.257)

$$\eta_c = \frac{\sum_m [\bar{p}_{cm} \dot{M}_m]}{\sum_n \left\{ \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^-] \right\} + \dot{Q}^-} = \frac{\dot{E}^+ - \dot{R}}{\dot{E}^+} < 1$$

Suivant la convention choisie pour le calcul des énergies \bar{p} , les définitions (4.256) donnent les rendements polytropes, isentropes ou isothermes.

4.8.3 Tubulures d'entrée et de sortie d'une turbine et d'un compresseur

Analyse

La figure 4.37 représente, dans un diagramme h - s , l'évolution thermodynamique du fluide dans les **tubulures d'entrée** A et les **tubulures de sortie** E des machines représentées aux figures 4.33 et 4.35.

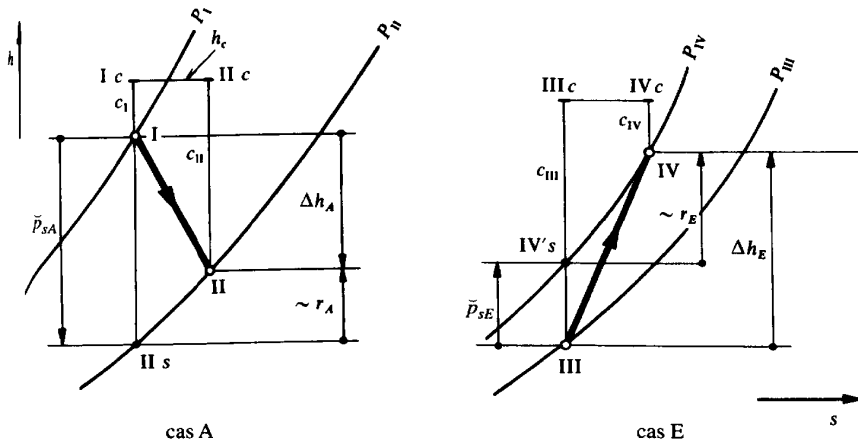


Fig.4.37 Evolution thermodynamique d'un gaz dans les tubulures d'entrée A et de sortie E d'une turbine et d'un compresseur (fig. 4.33 et 4.35).

Dans la tubulure d'entrée, l'énergie cinétique d'entrée est généralement faible et on cherche à transformer l'énergie thermique en énergie cinétique en accélérant le fluide par un **élément accélérateur**. Il en résulte que la pression diminue.

Dans la tubulure de sortie, on cherche à retransformer l'énergie cinétique en énergie thermique en ralentissant le fluide dans un **élément diffuseur**. Il en résulte que la pression augmente et que l'énergie cinétique de sortie est faible.

Comme il n'y a ni transfert-chaleur (hypothèse), ni transfert-travail, l'enthalpie totale h_c reste constante, du point I au point II ou du point III au point IV. Il n'est donc pas possible de définir le rendement des tubulures d'entrée ou de sortie comme celui de l'ensemble de la turbine ou du compresseur. C'est pourquoi nous allons faire appel à une autre définition.

Les équations fondamentales (4.57) donnent la relation:

$$\begin{aligned} d \frac{C^2}{2} + \delta r &= -v dP \\ dc + \delta r &= -\delta \bar{p} \end{aligned} \quad (4.258)$$

qui conduit, par intégration entre l'entrée I et la sortie II des tubulures A et entre l'entrée III et la sortie IV des tubulures E, aux bilans d'énergie:

$$\frac{C_{II}^2}{2} - \frac{C_I^2}{2} + r_A = -\bar{p}_A \quad \text{et} \quad \frac{C_{IV}^2}{2} - \frac{C_{III}^2}{2} + r_E = -\bar{p}_E \quad (4.259)$$

dans lesquels \bar{p}_A et \bar{p}_E sont les énergies vP , massiques, définies par les intégrales:

$$\bar{p}_A = \int_I^{II} v dP < 0 \quad \text{et} \quad \bar{p}_E = \int_{III}^{IV} v dP > 0 \quad (4.260)$$

Si nous considérons le chemin d'intégration I-II_s-II, le point II_s étant à l'intersection de l'isentrope s_I et de l'isobare P_{II} ou le chemin d'intégration III-IV_s-IV, le point IV_s étant à l'intersection de l'isentrope s_{III} et de l'isobare P_{IV} , nous avons, selon (4.259) et (4.260):

$$\begin{aligned} \bar{p}_{sA} &= h_{II_s} - h_I < 0 & \text{et} & & \bar{p}_{sE} &= h_{IV_s} - h_{III} > 0 \\ r_A &\equiv h_{II} - h_{II_s} > 0 & & & r_E &\equiv h_{IV} - h_{IV_s} > 0 \end{aligned} \quad (4.261)$$

En vertu de ces relations, les énergies \bar{p}_{sA} , \bar{p}_{sE} et les termes de dissipation r_A , r_E (en première approximation) apparaissent comme des segments verticaux dans le diagramme h - s de la figure 4.37.

Les grandeurs utiles étant les énergies cinétiques $C_{II}^2/2$, $C_{IV}^2/2$ et les énergies \bar{p}_A , \bar{p}_E , présentons les bilans (4.259) sous la forme:

$$\frac{C_{II}^2}{2} = \left(\frac{C_I^2}{2} - \bar{p}_A \right) - r_A \quad \text{et} \quad \frac{C_{IV}^2}{2} + \bar{p}_E = \frac{C_{III}^2}{2} - r_E \quad (4.262)$$

Rendements

Nous pouvons définir les **rendements des tubulures d'entrée et de sortie**, selon (4.262), par les relations:

$$\begin{aligned}
 \eta_A &\equiv \frac{\frac{C_{II}^2}{2}}{\frac{C_I^2}{2} - \tilde{p}_A} < 1 & \eta_E &\equiv \frac{\frac{C_{IV}^2}{2} + \tilde{p}_E}{\frac{C_{III}^2}{2}} < 1 \\
 \eta_A &= 1 - \frac{r_A}{\frac{C_I^2}{2} - \tilde{p}_A} & \eta_E &= 1 - \frac{r_E}{\frac{C_{III}^2}{2}}
 \end{aligned}
 \quad \text{et} \quad (4.263)$$

Suivant la convention choisie pour le calcul des énergies \tilde{p} , les définitions (4.263) donnent les rendements polytropes, isentropes ou isothermes.

En particulier, les rendements isentropes sont, en tenant compte de (4.261), définis par les relations:

$$\begin{aligned}
 \eta_{As} &\equiv \frac{\frac{C_{II}^2}{2}}{\frac{C_I^2}{2} - \tilde{p}_{sA}} < 1 & \eta_{Es} &\equiv \frac{\frac{C_{IV}^2}{2} + \tilde{p}_{sE}}{\frac{C_{III}^2}{2}} < 1 \\
 \eta_{As} &= \frac{h_{cII} - h_{II}}{h_{cI} - h_{IIs}} & \eta_{Es} &= \frac{(h_{cIV} - h_{IV}) + (h_{IV's} - h_{III})}{h_{cIII} - h_{III}}
 \end{aligned}
 \quad \text{et} \quad (4.264)$$

En vertu de cette relation, le rendement isentrope η_{As} est un rapport de différences d'enthalpie qui apparaissent dans le diagramme h - s de la figure 4.37.

4.8.4 Aubages d'une turbine et d'un compresseur

Les **aubages** B de la turbine à fluide compressible de la figure 4.33, respectivement du compresseur de la figure 4.35, représentent les ensembles des **étages** de turbine, respectivement de compresseur, situés entre les sections II et III.

Toutes les hypothèses qui ont été formulées ci-dessus pour l'ensemble de la turbine, respectivement du compresseur, sont valables pour l'aubage. Il en résulte que tous les raisonnements utilisés et toutes les relations établies pour le calcul des énergies, des bilans et des rendements, concernant l'ensemble de la turbine, respectivement du compresseur, sont aussi valables pour le calcul des grandeurs correspondantes concernant l'aubage. Il suffit de remplacer les indices I et IV par les indices II et III.

4.8.5 Etages d'une turbine et d'un compresseur adiabates

Analyse et définitions

La figure 4.38 représente très schématiquement un **étage de turbine** à fluide compressible, respectivement un **étage de compresseur** de type axial, et les figures 4.39 et 4.40 les *diagrammes des vitesses* et les *évolutions thermodynamiques du fluide* dans un diagramme h - s .

Un **étage de turbine** est composé des deux aubages suivants :

- **aubage fixe** (entrée 0, sortie 1) : élément distributeur, constitué d'aubes fixes solidaires du stator de la machine, ayant pour buts, d'une part, de transformer l'énergie vP en énergie cinétique absolue, et d'autre part, de donner au fluide une direction convenable
- **aubage mobile** (entrée 1, sortie 2) : élément moteur, constitué d'aubes mobiles solidaires du rotor de la machine, ayant essentiellement pour but de transformer l'énergie cinétique absolue en énergie-travail

Un **étage de compresseur** est composé des deux aubages suivants :

- **aubage mobile** (entrée 1, sortie 2) : élément générateur, constitué d'aubes mobiles solidaires du rotor de la machine, ayant essentiellement pour but de transformer l'énergie-travail en énergie cinétique absolue
- **aubage fixe** (entrée 2, sortie 3) : élément diffuseur, constitué d'aubes fixes solidaires du stator de la machine, ayant pour buts, d'une part, de transformer l'énergie cinétique absolue en énergie vP , et d'autre part, de donner au fluide une direction convenable

Précisons que les diagrammes des vitesses faisant l'objet des figures 4.39(a) et 4.40(a) sont tracés dans le plan Π apparaissant en perspective dans la figure 4.5.

Toutes les hypothèses qui ont été formulées ci-dessus pour l'ensemble de la turbine, respectivement d'un compresseur, sont valables pour un étage. Il en résulte que tous les raisonnements utilisés et toutes les relations établies pour le calcul des énergies et des rendements concernant l'ensemble de la turbine, respectivement du compresseur, sont aussi valables pour le calcul des grandeurs correspondantes, concernant un étage. Il suffit de remplacer les indices I et IV par les indices 0 et 2 pour une turbine, respectivement 1 et 3 pour un compresseur.

L'énergie-travail massique e^- peut être exprimée de deux manières différentes.

- **Calcul de e^- , respectivement e^+ , au moyen de grandeurs thermodynamiques** figurant dans les diagrammes thermodynamiques des figures 4.39(b) et 4.40(b).

La relation (4.213) donne, pour l'étage, l'énergie-travail massique :

$$e^- = -\Delta h_c = h_{c0} - h_{c2} \quad \text{et} \quad e^+ = \Delta h_c = h_{c3} - h_{c1} \quad (4.265)$$

Comme il n'y a ni transfert-chaleur, ni transfert-travail dans l'aubage fixe, l'enthalpie totale reste constante de 0 à 1, respectivement de 2 à 3, et nous avons aussi :

$$e^- = h_{c1} - h_{c2} \quad \text{et} \quad e^+ = h_{c2} - h_{c1} \quad (4.266)$$

Le transfert-travail est lié à la variation de l'enthalpie totale et ne peut avoir lieu que dans les aubages mobiles. C'est ce qui explique l'allure brisée de la

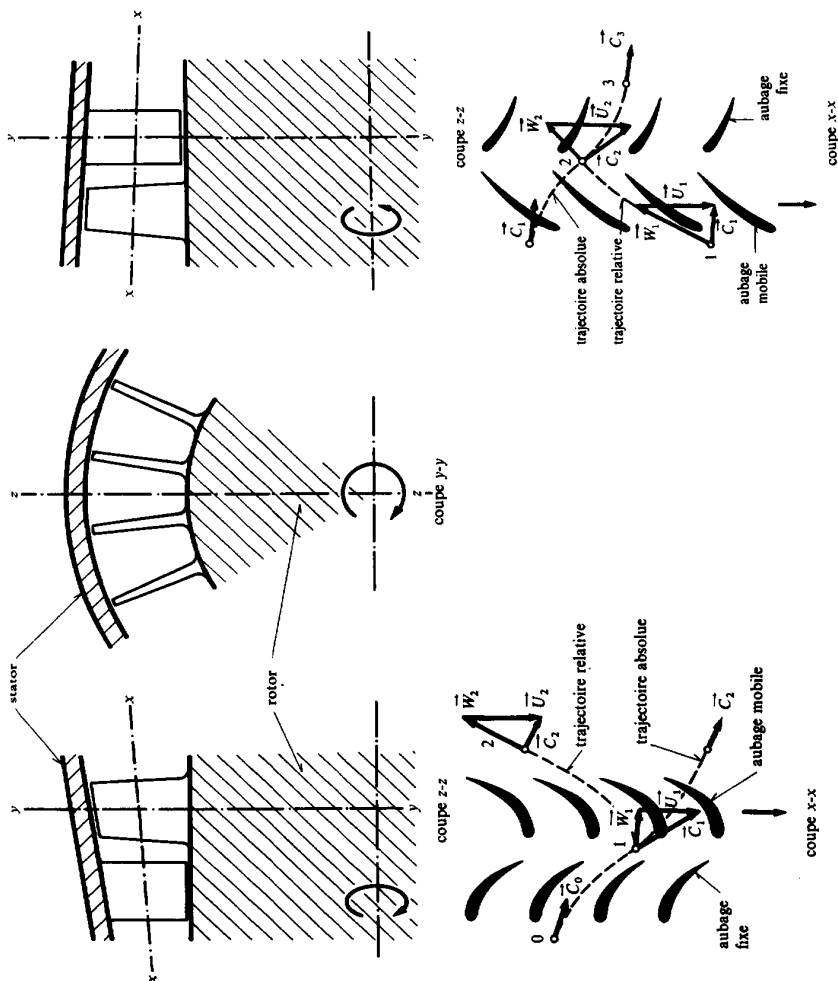


Fig. 4.38 Etage d'une turbine, respectivement d'un compresseur, adiabates et de type axial.

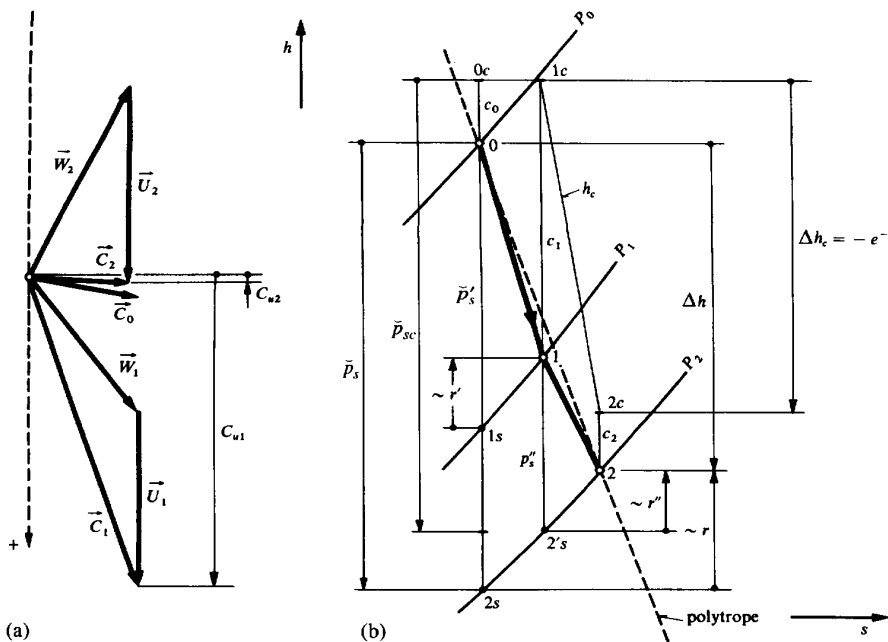


Fig. 4.39 (a) Diagramme des vitesses dans le plan Π (fig. 4.5) relatif à l'étage d'une turbine à fluide compressible (fig. 4.38). (b) Evolution thermodynamique dans un diagramme $h-s$.

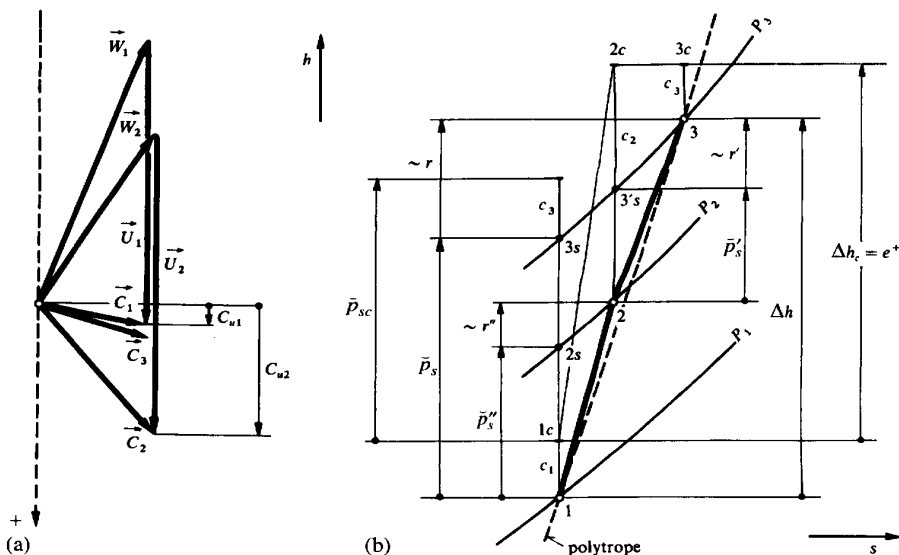


Fig. 4.40 (a) Diagramme des vitesses dans le plan Π (fig. 4.5) relatif à l'étage d'un compresseur à fluide compressible (fig. 4.38). (b) Evolution thermodynamique dans un diagramme $h-s$.

courbe représentant la variation de l'enthalpie totale h_c dans les diagrammes des figures 4.34, 4.36, 4.39(b) et 4.40(b).

- **Calcul de e^- , respectivement e^+ , au moyen de grandeurs mécaniques** (2 formes, tab. 4.10).

Tableau 4.10 Energies et rendements d'étage adiabate (gaz parfait avec des vitesses d'entrée et de sortie d'étage à peu près égales).

Etage de turbine		Etage de compresseur	
$\pi \equiv \frac{P_2}{P_0} < 1 \quad \tau \equiv \frac{T_2}{T_0} < 1$		$\pi \equiv \frac{P_3}{P_1} > 1 \quad \tau \equiv \frac{T_3}{T_1} > 1$	
1 ^{re} forme			
$e^- = -\left(\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2}\right) + \left(\frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2}\right) - \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2}\right)$ (4.267)		$e^+ = \left(\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2}\right) - \left(\frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2}\right) + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2}\right)$ (4.268)	
2 ^e forme			
$e^- = -(U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1})$ (4.269)		$e^+ = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$ (4.270)	
$\eta_\sigma = \frac{-\ln \tau}{-\Gamma \ln \pi} < 1$ (4.271)		$\eta_\sigma = \frac{\Gamma \ln \pi}{\ln \tau} < 1$ (4.272)	
$\eta_s = \frac{1 - \tau}{1 - \pi^\Gamma} < 1$ (4.273)		$\eta_s = \frac{\pi^\Gamma - 1}{\tau - 1} < 1$ (4.274)	
$\eta_t = \frac{1 - \tau}{-\Gamma \ln \pi} < 1$ (4.275)		$\eta_t = \frac{\Gamma \ln \pi}{\tau - 1} < 1$ (4.276)	

Le tableau 4.10 donne les expressions des **énergies-travail** et les **rendements d'étage** pour une turbine, respectivement pour un compresseur. A noter que l'énergie-travail est calculée sous deux formes différentes à partir de l'équation d'Euler (4.52), découlant du bilan spatial de moment cinétique (3.123). La première forme se base sur les vitesses absolue \vec{C} , relative \vec{W} et circonférentielle \vec{U} définies dans les diagrammes des vitesses des figures 4.39(b) et 4.40(b), alors que la deuxième forme utilise la composante périphérique C_u de la vitesse absolue \vec{C} . Les rendements d'étage sont directement tirés du tableau 4.8.

4.8.6 Aubages fixes d'une turbine et d'un compresseur adiabates

Analyse

Comme il s'agit d'un canal fixe et adiabate, à section de passage multiple, où la vitesse augmente (cas turbine) ou diminue (cas compresseur), il convient de le traiter comme la tubulure d'entrée A (cas turbine) ou la tubulure de sortie E (cas compresseur). Il suffit, dans le cas turbine, de remplacer les indices I et II par les indices 0 et 1 et, dans le cas compresseur, de remplacer les indices III et IV par les indices 2 et 3. Le tableau 4.11 donne les expressions des énergies et les rendements d'un aubage fixe de turbine ou de compresseur adiabates.

Comme on peut le voir sur les figures 4.39(b) et 4.40(b), le point 1s est à l'intersection de l'isentrope s_0 et de l'isobare P_1 (turbine), alors que le point 3s est à l'intersection de l'isentrope s_2 et de l'isobare P_3 (compresseur).

Tableau 4.11 Energies et rendements isentropes d'étages fixes adiabates (indice ').

Etage fixe de turbine		Etage fixe de compresseur	
Bilans d'énergie			
$\frac{C_1^2}{2} = \left(\frac{C_0^2}{2} - \bar{p}' \right) - r' \quad (4.277)$		$\frac{C_3^2}{2} + \bar{p}' = \frac{C_2^2}{2} - r' \quad (4.278)$	
avec $\bar{p}' = \int_0^1 v \, dP < 0$		avec $\bar{p}' = \int_2^3 v \, dP > 0$	
Transformations isentropes			
$\begin{aligned} \bar{p}'_s &= h_{1s} - h_0 < 0 \\ r' &\equiv h_1 - h_{1s} > 0 \end{aligned} \quad (4.279)$		$\begin{aligned} \bar{p}'_s &= h_{3's} - h_2 > 0 \\ r' &\equiv h_3 - h_{3's} > 0 \end{aligned} \quad (4.280)$	
Rendements isentropes			
$\eta'_s \equiv \frac{\frac{C_1^2}{2}}{\frac{C_0^2}{2} - \bar{p}'_s} = \frac{h_{c1} - h_1}{h_{c0} - h_{1s}} < 1 \quad (4.281)$		$\eta'_s \equiv \frac{\frac{C_3^2}{2} + \bar{p}'_s}{\frac{C_2^2}{2}} = \frac{(h_{c3} - h_3) + (h_{3's} - h_2)}{h_{c2} - h_2} < 1 \quad (4.282)$	

L'énergie \bar{p}' et la dissipation r' (en première approximation) apparaissent comme des segments verticaux dans le diagramme h - s des figures 4.39(b) et 4.40(b).

Suivant la convention choisie pour le calcul de l'énergie \bar{p}' , on peut également définir le rendement polytrophe ou le rendement isotherme.

Le rendement isentrope η'_s est un rapport de différences d'enthalpie qui apparaissent comme des segments verticaux dans le diagramme h - s dans les figures 4.39(b) et 4.40(b).

4.8.7 Aubages mobiles d'une turbine et d'un compresseur adiabates

Analyse

Les équations fondamentales (4.58) donnent la relation:

$$d \frac{W^2}{2} - d \frac{U^2}{2} + \delta r = -v dP = -dh + \delta r \quad (4.283)$$

Nous en déduisons la propriété suivante:

$$dh + d \frac{W^2}{2} - d \frac{U^2}{2} = dh_{wu} = 0 \quad \text{donc} \quad h_{wu} = \text{cste} \quad (4.284)$$

Ce résultat montre que, *dans un aubage mobile, l'enthalpie totale relative* $h_{wu} = h + W^2/2 - U^2/2$ *reste constante.*

Tableau 4.12 Energies et rendements isentropes d'étages mobiles adiabates (indice ").

Etage mobile de turbine	Etage mobile de compresseur
Bilans d'énergie	
$\frac{W_2^2}{2} = \frac{W_1^2}{2} + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - \bar{p}'' - r''$ <p style="text-align: right;">(4.285)</p> <p>avec $\bar{p}'' = \int_1^2 v dP < 0$</p>	$\frac{W_2^2}{2} + \bar{p}'' = \left(\frac{W_1^2}{2} + \frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - r''$ <p style="text-align: right;">(4.286)</p> <p>avec $\bar{p}'' = \int_1^2 v dP > 0$</p>
Transformations isentropes	
$\bar{p}_s'' = h_{2's} - h_1 < 0$ $r'' \cong h_2 - h_{2's} > 0$ <p style="text-align: right;">(4.287)</p>	$\bar{p}_s'' = h_{2s} - h_1 > 0$ $r'' \cong h_2 - h_{2s} > 0$ <p style="text-align: right;">(4.288)</p>
Rendements isentropes	
$\eta_s'' = \frac{\frac{W_2^2}{2}}{\frac{W_1^2}{2} + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - \bar{p}_s''} =$ $= \frac{h_{w2} - h_2}{h_{w1} + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - h_{2's}} \quad (4.289)$	$\eta_s'' = \frac{\frac{W_2^2}{2} + \bar{p}_s''}{\frac{W_1^2}{2} + \frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2}} =$ $= \frac{(h_{w2} - h_2) + (h_{2s} - h_1)}{\left(h_{w1} + \frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - h_1} \quad (4.290)$

Comme on peut le voir sur les figures 4.39(b) et 4.40(b), le point 2's est à l'intersection de l'isentrope s_1 et de l'isobare P_2 (turbine), et le point 2s est à l'intersection de l'isentrope s_1 et de l'isobare P_2 (compresseur). L'énergie \bar{p}_s'' et la dissipation r'' (en première approximation) apparaissent également comme des segments verticaux dans les diagrammes h - s des figures 4.39(b) et 4.40(b).

Suivant la convention choisie pour le calcul de l'énergie \bar{p}'' , on peut également définir le rendement polytrophe ou le rendement isotherme.

Il est encore possible de définir un rendement de l'aubage mobile du même genre que celui qui a été défini pour l'ensemble de la turbine ou du compresseur, pour l'aubage ou pour un étage. Il suffit, par exemple, de remplacer les indices I et IV par les indices 1 et 2 dans les relations relatives à l'ensemble de la turbine ou du compresseur.

Poussées axiales d'une turbine ou d'un compresseur

La composante axiale K_a'' de la résultante \vec{K}'' des forces exercées par le fluide sur les parois des canaux mobiles, donc essentiellement sur les aubes mobiles, est donnée par l'équation d'Euler (4.39), découlant du bilan spatial de quantité de mouvement (3.118). Nous avons, pour l'ensemble du débit-masse \dot{M} , la relation :

$$K_a'' = -\dot{M} (C_{a2} - C_{a1}) - (P_2 S_{a2} - P_1 S_{a1}) \quad (4.291)$$

dans laquelle C_a et S_a sont respectivement les composantes axiales des vitesses absolues \vec{C} et des sections de passage \vec{S} du fluide.

La somme des composantes K_a'' relatives à tous les aubages mobiles donne la **poussée axiale du fluide sur le rotor** d'une turbine ou d'un compresseur.

Propriétés thermodynamiques de la matière

5.1 DESCRIPTION DES DIFFÉRENTS ÉTATS DE LA MATIÈRE

5.1.1 Interaction entre les atomes ou les molécules

Sans vouloir entrer dans trop de détails ressortissant au domaine de la physique théorique, nous allons examiner les caractères fondamentaux des solides, des liquides et des gaz.

D'une façon générale, les atomes et les molécules exercent les uns sur les autres des forces de répulsion ou d'attraction dont l'intensité est fonction de la distance qui les sépare. L'allure de cette caractéristique est représentée dans la figure 5.1.

Les distances entre les atomes ou les molécules d'un corps sont loin d'être constantes. Au contraire, elles varient très rapidement à cause du phénomène d'*agitation thermique*. Il s'agit d'un phénomène qui prend des aspects différents suivant que le corps est solide, liquide ou gazeux.

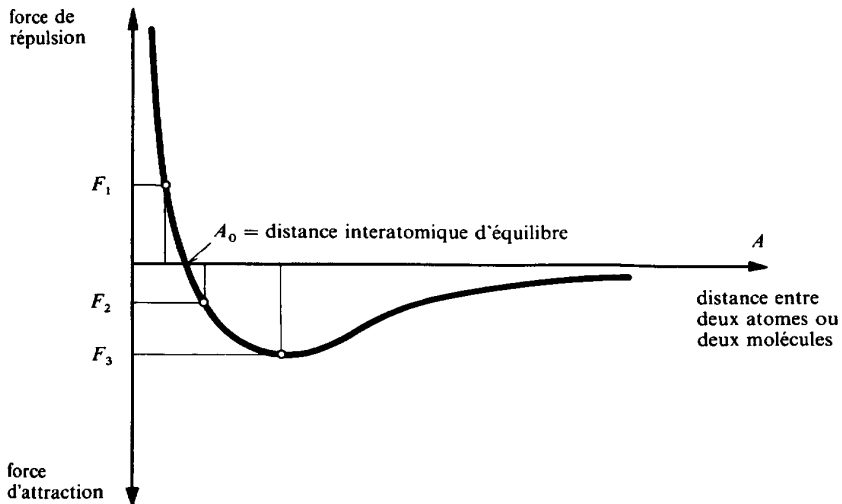


Fig. 5.1 Force de répulsion ou d'attraction entre deux atomes ou deux molécules en fonction de la distance qui les sépare.

5.1.2 Solide

Dans un **solide**, chaque atome s'agit *de façon désordonnée* autour d'une position moyenne bien déterminée, comme une masse retenue par une liaison de nature élastique. Les positions moyennes des atomes sont disposées dans l'espace suivant certaines répartitions typiques que nous ne décrirons pas ici. L'ensemble de ces positions moyennes forme un **réseau**. La figure 5.2 montre un exemple simple de réseau dans lequel les atomes occupent les sommets d'un cube. En fait, un réseau est constitué en général, non pas d'atomes, mais d'entités physiques plus complexes appelées *motifs*. Toutefois, étant donné le but poursuivi dans ce manuel, nous ne parlerons que d'atomes pour simplifier.

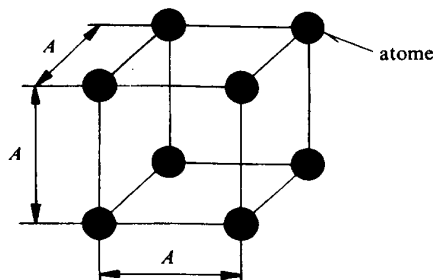


Fig. 5.2 Exemple de réseau montrant la structure d'un corps solide.

La nature du réseau détermine la *structure* du solide. On dit qu'un solide est caractérisé par l'**ordre à courte distance** (positions moyennes déterminées) et à **longue distance** (rigidité). Il en résulte que l'énergie de déformation d'un solide est importante.

La distance A entre les positions moyennes des atomes est directement liée au volume du solide. Cette distance est, d'autre part, déterminée par la force qui s'exerce entre les atomes, cette dernière dépendant des actions mécaniques supportées par le corps. Par exemple, si le solide est soumis à une certaine pression s'exerçant à sa frontière, cette pression doit être équilibrée par des forces de répulsion comme la force F_1 indiquée sur la figure 5.1. On dit que le solide est en **compression** au point de vue mécanique. Pour simplifier, nous admettons qu'il s'agit d'une compression hydrostatique, c'est-à-dire isotrope. Si la pression augmente, la distance A diminue et la force de répulsion augmente conformément à la caractéristique de la figure 5.1. Inversement, si le solide est soumis à une certaine traction hydrostatique s'exerçant à la frontière du corps, cette traction doit être équilibrée par des forces d'attraction comme la force F_2 indiquée sur la figure 5.1. On dit que le solide est en **traction** au point de vue mécanique. Si la traction augmente, la distance A augmente et la force d'attraction augmente conformément à la caractéristique. Mais cette fois-ci, la force d'attraction ne peut pas dépasser une certaine valeur

qui est F_3 . Il en résulte que, si la traction dépasse la valeur qui correspond à F_3 , il y a instabilité et la distance A peut prendre brusquement une valeur très grande. On dit que le solide est le siège d'une **rupture mécanique**.

Le raisonnement précédent montre qu'il y a une relation entre le volume et la pression du solide. Nous allons montrer qu'il y a aussi une relation entre le volume et la température de ce solide.

En effet, *l'intensité du phénomène d'agitation thermique est une mesure de la température du solide*, c'est-à-dire que l'amplitude des oscillations d'un atome autour de sa position moyenne augmente avec la température. Ici intervient le fait que la caractéristique de la figure 5.1 n'est pas linéaire. La figure 5.3 représente sommairement ce qui se passe pour un solide à pression constante lorsque sa température augmente. Si, à la température T , un atome oscille entre les positions extrêmes A et B , on peut dire qu'il occupe une position moyenne M d'équilibre dynamique, M étant le milieu de AB . Si la température augmente, les positions extrêmes s'écartent, de sorte qu'à une température $T' > T$, elles deviennent par exemple A' et B' , la position moyenne devenant M' . La pression restant constante, la force moyenne qui s'exerce entre deux atomes conserve la même valeur F dans les deux

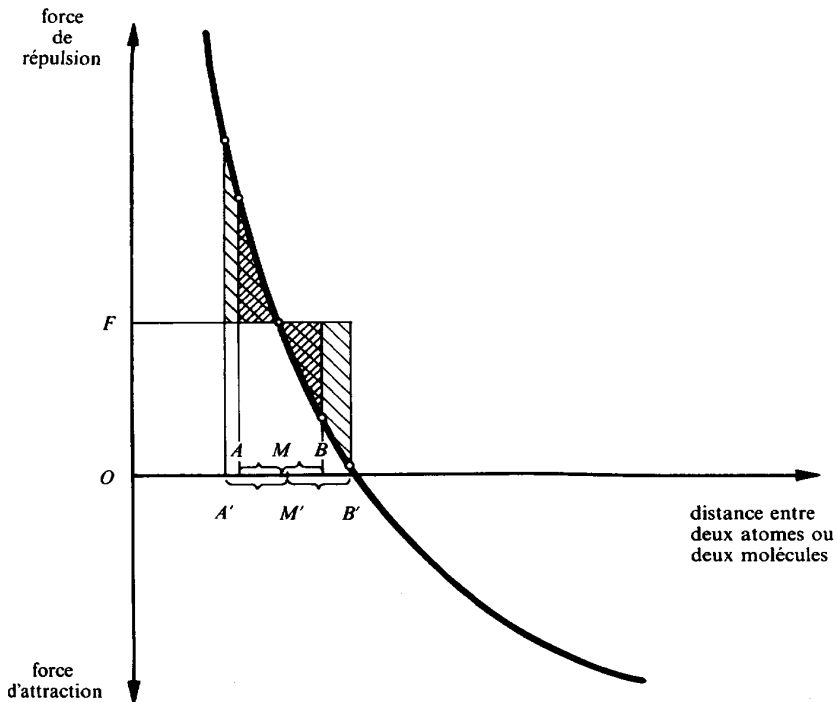


Fig. 5.3 Explication sommaire du phénomène de dilatation d'un solide à pression constante.

cas. Mais cette force moyenne est déterminée, suivant les lois de la mécanique, par l'égalité des surfaces hachurées. A cause de la non-linéarité de la caractéristique, il est clair que la distance moyenne OM' est plus grande que la distance moyenne OM . Il en résulte que le volume du solide augmente quand sa température augmente. C'est le phénomène de **dilatation thermique**.

Les raisonnements précédents montrent bien qu'il y a une relation entre le volume, la pression et la température d'un solide. Cette relation est de même nature que l'équation d'état que nous avons vue à la section 2.2. En fait, si la compression (ou la traction) n'est pas hydrostatique, la notion de pression doit être remplacée pour un solide par des notions beaucoup plus complexes, comme l'état de contrainte, qui font l'objet de la théorie de l'élasticité.

Nous sommes maintenant en mesure de dresser un tableau des formes principales d'énergie qui interviennent dans un solide. Cela nous permettra de préciser les notions d'énergie interne et d'énergie interne totale qui ont été introduites aux paragraphes 1.3.3 et 1.3.4.

Rappelons tout d'abord que l'énergie interne totale est égale à la somme de l'énergie interne, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, conformément à (1.17):

$$u_{cz} = u + \frac{\bar{C}^2}{2} + g\bar{Z} \quad (5.1)$$

L'énergie interne est celle qui est mise en jeu à l'échelle atomique. C'est pourquoi elle peut être qualifiée de «sensible». Elle se présente sous les formes suivantes:

- L'énergie cinétique d'agitation thermique (ou énergie cinétique «sensible») et l'énergie potentielle d'agitation thermique sont l'énergie cinétique et l'énergie potentielle mises en jeu au cours du phénomène d'agitation thermique. Comme dans le cas d'une masse retenue par une liaison élastique, l'énergie bascule entre la forme cinétique et la forme potentielle, c'est-à-dire que lorsque l'une est maximale, l'autre est nulle et réciproquement, ce qui entraîne le fait que la valeur moyenne de l'énergie cinétique d'agitation thermique est égale à la valeur moyenne de l'énergie potentielle d'agitation thermique. En vertu de ce que nous avons dit plus haut, la moyenne statistique de l'énergie cinétique (ou de l'énergie potentielle) d'agitation thermique est une mesure de la température du solide. Remarquons que, dans un solide au repos, l'agitation thermique se fait également dans toutes les directions. Il y a une compensation statistique des quantités de mouvement des atomes, de sorte que la quantité de mouvement globale du solide est nulle.

- L'énergie potentielle d'interaction (ou énergie potentielle «sensible») est l'énergie potentielle mise en jeu au cours du phénomène de compression ou de traction du solide. Cette énergie est une mesure des contraintes (pression) auxquelles est soumis le solide.

L'**énergie interne totale** fait intervenir l'énergie cinétique et l'énergie potentielle qui sont mises en jeu à l'échelle particulaire. C'est pourquoi ces dernières peuvent être qualifiées de «visibles». Elles se présentent comme suit:

- L'**énergie cinétique de déplacement** (ou énergie cinétique «visible») est l'énergie cinétique mise en jeu lorsque le solide se déplace. Dans ce cas, il n'y a pas compensation exacte des quantités de mouvement des atomes, de sorte que la quantité de mouvement globale du solide n'est pas nulle.
- L'**énergie potentielle de situation** (ou énergie potentielle «visible») est l'énergie potentielle mise en jeu lorsque le solide change de situation dans un champ de forces extérieur, par exemple dans le champ des forces de pesanteur.

Lorsque la température d'un solide n'est pas uniforme, c'est-à-dire lorsqu'il existe un gradient de température, les régions à température élevée cèdent de l'énergie cinétique d'agitation thermique aux régions à température moins élevée. Il y a donc transmission d'énergie cinétique d'agitation thermique de proche en proche. C'est le phénomène de **transfert-chaleur par conduction**. A la frontière du solide, le même phénomène de transmission d'énergie cinétique d'agitation thermique se produit entre les atomes situés à la frontière du solide et les atomes d'un liquide ou les molécules d'un gaz qui se déplace. C'est le phénomène de **transfert-chaleur par convection**.

5.1.3 Liquide

Dans un **liquide**, le phénomène d'agitation thermique se présente comme dans un solide. Comme son intensité est plus grande, il arrive que les atomes échappent à leur position moyenne d'équilibre dynamique à cause du fait que la caractéristique de la figure 5.1 présente un minimum. Il en résulte que certains atomes échangent de temps en temps leur position moyenne d'équilibre dynamique.

Néanmoins, il est encore possible de parler de *réseau*, de *motifs* et de *structure* d'un liquide. Mais on dit qu'un liquide est caractérisé par l'**ordre à courte distance** et le **désordre à longue distance** (fluidité). Il en résulte que l'énergie de déformation d'un liquide est faible.

Dans un liquide, le phénomène de **conduction** se présente comme dans un solide.

Lorsque deux particules d'un liquide se déplacent l'une par rapport à l'autre comme le montre la figure 5.4, il se produit un phénomène très important que nous appelons **dissipation**. A cause du fait que les atomes de l'une des particules peuvent échanger leur position moyenne avec les atomes de l'autre particule, il se produit des échanges de quantité de mouvement qui entraînent des conséquences au point de vue **particulaire** et au point de vue **atomique**.

Au point de vue **particulaire**, les échanges de quantité de mouvement tendent à égaliser les vitesses des particules. Tout se passe comme si chaque particule était

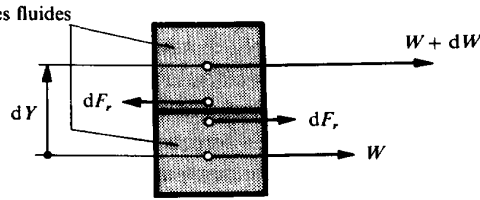


Fig. 5.4 Force de frottement entre deux particules de fluide visqueux, qui se déplacent l'une par rapport à l'autre.

soumise à une force dirigée en sens inverse de son déplacement relatif. Cette force est appelée **force de frottement** ou **de viscosité**. Son intensité est donnée par la relation :

$$\frac{dF_r}{dS} = \mu \frac{dW}{dY} \quad (5.2)$$

dans laquelle nous avons :

- dS surface de glissement des particules, parallèle aux vitesses W et $W + dW$ de ces dernières
- dY distance entre les particules, perpendiculaire aux vitesses W et $W + dW$
- μ **coefficient de viscosité dynamique** du liquide, exprimé en $[\text{kg}/(\text{m s})]$

Remarquons que dW/dY est le gradient de la vitesse dans une direction perpendiculaire à celle de cette dernière. En pratique, on utilise souvent le **coefficient de viscosité cinématique** ν défini par la relation :

$$\nu \equiv \frac{\mu}{\rho} \quad \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (5.3)$$

où ρ est la masse volumique.

Le produit de la force par le déplacement relatif des particules est l'énergie de frottement. Il s'agit d'une énergie qui est mise en jeu sous forme d'énergie mécanique.

Au point de vue *atomique*, les échanges de quantité de mouvement augmentent l'énergie cinétique d'agitation thermique de chaque particule. Tout se passe comme si le liquide percevait l'énergie de frottement sous forme d'énergie thermique.

Donc, le phénomène de frottement est caractérisé par la transformation d'énergie mécanique en énergie thermique. En fait, cette transformation est due à la possibilité de transformation d'énergie cinétique de déplacement en énergie cinétique d'agitation thermique (énergie interne), c'est-à-dire de transformation d'énergie « visible » en énergie « sensible ».

Il est clair que la transformation inverse est impossible, puisque l'énergie cinétique d'agitation thermique ne peut pas se transformer en énergie cinétique de

déplacement. Nous rejoignons ici les notions d'**irréversibilité** et de «qualité» de l'énergie qui ont été exposées au paragraphe 1.5.1.

Nous traduisons la diminution de «qualité» de l'énergie qui se produit au cours du phénomène irréversible de frottement, en disant qu'il s'agit d'un phénomène de **dissipation** de l'énergie.

5.1.4 Gaz

Dans un **gaz**, le phénomène d'agitation thermique ne se présente plus comme dans un solide ou un liquide. Son intensité est encore plus grande que dans un liquide, de sorte que les atomes ne sont plus astreints à occuper des positions moyennes déterminées et que la distance entre ces atomes est très grande. Par ailleurs, en vertu de propriétés d'affinité, les atomes sont groupés sous forme de molécules.

Il n'est plus possible de parler de réseau, de motifs et de structure. On dit qu'un gaz est caractérisé par le **désordre à courte et à longue distance** (fluidité). Il en résulte que l'énergie de déformation d'un gaz est négligeable.

La mesure de la température est toujours donnée par la moyenne statistique de l'énergie cinétique d'agitation thermique. Mais la mesure de la pression est donnée non seulement par l'énergie potentielle d'interaction, qui est faible, mais essentiellement par l'effet statistique du choc des molécules contre la paroi du solide ou la surface du liquide qui limite le gaz. Cet effet sera étudié au paragraphe 5.2.2 dans la théorie cinétique des gaz.

Quand on réduit le volume occupé par un gaz à température constante, on augmente la fréquence des chocs des molécules contre les parois, ce qui augmente la pression du gaz.

Quand on chauffe un gaz à pression constante, on augmente l'énergie cinétique d'agitation thermique, ce qui augmente la température du gaz.

Dans un gaz, *l'énergie interne se présente essentiellement sous forme d'énergie cinétique d'agitation thermique.*

Plus la pression du gaz est faible, plus la distance moyenne entre les molécules est grande et moins les forces d'attraction entre les molécules sont grandes, conformément à la caractéristique de la figure 5.1. Il en résulte que plus la pression du gaz est faible, moins l'énergie potentielle d'interaction est grande.

Dans un gaz, le phénomène de **conduction** se présente comme dans un solide ou un liquide et le phénomène de **dissipation** se présente comme dans un liquide.

Lorsque deux gaz sont mis en présence, il se produit un phénomène très important que nous appelons **diffusion**. A cause du fait que les molécules se déplacent à grande vitesse et dans toutes les directions suivant les lois du hasard, il se produit un mélange des molécules des deux gaz. En vertu du calcul des probabilités, la distribution des molécules de chaque gaz tend à devenir homogène. Il s'agit donc d'un phénomène **irréversible** (chap. 6).

5.1.5 Plasma

Le plasma constitue le quatrième état de la matière, faisant suite dans l'échelle des températures, aux états solide, liquide et gaz.

Le plasma est un état de la matière qui est généralement encore plus dilué que le gaz.

Il est caractérisé par un *désordre encore plus grand que le gaz*, puisque même les électrons et les ions positifs ne sont plus liés mais se déplacent librement les uns par rapport aux autres.

Les électrons et les ions positifs sont en proportions telles que le plasma est globalement neutre.

Les astrophysiciens pensent que la plus grande partie de l'univers, évaluée actuellement à 99 %, est composée de matière à l'état de plasma.

5.1.6 Changements d'état

D'une façon générale, nous avons montré qu'il y a une relation entre le volume, la pression et la température d'un corps, cette relation étant l'*équation d'état* du corps considéré.

D'autre part, nous avons vu que les fonctions d'état d'un corps sont affectées par les sollicitations mécaniques et thermiques auxquelles il est soumis. C'est le cas en particulier de l'énergie interne et il en est évidemment de même des énergies cinétique et potentielle. Ces considérations donnent un aspect concret au Premier Principe de la thermodynamique et confirment le bilan énergétique qui a été établi au paragraphe 1.3.8 et qui se traduit par (1.27):

$$du_{cz} = \delta\alpha^+ + \delta q^+ \quad (5.4)$$

Nous avons vu aussi que la dissipation pouvait être considérée comme une mise en jeu d'énergie-chaleur au sein même du corps. Cela confirme le bilan d'entropie, qui a été établi au paragraphe 1.5.3 et qui se traduit par l'équation (2.2):

$$Td s = \delta q^+ + \delta r \quad (5.5)$$

Remarquons que la sensibilité de la température à l'énergie Ts s'exprime par la notion de *chaleur spécifique* qui a été introduite à la section 2.5 et qui permet d'écrire, d'une façon générale:

$$\frac{dT}{Tds} = \frac{1}{c_n} \quad \text{à } n \text{ constant} \quad (5.6)$$

Examinons maintenant comment s'opèrent les *changements d'état physique* d'un corps constitué d'une seule substance chimique.

Un changement d'état physique n'est pas un phénomène instantané. Le passage d'un état à un autre état s'opère progressivement dans la mesure où il y a transfert d'énergie thermique entre le système et l'extérieur. Au cours de ce phénomène, les deux états physiques considérés sont en équilibre. En vertu de la caractéristique de la figure 5.1, tout changement d'état à pression constante s'opère pour une certaine valeur de l'énergie cinétique d'agitation thermique, c'est-à-dire à une température déterminée. *Au cours d'un changement d'état, il y a donc une relation entre la pression et la température*, de sorte que le système perd un degré de liberté. Nous savons que lorsque le système se présente sous un état physique unique, il est **bivariant**. Lorsqu'il se présente sous deux états physiques différents en équilibre, il devient **monovariant**. Il en résulte que, dans tout diagramme thermodynamique, les isobares coïncident avec les isothermes dans les zones d'équilibre entre deux états physiques différents. Nous reprendrons cette question en détail à la section 5.5.

Tout changement d'état met en jeu une certaine énergie Ts appelée **chaleur de changement d'état**. Suivant la nature du changement d'état, on distingue les chaleurs de changement d'état, massiques, suivantes :

- solide \leftrightarrow liquide: **chaleur de fusion** (ou de solidification) q_{fus}
- liquide \leftrightarrow gaz: **chaleur de vaporisation** (ou de liquéfaction) q_{vap}
- solide \leftrightarrow gaz: **chaleur de sublimation** q_{sub}

5.1.7 Synthèse

En résumé, les considérations ci-dessus ont montré que le phénomène d'agitation thermique permet de concrétiser les notions suivantes :

- pression
- température
- équation d'état
- énergie interne
- chaleur spécifique
- viscosité
- chaleur de changement d'état

L'agitation thermique permet également d'expliquer les phénomènes suivants :

- variation de volume, de pression, de température et d'énergie interne par sollicitation mécanique
- variation de volume, de pression, de température et d'énergie interne par sollicitation thermique
- conduction
- dissipation (frottement)
- diffusion
- changement d'état

5.1.8 Fluides théoriques

D'une manière générale, l'équation d'état:

$$F(X, Y, Z) = 0 \quad (5.7)$$

d'un corps réel, chimiquement inerte et en équilibre, ne peut être déterminée que par des *essais*. En fait, ces essais fournissent une relation qu'il est impossible d'exprimer en toute rigueur par une équation. Mais, en principe, il est toujours possible d'approcher analytiquement la relation trouvée par une équation. Toutefois, il est évident que la complexité de cette équation augmente rapidement avec l'étendue du domaine considéré et la qualité de l'approximation désirée.

Pour les besoins de la pratique, il faut s'efforcer d'établir des équations d'état qui soient assez simples. Il convient alors de décomposer l'ensemble du domaine thermodynamique d'un corps connu par essai en domaines partiels susceptibles d'être exprimés par des équations d'état suffisamment simples.

Remarquons que ces équations simples, une fois établies, peuvent être prises pour elles-mêmes. Elles définissent alors mathématiquement le comportement thermodynamique de corps qui n'existent pas en réalité. Nous sommes ainsi amenés à définir un certain nombre de fluides théoriques qui sont hypothétiques ou imaginaires. Ces fluides sont intéressants dans la mesure où leur comportement thermodynamique est apte à représenter approximativement celui des fluides réels dans des domaines plus ou moins étendus.

Dans cet esprit, nous allons étudier, par ordre croissant de complexité, les fluides théoriques suivants:

- gaz parfaits
- gaz semi-parfaits
- fluides de Van der Waals
- fluides du viriel
- fluides de Redlich-Kwong
- fluides de Soave
- fluides de Peng Robinson
- fluides de Lee Kesler (modifié sur la base des fluides de Benedict-Webb- Rubin)
- fluides de Lan-Borel

5.2 GAZ PARFAITS. THÉORIE CINÉTIQUE DES GAZ

5.2.1 Définition

Nous appelons **gaz parfait** tout gaz théorique défini par l'équation d'état:

$$p v = r T \quad (5.8)$$

où r est la **constante massique du gaz**, et par le fait que le **facteur de compressibilité isentrope** est constant, selon la relation $\gamma_s = \text{cste}$. (5.9)

Nous verrons d'ailleurs à la section 5.4 que les relations (5.8) et (5.9) impliquent mathématiquement que **toutes les chaleurs spécifiques sont constantes** (relations (2.72), (2.74), (2.76), (2.78)).

D'une manière générale, nous avons vu que, dans un gaz, la distance entre les molécules est très grande, l'énergie potentielle d'interaction est très faible et l'énergie interne se présente essentiellement sous forme d'énergie cinétique d'agitation thermique. Ce caractère est d'autant plus marqué que la pression du gaz est faible ou que la température est élevée. Nous verrons à la section 5.10 que, à la *limite* :

quand	v tend vers ∞	
c'est-à-dire lorsque	P tend vers 0	(T étant > 0)
ou lorsque	T tend vers ∞	(P étant fini)

le comportement du gaz est caractérisé par l'équation d'état (5.8). Nous admettons donc que :

*Dans un **gaz parfait**, les distances entre les molécules sont infiniment grandes par rapport aux dimensions de ces dernières, l'**énergie potentielle d'interaction** est nulle et l'**énergie interne** se présente exclusivement sous forme d'**énergie cinétique d'agitation thermique**.*

5.2.2 Théorie cinétique des gaz

Equation d'état

Nous allons établir les propriétés contenues implicitement dans la définition des gaz parfaits à l'aide d'un raisonnement statistique auquel on donne en général le nom de *théorie cinétique des gaz*.

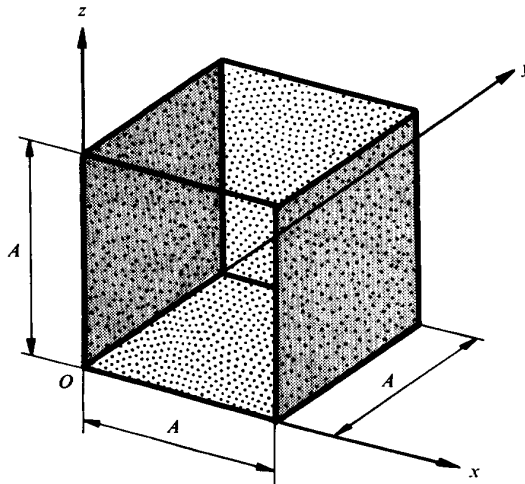


Fig. 5.5 Enveloppe solide en forme de cube, considérée dans la théorie cinétique des gaz.

Considérons tout d'abord un gaz parfait monoatomique enfermé dans l'enveloppe solide en forme de cube de côté A représenté par la figure 5.5.

Nous formulons les hypothèses qui suivent :

- Les vitesses des molécules ont des directions qui sont également réparties suivant toutes les directions de l'espace. On dit qu'il y a **isotropie de distribution des vitesses**. Cette répartition statistique nous permet de considérer séparément les trois degrés de liberté de l'énergie cinétique de translation. Par raison de symétrie, il suffira de raisonner sur un seul degré de liberté, c'est-à-dire de considérer l'une des trois composantes de la vitesse et la valeur correspondante de l'énergie cinétique. Dans ce qui suit, nous considérerons la projection de la vitesse des molécules sur l'axe Ox .
- Les vitesses des molécules peuvent en principe être comprises entre $-\infty$ et $+\infty$. Mais la probabilité élémentaire pour que la composante de la vitesse suivant la direction Ox soit comprise entre C_x et $C_x + dC_x$ n'est pas indépendante de C_x . Au contraire, Maxwell a montré que cette probabilité suit la **loi statistique de distribution de Gauss** qui est représentée par la figure 5.6 et qui s'exprime par la relation :

$$d\hat{P} = Y dC_x = a e^{-bC_x^2} dC_x \quad (5.10)$$

En vertu des lois du calcul des probabilités, nous avons :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\hat{P} = a \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-bC_x^2} dC_x = a \sqrt{\frac{\pi}{b}} = 1 \quad (5.11)$$

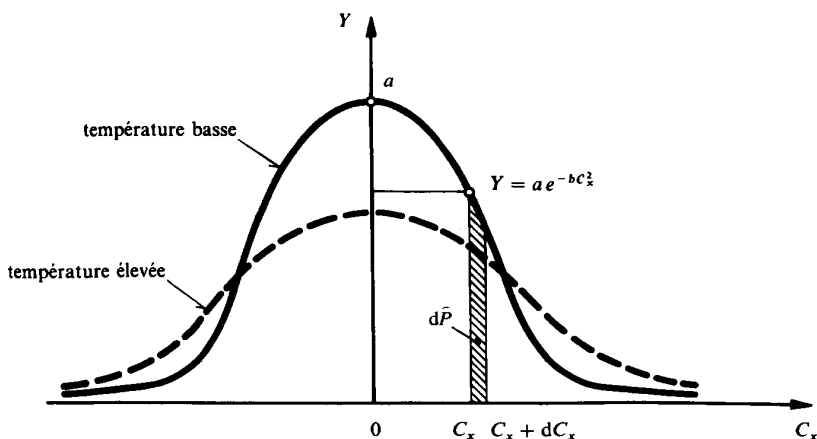


Fig. 5.6 Loi statistique de distribution de Gauss, donnant la probabilité pour que la vitesse d'une molécule suivant la direction Ox soit comprise entre C_x et $C_x + dC_x$.

La moyenne statistique de l'énergie cinétique d'une molécule suivant Ox est donnée par:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} m \frac{C_x^2}{2} d\bar{P} = \frac{am}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} C_x^2 e^{-bC_x^2} dC_x = \frac{am}{4b} \sqrt{\frac{\pi}{b}} = m \frac{\bar{C}_x^2}{2} \quad (5.12)$$

où m est la masse de la molécule.

Maxwell a en outre montré que la moyenne statistique de l'énergie cinétique de translation d'une molécule suivant Ox est proportionnelle à la température, selon la relation:

$$m \frac{\bar{C}_x^2}{2} = \frac{kT}{2} \quad (5.13)$$

où k est la **constante moléculaire universelle** appelée **constante de Boltzmann** dont la valeur est:

$$k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{\text{K molécule}} \right] \quad (5.14)$$

Les relations (5.11) à (5.13) donnent les constantes:

$$a = \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}} \quad b = \frac{m}{2 k T} \quad (5.15)$$

Ces résultats montrent l'influence de la température sur la loi de répartition statistique des vitesses et expliquent les formes des courbes à température basse et à température élevée de la figure 5.6.

Dans ce qui suit, nous pourrons calculer en admettant que toutes les molécules ont la même vitesse moyenne C_{xm} donnée par l'équivalence des énergies cinétiques:

$$C_{xm}^2 = \bar{C}_x^2 \quad C_{xm} = \sqrt{\bar{C}_x^2} \quad (5.16)$$

Remarquons en passant que, en toute rigueur, la vitesse moyenne C_{xm} n'est pas égale à la moyenne $|\bar{C}_x|$ du module de la vitesse C_x .

Comme la distance entre les molécules a été supposée infiniment grande par rapport aux dimensions des molécules, la probabilité de choc entre les molécules est nulle.

Reprenons le système représenté par la figure 5.5. Examinons quel est le comportement mécanique d'une molécule qui arrive avec une vitesse de composante C_{xm} contre l'une des parois perpendiculaires à la direction Ox . Il se produit un phénomène de choc élastique. Ce phénomène est décrit par la figure 5.7, qui montre l'évolution en fonction du temps de la composante C_x de la vitesse de la molécule et de la force F_1 qu'elle exerce au cours du choc sur la paroi, perpendiculairement à celle-ci. Remarquons que le contact matériel entre la molécule et la paroi dure un temps Δt . En vertu du *théorème de la quantité de mouvement*, nous avons :

$$m \frac{dC_x}{dt} = -F_1 \quad (5.17)$$

Introduisons la force moyenne \bar{F}_1 définie par la relation :

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_1 dt \quad (5.18)$$

L'intégration de l'équation différentielle (5.17) entre le début et la fin du choc donne :

$$\begin{aligned} \int_{C_{xm}}^{-C_{xm}} m dC_x &= - \int_t^{t+\Delta t} F_1 dt \\ -2m C_{xm} &= -\bar{F}_1 \Delta t \end{aligned} \quad (5.19)$$

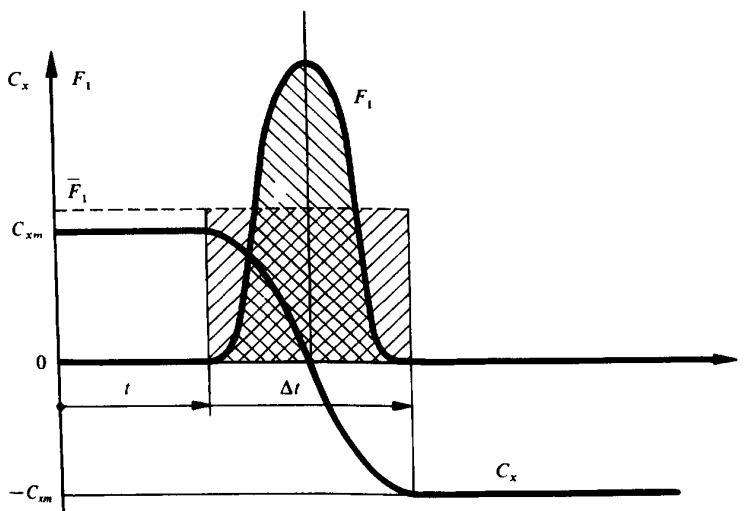


Fig. 5.7 Evolution en fonction du temps de la composante C_x de la vitesse de translation d'une molécule et de la force F_1 qu'elle exerce sur une paroi au cours d'un choc élastique.

La fréquence de choc de la molécule contre la paroi est égale à $C_{xm}/2A$. Si n est le nombre de molécules, la moyenne statistique de la fréquence de choc de l'ensemble des molécules contre la paroi est:

$$\bar{n} = \frac{n C_{xm}}{2 A} \quad (5.20)$$

En multipliant les deux membres de la relation (5.19) par \bar{n} , nous obtenons:

$$\frac{m n C_{xm}^2}{A} = \bar{n} \Delta t \bar{F}_1 \quad (5.21)$$

Au point de vue mécanique, la **pression** P exercée par le gaz contre la paroi n'est pas autre chose que l'**effet statistique** du choc des molécules contre cette paroi.

Comme le produit $\bar{n} \Delta t$ est la moyenne statistique du nombre de chocs subis par la paroi pendant Δt , l'expression figurant au second membre de (5.21) est la force pressante exercée par le gaz sur la surface A^2 , de sorte que:

$$\bar{n} \Delta t \bar{F}_1 = P A^2 \quad (5.22)$$

Les deux relations précédentes montrent que:

$$P = \frac{m n C_{xm}^2}{A^3} = \frac{M \overline{C_x^2}}{V} = \frac{\overline{C_x^2}}{v} \quad (5.23)$$

Remarquons que le calcul ci-dessus ne concerne que la composante de la vitesse de translation suivant la direction Ox , c'est-à-dire qu'un seul degré de liberté pour lequel la moyenne statistique de l'énergie cinétique de translation est $1/2 k T$ (relation (5.13)). Par raison de symétrie, il est évident que les calculs concernant les deux autres composantes de la vitesse suivant les directions Oy et Oz , c'est-à-dire les deux autres degrés de liberté, seraient identiques. Donc, la moyenne statistique de l'énergie cinétique de translation s'exprime par la relation:

$$m \frac{\overline{C^2}}{2} = 3 m \frac{\overline{C_x^2}}{2} = 3 \frac{k T}{2} \quad (5.24)$$

Les relations précédentes montrent que:

$$v P = \overline{C_x^2} = \frac{k}{m} T \quad (5.25)$$

En introduisant :

$$\text{Constante massique du gaz parfait} \quad r \equiv \frac{k}{m} \quad (5.26)$$

nous obtenons finalement :

$$\text{Equation d'état des gaz parfaits} \quad v P = r T \quad (5.27)$$

qui est bien l'équation que nous avons introduit en (5.8).

A titre d'exemple, calculons la constante massique r de l'oxygène en admettant qu'il s'agit d'un gaz parfait. La masse de la molécule est :

$$m_{O_2} = 5.314 \cdot 10^{-26} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{molécule}} \right] \quad (5.28)$$

En vertu de (5.14) et (5.28), la définition (5.26) donne :

$$r_{O_2} = \frac{1.3806 \cdot 10^{-23}}{5.314 \cdot 10^{-26}} = 259.8 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \quad (5.29)$$

Les relations (5.25) et (5.26) permettent d'écrire :

$$P = \frac{\overline{C^2}}{3 v} \quad T = \frac{\overline{C^2}}{3 r} \quad (5.30)$$

ce qui montre bien que *la pression, à volume constant, et la température d'un gaz parfait sont des fonctions d'état qui sont proportionnelles à la moyenne statistique de l'énergie cinétique de translation.*

Remarques

- Pour une température déterminée, la moyenne $\overline{C^2}$ du carré de la vitesse de translation est inversement proportionnelle à la masse m de la molécule. Donc, pour une température déterminée, les molécules lourdes sont plus lentes que les molécules légères.
- Les notions de pression et de température sont des notions de nature *statistique*. Donc, ces fonctions d'état n'ont de sens que si l'on considère un grand nombre d'atomes ou de molécules. Il en résulte qu'il n'est pas possible de parler de la pression et de la température d'un atome, d'une molécule ou du vide absolu.
- Afin de donner un ordre de grandeur de l'intensité du phénomène d'agitation moléculaire, calculons la vitesse C_m de déplacement des molécules d'oxygène à la température de 20°C en admettant qu'il s'agit d'un gaz parfait. La seconde des relations (5.30) donne :

$$C_{mO_2} = \sqrt{C_{O_2}^2} = \sqrt{3r_{O_2}T} = \sqrt{3 \cdot 259.8 \cdot 293.15} = 478 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad \text{ou} \quad 1721 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] \quad (5.31)$$

- Nous constatons que cette vitesse est considérable et l'on peut à première vue être étonné du fait que la peau de notre visage, par exemple, soit en permanence bombardée par des molécules douées d'une aussi grande vitesse. Mais il ne faut pas oublier que la quantité de mouvement correspondante est obtenue en multipliant la vitesse par la masse des molécules. Comme cette masse est extrêmement petite, la quantité de mouvement des molécules reste malgré tout très faible. L'expérience montre que la peau de notre visage supporte aisément l'épreuve du bombardement moléculaire de l'air dans les conditions normales.

Energie interne, enthalpie et chaleurs spécifiques

Au point de vue mécanique, il est possible de schématiser une molécule de gaz parfait comme le montre la figure 5.8.

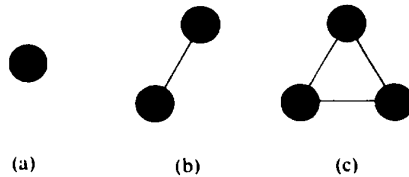


Fig. 5.8 Schématisation mécanique des molécules de gaz parfait: (a) monoatomique (3 degrés de liberté); (b) biatomique (5 degrés de liberté); (c) triatomique et plus (6 degrés de liberté).

Cette molécule est donc assimilable:

- dans le cas **monoatomique**, à un point matériel caractérisé par trois degrés de liberté, chacun de ces degrés de liberté donnant lieu à de l'*énergie cinétique de translation*
- dans le cas **biatomique**, à un solide constitué de deux points matériels, donc sans inertie autour de son axe, caractérisé par cinq degrés de liberté, dont trois donnant lieu à de l'*énergie cinétique de translation* et deux à de l'*énergie cinétique de rotation*
- dans le cas **triatomique ou plus**, à un solide constitué de trois points matériels ou plus, caractérisé par six degrés de liberté, dont trois donnant lieu à de l'*énergie cinétique de translation* et trois à de l'*énergie cinétique de rotation*.

Nous avons vu à la section 5.2 que, dans un gaz parfait, l'énergie interne se présente exclusivement sous forme d'énergie cinétique d'agitation thermique. Il convient maintenant d'appliquer le **principe fondamental de l'équipartition de l'énergie**. Sous sa forme la plus générale, ce principe indique que:

La moyenne statistique de l'énergie cinétique d'une molécule quelconque de **gaz parfait** se répartit également entre tous ses **degrés de liberté**.

Dans le cas d'un **gaz parfait monoatomique**, l'énergie interne massique est donc (relation (5.30)).

$$u = \frac{\overline{C^2}}{2} = \frac{3}{2} r T \quad (5.32)$$

de sorte que, sous forme différentielle:

$$du = \frac{3}{2} r dT \quad (5.33)$$

En vertu de (2.29), nous avons:

$$c_v = \frac{3}{2} r \quad (5.34)$$

Les relations (1.32), (5.8) et (5.33) montrent que l'enthalpie massique d'un gaz parfait monoatomique est, sous forme différentielle:

$$dh = \frac{5}{2} r dT \quad (5.35)$$

En vertu de (2.32), nous avons:

$$c_p = \frac{5}{2} r \quad (5.36)$$

Dans le cas d'un **gaz parfait biatomique ou d'un gaz parfait triatomique ou plus**, il suffit de modifier, en fonction du degré de liberté correspondant, le coefficient numérique figurant dans la relation (5.32). Il en résulte les valeurs théoriques des chaleurs spécifiques et des facteurs γ et Γ figurant dans le tableau 5.1.

Remarquons que, *pour un gaz parfait, la différence entre c_p et c_v est égale à la constante r* . Cette propriété est exprimée à la section 2.6 par la relation (2.70), appelée **formule de Mayer**.

Tableau 5.1 Caractéristiques calorifiques des gaz parfaits.

Gaz parfait	monoatomique	biatomique	triatomique et plus
c_v	$3 r/2$	$5 r/2$	$6 r/2$
c_p	$5 r/2$	$7 r/2$	$8 r/2$
γ	1.67	1.41	1.33
Γ	0.4	0.29	0.25

Etant donné ce qui précède, nous pouvons dire:

Pour un **gaz parfait**:

- Toutes les chaleurs spécifiques sont *constantes*.
- L'énergie interne et l'enthalpie *ne sont fonction que de la température*, les fonctions considérées étant linéaires.

5.3 GAZ SEMI-PARFAITS

5.3.1 Définition

Nous appelons **gaz semi-parfait** tout gaz théorique défini par l'équation d'état:

$$v P = r T \quad (5.37)$$

où r est la *constante massique* du gaz.

5.3.2 Energie interne, enthalpie et chaleurs spécifiques

La théorie cinétique des gaz, présentée au paragraphe 5.2.2, est une théorie simplifiée qui est satisfaisante pour les gaz monoatomiques. Elle n'est qu'approchée pour les gaz polyatomiques à cause des deux phénomènes qui suivent.

- Dans une molécule polyatomique, les atomes vibrent les uns par rapport aux autres. Par exemple, dans une molécule biatomique, les deux atomes vibrent le long de l'axe qui les relie. Ce phénomène introduit un nouveau degré de liberté appelé *degré de liberté interne*. Il en résulte que les chaleurs spécifiques c_v et c_p sont plus grandes que celles qui ont été établies par la théorie simplifiée et reportées dans le tableau 5.1. La théorie des quanta montre que l'intensité de ce phénomène augmente avec la température.
- A très haute température, les électrons sont susceptibles de changer de niveau d'énergie. La théorie montre que le niveau d'énergie des électrons augmente avec la température.

En admettant toutes les hypothèses faites à la section 5.2 au sujet des gaz parfaits et en tenant compte en outre des deux phénomènes ci-dessus, nous sommes conduits, non plus à un gaz théorique dont les chaleurs spécifiques sont constantes, mais à un **gaz théorique dont les chaleurs spécifiques sont des fonctions croissantes de la température**. Nous allons d'ailleurs démontrer que le fait de définir un gaz semi-parfait par l'équation d'état (5.37) contient la propriété selon laquelle les chaleurs spécifiques ne sont fonction que de la température.

En effet, en vertu de l'équation d'état (5.37), les facteurs thermiques définis par (2.16) à (2.18) prennent les valeurs constantes:

$$\alpha_v = 1 \quad (5.38)$$

$$\beta_p = 1 \quad (5.39)$$

$$\gamma_t = 1 \quad (5.40)$$

En introduisant ces valeurs dans (2.57) et (2.59), nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = (\alpha_v - 1) P = 0 \quad \text{donc} \quad c_v = \frac{du}{dT} \quad (5.41)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = (1 - \beta_p) v = 0 \quad \text{donc} \quad c_p = \frac{dh}{dT}$$

ce qui donne les équations (2.58) et (2.60) introduites au chapitre 2.

Comme, d'une manière générale, nous pouvons écrire :

$$u = u(v, T) \quad (5.42)$$

$$h = h(P, T)$$

les relations ci-dessus montrent que :

$$u = u(T) \quad c_v = c_v(T)$$

$$h = h(T) \quad c_p = c_p(T) \quad (5.43)$$

Pour un *gaz semi-parfait*, l'énergie interne, l'enthalpie et toutes les chaleurs spécifiques **ne sont fonction que de la température**.

La figure 5.9 représente la variation de c_v et c_p en fonction de la température, pour la vapeur d'eau et dans le cas limite où $P \rightarrow 0$.

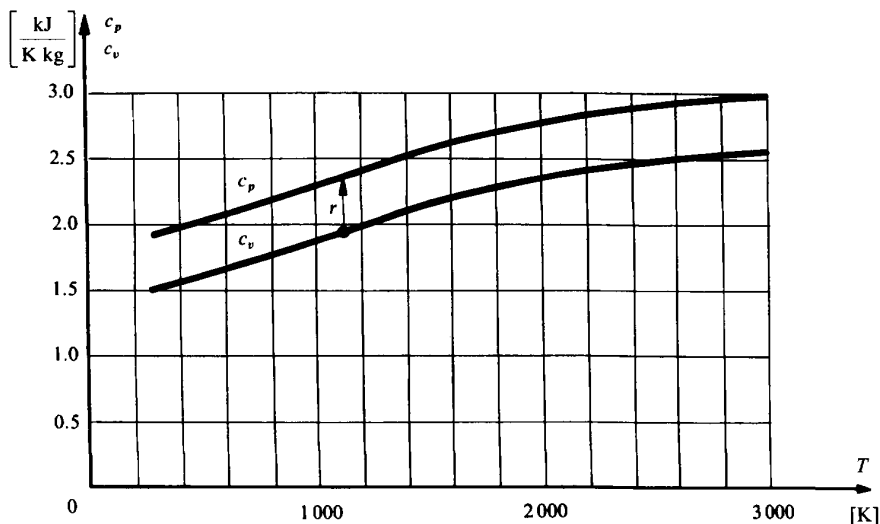


Fig. 5.9 Variation de c_v et c_p en fonction de la température T , pour la vapeur d'eau et dans le cas limite où $P \rightarrow 0$.

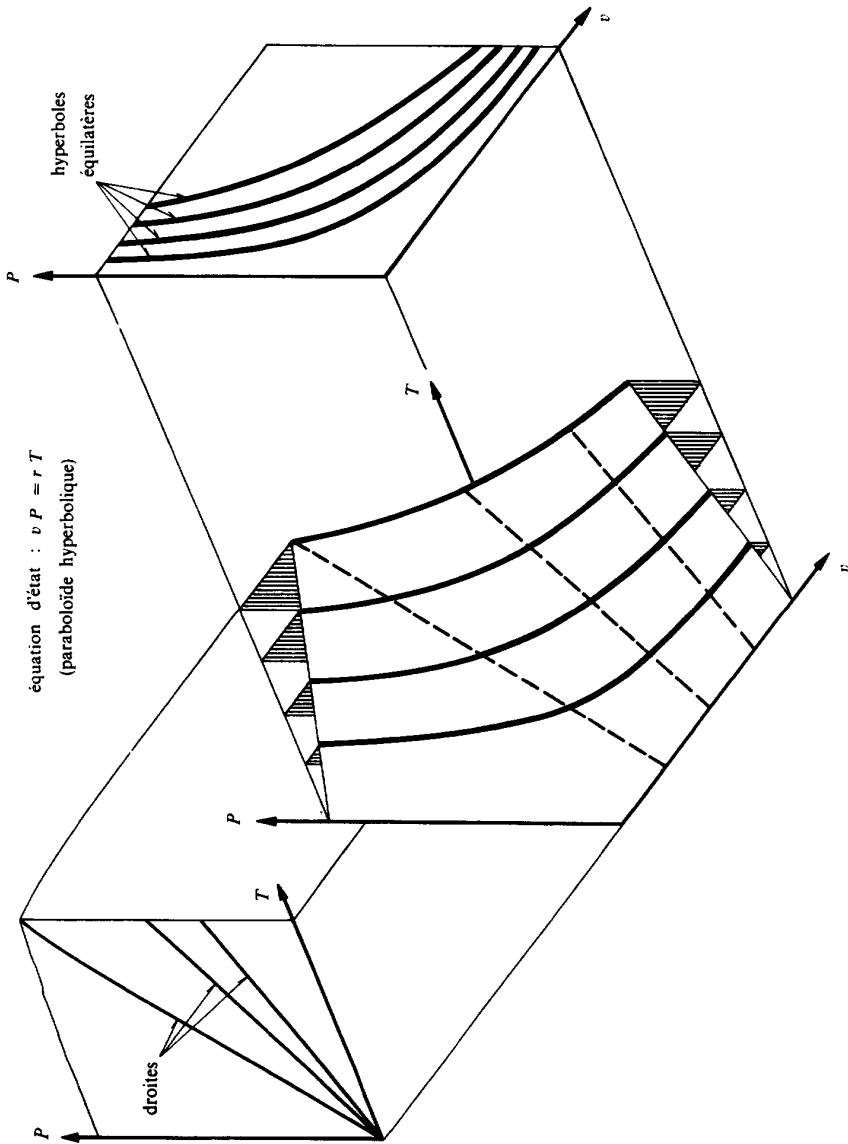


Fig. 5.10 Représentation dans l'espace d'état des gaz parfaits et semi-parfaits.

Toutes les propriétés qui découlent de l'équation d'état (5.8) (ou (5.37)) sont évidemment communes aux gaz parfaits et semi-parfaits. C'est pourquoi nous les grouperons dans la section suivante.

5.4 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES GAZ PARFAITS ET SEMI-PARFAITS

5.4.1 Equation d'état

Les relations (5.8) et (5.37) montrent que l'équation d'état:

$$v P = r T \quad (5.44)$$

est commune aux gaz parfaits et semi-parfaits.

Cette équation est représentée dans l'espace par une surface en forme de *paraboloïde hyperbolique* et dans le diagramme P - v par une famille d'isothermes en forme d'*hyperboles équilatères* (fig. 5.10).

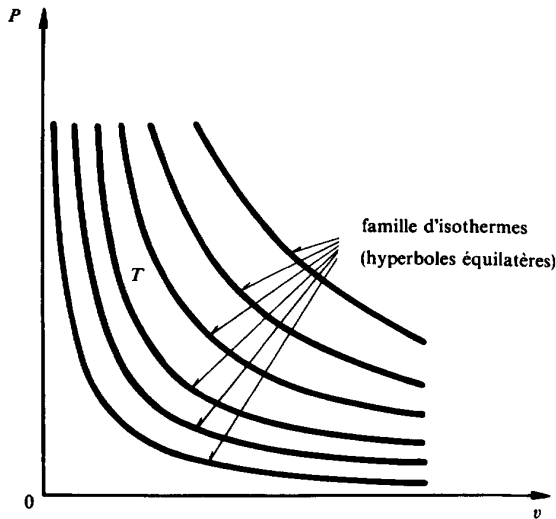


Fig. 5.11 Représentation dans le diagramme de Clapeyron de l'équation d'état $v P = r T$ des gaz parfaits et semi-parfaits.

5.4.2 Relations mathématiques entre les fonctions d'état, les différents facteurs et les chaleurs spécifiques

Nous avons déjà vu à la section précédente que, en vertu de l'équation (5.44), les facteurs thermiques définis par (2.16) à (2.18) sont constants et égaux à 1, ce qui permet d'obtenir les équations de droite des tableaux 2.8 à 2.12.

Le tableau 2.3 se réduit au tableau 5.2.

Tableau 5.2 Valeurs de σ correspondant aux valeurs constantes de v , P , T , u , h et s .

Cste	v	P	T	u	h	s
σ	$1/(\gamma - 1)$	∞	-1	-1	-1	0

Pour les gaz parfaits, le fait que le facteur $\gamma_s = \text{cste}$ (relation (5.9)) entraîne, en vertu de (2.94), (2.74), (2.76) et (2.78), que *toutes les chaleurs spécifiques sont constantes*.

Examinons de plus près l'équation d'état (5.44) et les lois qui en découlent.

5.4.3 Lois de Gay-Lussac

Dans le cas où v est constant, l'équation d'état (5.44), sous la forme:

$$P = \frac{r}{v} T \sim T \quad (5.45)$$

montre que, *pour une transformation isochore, la pression d'un gaz parfait ou semi-parfait est proportionnelle à sa température* (droite).

Dans le cas où P est constant, la même équation, sous la forme:

$$v = \frac{r}{P} T \quad (5.46)$$

montre que, *pour une transformation isobare, le volume massique d'un gaz parfait ou semi-parfait est proportionnel à sa température* (droite).

Les deux propriétés précédentes sont appelées **lois de Gay-Lussac**.

5.4.4 Loi de Boyle-Mariotte

Dans le cas où la température T est constante, l'équation d'état (5.44), sous la forme:

$$v P = r T = \text{cste} \quad (5.47)$$

montre que, *pour une transformation isotherme, le produit du volume massique d'un gaz parfait ou semi-parfait par sa pression est constant* (hyperbole équilatère).

Cette propriété est appelée **loi de Boyle-Mariotte**.

5.4.5 Loi d'Avogadro

Masse moléculaire

La constante k de Boltzmann étant une constante universelle, la relation (5.26) montre que le produit $r m$ de la constante massique d'un gaz parfait quelconque par la masse de sa molécule a une valeur bien déterminée.

En pratique, l'ingénieur ne s'intéresse pas aux molécules individuelles, mais raisonne avec des masses qui sont à son échelle. D'où la nécessité de définir une unité de masse qui soit assez grande, tout en étant en rapport direct avec la masse m de la molécule.

Rappelons que l'on appelle **masse moléculaire** M_x d'une substance X le rapport multiplié par 12 entre la masse d'une molécule de cette substance et la masse d'un atome de carbone 12 (isotope 12 du carbone).

Remarquons que, en fait, cette grandeur n'est pas une masse. C'est une grandeur sans dimension qui devrait plutôt être appelée, par exemple, «rapport moléculaire» :

$$M_x = \frac{m_x}{m_{C12}} 12 \quad (5.48)$$

Pour le carbone 12, nous avons évidemment :

$$M_{C12} = 12 \quad (5.49)$$

Pour l'oxygène, nous avons :

$$M_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_{C12}} 12 = 31.999 \quad (5.50)$$

Kilomole

On appelle **kilomole** (kmol) d'une substance l'unité de quantité de substance qui, dans le Système International (SI), s'exprime en kg par un nombre égal à la masse moléculaire de cette substance. Exemple :

$$N_{O_2} = 1 \text{ kmol d'O}_2 \text{ correspond à } M_{O_2} = 31.999 \text{ kg d'O}_2$$

Nous utilisons la **règle de notation** suivant laquelle toute quantité de substance exprimée en **kilomoles** est indiquée par la lettre N avec généralement un indice exprimant le type de substance.

Masse molaire

On appelle **masse molaire** \tilde{m}_x d'une substance X la masse d'une kilomole de cette substance, exprimée dans le Système International :

$$\tilde{m}_x \equiv M_x \cdot 1 \frac{\text{kg X}}{\text{kmol X}} \quad (5.51)$$

Pour l'oxygène, nous avons:

$$\tilde{m}_{O_2} \equiv 31.999 \frac{\text{kg O}_2}{\text{kmol O}_2} \quad (5.52)$$

Nous utilisons la règle de *notation* suivant laquelle toute grandeur **molaire** est représentée par une lettre minuscule surmontée d'un ~.

Nombre d'Avogadro

On appelle **nombre d'Avogadro** N_a le nombre de molécules qui sont contenues dans une kilomole. Nous avons la relation:

$$N_a \equiv \frac{\tilde{m}_x}{m_x} = \frac{\frac{m_x}{m_{C12}} \cdot 12}{m_x} = \frac{12}{m_{C12}} = \text{cste} \quad \frac{\text{kg X} / \text{kmol X}}{\text{kg X} / \text{molécule X}} = \frac{\text{molécules X}}{\text{kmol X}} \quad (5.53)$$

Il en résulte que:

Le nombre N_a est indépendant de la substance considérée. Donc, **le nombre d'Avogadro est une constante universelle.**

Sa valeur peut être calculée en considérant un corps quelconque. En prenant par exemple l'oxygène, nous obtenons, en vertu de (5.28), (5.52) et (5.53):

$$\text{Nombre d'Avogadro } N_a = \frac{31.999}{5.314 \cdot 10^{-26}} = 6.022 \cdot 10^{26} \frac{\text{molécules}}{\text{kmol}} \quad (5.54)$$

Volume molaire

Le volume \tilde{v}_x occupé par une kilomole d'une substance X, exprimé dans le Système International, correspond au:

$$\text{Volume molaire } \tilde{v}_x \equiv \frac{V}{N_x} \equiv v_x \tilde{m}_x \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right] \quad (5.55)$$

expression dans laquelle N_x est la quantité de substance exprimée en [kmol].

Constante universelle

En multipliant les deux membres de l'équation d'état (5.44) par \tilde{m} , nous obtenons cette dernière sous la forme:

$$\tilde{v} P = \tilde{r} T \quad (5.56)$$

où \tilde{r} correspond à :

$$\text{Constante molaire } \tilde{r} \equiv r_x \tilde{m}_x \left[\frac{\text{J}}{\text{K kmol}} \right] \quad (5.57)$$

En vertu de (5.26) et (5.53), nous constatons que :

$$\tilde{r} = k \text{ Na} = \text{cste} \quad (5.58)$$

La constante \tilde{r} est la **constante molaire universelle des gaz parfaits et semi-parfaits** dont la valeur est :

$$\tilde{r} = 8314 \left[\frac{\text{J}}{\text{K kmol}} \right] \quad (5.59)$$

La valeur de \tilde{r} est déduite des valeurs de k et Na (relations (5.14) et (5.54)) qui sont également des constantes universelles.

Etat normal

L'état thermodynamique caractérisé par les fonctions d'état ci-dessous est appelé :

$$\begin{aligned} \text{Etat normal} \quad P_n &= 1 \text{ atm} = 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bar} \\ T_n &= 0^\circ \text{C} = 273.15 \text{ K} \end{aligned} \quad (5.60)$$

Volume molaire normal

On appelle volume molaire normal \tilde{v}_n le volume molaire qui caractérise un gaz parfait ou semi-parfait à l'état normal. L'équation d'état (5.56) montre que \tilde{v}_n est indépendant du gaz parfait ou semi-parfait considéré. Donc, **pour les gaz parfaits et semi-parfaits** :

$$\text{Volume molaire normal } \tilde{v}_n = \frac{\tilde{r} T_n}{P_n} = \frac{8314 \cdot 273.15}{1.01325 \cdot 10^5} = 22.414 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right] \quad (5.61)$$

Mètre cube normal

On appelle **mètre cube normal** (Nm^3) d'un gaz l'unité de quantité de substance définie par la quantité de substance contenue dans 1 m^3 de ce gaz à l'état normal.

$$\text{Pour un gaz parfait ou semi-parfait: } 1 \text{ Nm}^3 = \frac{1}{22.414} [\text{kmol}] \quad (5.62)$$

Exemple: $\overset{\circ}{M} = 7 \text{ Nm}^3 \text{ d'O}_2$

Nous utilisons la **règle de notation** suivant laquelle toute quantité de substance exprimée en *mètres cubes normaux* est indiquée par le signe $^\circ$ placé au-dessus de la lettre.

L'avantage de cette unité est d'indiquer l'ordre de grandeur du volume d'un gaz lorsque sa pression et sa température ont des valeurs voisines de 1 atm et de 0 °C. Mais elle présente les défauts suivants:

- Son nom laisse penser que c'est une unité de volume, alors qu'il s'agit en réalité d'une unité de quantité de substance (masse), ce qui crée une confusion certaine dans les esprits.
- La correspondance donnée par (5.62) n'est valable en toute rigueur que pour les gaz parfaits ou semi-parfaits, ce qui constitue une source d'erreur en cas d'utilisation pour les gaz réels.

Le mètre cube normal est donc une unité ambiguë. C'est pourquoi nous l'utiliserons le moins possible.

Enoncé de la loi d'Avogadro

En tenant compte de (5.55), l'équation d'état (5.56) donne les relations:

$$\tilde{v} = \frac{\tilde{m}}{\rho} = \frac{V}{N} = \frac{\tilde{r} T}{P} \quad (5.63)$$

ce qui permet d'énoncer la **loi d'Avogadro** comme suit:

Dans des conditions déterminées de pression et de température:

- La masse volumique d'un gaz parfait ou semi-parfait est proportionnelle à sa masse molaire.
- Un nombre déterminé de molécules ou de kilomoles d'un gaz parfait ou semi-parfait quelconque occupe un volume déterminé.

5.4.6 Résumé

L'étude précédente permet de présenter la constante des gaz parfaits et semi-parfaits sous les trois formes suivantes:

- constante **moléculaire** universelle (constante de Boltzmann):

$$k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K molécule}} \right] \quad (5.64)$$

- constante **molaire** universelle:

$$\tilde{r} = 8314 \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kmol}} \right] \quad (5.65)$$

- constante **massique**; cette dernière dépend de la masse molaire du gaz considéré suivant la relation :

$$r = \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K kg}} \right] \quad (5.66)$$

Cette étude a montré que l'équation d'état d'un gaz parfait ou semi-parfait peut se mettre sous les formes suivantes :

$$\frac{V}{n} P = k T \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{molécule}} \right] \quad (5.67)$$

$$V P = n k T \quad [\text{J}] \quad (5.68)$$

$$\tilde{v} P = \tilde{r} T \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol}} \right] \quad (5.69)$$

$$V P = N \tilde{r} T \quad [\text{J}] \quad (5.70)$$

$$v P = r T \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (5.71)$$

$$V P = M r T \quad [\text{J}] \quad (5.72)$$

Comme nous l'avons annoncé plus haut, toutes les relations figurant dans la présente section sont valables aussi bien pour les gaz parfaits que pour les gaz semi-parfaits. En utilisant ces relations ainsi que (2.58) et (2.60), et notamment lors des intégrations, il conviendra de se rappeler que :

Pour les **gaz parfaits** :

- Toutes les **chaleurs spécifiques** sont **constantes**.
- L'**énergie interne** et l'**enthalpie** sont des **fonctions linéaires de la température**.

Pour les **gaz semi-parfaits** :

- Toutes les **chaleurs spécifiques** sont des **fonctions de la température**.
- L'**énergie interne** et l'**enthalpie** sont des **fonctions biunivoques de la température**, c'est-à-dire qu'à chaque valeur de la température correspondent des valeurs bien déterminées de l'énergie interne et de l'enthalpie, et réciproquement.

5.4.7 Facteur d'imperfection

En vue de comparer le comportement d'un gaz réel à celui d'un gaz parfait ou semi-parfait, nous définissons le facteur additionnel suivant :

Facteur d'imperfection

$$\zeta = \frac{v}{r} \frac{P}{T} \quad (5.73)$$

Ce facteur (souvent appelé facteur de compressibilité dans la littérature) a la valeur 1 dans le cas d'un gaz parfait ou semi-parfait, et est généralement inférieur à 1 pour la plupart des gaz conventionnels. Comme nous le verrons plus loin, le facteur d'imperfection est souvent développé sous forme de fonctions, notamment de variables réduites, pour accroître la précision de certaines corrélations.

Un exemple numérique du facteur d'imperfection ζ pour l'eau est donné par les figures 5.25 et 5.26 en annexe de ce chapitre.

5.5 FLUIDES DE VAN DER WAALS

5.5.1 Définition

Nous appelons **fluide de Van der Waals** tout fluide théorique défini par l'équation d'état:

$$(v - b) \left(P + \frac{a}{v^2} \right) = r T \quad (5.74)$$

où a , b et r sont des constantes caractéristiques du fluide.

Dans la théorie cinétique simplifiée présentée à la section 5.2, nous avons admis que la distance entre les molécules était infiniment grande par rapport aux dimensions de ces dernières. En général, cette hypothèse n'est pas vérifiée. A l'équation d'état des gaz parfaits et semi-parfaits, Van der Waals a apporté les deux retouches qui suivent.

- Il convient de tenir compte du volume propre des molécules. En première approximation, nous pouvons admettre que, lors d'une compression isotherme, la pression du gaz doit tendre vers l'infini quand son volume tend vers le volume propre des molécules. Cette condition est obtenue en remplaçant dans l'équation d'état (5.44) le volume massique v par l'expression $(v-b)$ où b est une constante appelée *covolume*.

- Il convient de tenir compte des forces d'attraction entre les molécules, dont nous avons parlé au paragraphe 5.1.1 et qui font l'objet de la figure 5.1. D'une part, la force d'attraction agissant sur une molécule est proportionnelle au nombre de molécules. D'autre part, l'effet statistique du choc des molécules contre une paroi est aussi proportionnel au nombre des molécules. Il en résulte que l'effet de pression dû aux forces d'interaction est proportionnel au carré du nombre de molécules, c'est-à-dire proportionnel au carré de la masse volumique ρ , ou encore inversement proportionnel au carré du volume massique v . Nous pouvons donc admettre que cet effet de pression appelé *pression interne* P_i est donné par la relation:

$$P_i = \frac{a}{v^2} \quad (5.75)$$

dans laquelle a est une constante.

La pression interne P_i diminue l'effet statistique du choc des molécules contre la paroi, de sorte qu'il convient de remplacer dans l'équation d'état (5.44) la pression P par l'expression $(P + P_i)$.

Remarquons en passant que, à la frontière d'un gaz, les forces d'attraction entre les molécules se manifestent:

- par un effet perpendiculaire à la frontière qui est la pression interne P_i
- par un effet tangentiel à la frontière qui est la tension superficielle.

En introduisant dans l'équation d'état (5.44) des gaz parfaits ou semi-parfaits les deux retouches décrites ci-dessus, nous obtenons bien l'équation d'état (5.74) appelée *équation de Van der Waals*.

Il s'agit d'une équation du 1^{er} degré en P et T , du 3^e degré en v et du 4^e degré au total. Elle est représentée dans le diagramme P - v de la figure 5.12 par une famille d'isothermes, selon la relation:

$$P = P(v) \text{ avec } T \text{ comme paramètre} \quad (5.76)$$

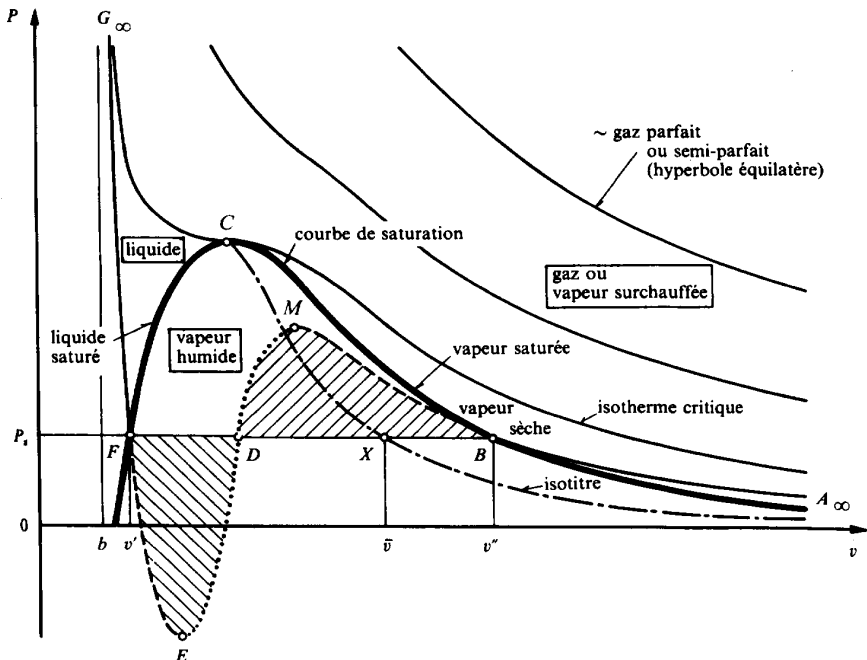


Fig. 5.12 Représentation d'un fluide de Van der Waals dans le diagramme de Clapeyron.

Si nous considérons une isotherme correspondant à une valeur de T suffisamment basse, nous constatons que cette courbe présente:

- une asymptote horizontale qui est l'axe des v
- une asymptote verticale qui est située à l'abscisse b
- un maximum M
- un minimum E

5.5.2 Comportement physique

Evolution le long d'une isotherme

Entre les points M et E , la pente de l'isotherme est positive, ce qui signifie que si l'on diminue le volume du fluide de façon isotherme, sa pression devrait diminuer. Cette évolution est absolument contraire à l'observation. Il est donc impossible de réaliser les états thermodynamiques correspondant aux points situés sur le tronçon ME de l'isotherme. Nous dirons que ce tronçon correspond à des états thermodynamiques *instables*.

Dans le cas d'une seule substance chimique, l'expérience montre que si l'on fait varier le volume du fluide de façon isotherme, son état suit la courbe $A_{\infty}BFG_{\infty}$, qui comporte un palier horizontal BF le long duquel la pression reste rigoureusement constante. L'ensemble de cette courbe correspond à des états thermodynamiques *stables*.

Avant toute description du phénomène lui-même, il convient de déterminer à quelle hauteur est situé le palier BF . Nous verrons à la section 13.3 que, en vertu du Deuxième Principe de la thermodynamique, le travail mis en jeu au cours d'un cycle monotherme réversible est toujours nul. Si nous considérons le contour $BMDEFDB$ comme cycle monotherme réversible, nous avons, en vertu des équations fondamentales (2.3):

$$\alpha^- = \oint \delta\alpha^- = \oint Pdv = 0 \quad (5.77)$$

Le contour étant en forme de 8, il en résulte que les surfaces des boucles $BMDB$ et $DEFD$ sont de signes contraires, mais égales en valeur absolue. Cette dernière condition géométrique est suffisante pour déterminer la hauteur du palier BF , c'est-à-dire les points B et F .

Décrivons le phénomène au point de vue physique en suivant l'isotherme tout d'abord à partir du point A_{∞} . Pour cela, nous devons simultanément:

- diminuer le volume du fluide
- refroidir le fluide juste ce qu'il faut pour que sa température reste constante.

Nous observons une évolution dont les phases principales sont représentées dans la figure 5.13. Cette évolution est la suivante:

- Du point A_{∞} au point B , la pression augmente progressivement (fig. 5.13(a)).
- Au point B commence l'apparition de gouttelettes de liquide dont l'état thermodynamique est représenté par le point F .

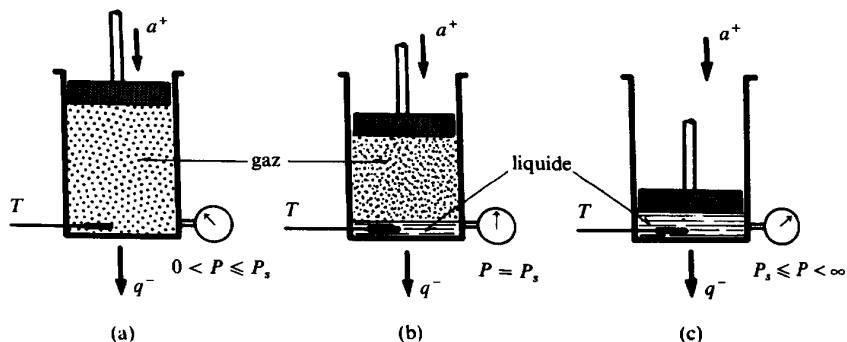


Fig. 5.13 Etapes principales de la compression isotherme d'un fluide.

- Du point B au point F , il y a passage de l'état gazeux à l'état liquide (voir fig. 5.13(b)). C'est le phénomène de **liquéfaction**. Pendant toute la durée de la liquéfaction à température et pression constantes, l'état thermodynamique de la phase gazeuse est représenté par le point B et celui de la phase liquide par le point F . Il est essentiel de remarquer que la transformation est **brusque** au point de vue thermodynamique, mais **progressive** au point de vue massique. Autrement dit, l'état thermodynamique de chaque particule fluide varie de façon **discontinue**, tandis que les masses relatives de gaz et de liquide varient de façon **continue**.
- Au point F finit la liquéfaction des dernières molécules de gaz dont l'état thermodynamique était représenté par le point B et l'ensemble du système se trouve à l'état liquide.
- Du point F au point G_∞ , la pression augmente de nouveau progressivement (fig. 5.13(c)).

Décrivons maintenant le phénomène en suivant l'isotherme en sens inverse, c'est-à-dire à partir du point G_∞ . Pour cela, nous devons simultanément :

- augmenter le volume du fluide
- chauffer le fluide juste ce qu'il faut pour que sa température reste constante.

Nous observons une évolution qui est l'inverse de la précédente. Cette évolution est la suivante :

- Du point G_∞ au point F , la pression diminue progressivement.
- Au point F commence l'apparition de bulles de vapeur dont l'état thermodynamique est représenté par le point B .
- Du point F au point B , il y a passage de l'état liquide à l'état gazeux. C'est le phénomène de **vaporisation**. Pendant toute la durée de la vaporisation à température et pression constantes, l'état thermodynamique de la phase liquide est représenté par le point F et celui de la phase gazeuse par le point B .

- Au point B finit la vaporisation des dernières molécules de liquide dont l'état thermodynamique était représenté par le point F et l'ensemble du système se trouve à l'état gazeux.
- Du point B au point A_∞ , la pression diminue de nouveau progressivement.

Examinons de plus près ce qui se passe au cours de la liquéfaction ou de la vaporisation :

- *L'état thermodynamique de la phase gazeuse est représenté constamment par le point B .*
- *L'état thermodynamique de la phase liquide est représenté constamment par le point F .*
- *L'état thermodynamique moyen de l'ensemble du système est représenté par un point X situé entre B et F .*

Il en résulte que le point X représente l'état thermodynamique moyen d'un système de deux phases en équilibre ayant des propriétés physiques bien distinctes. Les deux seules fonctions d'état communes aux deux phases sont la pression P et la température T . Toutes les autres fonctions d'état sont différentes pour les deux phases.

Nous utilisons la **règle de notation** suivant laquelle toutes les grandeurs relatives à un liquide ou à un gaz à la limite de la saturation sont indiquées par le signe ' ou '' placé en exposant.

Titre du mélange

Dans un mélange de liquide et de gaz en équilibre, nous distinguons les masses suivantes :

- M masse totale du fluide
- M' masse de la phase liquide
- M'' masse de la phase gazeuse

Nous définissons :

$$\text{Titre du mélange } x \text{ (titre en vapeur)} \quad x \equiv \frac{M''}{M} \quad (5.78)$$

Composition et fonctions d'état moyennes du mélange

Etablissons les relations entre les masses et les volumes massiques. Les bilans de masse et de volume sont, en vertu de la propriété d'extensivité :

$$M = M' + M'' \quad V = V' + V'' \quad (5.79)$$

Nous pouvons écrire la relation ci-dessus sous la forme :

$$M \bar{v} = M'v' + M''v'' \quad (5.80)$$

où \bar{v} est le volume massique moyen du mélange.

En éliminant M' , M'' ou M entre les relations ci-dessus, nous obtenons les rapports de masses :

$$\frac{M''}{M} = \frac{\bar{v} - v'}{v'' - v'} \quad \frac{M'}{M} = \frac{v'' - \bar{v}}{v'' - v'} \quad \frac{M''}{M'} = \frac{\bar{v} - v'}{v'' - \bar{v}} \quad (5.81)$$

En vertu de ces relations, l'importance relative des masses M' , M'' et M peut être représentée par les segments qui figurent dans le diagramme de la figure 5.12, comme suit :

- M' par le segment BX
- M'' par le segment XF
- M par le segment BF

Il convient de remarquer que les positions respectives des segments et des domaines représentatifs des phases liquide et gazeuse sont croisées.

Il est évident que les relations concernant les autres fonctions d'état extensives sont analogues. Nous avons notamment, sous forme massique :

$$\bar{v} = v' + x (v'' - v') \quad (5.82)$$

$$\bar{u} = u' + x (u'' - u') \quad (5.83)$$

$$\bar{h} = h' + x (h'' - h') \quad (5.84)$$

$$\bar{s} = s' + x (s'' - s') \quad (5.85)$$

$$\bar{f} = f' + x (f'' - f') \quad (5.86)$$

$$\bar{g} = g' + x (g'' - g') \quad (5.87)$$

Ces relations montrent que *les fonctions d'état moyennes \bar{v} , \bar{u} , \bar{h} , \bar{s} , \bar{f} , et \bar{g} relatives à l'état thermodynamique moyen d'un système de deux phases en équilibre sont des fonctions linéaires du titre x .*

Discontinuité physique

La phase liquide et la phase gazeuse en équilibre sont caractérisées par des propriétés physiques différentes. Il en résulte que (fig. 5.13) :

- les masses volumiques étant différentes, les deux phases se séparent sous l'effet du champ de la pesanteur et il se forme une surface de séparation horizontale appelée **niveau**
- les indices de réfraction étant différents, le niveau est **visible**.

D'une façon plus générale, nous dirons que la formation et l'observation d'un niveau sont dues au fait que, lors de la transformation isotherme envisagée, l'état physique du système varie de façon *discontinue*.

Pour une température suffisamment basse, intervient le phénomène de *vaporisation* ou de *liquéfaction isotherme*, qui s'accompagne d'une *variation discontinue* de l'état physique et thermodynamique du système.

Chaleur de vaporisation

En vertu de la réversibilité du phénomène, l'énergie-chaleur qu'il faut fournir au système du point *F* au point *B* pour vaporiser le liquide est égale à la chaleur qu'il faut enlever au système du point *B* au point *F* pour liquéfier le gaz. Cette chaleur est appelée *chaleur de vaporisation* (ou *de liquéfaction*) massique q_{vap} .

Etats métastables

Examinons la *stabilité* des états thermodynamiques correspondant aux points situés sur les tronçons *BM* et *EF* de l'isotherme. En principe, il doit être possible de réaliser ces états. Mais l'expérience montre qu'il faut prendre de grandes précautions pour les atteindre. Considérons à nouveau la compression isotherme à partir du point A_{∞} . Lorsqu'il n'y a pas d'éléments pouvant servir de noyau de condensation, tels que gouttelettes ou corps étrangers (poussières), il est possible de dépasser le point *B* et de réaliser des états d'équilibre situés sur le tronçon *BM* en opérant de façon très délicate, c'est-à-dire en ne provoquant que des perturbations aussi faibles que possible. De même, si nous considérons la détente isotherme à partir du point G_{∞} , il est possible de dépasser le point *F* et de réaliser des états d'équilibre situés sur le tronçon *FE*. Dès qu'il se produit une perturbation trop forte, l'équilibre est rompu et le système évolue brusquement jusqu'à un nouvel état d'équilibre stable situé sur le palier *BF*. Pour ces deux tronçons, le système est donc stable pour les faibles perturbations et instable pour les perturbations trop fortes. Nous dirons que les tronçons *BM* et *EF* correspondent à des états thermodynamiques *métastables* (§ 2.7.6 et fig. 2.2).

Les états d'équilibre métastable donnent lieu aux appellations qui suivent.

- Pour le tronçon *BM*, on dit que le système est à l'état de *vapeur sous-refroidie*, parce que normalement tout point de ce tronçon correspond à une température plus élevée, qui est celle du palier d'équilibre stable passant par ce point. Notons que des états de vapeur sous-refroidie peuvent apparaître dans les derniers étages d'une turbine à vapeur à condensation.

- Pour le tronçon *FE*, on dit que le système est à l'état de *liquide surchauffé*, parce que normalement tout point de ce tronçon correspond à une température plus basse. Comme le montre la figure 5.12, la partie inférieure de ce tronçon peut correspondre à des pressions négatives, c'est-à-dire à une sorte de traction isotrope. En effet, il a été possible d'obtenir de l'eau sous une pression de -40 bars et d'autres liquides sous des pressions de l'ordre de -70 bars.

Palier de saturation

Remarquons que, toujours dans le cas d'une seule substance chimique, pour tous les états thermodynamiques correspondant aux points du palier d'équilibre stable BF , le système est **monovariant**, puisque toutes les fonctions d'état de la phase liquide et de la phase gazeuse sont déterminées dès que la pression ou la température du système est fixée. Mais, en revanche, les fonctions d'état moyennes ne sont déterminées que si l'on fixe un **paramètre supplémentaire**, le plus pratique étant le titre x du mélange en équilibre.

Lorsque la température T du mélange en équilibre est fixée, nous appelons **pression de saturation** P_s la pression correspondante, et lorsque la pression P du mélange en équilibre est fixée, nous appelons **température de saturation** T_s la température correspondante. Le palier d'équilibre stable BF est appelé **palier de saturation**.

Courbe de saturation et point critique

Considérons maintenant une série d'isothermes correspondant à des valeurs de T de plus en plus élevées. Comme le montre la figure 5.12, les points B et F décrivent deux courbes qui viennent se rejoindre en un point C . L'ensemble de ces deux courbes est appelé **courbe de saturation** et le point C est appelé **point critique**.

Nous pouvons dire que la **courbe de saturation** est le lieu géométrique des extrémités du palier de saturation, lorsque T varie. L'isotherme limite passant par le point critique C est appelée **isotherme critique**. Elle présente deux points d'inflexion, notamment au point C un point d'inflexion à tangente horizontale, ce qui correspond au fait que le maximum M et le minimum E sont venus se confondre en C .

Les isothermes correspondant à des valeurs de $T > T_c$ présentent deux points d'inflexion à tangente de pente négative.

Les isothermes correspondant à des valeurs de T très élevées accusent de moins en moins les points d'inflexion.

A la limite, c'est-à-dire lorsque T tend vers l'infini, les points d'inflexion disparaissent, les isothermes tendent vers les hyperboles équilatères correspondant à l'équation d'état (5.44) des gaz parfaits ou semi-parfaits.

Domaines relatifs aux différents états physiques

Examinons les domaines correspondant aux différents états physiques du fluide de Van der Waals. Afin de ne pas surcharger la figure 5.12, nous avons représenté ces domaines sur la figure 5.14.

Dans le domaine situé entre la droite verticale d'abscisse b , la branche gauche de la courbe de saturation et l'isotherme critique, le fluide est à l'état de **liquide**.

Dans le domaine situé à droite de la courbe de saturation pour $P < P_c$ et à droite de l'isotherme critique pour $P > P_c$, le fluide est à l'état de **gaz**.

Dans le domaine situé au-dessous de la courbe de saturation, le fluide est sous forme de **mélange de liquide et de gaz**. Il s'agit d'un mélange **biphasé**.

On dit aussi :

- Dans le domaine situé entre la branche droite de la courbe de saturation et l'isotherme critique, le fluide est à l'état de **vapeur sèche**.
- Dans le domaine du mélange de liquide et de gaz, le fluide est à l'état de **vapeur humide**.
- Sur la branche gauche de la courbe de saturation, le fluide est à l'état de **liquide saturé**.
- Sur la branche droite de la courbe de saturation, le fluide est à l'état de **vapeur saturée**.

Il convient de préciser le caractère de la limite définie par l'isotherme critique. En effet, pour $P < P_c$, toute transformation qui coupe la courbe de saturation fait intervenir le phénomène de liquéfaction ou de vaporisation qui est caractérisé par une variation discontinue de l'état physique et thermodynamique du système. Au contraire, pour $P > P_c$, le changement d'état du fluide se fait d'une façon parfaitement

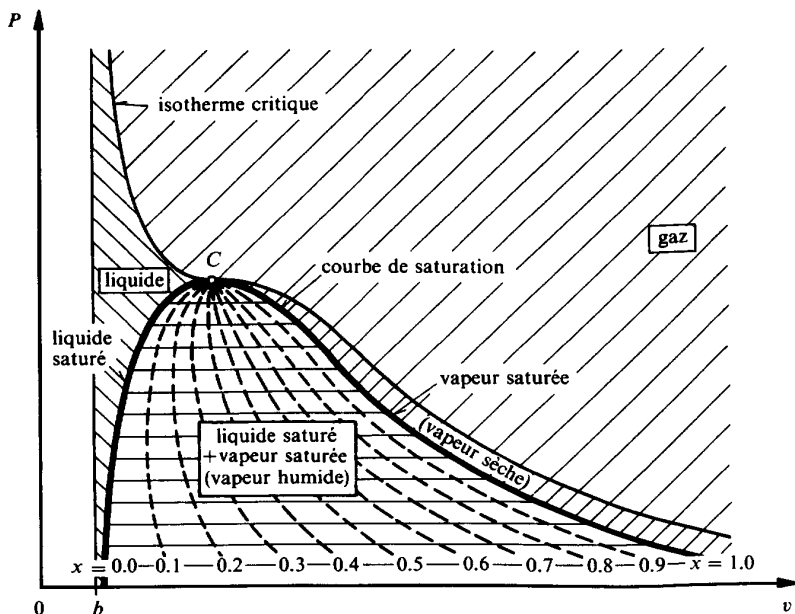


Fig. 5.14 Domaines des différents états physiques du fluide de Van der Waals.

continue, de sorte qu'il n'y a pas de frontière bien définie entre les domaines du liquide et du gaz. En particulier, la masse volumique et l'indice de réfraction du système varient de façon continue. Il en résulte que toute transformation qui ne coupe pas la courbe de saturation ne donne lieu à aucun phénomène de gouttelettes, de bulles ou de niveau. Notons que cette propriété est exploitée dans certaines chaudières dites **surcritiques** de centrales au charbon par exemple, dans lesquelles la vaporisation est opérée à une pression $P > P_c$. Il en va de même dans certains condenseurs de pompes à chaleur fonctionnant avec du gaz carbonique par exemple. En fait, au point de vue physique, la limite définie par l'isotherme critique correspond à une certaine valeur de la moyenne statistique de l'énergie cinétique d'agitation thermique, c'est-à-dire à une certaine température. Remarquons en passant que l'assertion que l'on rencontre quelquefois dans les publications et selon laquelle il serait impossible de liquéfier un gaz à une pression $P > P_c$ est erronée.

Courbes isotitres

Reprenons la série d'isothermes correspondant à des valeurs de T de plus en plus élevées. Comme le montre la figure 5.12, le point X correspondant à une valeur bien déterminée du titre x décrit une courbe qui rejoint le point C . Tous les points de cette courbe correspondent à des mélanges de liquide saturé et de gaz saturé caractérisés par le même titre x . C'est pourquoi nous donnons à cette courbe le nom de **courbe isotitre**.

En donnant à x une série de valeurs discrètes, nous pouvons tracer dans le domaine du mélange de liquide saturé et de gaz saturé la famille des courbes isotitres, comme le montrent les figures 5.12 et 5.14.

Fonctions d'état thermiques critiques

Le point critique C apparaissant comme un point très particulier du diagramme, il est utile de déterminer ses coordonnées. Pour cela, il suffit d'exprimer que l'isotherme critique présente en ce point un point d'inflexion à tangente horizontale. Cette propriété se traduit par les équations:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T &= -\frac{r T_c}{(v_c - b)^2} + \frac{2 a}{v_c^3} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2} \right)_T &= \frac{2 r T_c}{(v_c - b)^3} - \frac{6 a}{v_c^4} = 0 \end{aligned} \quad (5.88)$$

qui forment avec l'équation d'état (5.74) un système de 3 équations à 3 inconnues dont la résolution donne:

$$v_c = 3 b \quad P_c = \frac{a}{27 b^2} \quad T_c = \frac{8 a}{27 b r} \quad (5.89)$$

ou, inversement:

$$a = 3 v_c^2 P_c \quad b = \frac{v_c}{3} \quad r = \frac{8 v_c P_c}{3 T_c} \quad (5.90)$$

Equation d'état sous forme réduite

En substituant les valeurs de a , b et r , données par (5.90), dans l'équation d'état (5.74) et en introduisant les valeurs réduites :

$$v_r \equiv \frac{v}{v_c} \quad P_r \equiv \frac{P}{P_c} \quad T_r \equiv \frac{T}{T_c} \quad (5.91)$$

nous obtenons l'équation d'état des fluides de Van der Waals sous *forme réduite* :

$$\left(v_r - \frac{1}{3} \right) \left(P_r + \frac{3}{v_r^2} \right) = \frac{8}{3} T_r \quad (5.92)$$

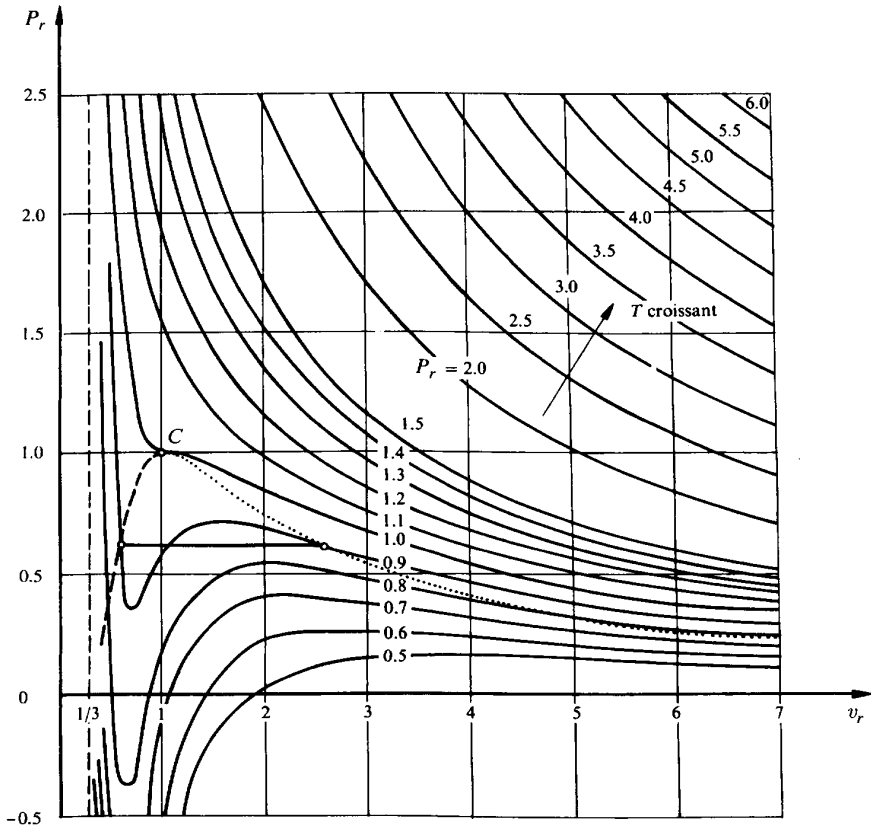


Fig. 5.15 Représentation des fluides de Van der Waals dans le diagramme P - v , sous forme réduite.

Remarquons que cette équation d'état est *indépendante* du fluide de Van der Waals considéré. Elle est représentée dans le diagramme P_r - v_r de la figure 5.15.

5.5.3 Comparaison avec les gaz semi-parfaits

Recherchons maintenant s'il existe dans ce diagramme P - v des points en lesquels le fluide de Van der Waals se comporte comme un gaz semi-parfait. Pour cela, écrivons successivement que les facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t sont égaux à 1, conformément aux relations (5.38) à (5.40).

Domaine des volumes massiques élevés

En ce qui concerne le facteur α_v , nous avons, en vertu de l'équation d'état sous la forme réduite (5.92):

$$\alpha_v = \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{v_r^2 P_r + 3}{v_r^2 P_r} = 1 \quad (5.93)$$

Cette propriété n'est vérifiée que lorsque v tend vers l'infini, la valeur de P restant finie.

Remarquons que la propriété $\alpha_v = 1$ équivaut, sous forme intégrale, à la relation:

$$\frac{T}{P} = \text{cste} \quad \text{pour} \quad v = \text{cste} \quad (5.94)$$

qui n'est autre que l'expression (5.45) de l'une des lois de Gay-Lussac.

Courbe d'inversion de l'effet Joule-Thomson

En ce qui concerne le coefficient β_p , nous avons:

$$\beta_p = \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{3v_r^3 P_r + 9v_r - v_r^2 P_r - 3}{3v_r^3 P_r - 9v_r + 6} = 1 \quad (5.95)$$

Cette propriété est vérifiée, non seulement lorsque v tend vers l'infini, mais aussi lorsque:

$$v_r^2 P_r - 18v_r + 9 = 0 \quad (5.96)$$

L'équation (5.96) est représentée dans le diagramme de la figure 5.16 par la courbe 2, qui est du 3^e degré.

Remarquons que la propriété $\beta_p = 1$ équivaut, sous forme intégrale, à la relation:

$$\frac{T}{v} = \text{cste} \quad \text{pour} \quad P = \text{cste} \quad (5.97)$$

qui n'est autre que l'expression de l'autre des lois de Gay-Lussac, mentionnée au paragraphe 5.4.3.

En pratique, il est important de connaître le comportement d'un fluide dans une vanne pour savoir notamment s'il y a réchauffement ou refroidissement après détente. Comme nous l'avons vu au chapitre 4, au cours d'une telle détente en régime permanent, et si la vanne est isolée thermiquement (*adiabate*), l'enthalpie totale h_c est conservée. Si de plus les sections des tuyauteries sont ajustées de telle sorte que les énergies cinétiques d'entrée et de sortie soient du même ordre, nous pourrions admettre, en première approximation, que **la détente dans une vanne, en régime permanent, se fait à enthalpie constante**. Or, pour une transformation isenthalpe, le facteur polytrophe σ est (tab. 2.3):

$$\sigma = -1 \quad (5.98)$$

de sorte que l'inverse du facteur de compression isenthalpe est (relation (2.81):

$$\alpha_h^{-1} = \frac{P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_h = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{(\beta_p - 1)}{\beta_p} \alpha_v^{-1} \quad (5.99)$$

Donc, la propriété $\beta_p = 1$ équivaut à la condition $\alpha_h^{-1} = 0$, de sorte que, en tout point de la courbe 2, la température reste constante lors d'une détente isenthalpe.

La relation (5.99) montre que:

- au-dessous de la courbe 2, nous avons $\beta_p > 1$, c'est-à-dire $\alpha_h^{-1} > 0$, de sorte que la température diminue lors d'une détente isenthalpe
- au-dessus de la courbe 2, nous avons $\beta_p < 1$, c'est-à-dire $\alpha_h^{-1} < 0$, de sorte que la température augmente lors d'une détente isenthalpe.

La variation de température qui a lieu lors d'une détente isenthalpe est appelée **effet Joule-Thomson**. Nous constatons que cet effet s'annule sur la courbe 2 et change de signe quand on la traverse. C'est pourquoi elle est appelée **courbe d'inversion de l'effet Joule-Thomson**.

L'effet Joule-Thomson est notamment utilisé en réfrigération en liaison avec le fort refroidissement qui accompagne la détente d'un fluide frigorigène liquide, à l'état initial proche de la saturation, dans la vanne de détente des installations frigorifiques (chap. 13). Par ailleurs, cet effet de refroidissement peut affecter négativement le fonctionnement des postes de détente des gazoducs, à cause de la formation de glace ou d'hydrates susceptibles de bloquer la canalisation de sortie. Dans la pratique, cela nécessite un réchauffement préalable du gaz en amont de la vanne de détente. Ce phénomène, en régime permanent, n'est pas à confondre avec le fort refroidissement se produisant lors de la vidange d'un réservoir de gaz (régime non

permanent). Ce refroidissement se produit, même pour un gaz parfait, du fait de la détente isentrope du gaz résiduel dans le réservoir à volume fini. Par contre, la détente d'un gaz parfait ou semi-parfait dans une vanne, en régime permanent, se fait de façon isotherme en vertu de la relation (2.60).

Courbe de Boyle-Mariotte

En ce qui concerne le coefficient γ_r , nous avons :

$$\gamma_r = -\frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T = \frac{3v_r(v_r^2 P_r + 3) - 6(3v_r - 1)}{v_r^2 P_r (3v_r - 1)} = 1 \quad (5.100)$$

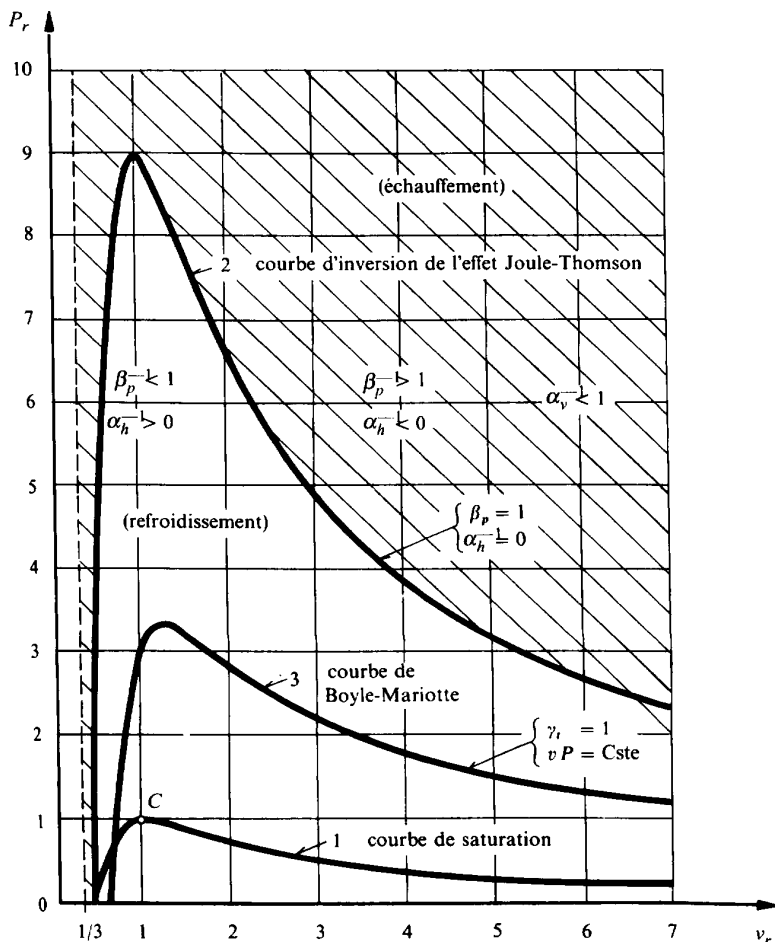


Fig. 5.16 Représentation des fluides de Van der Waals dans le diagramme de Clapeyron, sous forme réduite.

Cette propriété est vérifiée, non seulement lorsque v tend vers l'infini, mais aussi lorsque :

$$v_r^2 P_r - 9v_r + 6 = 0 \quad (5.101)$$

L'équation ci-dessus est représentée dans le diagramme de la figure 5.16 par la courbe 3, qui est aussi du 3^e degré.

Remarquons que la propriété $\gamma_t = 1$ équivaut, sous forme intégrale, à la relation :

$$v P = \text{cste pour } T = \text{cste} \quad (5.102)$$

qui n'est autre que l'expression de la loi de Boyle-Mariotte mentionnée au paragraphe 5.4.4. C'est pourquoi la courbe 3 est appelée *courbe de Boyle-Mariotte*.

Résumé

Nous constatons que les fluides de Van der Waals :

- ne se comportent *complètement* comme des gaz semi-parfaits qu'à la *limite* :
 quand v tend vers ∞
 c'est-à-dire lorsque P tend vers 0 (T étant > 0)
 ou lorsque T tend vers ∞ (P étant fini)
- ne présentent un effet Joule-Thomson nul que sur la courbe 2
- ne suivent la loi de Boyle-Mariotte que sur la courbe 3.

5.5.4 Energie interne

En considérant l'équation d'état sous la forme (5.74), nous avons :

$$\alpha_v = \frac{v^2 P + a}{v^2 P} \quad (5.103)$$

de sorte que l'énergie interne des fluides de Van der Waals est donnée, sous forme différentielle, par la relation simple (relation (2.57)) :

$$du = \frac{a}{v^2} dv + c_v dT \quad (5.104)$$

5.5.5 Détermination pratique des constantes a , b et r

Les grandeurs critiques P_c et T_c pouvant être déterminées expérimentalement, les deux constantes a et b sont susceptibles d'être calculées, en vertu de (5.90), par :

$$a = \frac{27}{64} \frac{r^2 T_c^2}{P_c} \quad b = \frac{r T_c}{8 P_c} \quad (5.105)$$

La constante massique r est donnée par la définition (5.66):

$$r \equiv \frac{\tilde{r}}{\tilde{m}} \quad (5.106)$$

Notons que la première des relations (5.89) pourrait être utilisée pour calculer la constante b . Cependant, dans la pratique, puisque les mesures de pression et de température sont en général plus précises que celles de volume, seuls P_c et T_c sont utilisés pour le calcul des constantes a et b .

L'équation de Van der Waals, proposée en 1873, est extrêmement précieuse sur le plan pédagogique, car elle permet d'introduire de façon logique et simple le phénomène de vaporisation (ou de liquéfaction) et facilite ainsi la compréhension de tous les phénomènes de changement de phase. Mais, malgré sa capacité de décrire le comportement général des gaz réels, l'équation de Van der Waals doit être considérée comme une équation d'état phénoménologique. Elle peut être employée seulement dans le domaine du gaz à masse volumique relativement faible. Elle est très imprécise dans le domaine critique, ainsi que dans le domaine du liquide et du gaz à masse volumique élevée. Il en résulte que les valeurs de r calculées à l'aide de (5.90) et (5.106) peuvent être assez différentes.

5.6 FLUIDES DU VIRIEL

L'équation d'état du viriel, comportant une série polynomiale de l'inverse du volume molaire, s'écrit:

$$P = \frac{\tilde{r}T}{\tilde{v}} + \frac{\tilde{r}TB}{\tilde{v}^2} + \frac{\tilde{r}TC}{\tilde{v}^3} + \dots \quad (5.107)$$

ou, en fonction du facteur d'imperfection (5.73):

$$\zeta = 1 + \frac{B}{\tilde{v}} + \frac{C}{\tilde{v}^2} + \dots \quad (5.108)$$

Les paramètres B , C ... sont appelés deuxième, troisième... coefficients du viriel et ne sont fonction que de la température pour les fluides purs. Ces paramètres peuvent être reliés aux paramètres caractérisant les interactions moléculaires. Très souvent, les équations (5.107) et (5.108) sont tronquées de façon à ne mettre en jeu que le deuxième coefficient du viriel. L'équation du viriel peut être écrite en séries de \tilde{v} ou de P , ce qui donne sous la forme tronquée:

$$\zeta = 1 + \frac{B'P}{\tilde{r}T} \quad \text{et} \quad \zeta = 1 + \frac{B}{\tilde{v}} \quad (5.109)$$

Une compilation d'estimations du deuxième coefficient du viriel est donnée dans [48]. La plupart de ces estimations sont basées sur l'intégration d'une expression théorique reliant l'énergie intermoléculaire à la distance moyenne séparant les molécules.

Polarité et facteur acentrique

De façon simplifiée, les liaisons chimiques à l'intérieur d'une molécule résultent du partage ou de la captation d'électrons situés sur les orbites externes des constituants en jeu. Ce déplacement d'électrons peut être la cause d'un champ électrique, avec une densité d'électrons plus élevée d'un côté de la molécule. On parle alors de molécules plus ou moins fortement polaires. Un exemple de molécule polaire est la molécule d'eau, avec un excès d'électrons du côté de l'atome d'oxygène et un excès de charges positives du côté des deux atomes d'hydrogène. Le gaz carbonique, par contre, et à l'instar de nombreuses autres molécules simples, n'a pas de structure polaire. Les déviations affectant le facteur d'imperfection, liées notamment à des fluides à faible polarité, peuvent être caractérisées par un facteur supplémentaire, le **facteur acentrique** ω .

Une des expressions, parmi les plus évoluées permettant de déterminer le facteur acentrique, est donnée dans [87, 88]:

$$\omega = \frac{\ln P_{nr} - 5.92714 + 6.09648 / T_{br} + 1.28862 \ln T_{br} - 0.169347 T_{br}^6}{15.2518 - 15.6875 / T_{br} - 13.4721 \ln T_{br} + 0.43577 T_{br}^6} \quad (5.110)$$

avec $P_{nr} = P_n / P_c$ et $T_{br} = T_b / T_c$, T_b étant la température de saturation correspondant à la pression P_n de l'état normal (5.60).

Le deuxième coefficient du viriel peut être estimé à l'aide de:

$$\frac{BP_c}{\tilde{r}T_c} = 0.083 - \frac{0.422}{T_r^{1.6}} + \omega \left(0.139 - \frac{0.172}{T_r^{4.2}} \right) \quad (5.111)$$

Cette équation est valable pour les molécules non ou très faiblement polaires. Pour les molécules polaires, il convient d'y ajouter un terme. Pour certaines familles de molécules, ce terme est donné dans [109].

5.7 SYNTHÈSE D'ÉQUATIONS D'ÉTAT CUBIQUES

Les équations cubiques comprennent des termes en \tilde{v} allant jusqu'à la troisième puissance. Un certain nombre d'équations cubiques à deux paramètres peuvent être mises sous la forme:

$$P = \frac{\tilde{r} T}{\tilde{v} - b} - \frac{a}{\tilde{v}^2 + u b \tilde{v} + w b^2} \quad (5.112)$$

L'équation (5.112) peut être exprimée soit en termes molaires (\tilde{r}, \tilde{v}) comme ci-dessus, soit en termes massiques (r, v).

Le tableau 5.3 donne les paramètres pour certaines des équations les plus connues.

Tableau 5.3 Paramètres valables pour quatre des équations d'état cubiques.

Equation	b	a	u	w
Van der Waals	$\frac{\bar{r} T_c}{8 P_c}$	$\frac{27 \bar{r}^2 T_c^2}{64 P_c}$	0	0
Redlich-Kwong (5.113)	$\frac{0.08664 \bar{r} T_c}{P_c}$	$\frac{0.42748 \bar{r}^2 T_c^{2.5}}{P_c T_c^{1/2}}$	1	0
Soave (5.114)	$\frac{0.08664 \bar{r} T_c}{P_c}$	$\frac{0.42748 \bar{r}^2 T_c^2}{P_c} \left[1 + f(\omega)(1 - T_c^{1/2}) \right]^2$ avec $f(\omega) = 0.48 + 1.574\omega - 0.176\omega^2$	1	0
Peng-Robinson (5.115)	$\frac{0.07780 \bar{r} T_c}{P_c}$	$\frac{0.45724 \bar{r}^2 T_c^2}{P_c} \left[1 + f(\omega)(1 - T_c^{1/2}) \right]^2$ avec $f(\omega) = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.266992\omega^2$	2	-1

L'**équation de Redlich-Kwong** [108], publiée en 1949, a représenté le plus grand apport de précision depuis la publication de l'équation de Van der Waals en 1873. L'équation de Redlich-Kwong est notamment plus performante pour des masses volumiques faibles à moyennes, ainsi que pour les températures supérieures à la température critique. L'**équation de Soave** (1972), aussi appelée Redlich-Kwong-Soave [125], de même que l'**équation de Peng-Robinson** (1976, [102]), améliorent encore la précision en introduisant le facteur acentrique ω .

Théorème des états correspondants

Tenant compte du facteur d'imperfection ζ défini par (5.73), les équations du tableau 5.3 peuvent être mises sous la forme générale:

$$\zeta = f(P_r, T_r) \quad (5.116)$$

Cette relation unique entre ζ , P_r et T_r , déjà reconnue par Van der Waals en 1873, est appelée **théorème des états correspondants**. Ce théorème établit que n'importe quelle substance, aux mêmes conditions de température et de pression réduites, devrait avoir le même facteur d'imperfection. Les expressions de la forme correspondant à (5.116) sont donc des équations générales, dans la mesure où elles sont applicables à n'importe quelle substance.

Ce théorème est étayé par la figure 5.17, qui montre les excellentes corrélations existant entre les données expérimentales de substances différentes.

En vertu du théorème des états correspondants, l'équation de Van der Waals (5.92) peut être écrite sous la forme (5.117), en remplaçant v par son expression en ζ tirée de la relation (5.73) avec, en outre, (5.90) et (5.91):

$$\zeta^3 - \left(\frac{P_r}{8T_r} + 1 \right) \zeta^2 + \left(\frac{27P_r}{64T_r^2} \right) \zeta - \frac{27P_r^2}{512T_r^3} = 0 \quad (5.117)$$

La même opération peut être faite avec l'équation de Redlich-Kwong (5.113), qui devient:

$$\zeta^3 - \zeta^2 + \left[0.42748 \frac{P_r}{T_r^{2.5}} - 0.08664 \frac{P_r}{T_r} \left(1 + 0.08664 \frac{P_r}{T_r} \right) \right] \zeta - (0.03704) \frac{P_r^2}{T_r^{3.5}} = 0 \quad (5.118)$$

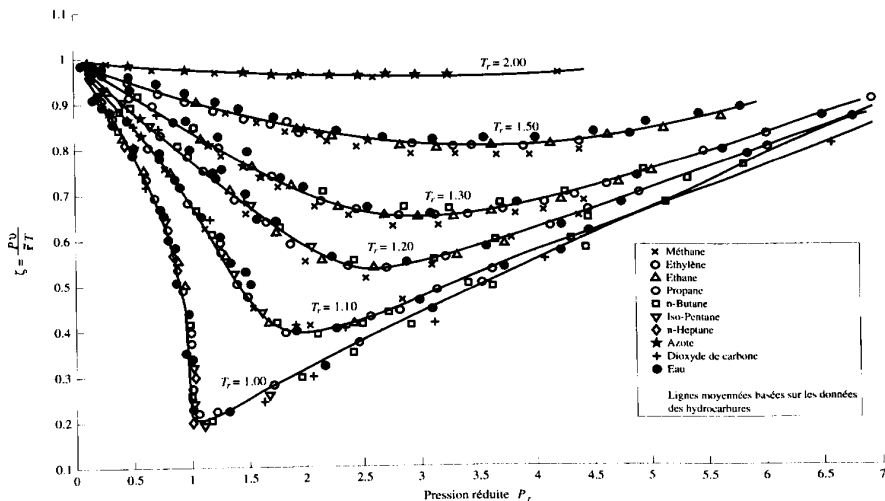


Fig. 5.17 Facteurs d'imperfection déterminés sur la base de données expérimentales de substances différentes [62].

5.8 ÉQUATION DE LEE-KESLER MODIFIÉE À PARTIR DE L'ÉQUATION DE BENEDICT-WEBB-RUBIN (BWR)

Il s'agit d'une formulation plus compliquée que celle des équations cubiques citées plus haut:

$$\zeta^i = \frac{P_r \tilde{v}_{r,id}^i}{T_r} = 1 + \frac{B}{\tilde{v}_{r,id}^i} + \frac{C}{(\tilde{v}_{r,id}^i)^2} + \frac{D}{(\tilde{v}_{r,id}^i)^5} + \frac{c_4}{T_r^3 (\tilde{v}_{r,id}^i)^2} \left[\beta + \frac{\gamma}{(\tilde{v}_{r,id}^i)^2} \right] \exp \left[-\frac{\gamma}{(\tilde{v}_{r,id}^i)^2} \right] \quad (5.119)$$

avec

$$\bullet \quad \tilde{v}_{r,id}^i = \frac{\tilde{v}^i}{\tilde{v}_{c,id}^i} = \frac{\tilde{v}^i P_c}{\tilde{r} T_c} = \frac{\zeta \tilde{r} T P_c}{P \tilde{r} T_c} = \frac{\zeta T_r}{P_r} \quad (5.120)$$

$$\bullet \quad B = b_1 - \frac{b_2}{T_r} - \frac{b_3}{T_r^2} - \frac{b_4}{T_r^3} \quad \text{et} \quad C = c_1 - \frac{c_2}{T_r} + \frac{c_3}{T_r^3} \quad \text{et} \quad D = d_1 + \frac{d_2}{T_r}$$

Lee-Kesler proposent d'utiliser la fonction suivante pour le facteur d'imperfection:

$$\zeta = \zeta^0(T_r, P_r) + \frac{\omega}{\omega^R} [\zeta^R(T_r, P_r) - \zeta^0(T_r, P_r)] \quad (5.121)$$

où ζ^R et ω^R sont des paramètres liés à un fluide de référence. La méthode de détermination de ζ consiste à calculer successivement ζ^0 (fluide simple) et ζ^R (fluide de référence) à partir de (5.116) avant d'introduire leurs valeurs respectives dans (5.121). Les constantes de Lee-Kesler correspondant au fluide simple et au fluide de référence sont données dans le tableau 5.4. Cette approche est avantageuse sur le plan pratique puisque ζ^R et ζ^0 peuvent être calculés avec la même forme d'équation (5.120), mais avec des coefficients différents. Historiquement et étant donné qu'un des objectifs initiaux des auteurs était la modélisation des hydrocarbures, le fluide de référence qui a servi de base à la définition du ζ^R est le «n-octane». Les constantes du fluide simple ont été ajustées à partir d'expériences sur l'argon, le krypton et le méthane.

Tableau 5.4 Constantes de Lee-Kesler [88].

Constante	Fluide simple	Fluide de référence	Constante	Fluide simple	Fluide de référence
b_1	0.1181193	0.2026579	c_3	0.0	0.016901
b_2	0.265728	0.331511	c_4	0.042724	0.041577
b_3	0.154790	0.027655	$d_1 \cdot 10^4$	0.155488	0.48736
b_4	0.030323	0.203488	$d_2 \cdot 10^4$	0.623689	0.0740336
c_1	0.0236744	0.0313385	β	0.65392	1.226
c_2	0.0186984	0.0503618	γ	0.060167	0.03754

A noter que les mêmes auteurs recommandent en complément l'utilisation de la valeur 0.3978 pour le facteur acentrique ω^R du fluide de référence.

D'autres formes modifiées de l'équation BWR ont été proposées, notamment par Jacobsen et Stewart [75], dont l'équation a été reprise pour caractériser certains fluides frigorigènes de substitution [142] aux chlorofluorocarbones CFC, qui attaquaient la couche d'ozone stratosphérique. Par ailleurs, d'autres formulations basées sur l'énergie libre réduite sont utilisées dans le même contexte [129] [73].

5.9 FLUIDES DE LAN-BOREL

L'extension aux fluides fortement polaires nécessite l'utilisation d'équations encore plus complexes, telle que l'*équation de Lan-Borel*, qui se présente sous la forme générale [99]:

$$\zeta = \zeta_0 - \sum_i \sum_j \frac{c_{r,ij} \rho_r^j}{T_r^i} - \sum_m \frac{e_{r,m} + g_{r,m} \rho_r^2}{T_r^m} \rho_r^2 e^{-l_r \rho_r^2} - \frac{a_r (e^{\varepsilon_r/T_r} - 1) \rho_r}{(1 + 4v_{r,0} \rho_r)} \quad (5.122)$$

avec

$$\zeta = \frac{P}{\rho_r T} \quad \zeta_0 = \frac{1 + v_{r,0} \rho_r + (v_{r,0} \rho_r)^2 - (v_{r,0} \rho_r)^3}{(1 - v_{r,0} \rho_r)^3} \quad v_{r,0} = \sum_{i=0}^3 \frac{a_{r,i}}{T_r^i} \quad (5.123)$$

Les degrés i, j, m sont déterminés à l'aide des données expérimentales et dépendent de la nature du fluide. A titre d'exemple, nous pouvons écrire pour l'eau:

$$\begin{aligned} \zeta = \zeta_0 & - \frac{1}{T_r} (c_{r,1} \rho_r + c_{r,2} \rho_r^2 + c_{r,3} \rho_r^3 + c_{r,4} \rho_r^4 + c_{r,5} \rho_r^5) - \frac{1}{T_r^2} (c_{r,6} \rho_r + c_{r,7} \rho_r^2) \\ & - \frac{1}{T_r^3} c_{r,8} \rho_r - \frac{1}{T_r^4} c_{r,9} \rho_r - \frac{1}{T_r^5} (c_{r,10} \rho_r + c_{r,11} \rho_r^2) \\ & - \left[\frac{e_{r,1}}{T_r^3} + \frac{e_{r,2}}{T_r^4} + \frac{e_{r,3}}{T_r^5} + \left(\frac{g_{r,1}}{T_r^3} + \frac{g_{r,2}}{T_r^4} + \frac{g_{r,3}}{T_r^5} \right) \rho_r^2 \right] \rho_r^2 e^{-l_r \rho_r^2} - \frac{a_r (e^{\varepsilon_r/T_r} - 1) \rho_r}{(1 + v_{r,0} \rho_r)} \end{aligned} \quad (5.124)$$

avec

$$v_{r,0} = \frac{v_0}{v_c} = a_{r,0} + \frac{a_{r,1}}{T_r} + \frac{a_{r,2}}{T_r^2} + \frac{a_{r,3}}{T_r^3} \quad (5.125)$$

C'est une équation à 27 constantes qui sont données en annexe pour l'eau à titre d'exemple (tab. 5.5, sect. 5.14).

L'équation de Lan-Borel a été proposée en 1979 à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Elle est de nature semi-empirique. Elle est basée, d'une part, sur la théorie moléculaire des sphères rigides et, d'autre part, sur les mesures

expérimentales de grandeurs thermodynamiques telles que la chaleur spécifique, le coefficient de Joule-Thomson et la vitesse du son.

Cette équation fournit une précision excellente dans les domaines du liquide et du gaz pour des températures $T < 4T_c$ et donne une approximation satisfaisante pour $4T_c < T < 6T_c$, cela quelle que soit la pression. Elle permet notamment d'étudier les phénomènes de changement de phase.

5.10 CORPS RÉELS

5.10.1 Surface d'état

Représentation dans l'espace

D'une manière générale, l'équation d'état:

$$F(v, P, T) = 0 \quad (5.126)$$

d'un corps chimiquement inerte et en équilibre **ne peut être déterminée que par des essais**. Elle peut toujours être exprimée, soit numériquement sous forme de tables, soit graphiquement sous forme de diagrammes. Elle peut aussi être approchée analytiquement par des équations plus ou moins complexes, comme celles qui ont été mentionnées aux sections précédentes.

Les figures 5.18 (a) et (b) ainsi que 5.19 (a) et (b) montrent deux exemples de représentation dans l'espace de la surface d'état d'un corps réel. Les figures 5.18 (a) et (b) sont relatives aux corps en général, à l'exclusion de ceux qui font l'objet des figures 5.19 (a) et (b), ces dernières étant relatives à l'eau et à un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...).

Courbes de saturation et domaines

Comme dans le cas des fluides de Van der Waals, illustré par la figure 5.12, le comportement thermodynamique des corps réels présente des discontinuités qui se traduisent par des **courbes de saturation** tracées sur la surface d'état. Mais cette fois-ci, le corps se présente non seulement sous forme de gaz et de liquide, mais aussi sous forme de solide.

La surface d'état montre les zones suivantes:

- α gaz
- β vapeur sèche
- γ mélange: vapeur saturée + liquide saturé (vapeur humide)
- δ liquide
- ϵ mélange: liquide saturé + solide saturé
- ζ solide
- η mélange: solide saturé + vapeur saturée

Ces zones sont limitées par les tronçons de courbes suivants :

- AB isotherme critique
- XC vapeur saturée en liquide
- CY liquide saturé en vapeur
- YD liquide saturé en solide
- EZ solide saturé en liquide
- ZF solide saturé en vapeur
- WX vapeur saturée en solide

Nous avons déjà parlé au paragraphe 5.5.2 du *point critique C*.

Changements d'état

Tous les raisonnements qui ont été faits à la section 5.5 au sujet des mélanges vapeur-liquide (courbes XC et YC) sont valables pour les mélanges liquide-solide (courbes YD et ZE) et les mélanges solide-vapeur (courbes ZF et XW). Le passage de l'état solide à l'état liquide est appelé *fusion* et le passage inverse *solidification*. L'énergie-chaleur de changement d'état correspondante est la *chaleur de fusion* (ou de *solidification*) massique q_{fus} . Le passage de l'état solide à l'état gazeux ou le passage inverse est appelé *sublimation*. L'énergie-chaleur de changement d'état correspondante est la *chaleur de sublimation* q_{sub} .

La droite XYZ est extrêmement remarquable, car elle correspond à des états thermodynamiques caractérisés par le fait que les trois phases solide, liquide et gazeuse sont en équilibre. Remarquons que le long de cette droite, le système est *invariant*, puisque toutes les fonctions d'état de la phase solide (point Z), de la phase liquide (point Y) et de la phase gazeuse (point X) sont fixées. Mais, en revanche, les proportions des masses de solide, de liquide et de gaz ne sont déterminées que si l'on fixe deux paramètres supplémentaires. Etant donné les masses suivantes :

- M masse totale
- M' masse de la phase liquide
- M'' masse de la phase gazeuse
- M''' masse de la phase solide

les proportions sont, par exemple, déterminées par les titres :

$$x \equiv \frac{M''}{M} \qquad y \equiv \frac{M'''}{M} \qquad (5.127)$$

Il en résulte que la droite XYZ est une véritable ligne de discontinuité du diagramme. Un point de cette droite est insuffisant pour représenter l'état thermodynamique moyen du système.

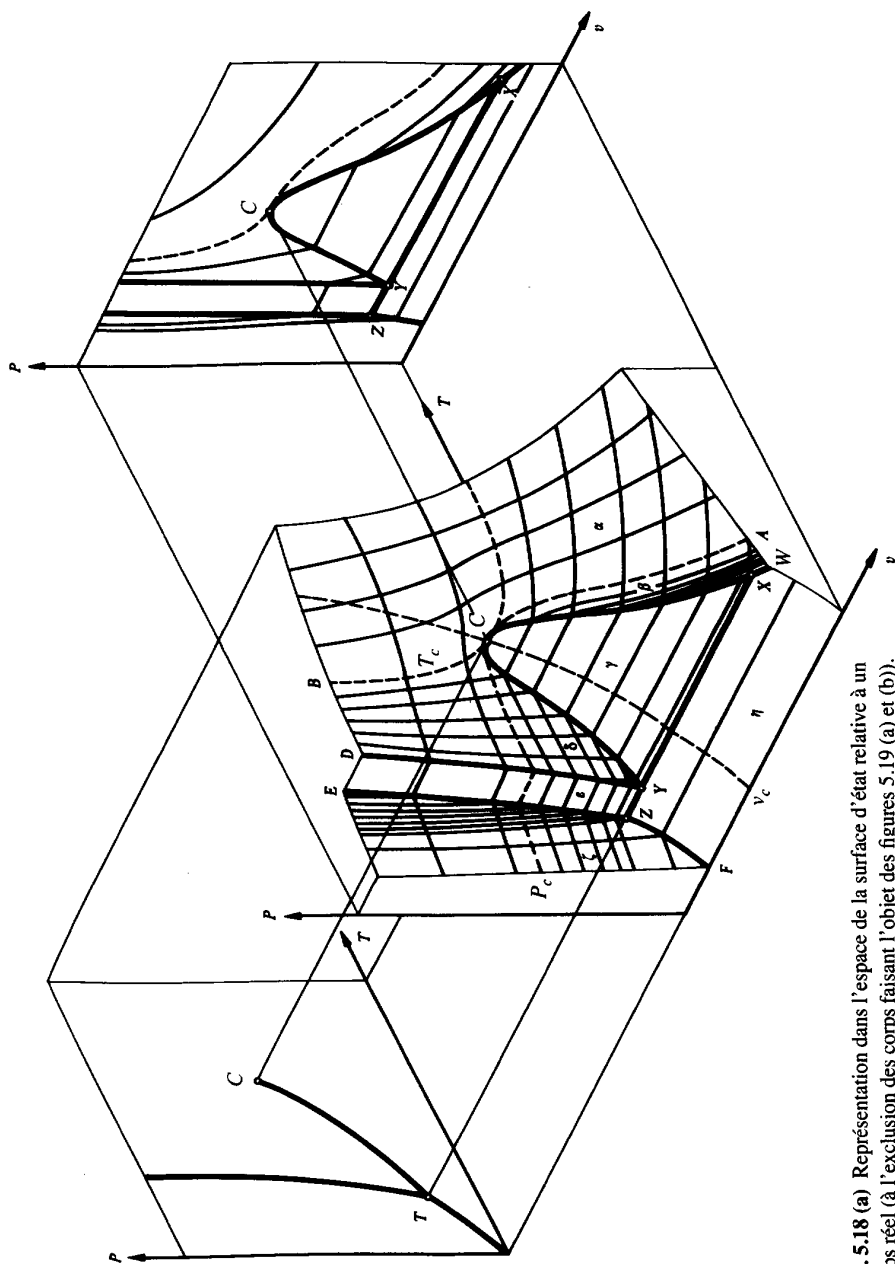


Fig. 5.18 (a) Représentation dans l'espace de la surface d'état relative à un corps réel (à l'exclusion des corps faisant l'objet des figures 5.19 (a) et (b)).

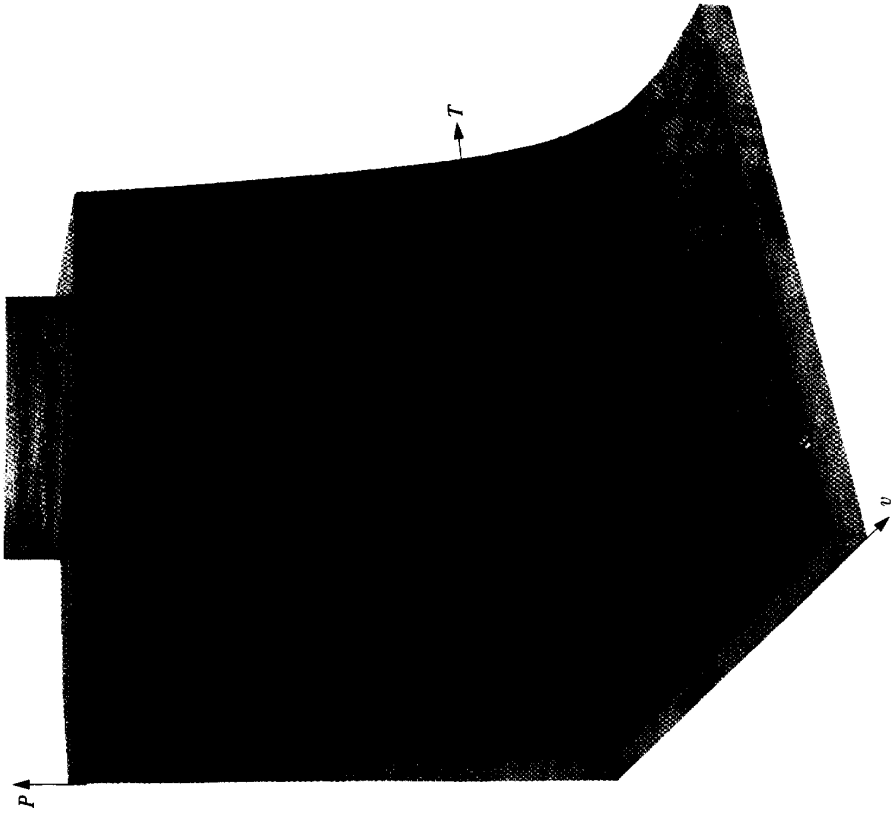


Fig. 5.18 (b) Maquette représentant la surface d'état relative à un corps réel (à l'exclusion des corps faisant l'objet des figures 5.19 (a) et (b)).

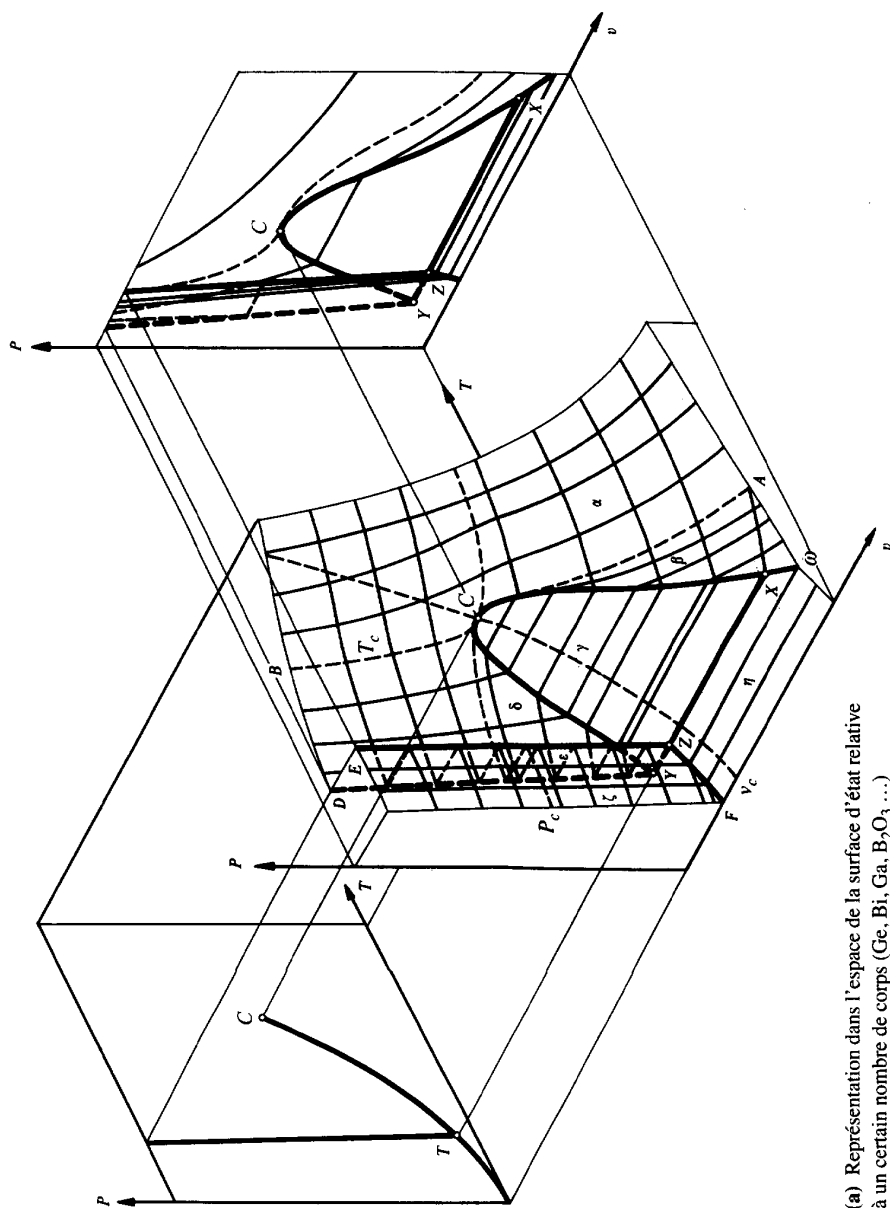


Fig. 5.19 (a) Représentation dans l'espace de la surface d'état relative à l'eau et à un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...)

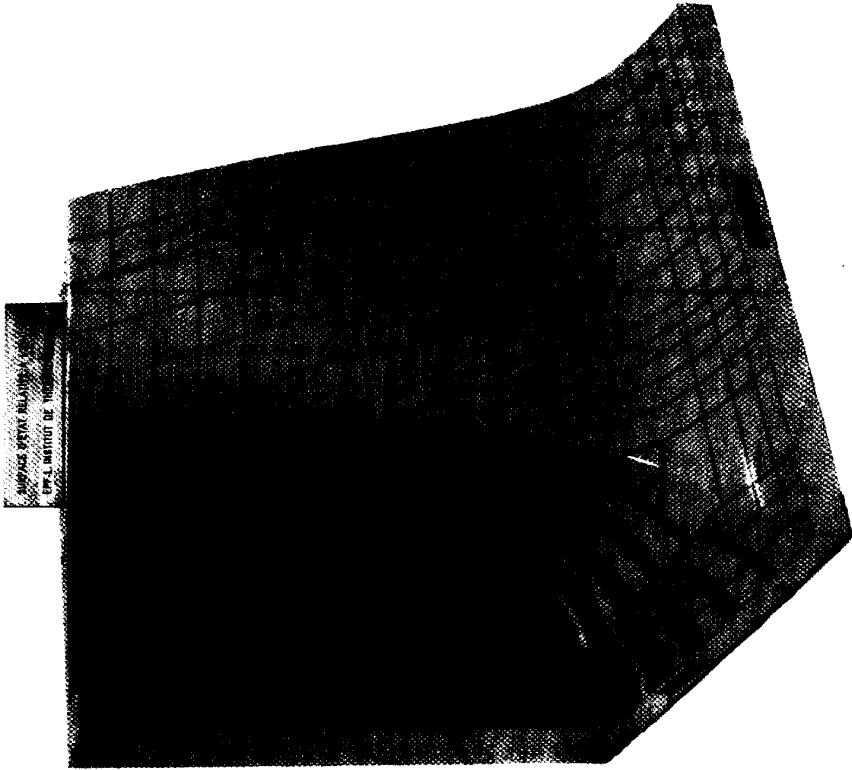


Fig. 5.19(b) Maquette représentant la surface d'état relative à l'eau et à un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...).

Diagramme P - T et point triple

Remarquons que les domaines γ , ε et η de la surface d'état sont des *surfaces cylindriques* de génératrices perpendiculaires au plan P - T (système monovariant). Il en résulte que les courbes de saturation du système se présentent dans le diagramme P - T comme le montrent les figures 5.20 et 5.21, sous forme de courbes doubles. Notamment, la courbe de saturation liquide-gaz s'arrête au point critique C . Les trois points X , Y et Z se confondent en un point T qui est appelé point triple en raison du fait qu'il correspond aux mélanges vapeur-liquide-solide en équilibre.

La pente des courbes de saturation est donnée par l'équation de Clausius-Clapeyron, qui sera établie à la section 5.11.

Remarquons que la pente de la courbe de saturation solide-liquide est très grande. Elle est positive pour la plupart des corps, et négative pour l'eau, ainsi qu'un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...). Cette propriété est en relation avec la différence ($v' - v''$) des volumes massiques v' du liquide et v'' du solide.

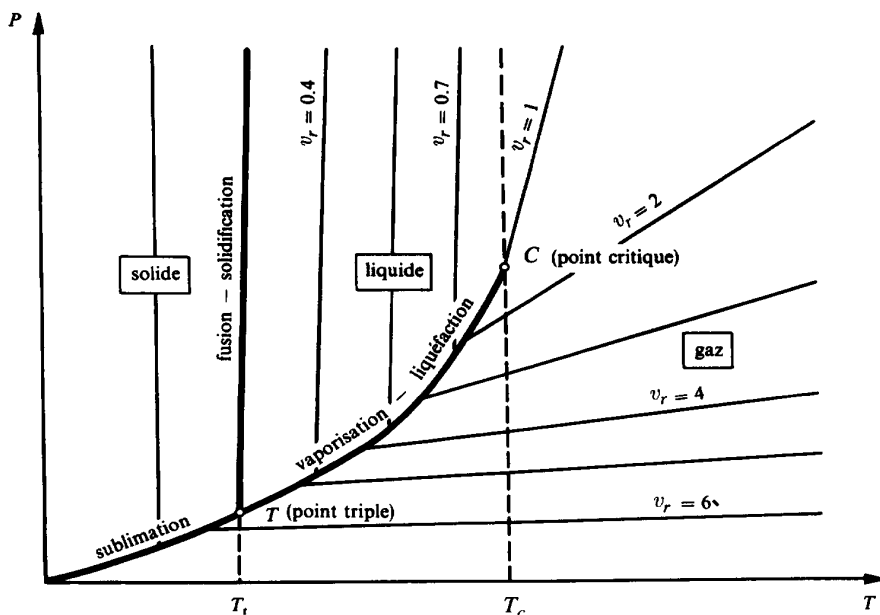


Fig. 5.20 Courbes de saturation relatives à un corps réel (à l'exclusion des corps faisant l'objet de la figure 5.21).

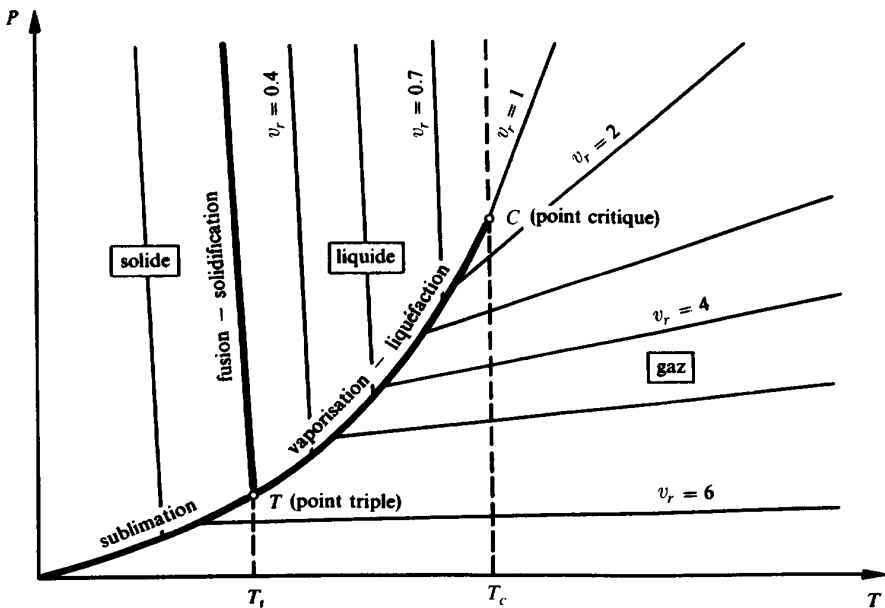


Fig. 5.21 Courbes de saturation relatives à l'eau et à un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...).

5.10.2 Caractéristiques thermodynamiques

Le comportement thermodynamique d'un fluide réel, peut être illustré par le cas de l'eau.

Les figures 5.25 à 5.37, présentées en annexe dans la section 5.14, représentent le facteur d'imperfection ζ , l'inverse des facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t , l'inverse du facteur calorifique γ_s , les chaleurs spécifiques c_v , et c_p , ainsi que l'inverse du rapport calorifique γ relatifs à l'eau.

Les grandeurs ci-dessus sont représentées en fonction de la température T , avec la pression P en paramètre, ce qui permet de voir clairement dans quelle mesure le comportement de la vapeur d'eau s'écarte de celui d'un gaz parfait ou semi-parfait. En outre, les grandeurs, ζ , α_v , β_p , γ_t et γ_s , sont représentées sous forme de paramètres dans le diagramme P - T , où les domaines du liquide et du gaz sont nettement séparés.

Les figures 5.25 à 5.37 en annexe, ainsi que la relation (5.73) montrent que, dans le domaine du gaz :

quand	v tend vers ∞	
c'est-à-dire lorsque	P tend vers 0	(T étant > 0)
ou lorsque	T tend vers ∞	(P étant fini)
alors	ζ , α_v , β_p et γ_t ,	tendent vers 1
et	γ_s , c_v , c_p et γ	tendent vers des fonctions de T seulement.

Nous pouvons donc écrire notamment :

$$\lim_{P \rightarrow 0} \frac{v P}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{v P}{T} = r \quad (5.128)$$

$$\lim_{P \rightarrow 0} \gamma_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \gamma_s = \gamma_s(T) \quad (5.129)$$

ce qui exprime le fait que le comportement d'un corps réel tend vers celui d'un gaz semi-parfait. Donc, *pour une pression suffisamment faible ou une température suffisamment élevée, tout corps réel se comporte comme un gaz semi-parfait.*

Dans le cas particulier des gaz monoatomiques, le facteur γ_s tend vers une constante lorsque P tend vers 0 ou lorsque T tend vers l'infini. Ceci correspond au fait que, pour une molécule monoatomique, le degré de liberté interne mentionné au paragraphe 5.2.2 n'entre pas en ligne de compte. Donc, *pour une pression suffisamment faible ou une température suffisamment élevée, tout gaz monoatomique se comporte comme un gaz parfait.*

La figure 5.33 en annexe (sect. 5.14) montre aussi que, dans le domaine des pressions faibles ou des températures élevées, le facteur γ_s varie peu. Donc, *pour une pression faible ou une température élevée, tout corps réel peut être assimilé à un gaz parfait quand on considère une transformation thermodynamique assez courte.*

Effectivement, pour les pressions et les températures ordinaires, les gaz tels que l'oxygène, l'azote, l'hydrogène, le monoxyde de carbone et le gaz carbonique se comportent pratiquement comme des gaz semi-parfaits ou parfaits.

Dans ce qui précède, nous avons montré qu'il est possible de définir le domaine thermodynamique d'un corps réel à l'état gazeux dans lequel ce dernier se comporte pratiquement comme un gaz semi-parfait ou parfait. Cela permet de traiter un grand nombre de problèmes avec les relations les plus simples, compte tenu de la qualité de l'approximation désirée.

Pour les autres domaines, il convient de recourir soit à des équations plus complexes, telles que celles qui ont été mentionnées plus haut, soit à des tables ou des diagrammes établis par des méthodes d'interpolation à partir des données expérimentales.

5.10.3 Corrélation généralisée pour le calcul du volume molaire de liquide saturé

Bien que les équations d'état généralisées mentionnées plus haut, comme celle de Lee-Kesler, permettent de calculer le volume molaire d'un liquide saturé pour différentes conditions de pression et de température réduites, Rackett [105] propose la corrélation plus précise suivante :

$$\tilde{v}' = \tilde{v}_c \zeta_c^{(1-T_r)^{0.2857}} \quad (5.130)$$

5.11 ÉQUATION DE CLAUSIUS-CLAPEYRON

5.11.1 But

Nous nous proposons d'étudier la pente des courbes de saturation tracées dans les figures 5.20 et 5.21.

Nous avons vu à la section 5.5 que, pour une seule substance chimique, lors d'un changement de phase à pression constante, la température restait constante et réciproquement (système monovariant). L'énergie-chaleur mise en jeu est fonction de la température.

5.11.2 Vaporisation

Dans le cas de la *vaporisation*, la chaleur de vaporisation est:

$$q_{vap} = q_{vap}(T) \quad (5.131)$$

Cette énergie diminue lorsque la température T augmente. Elle devient nulle lorsqu'on atteint la température critique T_c .

Considérons la vaporisation isobare et réversible d'un corps dont la courbe de saturation est représentée dans les diagrammes P - v et T - s de la figure 5.22. En vertu de la relation (1.70), la chaleur de vaporisation q_{vap} , à la pression de saturation P_s et à la température T , est donnée par:

$$q_{vap} = (s'' - s') T \quad (5.132)$$

où s' et s'' sont respectivement les valeurs de l'entropie massique du liquide (branche gauche de la courbe de saturation) et du gaz (branche droite) en équilibre.

À pression P_s et température T constantes, l'enthalpie libre massique g est constante, puisque, selon (1.154), nous avons:

$$dg = v dP - s dT = 0 \quad (5.133)$$

Le tronçon de vaporisation $1'-1''$, à pression P_s et température T , donne:

$$g'' - g' = 0 \quad (5.134)$$

g' et g'' étant respectivement les enthalpies libres massiques du liquide et du gaz.

Le tronçon de vaporisation $2'-2''$, à pression $P_s + dP_s$ et température $T + dT$, donne:

$$(g'' + dg'') - (g' + dg') = 0 \quad (5.135)$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned} dg'' - dg' &= 0 \\ (v''dP_s - s''dT) - (v'dP_s - s'dT) &= 0 \end{aligned} \quad (5.136)$$

v' et v'' étant respectivement les volumes massiques, ainsi que s' et s'' les entropies massiques, du liquide et du gaz.

En tenant compte de (5.132), nous obtenons :

$$\text{Equation de Clausius-Clapeyron} \quad \frac{dP_s}{dT} = \frac{s'' - s'}{v'' - v'} = \frac{q_{vap}}{(v'' - v') T} > 0 \quad (5.137)$$

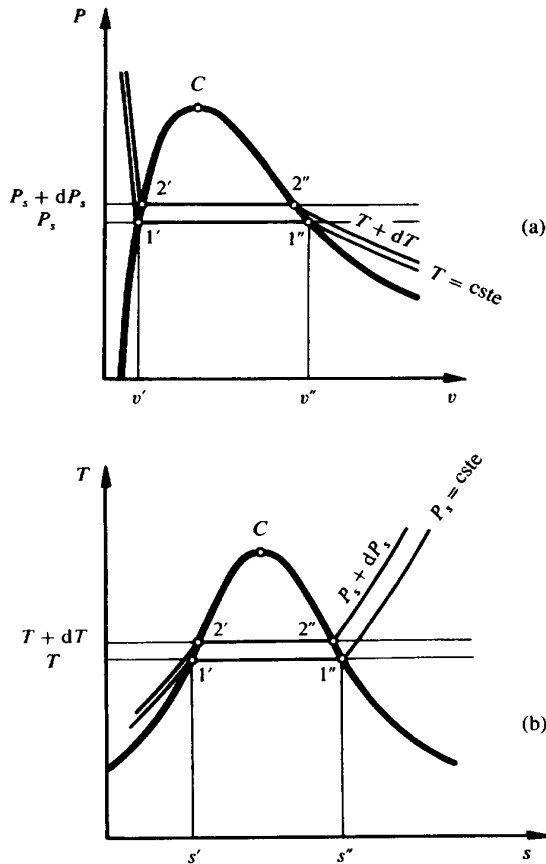


Fig. 5.22 Cycle thermodynamique élémentaire de vaporisation-condensation: (a) diagramme P - v ; (b) diagramme T - s .

La dérivée dP_s/dT donne la pente de la courbe d'équilibre qui apparaît dans les figures 5.20 et 5.21. Etant donné que le volume massique v'' de la vapeur est toujours plus grand que celui v' du liquide, la pente de la courbe de vaporisation dans le diagramme P - T est toujours positive.

Il est possible d'intégrer l'équation (5.137) de façon approchée en introduisant les trois simplifications suivantes :

- On néglige v' devant v'' , puisque $v' \ll v''$.
- On admet que la vapeur se comporte comme un gaz parfait jusqu'à la courbe de saturation :

$$v''P_s = r T \quad (5.138)$$

- On admet que, dans un domaine suffisamment limité, q_{vap} est une fonction linéaire de la température T :

$$q_{vap} = A - B T \quad (5.139)$$

L'équation (5.137) peut alors s'écrire :

$$\frac{dP_s}{P_s} = \frac{A - B T}{r T^2} dT \quad (5.140)$$

Par intégration, nous obtenons :

$$\ln P_s = -\frac{1}{r} \left(\frac{A}{T} + B \ln T \right) + C \quad (5.141)$$

où C est une constante.

Cette relation est particulièrement intéressante pour l'interpolation de la pression de saturation P_s .

5.11.3 Fusion

Dans le cas de la **fusion**, l'équation de Clausius-Clapeyron s'écrit, avec la chaleur de fusion q_{fus} :

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{s' - s'''}{v' - v'''} = \frac{q_{fus}}{(v' - v''') T} \geq 0 \quad (5.142)$$

v''' et s''' étant respectivement le volume massique et l'entropie massique du solide.

Remarquons que, pour la plupart des corps, le volume massique v' du liquide est plus grand que celui v''' du solide, de sorte que la pente de la courbe de fusion dans le diagramme P - T est en général positive. Comme v' et v''' ne sont pas très différents, cette pente est très grande, comme le montre la figure 5.20.

Toutefois, pour l'eau et un certain nombre de corps (Ge, Bi, Ga, B_2O_3 ...), nous avons $v' < v'''$, de sorte que la pente en question est négative, tout en restant très grande, comme le montre la figure 5.21. Nous voyons donc que la propriété physique bien connue, selon laquelle l'eau augmente de volume en se solidifiant à pression constante, correspond au fait que la température de saturation diminue lorsque la pression augmente (application: fusion de la glace sous la pression d'une lame de patin ou d'un fil coupant).

5.11.4 Sublimation

Dans le cas de la **sublimation**, l'équation de Clausius-Clapeyron s'écrit, avec la chaleur de sublimation q_{sub} :

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{s'' - s'''}{v'' - v'''} = \frac{q_{sub}}{(v'' - v''') T} > 0 \quad (5.143)$$

Comme $v'' \gg v'''$, il est possible de faire les mêmes considérations que pour la vaporisation. Nous voyons notamment que la pente de la courbe de sublimation dans le diagramme P - T est toujours positive, comme le montrent les figures 5.20 et 5.21.

5.12 CHALEUR SPÉCIFIQUE DES SOLIDES

Nous avons vu que, dans un solide, l'énergie interne se présente sous les trois formes suivantes:

- énergie cinétique d'agitation thermique
- énergie potentielle d'agitation thermique
- énergie potentielle d'interaction

A cause de la structure cristalline, les atomes vibrent autour de positions moyennes bien déterminées. Les atomes n'ont donc pas de degrés de liberté donnant lieu à de l'énergie cinétique de rotation. Ils possèdent seulement les trois degrés de liberté qui donnent lieu à de l'énergie cinétique de translation. Selon le principe de l'équipartition de l'énergie, mentionné au paragraphe 5.2.2, l'énergie interne molaire correspondant à l'énergie cinétique d'agitation thermique est:

$$3 \frac{\tilde{r}}{2} T = \frac{3 \tilde{r}}{2} T \quad (5.144)$$

Comme la valeur moyenne de l'énergie cinétique d'agitation thermique est égale à la valeur moyenne de l'énergie potentielle d'agitation thermique, l'énergie interne molaire \tilde{u}_a correspondant à l'agitation thermique est le double:

$$\tilde{u}_a = 2 \frac{3\tilde{r}}{2} T = 3 \tilde{r} T \quad (5.145)$$

c'est-à-dire sous forme différentielle:

$$d\tilde{u}_a = 3 \tilde{r} dT \quad (5.146)$$

Admettons pour simplifier que le solide soit soumis à une traction ou une compression hydrostatique. L'énergie interne molaire \tilde{u}_i correspondant à l'énergie potentielle d'interaction est alors donnée par une relation de la forme:

$$d\tilde{u}_i = A d\tilde{v} \quad (5.147)$$

où A est un coefficient de proportionnalité.

L'énergie interne molaire est donc, au total:

$$d\tilde{u} = 3 \tilde{r} dT + A d\tilde{v} \quad (5.148)$$

En vertu de la relation (2.29), la *chaleur spécifique isochore molaire* d'un solide est donc, selon cette théorie simple:

$$\tilde{c}_v = c_v \tilde{m} = 3 \tilde{r} \quad (5.149)$$

Etant donné la valeur de \tilde{r} fournie par la relation (5.65), nous obtenons une propriété des solides appelée:

Loi de Dulong et Petit	$\tilde{c}_v = 3 \tilde{r} = 24.942$	$\left[\frac{\text{kJ}}{\text{K kmol}} \right] \quad (5.150)$
-------------------------------	--------------------------------------	--

Toutefois, l'expérience montre que cette loi n'est approchée que lorsque la température est suffisamment élevée. En fait, d'une manière générale, la chaleur spécifique isochore molaire d'un solide est fonction de la température, c'est-à-dire que:

$$\tilde{c}_v = \tilde{c}_v(T) \quad (5.151)$$

La figure 5.23 montre l'allure de cette fonction pour différents solides.

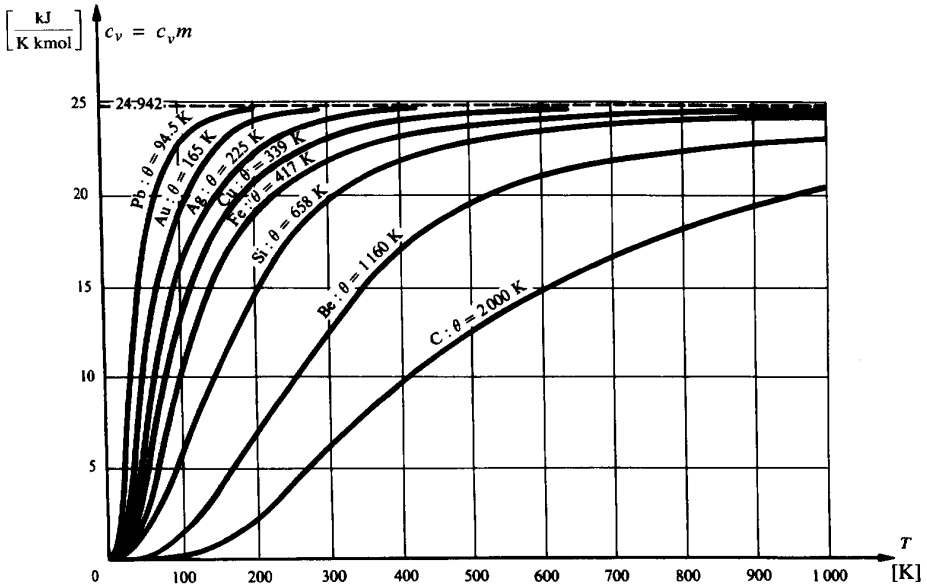


Fig. 5.23 Chaleur spécifique isochore molaire \tilde{c}_v , en fonction de la température T , pour quelques solides.

Debye a donné une explication de ce comportement dans une théorie basée sur l'étude quantique des vibrations propres du réseau cristallin. Il a établi la relation générale:

$$\tilde{c}_v = 3 \tilde{r} f\left(\frac{T}{\theta}\right) \quad (5.152)$$

où θ est un paramètre appelé **température de Debye**, qui est une caractéristique du solide considéré.

La figure 5.24 représente la chaleur spécifique \tilde{c}_v en fonction du rapport T/θ . Remarquons que cette courbe unique correspond à l'ensemble des courbes tracées dans la figure 5.23.

Pour les basses températures, la fonction $f(T/\theta)$ prend la forme:

$$f\left(\frac{T}{\theta}\right) = \frac{4\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \quad (5.153)$$

de sorte que la chaleur spécifique molaire devient:

$$\tilde{c}_v = \frac{12\pi^4 \tilde{r}}{5} \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \quad (5.154)$$

Pour les hautes températures, la fonction $f(T/\theta)$ tend vers 1, de sorte que nous retrouvons (5.149).

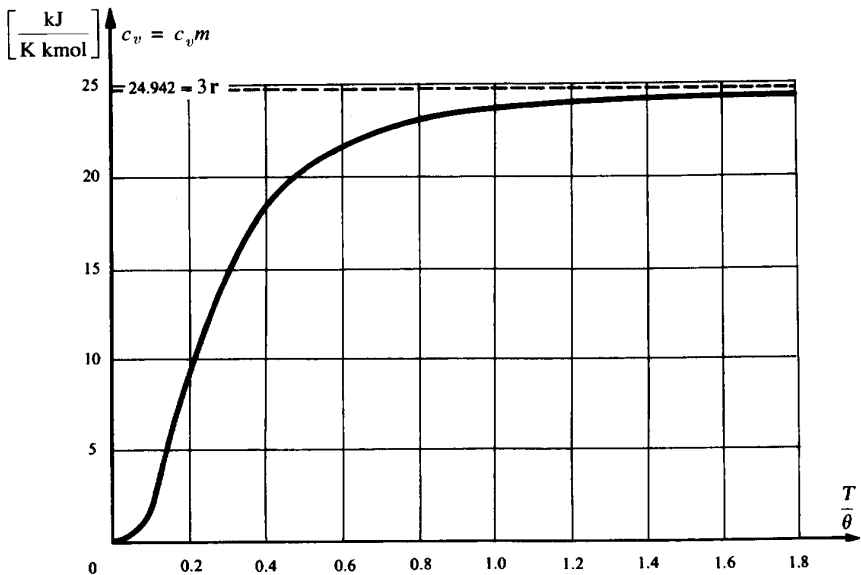


Fig. 5.24 Chaleur spécifique isochore molaire \tilde{c}_v , en fonction du rapport T/θ , pour un solide quelconque.

Donc, la chaleur spécifique isochore molaire d'un solide quelconque:

- est nulle au zéro absolu
- croît comme T^3 dans le voisinage du zéro absolu
- tend vers $3 \tilde{r}$ lorsque la température augmente.

Par analogie avec ce qui a été dit au sujet des gaz, nous pouvons dire qu'un solide se comporte en général:

- comme un solide parfait pour les températures élevées
- comme un solide semi-parfait pour les températures moyennes et basses.

5.13 RELATIONS APPROCHÉES POUR LES SOLIDES ET LES LIQUIDES

Les figures 5.18 et 5.19 montrent que, pour un solide ou un liquide, le volume massique v varie très peu en fonction de la pression P et de la température T . Pour les problèmes simples, notamment en hydraulique classique, on peut donc admettre les équations (5.156) à (5.160).

D'une façon plus précise, l'expérience montre que, pour un solide ou un liquide (pour un liquide, voir les figures 5.25 à 5.30):

- $\alpha_v = (T/P)(\partial P / \partial T)_v > 0$, c'est-à-dire qu'un solide ou un liquide se met en compression lorsqu'on le chauffe à volume constant
- $\beta_p = (T/v)(\partial v / \partial T)_p \approx 0$, c'est-à-dire qu'un solide ou un liquide se dilate très peu lorsqu'on le chauffe à pression constante
- $\gamma_t = -(v/P)(\partial P / \partial v)_T \approx \infty$, c'est-à-dire qu'un solide ou un liquide se contracte très peu lorsqu'on le met en pression à température constante.

La relation (2.71) donne alors:

$$c_p - c_v \approx 0 \quad (5.155)$$

ce qui montre que la *chaleur spécifique isochore* et la *chaleur spécifique isobare* d'un solide ou d'un liquide sont **peu différentes** l'une de l'autre. Cette propriété est illustrée, pour un liquide, par les figures 5.35 et 5.36. C'est pourquoi, pour les problèmes simples, nous omettrons l'indice v ou p et nous parlerons seulement de la **chaleur spécifique** c d'un solide ou d'un liquide. Ces considérations ainsi que les relations (2.57), (2.59) et (2.65) donnent les relations approchées **pour les solides et les liquides**:

$$v \approx \frac{1}{\rho} \approx \text{cste} \quad dv \approx 0 \quad dp \approx 0 \quad (5.156)$$

$$c_p \approx c_v \approx c \quad (5.157)$$

$$du \approx c \, dT \quad (5.158)$$

$$dh \approx c \, dT + v \, dP \quad (5.159)$$

$$ds \approx \frac{c}{T} \, dT \quad (5.160)$$

5.14 ANNEXE: EXEMPLE DE L'EAU EN TANT QUE FLUIDE RÉEL

Les figures 5.25 à 5.37 illustrent à titre d'exemple l'application au cas de l'eau de l'équation de Lan-Borel (sect. 5.9), compte tenu des données tirées de [119].

En outre, la relation (5.161) donne une approximation très utile de la loi de Clausius-Clapeyron appliquée à l'eau dans le domaine des températures allant de 0 à 150°C :

$$\ln \left(\frac{P_v''}{140\,974} \right) = \frac{-3928.5}{231.667 + \hat{T}} \quad (5.161)$$

avec P_v'' en bar et \hat{T} en °C.

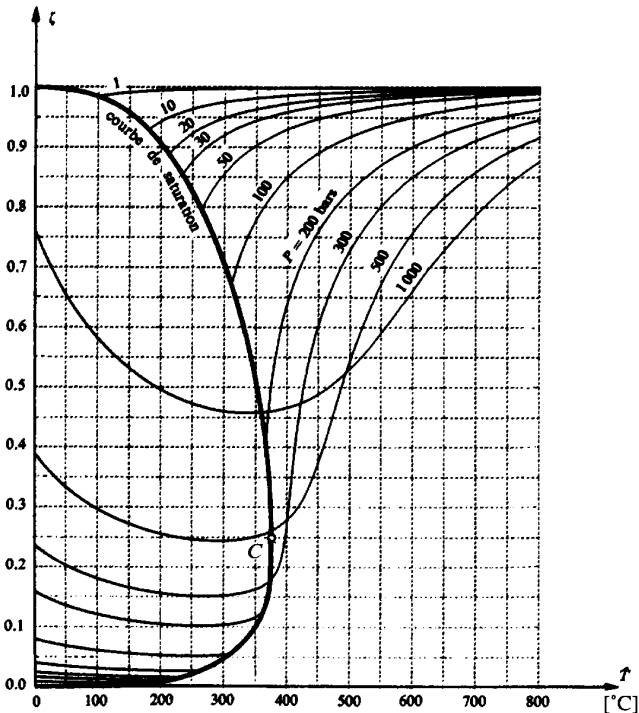


Fig. 5.25 Facteur d'imperfection ζ , en fonction de T , avec P en paramètre.

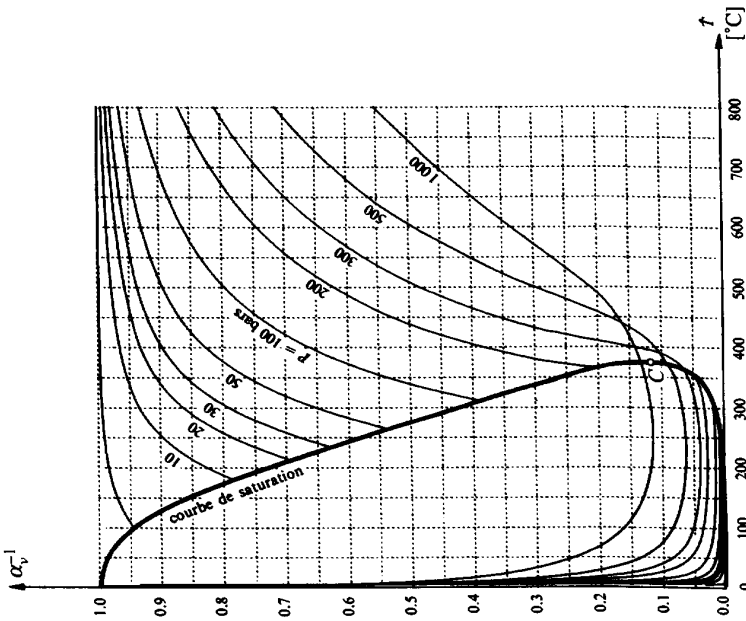


Fig. 5.27 Facteur thermique α_v^{-1} , en fonction de T , avec P en paramètre.

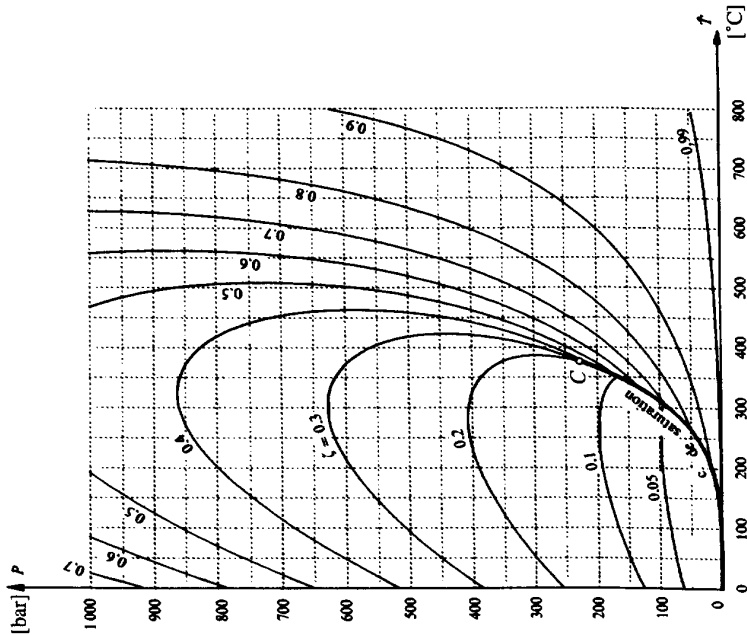
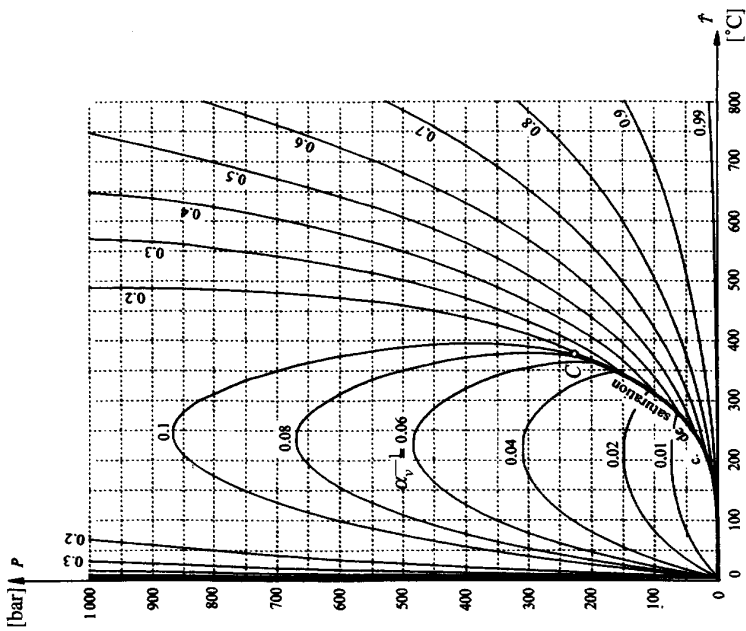
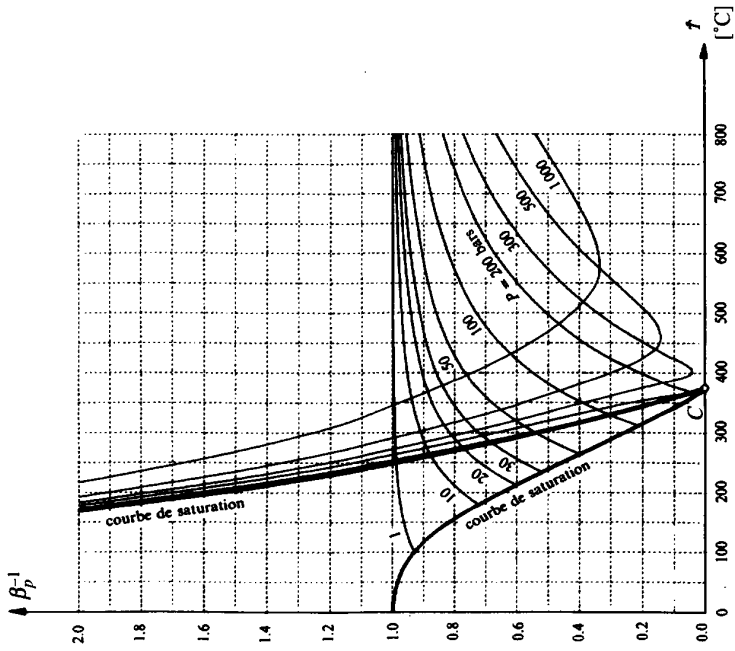


Fig. 5.26 Courbes d'égal Z , en fonction de P et de T .


 Fig. 5.28 Courbes d'égal α_v^{-1} , en fonction de P et de T .

 Fig. 5.29 Facteur thermique β_p^{-1} , en fonction de T , avec P en paramètre.

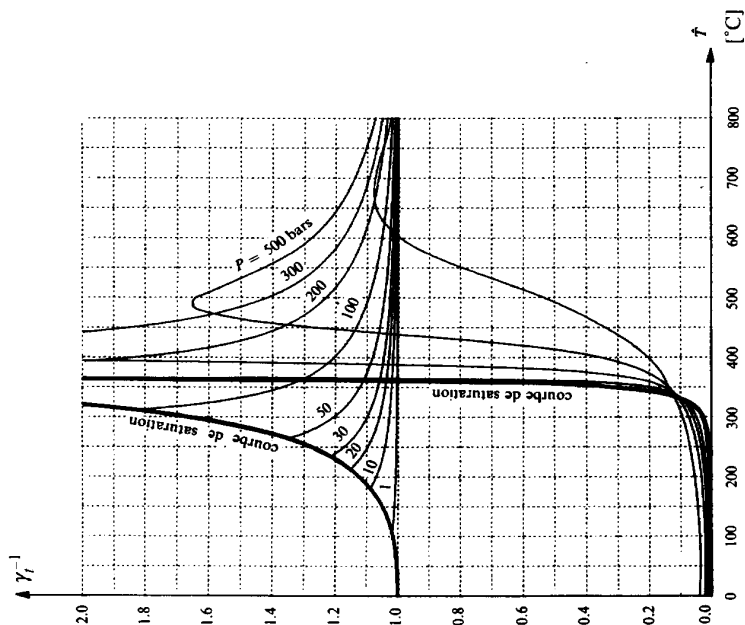


Fig. 5.31 Facteur thermique γ_T^{-1} , en fonction de T , avec P en paramètre.

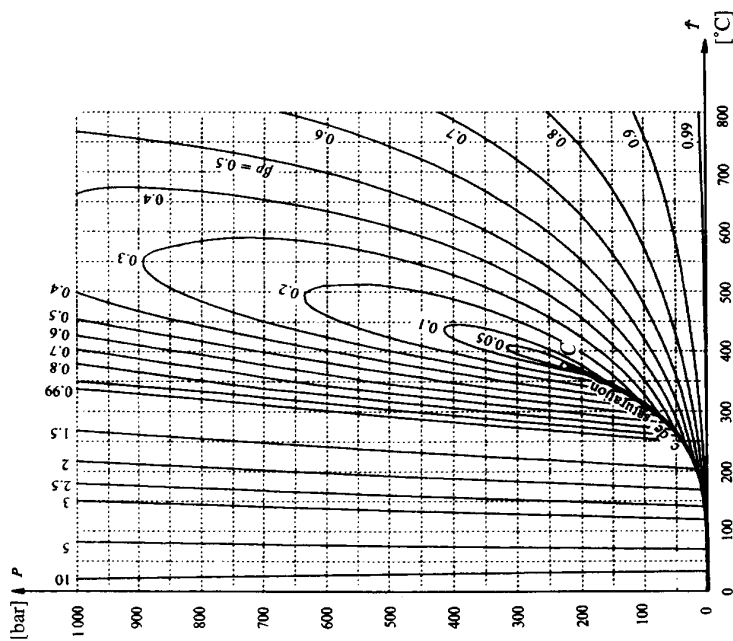
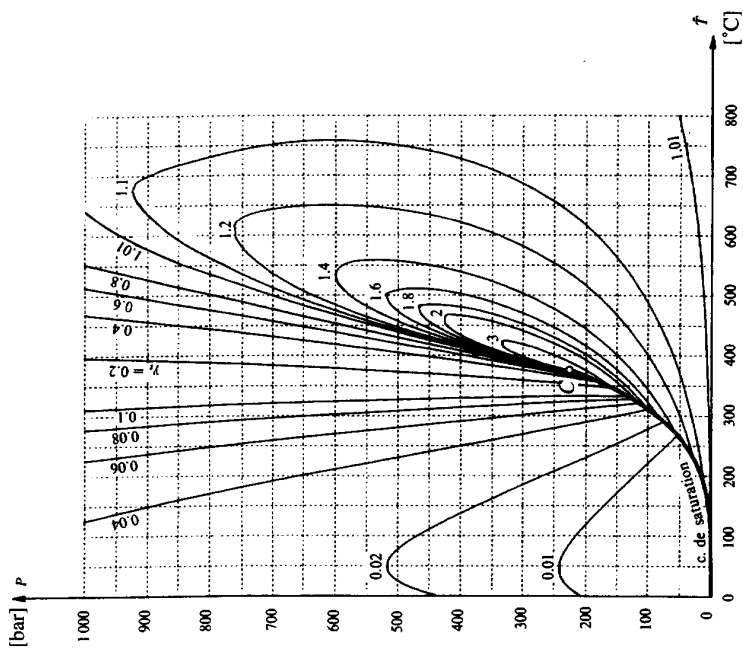
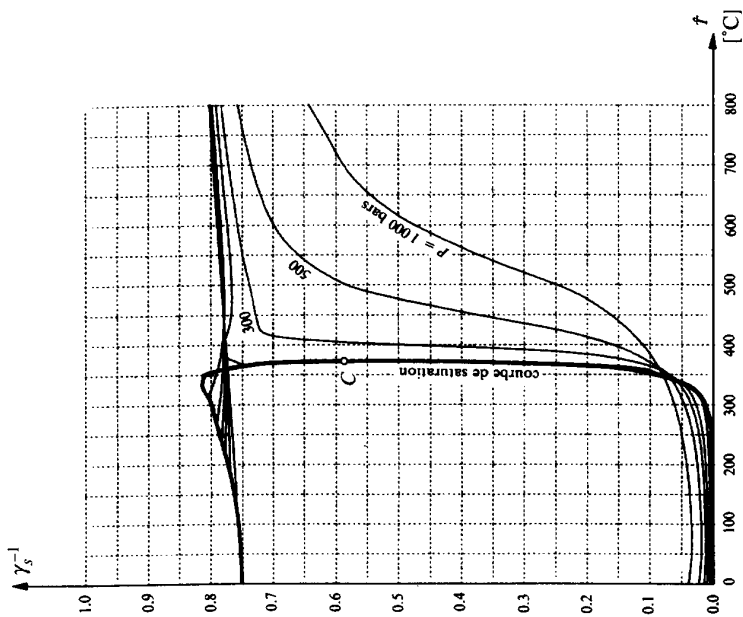


Fig. 5.30 Courbes d'égal β_p^{-1} , en fonction de P et de T .


 Fig. 5.32 Courbes d'égal γ_p^{-1} , en fonction de P et de T .

 Fig. 5.33 Facteur calorifique γ_s^{-1} , en fonction de T , avec P en paramètre.

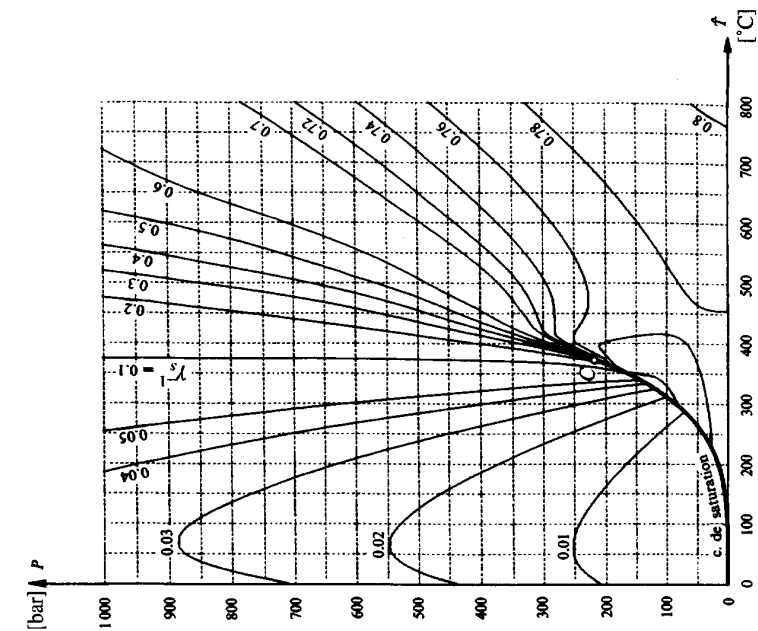


Fig. 5.34 Courbes d'égal γ_s , en fonction de P et de T .

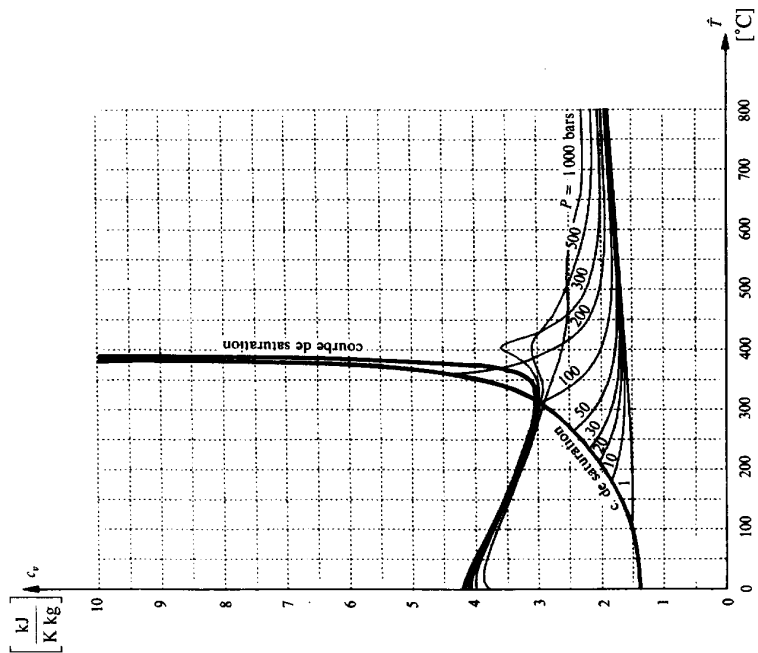


Fig. 5.35 Chaleur spécifique isochore c_v , en fonction de T , avec P en paramètre.

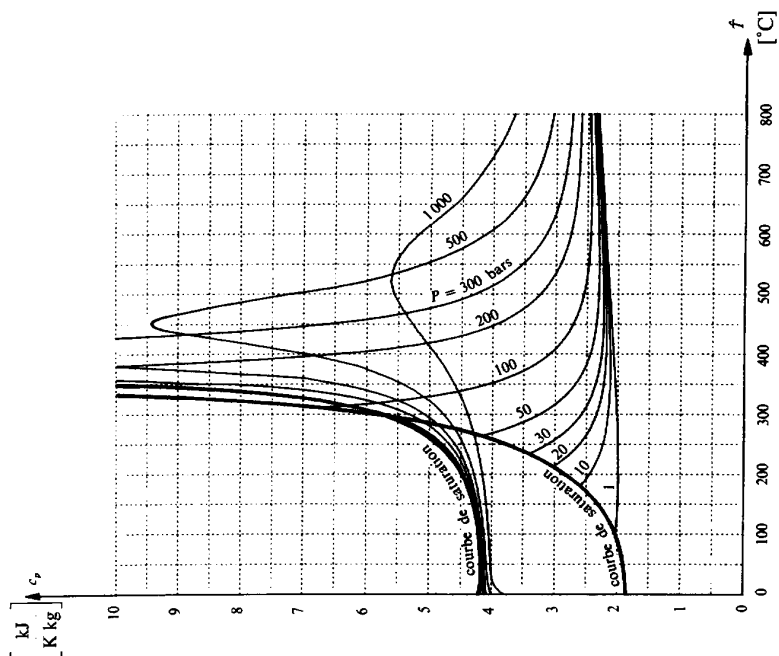


Fig. 5.36 Chaleur spécifique isobare c_p , en fonction de T , avec P en paramètre.

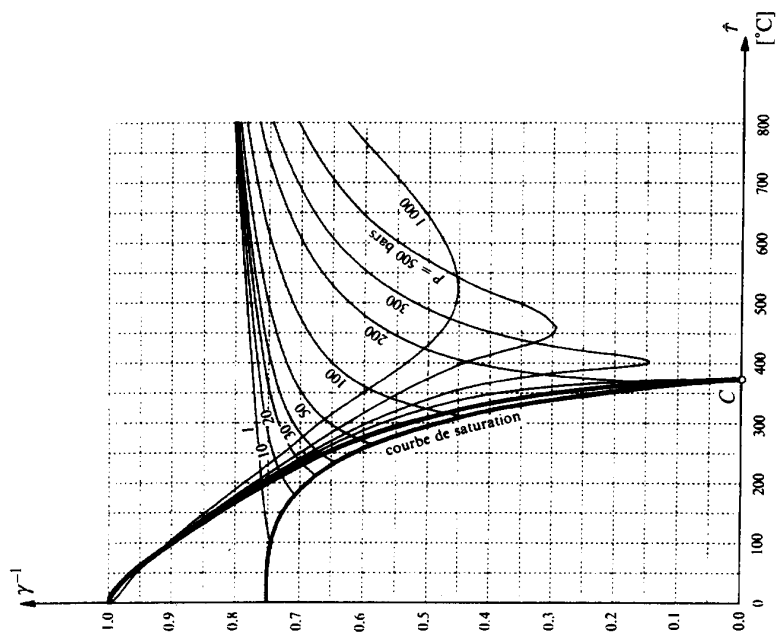


Fig. 5.37 Rapport calorifique γ^{-1} , en fonction de T , avec P en paramètre.

Tableau 5.5 Coefficients de l'équation de Lan-Borel pour l'eau (H₂O) d'après [13].

$a_{r,0}$	0.0718703	$c_{r,31}$	0.6267607	$e_{r,1}$	-5.714384
$a_{r,1}$	0.0747574	$c_{r,32}$	-0.4390916	$e_{r,2}$	22.786848
$a_{r,2}$	-0.0524402	$c_{r,33}$	0.9118799	$e_{r,3}$	-27.865691
$a_{r,3}$	0.0151075	$c_{r,35}$	0.0121010	$e_{r,4}$	10.842607
$c_{r,13}$	0.4029756	$c_{r,41}$	0.2904773	$g_{r,1}$	2.636411
$c_{r,14}$	-0.0071623	$c_{r,42}$	-0.0316524	$g_{r,2}$	-7.174189
$c_{r,23}$	-0.7125431	$c_{r,43}$	-0.4378634	$g_{r,4}$	13.317149
$c_{r,25}$	-0.0221242	$c_{r,53}$	0.0702606	$g_{r,5}$	-8.866060
ℓ_r	1	a_r	1.2771284	ε_r	0.587053

Mélanges de gaz parfaits ou semi-parfaits

6.1 GÉNÉRALITÉS

6.1.1 Définitions

Considérons un mélange de *gaz chimiquement inertes* les uns par rapport aux autres. Selon les définitions données au paragraphe 1.1.4, ce mélange constitue un système complexe. Nous allons exposer les lois qui permettent de traiter un tel système comme un système simple et d'en déterminer les caractéristiques à partir de celles des gaz constituants.

Nous définissons les masses molaires suivantes :

Masse molaire du constituant <i>i</i>	Masse molaire du mélange
$\tilde{m}_i \equiv \frac{M_i}{N_i} \left[\frac{\text{kg i}}{\text{kmol i}} \right] \quad (6.1)$	$\tilde{m} \equiv \frac{M}{N} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \quad (6.2)$

Afin de pouvoir décrire la composition du mélange, nous définissons les concentrations (teneurs) suivantes :

Concentration massique (teneur massique) du constituant <i>i</i>	Concentration molaire (teneur molaire) du constituant <i>i</i>
$c_i \equiv \frac{M_i}{M} \left[\frac{\text{kg i}}{\text{kg}} \right] \quad (6.3)$	$\tilde{c}_i \equiv \frac{N_i}{N} \left[\frac{\text{kmol i}}{\text{kmol}} \right] \quad (6.4)$

Ces deux concentrations sont évidemment liées par la relation :

$\tilde{m}_i \tilde{c}_i = \tilde{m} c_i \left[\frac{\text{kg i}}{\text{kmol}} \right] \quad (6.5)$
--

6.1.2 Bilan de masse

Le bilan de masse ou de quantité de substance du mélange est exprimé par les relations :

$$M = \sum_i [M_i] \quad [\text{kg}] \quad (6.6)$$

$$N = \sum_i [N_i] \quad [\text{kmol}] \quad (6.7)$$

qui donnent, en valeurs relatives :

$$1 = \sum_i [c_i] \quad (6.8)$$

$$1 = \sum_i [\tilde{c}_i] \quad (6.9)$$

Les relations précédentes montrent que la **masse molaire \bar{m} du mélange** peut être calculée à l'aide de l'une ou l'autre des relations :

$$\bar{m} = \frac{1}{\sum_i \left[c_i \frac{1}{\bar{m}_i} \right]} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \quad (6.10)$$

$$\bar{m} = \sum_i [\tilde{c}_i \bar{m}_i] \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \quad (6.11)$$

6.2 PRESSIONS, VOLUMES ET ENTROPIES DE MÉLANGE : LOIS DE DALTON ET D'AMAGAT

6.2.1 Généralités

Les propriétés thermodynamiques d'un mélange de gaz parfaits ou semi-parfaits peuvent être exprimées au moyen de fonctions d'état partielles et de deux lois qui les relient aux fonctions d'état de mélange : la **loi de Dalton** et la **loi d'Amagat**. La loi de Dalton peut être illustrée au moyen de l'expérience de mélange réversible, décrite à la figure 6.1, alors que la loi d'Amagat peut être illustrée au moyen de l'expérience de mélange irréversible, décrite à la figure 6.2.

6.2.2 Définitions des fonctions d'état partielles au sens de Dalton

On appelle **pression partielle** $P_i(V, T)$, **masse volumique partielle** $\rho_i(V, T)$ et **entropie partielle** $S_i(V, T)$ de l'un des gaz constituants d'un mélange la pression, la masse volumique et l'entropie qu'il aurait s'il occupait à lui seul le volume total V occupé par le mélange, sa température T étant égale à celle du mélange.

Remarquons que la définition de ces fonctions d'état partielles n'est simple que parce qu'il s'agit de gaz parfaits ou semi-parfaits. Dans le cas de gaz quelconques, il faut recourir à la définition plus générale donnée à la section 1.9.

6.2.3 Énoncé de la loi de Dalton

Sous sa forme la plus générale, la **loi de Dalton** s'énonce comme suit :

La pression, la masse volumique et l'entropie d'un mélange de gaz parfaits ou semi-parfaits sont respectivement égales à la somme des pressions partielles, des masses volumiques partielles et des entropies partielles des gaz constituants.

6.2.4 Mélange réversible

Théoriquement, il est possible de réaliser un mélange de façon réversible à l'aide du système de la figure 6.1, qui comporte un cylindre isolé thermiquement, un piston solidaire d'une paroi **semi-perméable** W_a ne laissant passer que le gaz A et une autre paroi semi-perméable fixe W_b ne laissant passer que le gaz B.

Une paroi semi-perméable est, comme une paroi isolante, un concept résultant d'une idéalisation. C'est la limite vers laquelle tend une paroi qui laisse passer un gaz seulement et qui s'oppose au passage de tous les autres gaz. En pratique, on ne connaît que très peu de parois présentant cette propriété. L'exemple le plus connu est celui du palladium qui ne laisse passer que l'hydrogène.

Les différents gaz sont caractérisés par les fonctions d'état:

- gaz A $V \quad P_a \quad T \quad U_a \quad H_a \quad S_a$
- gaz B $V \quad P_b \quad T \quad U_b \quad H_b \quad S_b$
- mélange M $V \quad P \quad T \quad U \quad H \quad S$

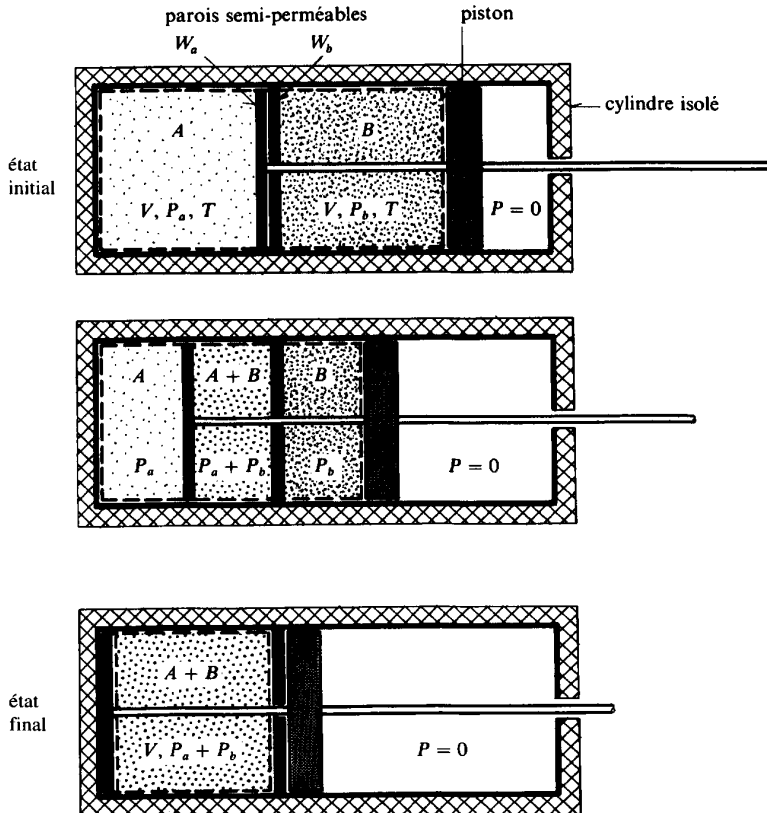


Fig. 6.1 Mélange adiabate et sans travail de deux gaz, par une opération réversible.

Le mélange est effectué en déplaçant très lentement l'attelage piston-paroi W_a . Cet attelage est constamment en équilibre, car les seules forces qu'il subit, dues à la pression P_b , sont égales et de sens opposé, l'une agissant sur le piston et l'autre sur la paroi W_a . Donc il n'y a ni transfert-travail, ni transfert-chaleur, ni transfert de masse entre l'ensemble du système et l'extérieur. De plus, comme la vitesse d'exécution est très lente, le système est constamment en équilibre, de sorte que l'opération est **réversible**.

Au cours de l'opération décrite ci-dessus, d'une part, le volume V occupé par chaque gaz reste constant, et d'autre part, leur température T reste aussi constante en vertu de la théorie cinétique des gaz. Selon la définition donnée plus haut, les pressions initiales P_a et P_b sont égales aux *pressions partielles* des gaz A et B .

En généralisant à un nombre quelconque de gaz constituants, nous avons les équations d'état (6.12) du tableau 6.1 qui, par addition membre à membre, conduisent à l'équation (6.14), dans laquelle P_i est la *pression partielle* du constituant i .

En nous appuyant sur la théorie cinétique des gaz, nous pouvons admettre qu'un *mélange de gaz parfaits ou semi-parfaits se comporte comme un gaz parfait ou semi-parfait*, caractérisé par l'équation d'état (6.16).

Par identification de (6.14) et de (6.16), et compte tenu du bilan de masse (6.7), nous obtenons la loi de Dalton (6.20).

Finalement, par division membre à membre de (6.12) et (6.16), et en tenant compte de (6.4), nous constatons que:

Le rapport entre la pression partielle du constituant i et la pression du mélange est égal à la *concentration molaire* de ce constituant (eq. (6.18)).

6.2.5 Définitions du volume partiel au sens d'Amagat

On appelle *volume partiel* de l'un des gaz constituants d'un mélange le *volume* qu'il occuperait à la même pression et à la même température que celles du mélange.

6.2.6 Enoncé de la loi d'Amagat

La *loi d'Amagat* s'énonce comme suit:
Le volume d'un mélange de gaz parfaits ou semi-parfaits est égal à la somme des volumes partiels des gaz constituants.

6.2.7 Mélange irréversible

La notion de volume partiel utilisée ici est illustrée par le système de la figure 6.2 qui comporte un espace fermé, isolé thermiquement et partagé en deux compartiments par une paroi étanche.

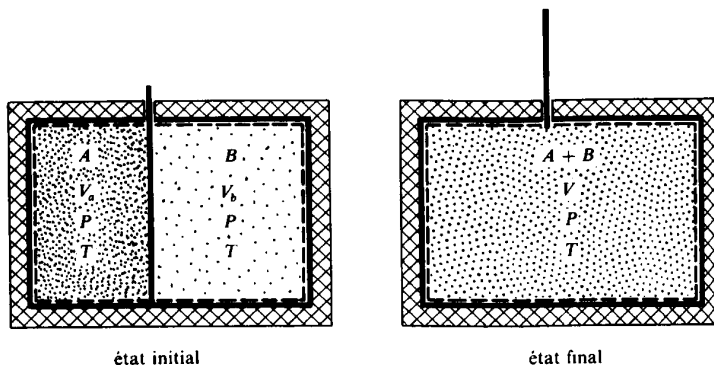


Fig. 6.2 Mélange isochore et adiabate de deux gaz, par une opération irréversible.

Les différents gaz sont caractérisés par les fonctions d'état:

- gaz A V_a P T U_a H_a S_a
- gaz B V_b P T U_b H_b S_b
- mélange M V P T U H S

Le mélange est effectué en enlevant la paroi de séparation. Etant donné les conditions de l'expérience, il n'y a ni transfert-travail, ni transfert-chaleur, ni transfert de masse entre l'ensemble du système et l'extérieur. Mais nous ne sommes pas maîtres de la vitesse avec laquelle s'effectue le mélange. En effet, chacun des gaz diffuse dans l'espace occupé par l'autre gaz. C'est le phénomène de *diffusion*, au cours duquel le système est en déséquilibre, de sorte que l'opération est *irréversible*.

Chaque gaz constituant suit une détente, de son volume initial V_a ou V_b au volume final V , analogue à la détente de Gay-Lussac-Joule étudiée à la section 9.2. La différence réside dans le fait que, cette fois-ci, le phénomène dissipatif de frottement visqueux s'opère de façon progressive, par interaction avec les molécules de l'autre gaz, de sorte que la température T reste constante (fig. 6.3).

En généralisant à un nombre quelconque de gaz constituants, nous avons les équations d'état (6.13) du tableau 6.1 et par addition membre à membre, nous obtenons l'équation (6.15). Comme pour la cas de mélange réversible, l'équation d'état du mélange est donnée par (6.17).

Par identification de (6.15) et de (6.17), et compte tenu du bilan de masse (6.7), nous obtenons la *loi d'Amagat* (6.21).

Selon la définition donnée plus haut, les volumes initiaux V_a et V_b sont les *volumes partiels* des gaz A et B.

Finalement, par division membre à membre de (6.13) et (6.17), et en tenant compte de (6.4), nous constatons que:

Le rapport entre le volume partiel du constituant i et le volume du mélange est égal à la *concentration molaire* de ce constituant (éq. (6.19)).

Tableau 6.1 Comparaison entre les approches de Dalton et d'Amagat, pour les volumes et les pressions.

Dalton		Amagat	
$V P_a$	$= N_a \bar{r} T$	$V_a P$	$= N_a \bar{r} T$
$V P_b$	$= N_b \bar{r} T$	$V_b P$	$= N_b \bar{r} T$
...	$= \dots$...	$= \dots$
$V P_i$	$= N_i \bar{r} T$	$V_i P$	$= N_i \bar{r} T$
...	$= \dots$...	$= \dots$
$V \sum_i [P_i]$	$= \sum_i [N_i] \bar{r} T$	$\sum_i [V_i] P$	$= \sum_i [N_i] \bar{r} T$
$V P$	$= N \bar{r} T$	$V P$	$= N \bar{r} T$
$\frac{P_i}{P}$	$= \tilde{c}_i$	$\frac{V_i}{V}$	$= \tilde{c}_i$
Loi de Dalton		Loi d'Amagat	
$P(V, T)$	$= \sum_i \left[P_i(V, T) \right]$	$V(P, T)$	$= \sum_i \left[V_i(P, T) \right]$
$v(P, T)$	$= \frac{1}{\sum_i \left[\frac{1}{v_i(P_i, T)} \right]}$	$v(P, T)$	$= \sum_i \left[c_i v_i(P, T) \right]$
$\tilde{\phi}(P, T)$	$= \frac{1}{\sum_i \left[\frac{1}{\tilde{\phi}_i(P_i, T)} \right]}$	$\tilde{v}(P, T)$	$= \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{v}_i(P, T) \right]$

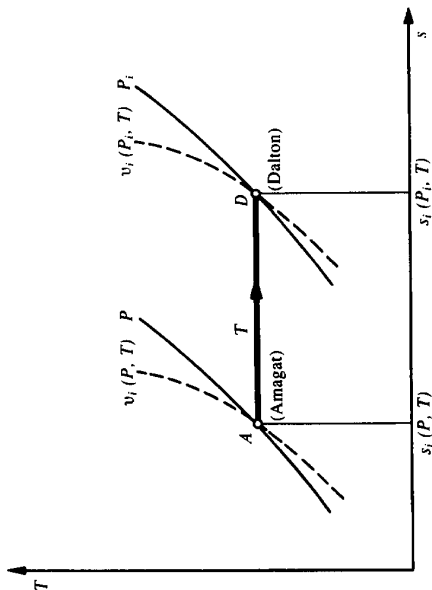
Fig. 6.3 D tente isotherme de chaque gaz constituant i au cours du mélange faisant l'objet de la figure 6.2.

Tableau 6.2 Comparaison entre les approches de Dalton et d'Amagat, pour les entropies.

Dalton	Amagat
	$\Delta S_a = N_a \tilde{r} \ln \frac{V}{V_a}$
	$\Delta S_b = N_b \tilde{r} \ln \frac{V}{V_b}$
	$\dots = \dots$
	$\Delta S_i = N_i \tilde{r} \ln \frac{V}{V_i}$ (6.26)
	$\dots = \dots$
	$S^i = S^d = \sum_i \Delta S_i = \tilde{r} \sum_i \left[N_i \ln \frac{V}{V_i} \right]$ (6.27)
	$S^d = -N \tilde{r} \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i]$ (6.28)
	$S^d = -r \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i]$ (6.29)
	$\tilde{S}^d = -\tilde{r} \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i]$ (6.30)
	$S(P, T) = \sum_i [S_i(P, T)] + S^d$ (6.32)
$S(P, T) = \sum_i [S_i(P_i, T)]$ (6.31)	$s(P, T) = \sum_i [c_i s_i(P, T)] + s^d$ (6.34)
$s(P, T) = \sum_i [c_i s_i(P_i, T)]$ (6.33)	$\tilde{s}(P, T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_i(P, T)] + \tilde{s}^d$ (6.36)
$\tilde{s}(P, T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_i(P_i, T)]$ (6.35)	

Entropie de diffusion

$$s_i(P, T) \neq s_i(P_i, T)$$

$$\tilde{s}_i(P, T) \neq \tilde{s}_i(P_i, T)$$

6.2.8 Volume massique et molaire du mélange

Les équations (6.22) et (6.24) du tableau 6.1 donnent l'expression du volume massique $v(P, T)$ et du volume molaire $\tilde{v}(P, T)$ du mélange en fonction des volumes massiques partiels $v_i(P_i, T)$ et molaire partiels $\tilde{v}_i(P_i, T)$ des constituants exprimés **au sens de la loi de Dalton**.

Les équations (6.23) et (6.25) donnent également le volume massique et molaire du mélange, mais en fonction des volumes massiques partiels $v_i(P, T)$ et molaire partiels $\tilde{v}_i(P, T)$ des constituants exprimés **au sens de la loi d'Amagat**.

Il est important de relever que, comme le montre la figure 6.3 :

Le volume massique partiel d'un constituant i **au sens de la loi de Dalton** $v_i(P_i, T)$ et le volume massique partiel **au sens de la loi d'Amagat** $v_i(P, T)$ ne sont pas identiques.
Il en va de même des volumes molaire partiels $\tilde{v}_i(P_i, T)$ et $\tilde{v}_i(P, T)$.

6.2.9 Masse volumique du mélange

Les équations (6.6) et (6.7), pour un nombre quelconque de gaz, donnent la masse volumique du mélange sous les formes :

$$\rho(P, T) = \sum_i [\rho_i(P_i, T)] \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (6.37)$$

$$\hat{\rho}(P, T) = \sum_i [\hat{\rho}_i(P_i, T)] \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \right] \quad (6.38)$$

où $\rho_i(P_i, T)$ et $\hat{\rho}_i(P_i, T)$ sont les formes correspondantes de la *masse volumique partielle* du constituant i , **au sens de la loi de Dalton**.

Les définitions (6.3) et (6.4) donnent la concentration massique et la concentration molaire du constituant i :

$$c_i = \frac{\rho_i(P_i, T)}{\rho(P, T)} = \frac{v(P, T)}{v_i(P_i, T)} \quad (6.39)$$

$$\tilde{c}_i = \frac{\hat{\rho}_i(P_i, T)}{\hat{\rho}(P, T)} = \frac{\tilde{v}(P, T)}{\tilde{v}_i(P_i, T)} \quad (6.40)$$

6.2.10 Entropie de diffusion

Considérons l'expérience de mélange irréversible de la figure 6.2. L'équation (2.64) donne, compte tenu du fait que la température T est constante, l'augmentation d'entropie des différents gaz constituants (équ. 6.26).

Par addition membre à membre des équations (6.26), nous obtenons donc, pour un nombre quelconque de gaz, l'augmentation d'entropie liée à la diffusion (6.27) avec ses différentes formes y compris massiques et molaires (6.28 à 6.30) où les termes S^d , s^d , \tilde{s}^d représentent respectivement l'*entropie*, l'*entropie massique* et l'*entropie molaire de diffusion*.

Nous constatons que l'entropie de diffusion est indépendante de l'état thermodynamique des gaz constituants et de celui du mélange. Elle ne dépend que des concentrations molaires \tilde{c}_i . Donc :

L'*entropie de diffusion* ne dépend que de la *composition* du mélange.

6.2.11 Entropie du mélange

Dans le cas du mélange réversible, sans transfert-chaleur, ni transfert de masse avec l'extérieur, il n'y pas de variation d'entropie. Etant donné la relation d'extensivité, l'entropie, l'entropie massique et l'entropie molaire du mélange sont données respectivement par les relations (6.31), (6.33) et (6.35) du tableau 6.2, où $S_i(P_i, T)$ est l'*entropie partielle*, $s_i(P_i, T)$ l'*entropie massique partielle* et $\tilde{s}_i(P_i, T)$ l'*entropie molaire partielle* du constituant i **au sens de la loi de Dalton**.

Tout est différent dans le cas de la figure 6.2. En effet, au cours du phénomène de diffusion, on peut admettre que chaque gaz se détend d'une façon isotherme d'un état A correspondant à l'interprétation d'Amagat, à un état D correspondant à celle de Dalton. Ainsi, le volume de chaque gaz passe de son volume partiel V_i au volume du mélange V , et sa pression de la pression P (égale à celle du mélange) à sa pression partielle P_i . L'équation d'état du constituant i donne :

$$V_i P = V P_i = N_i \tilde{r} T \quad (6.41)$$

Comme la température T reste constante au cours de l'opération, il n'y a pas de transfert-chaleur entre les gaz constituants.

Tout le travail de détente est dissipé sous forme de frottement interne et l'énergie-chaleur correspondante reste au sein du fluide lui-même. C'est pourquoi nous pouvons dire :

Toute *diffusion* est assimilable à une *dissipation*.

Etant donné ce qui précède, l'entropie, l'entropie massique et l'entropie molaire du mélange sont données respectivement par les relations (6.32), (6.34) et (6.36) du tableau 6.2, où $S_i(P, T)$ est l'*entropie partielle*, $s_i(P, T)$ l'*entropie massique partielle* et $\tilde{s}_i(P, T)$ l'*entropie molaire partielle* du constituant i , **au sens de la loi d'Amagat**.

La figure 6.3 montre également que :

L'entropie massique partielle d'un constituant i **au sens de la loi de Dalton** $s_i(P_i, T)$ et l'entropie massique partielle **au sens de la loi d'Amagat** $s_i(P, T)$ ne sont **pas identiques**.

Il en va de même des entropies partielles $S_i(P_i, T)$ et $S_i(P, T)$ ainsi que des *entropies molaires partielles* $\tilde{s}_i(P_i, T)$ et $\tilde{s}_i(P, T)$.

Pour une pression P_0 et une température T_0 de référence, la relation (6.36) donne :

$$\tilde{s}(P_0, T_0) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_i(P_0, T_0)] + \tilde{s}^d \quad (6.42)$$

En soustrayant membre à membre (6.42) de (6.36), nous obtenons la surentropie molaire du mélange :

$$\hat{\tilde{s}}(P, T) = \sum_i [\tilde{c}_i \hat{\tilde{s}}_i(P, T)] \quad (6.43)$$

Nous constatons que, sous cette forme, l'entropie de diffusion \tilde{s}^d n'intervient pas. Il en est de même pour les relations (6.32) et (6.34).

Il convient de remarquer que l'entropie de diffusion \tilde{s}^d n'est pas gênante dans les calculs, puisqu'il s'agit seulement d'une constante additive et qu'en général l'ingénieur thermicien travaille avec des surentropies.

Compte tenu de (2.66), (6.9) et (6.64), l'équation (6.36) donne, sous forme différentielle :

$$\begin{aligned} d\tilde{s} &= \sum_i [\tilde{c}_i d\tilde{s}_i] \\ d\tilde{s} &= - \sum_i [\tilde{c}_i] \tilde{r} \frac{dP}{P} + \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi}] \frac{dT}{T} \\ d\tilde{s} &= - \tilde{r} \frac{dP}{P} + \tilde{c}_p \frac{dT}{T} \end{aligned} \quad (6.44)$$

Ce résultat montre qu'un mélange de gaz semi-parfaits ou parfaits se comporte bien comme un gaz semi-parfait ou parfait.

6.3 ÉNERGIES INTERNES, ENTHALPIES, TEMPÉRATURES, CONSTANTES DES GAZ ET CHALEURS SPÉCIFIQUES DE MÉLANGE

6.3.1 Energie interne du mélange

L'opération de mélange, illustrée par la figure 6.1, se fait sans transfert-travail ni transfert-chaaleur avec l'extérieur. En vertu du Premier Principe (eq. (1.43)), il n'y

a donc pas de variation de l'énergie interne du système. Etant donné la propriété d'extensivité, l'énergie interne, l'énergie interne massique et l'énergie interne molaire du mélange sont alors données respectivement par les relations :

$$U(T) = \sum_i [U_i(T)] \quad (6.45)$$

$$u(T) = \sum_i [c_i u_i(T)] \quad (6.46)$$

$$\tilde{u}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{u}_i(T)] \quad (6.47)$$

où $U_i(T)$ est l'énergie interne, $u_i(T)$ l'énergie interne massique et $\tilde{u}_i(T)$ l'énergie interne molaire du constituant i , à la même température T .

Remarquons que le volume V , ou la pression P_i , ne joue ici aucun rôle, étant donné qu'il s'agit de gaz parfaits ou semi-parfaits.

Pour une température de référence T_0 , la relation (6.47) donne :

$$\tilde{u}(T_0) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{u}_i(T_0)] \quad (6.48)$$

En soustrayant membre à membre (6.48) de (6.47), nous obtenons la surénergie interne molaire du mélange d'état :

$$\hat{\tilde{u}}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \hat{\tilde{u}}_i(T)] \quad (6.49)$$

qui a la même structure que (6.47).

Les relations (6.45) et (6.46) ont également la même structure en énergie et en surénergie.

6.3.2 Enthalpie du mélange

Comme l'opération de la figure 6.1 est telle que chaque gaz conserve son volume V et sa pression P_i , il n'y a pas non plus de variation de l'enthalpie, de sorte que l'enthalpie, l'enthalpie massique et l'enthalpie molaire du mélange sont données respectivement par les relations :

$$H(T) = \sum_i [H_i(T)] \quad (6.50)$$

$$h(T) = \sum_i [c_i h_i(T)] \quad (6.51)$$

$$\tilde{h}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{h}_i(T)] \quad (6.52)$$

où $H_i(T)$ est l'enthalpie, $h_i(T)$ l'enthalpie massique et $\tilde{h}_i(T)$ l'enthalpie molaire du constituant i , à la même température T .

Remarquons que le volume V , ou la pression P_i , ne joue ici aucun rôle, étant donné qu'il s'agit de gaz parfaits ou semi-parfaits.

Les relations (6.50) à (6.52) ont encore la même structure en enthalpie et en surenthalpie. La relation (6.52) donne par exemple:

$$\hat{h}(T) = \sum_i \left[\tilde{c}_i \hat{h}_i(T) \right] \quad (6.53)$$

6.3.3 Constante massique du mélange

Pour un nombre quelconque de gaz constituants, nous avons les équations d'état:

$$V P_a = M_a r_a T$$

$$V P_b = M_b r_b T$$

$$\dots = \dots$$

$$V P_i = M_i r_i T$$

$$\dots = \dots$$

(6.54)

Par addition membre à membre des équations précédentes, nous obtenons l'équation:

$$V P = \sum_i \left[M_i r_i \right] T \quad (6.55)$$

L'équation d'état du mélange est:

$$V P = M r T \quad (6.56)$$

Par identification de (6.55) et (6.56), nous obtenons la constante suivante:

$\text{Constante massique du mélange} \quad r = \sum_i \left[c_i r_i \right] \quad (6.57)$

En vertu de (5.57), nous avons la relation:

$$\tilde{m} r = \tilde{m}_i r_i = \tilde{r} \quad (6.58)$$

6.3.4 Chaleurs spécifiques du mélange

Les relations (2.58) et (6.46) donnent :

$$c_v = \frac{du}{dT} = \sum_i \left[c_i \frac{du_i}{dT} \right] \quad (6.59)$$

Il en résulte que la *chaleur spécifique isochore massique* et la *chaleur spécifique isochore molaire* du mélange sont données respectivement par les relations :

$$c_v = \sum_i [c_i c_{vi}] \quad (6.60) \quad \tilde{c}_v = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{vi}] \quad (6.61)$$

où c_{vi} est la chaleur spécifique isochore massique et \tilde{c}_{vi} la chaleur spécifique isochore molaire du constituant i .

Les relations (2.60) et (6.51) donnent :

$$c_p = \frac{dh}{dT} = \sum_i \left[c_i \frac{dh_i}{dT} \right] \quad (6.62)$$

Il en résulte que la *chaleur spécifique isobare massique* et la *chaleur spécifique isobare molaire* du mélange sont données respectivement par les relations :

$$c_p = \sum_i [c_i c_{pi}] \quad (6.63) \quad \tilde{c}_p = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi}] \quad (6.64)$$

où c_{pi} est la chaleur spécifique isobare massique et \tilde{c}_{pi} la chaleur spécifique isobare molaire du constituant i .

6.4 MÉLANGE AVEC CONDITIONS INITIALES DIFFÉRENTES

6.4.1 Mélange irréversible

Considérons le système isochore et adiabate tel que représenté par la figure 6.2, mais contenant des **gaz parfaits à pressions et à températures initiales différentes**, caractérisés par les fonctions d'état :

- gaz A $V_{a1} \quad P_{a1} \quad T_{a1} \quad U_{a1} \quad H_{a1} \quad S_{a1}$
- gaz B $V_{b1} \quad P_{b1} \quad T_{b1} \quad U_{b1} \quad H_{b1} \quad S_{b1}$
- mélange M $V \quad P \quad T \quad U \quad H \quad S$

Le mélange est effectué de façon identique à celle qui a été décrite à la section 6.2 pour la loi d'Amagat. Il met encore en jeu le phénomène irréversible de **diffusion**.

Au cours de l'opération, chaque gaz diffuse dans l'autre et atteint finalement sa pression partielle P_i et le volume V du mélange. Cette fois-ci, la diffusion est accompagnée d'un transfert-travail et d'un transfert-chaleur entre les deux gaz.

6.4.2 Energie interne du mélange

En vertu du Premier Principe (éq. (1.43)), il n'y a pas de variation de l'énergie interne du système, de sorte que nous avons, pour un nombre quelconque de gaz, la relation :

$$\Delta U = 0 \quad (6.65)$$

Etant donné la propriété d'extensivité (1.20), il en résulte l'énergie interne du mélange :

$$U(T) = \sum_i [U_{i1}(T_{i1})] \quad (6.66)$$

En divisant par la quantité N du mélange, nous obtenons l'énergie interne molaire du mélange :

$$\tilde{u}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{u}_{i1}(T_{i1})] \quad (6.67)$$

En soustrayant membre à membre (6.48) de (6.67), nous obtenons la surénergie interne molaire du mélange :

$$\hat{\tilde{u}}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \hat{\tilde{u}}_{i1}(T_{i1})] \quad (6.68)$$

6.4.3 Température et pression du mélange

En soustrayant membre à membre (6.67) de (6.47), et en tenant compte de (2.58) nous obtenons :

$$\sum_i \{ \tilde{c}_i [\tilde{u}_i(T) - \tilde{u}_{i1}(T_{i1})] \} = 0$$

$$\sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{ui}(T - T_{i1})] = 0 \quad (6.69)$$

La **température finale** du mélange est donc :

$$T = \frac{\sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{vi} T_{i1}]}{\sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{vi}]} = \frac{\sum_i [N_i \tilde{c}_{vi} T_{i1}]}{\sum_i [N_i \tilde{c}_{vi}]} \quad (6.70)$$

La **pression finale** du mélange est alors :

$$P = \frac{N \tilde{r} T}{V} = \frac{T}{V} \sum_i \left[\frac{V_{i1} P_{i1}}{T_{i1}} \right] \quad (6.71)$$

6.4.4 Pressions partielles et volumes partiels

La **pression partielle** et le **volume partiel** du constituant i sont, selon (6.18) et (6.19) :

$$P_i = \tilde{c}_i P \quad (6.72)$$

$$V_i = \tilde{c}_i V \quad (6.73)$$

6.4.5 Entropie molaire du mélange

En raisonnant comme nous l'avons fait aux paragraphes 6.2.10 et 6.2.11 pour la loi d'Amagat, et en tenant compte de (2.64), nous obtenons l'**augmentation d'entropie molaire** :

$$\Delta \tilde{s} = \tilde{s}^i = \sum_i \left[\tilde{c}_i \left(\tilde{c}_{vi} \ln \frac{T}{T_{i1}} + \tilde{r} \ln \frac{V}{V_{i1}} \right) \right] \quad (6.74)$$

En tenant compte de (6.19) et de l'expression (6.30) de l'entropie de diffusion \tilde{s}^d , nous pouvons mettre la relation précédente sous la forme :

$$\tilde{s}^i = \tilde{s}_V^i + \tilde{s}_T^i + \tilde{s}^d \quad (6.75)$$

avec

$$\tilde{s}_V^i = \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{c}_{vi} \ln \frac{T}{T_{i1}} \right] \quad (6.76)$$

$$\tilde{s}_T^i = \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{r} \ln \frac{V_i}{V_{i1}} \right] \quad (6.77)$$

$$\tilde{s}^d = \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{r} \ln \frac{V}{V_i} \right] = - \tilde{r} \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i] \quad (6.78)$$

Comme l'entropie est une fonction d'état, sa différentielle est une différentielle totale, dont l'intégrale est indépendante du chemin choisi pour l'intégration (sect. 1.4). Il est donc possible, pour le calcul, de remplacer l'expérience par la succession des trois opérations suivantes, représentées dans la figure 6.4 :

- (a) égalisation des températures par transfert-chaleur à travers la paroi, entre les deux gaz, à volumes constants ;
- (b) égalisation des pressions par dissipation, à température constante (libération de la paroi de séparation, piston libre) ;
- (c) mélange par diffusion.

La succession des valeurs prises par V , P et T est alors la suivante :

$$\begin{array}{cccc} \text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)} & \\ V_{i1} \rightarrow & V_{i1} \rightarrow & V_i \rightarrow & V \\ P_{i1} \rightarrow & P_{i2} \rightarrow & P \rightarrow & P_i \\ T_{i1} \rightarrow & T \rightarrow & T \rightarrow & T \end{array}$$

Les trois termes \tilde{s}_V^i , \tilde{s}_T^i et \tilde{s}^d du second membre de la relation (6.75) sont respectivement les entropies relatives aux trois opérations irréversibles (a), (b) et (c).

Etant donné la propriété d'extensivité de l'entropie, la relation (6.74) donne l'entropie molaire du mélange :

$$\tilde{s}(P, T) = \tilde{s}_1 + \tilde{s}^i = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_{i1}(P_{i1}, T_{i1})] + \tilde{s}^i \quad (6.79)$$

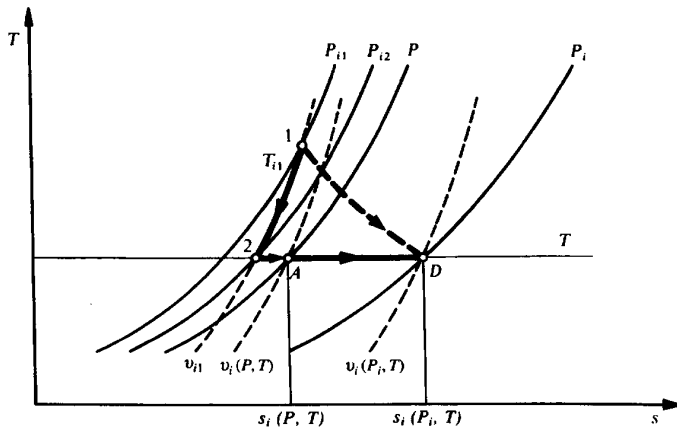


Fig. 6.4 Interprétation de la transformation de l'un des gaz constitutifs, lors du mélange correspondant à la figure 6.2 mais avec des conditions initiales différentes.

En soustrayant membre à membre (6.36) de (6.79), et en tenant compte de (6.75), nous obtenons la surentropie molaire du mélange :

$$\hat{s}(P, T) = \sum_i \left[\tilde{c}_i \hat{s}_{i1}(P_{i1}, T_{i1}) \right] + \tilde{s}_V + \tilde{s}_T \quad (6.80)$$

Nous constatons que, sous cette forme, l'entropie de diffusion \tilde{s}^d n'intervient pas.

Dans le cas particulier où les gaz sont à la même température et à la même pression initiales, l'expérience se déroule à température et à pression constantes, de sorte que les termes \tilde{s}_V et \tilde{s}_T disparaissent de la relation (6.75). On retombe alors sur la relation (6.27).

6.5 MÉLANGE EN RÉGIME PERMANENT

6.5.1 Mélange irréversible

Considérons le système adiabate représenté par la figure 6.5, comportant un mélangeur qui reçoit plusieurs **gaz parfaits à pressions et à températures différentes** et qui donne le mélange de ces fluides.

Le mélange est effectué de façon continue, donc en régime permanent. Il s'agit du phénomène irréversible de **diffusion continue**.

Toutes les définitions et relations données à la section 6.1 sont valables à condition de remplacer partout les masses par les débits-masse des gaz. Nous avons notamment les définitions et relations suivantes :

$$\tilde{m}_i = \frac{\dot{M}_i}{\dot{N}} \quad \tilde{m} = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \quad (6.81)$$

$$c_i = \frac{\dot{M}_i}{\dot{M}} \quad \tilde{c}_i = \frac{\dot{N}_i}{\dot{N}} \quad (6.82)$$

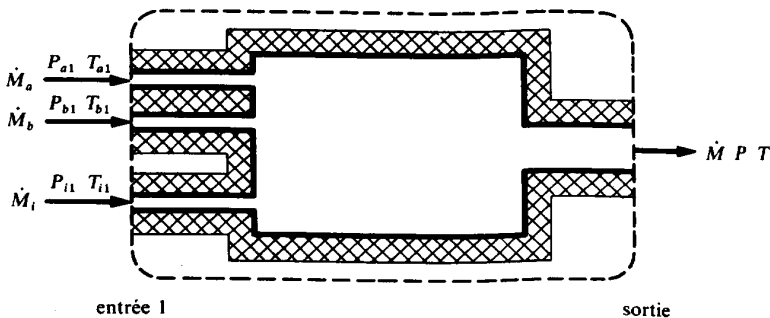


Fig. 6.5 Mélange adiabate et en régime permanent de plusieurs gaz parfaits à pressions et à températures initiales différentes.

$$\dot{M} = \sum_i [\dot{M}_i] \quad (6.83)$$

$$\dot{N} = \sum_i [\dot{N}_i] \quad (6.84)$$

6.5.2 Enthalpie du mélange

En vertu du Premier Principe (équ. (1.49)), nous avons, pour un nombre quelconque de gaz, la relation :

$$\sum_i [\dot{H}_i^+] = 0 \quad (6.85)$$

Etant donné la propriété d'extensivité (1.35), il en résulte le *débit-enthalpie* du mélange :

$$\dot{H}(T) = \sum_i [\dot{H}_{i1}(T_{i1})] \quad (6.86)$$

En divisant par le débit \dot{N} du mélange, en kmol/s, nous obtenons l'*enthalpie molaire* et la *surenthalpie molaire* du mélange :

$$\tilde{h}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{h}_{i1}(T_{i1})] \quad (6.87)$$

$$\hat{\tilde{h}}(T) = \sum_i [\tilde{c}_i \hat{\tilde{h}}_{i1}(T_{i1})] \quad (6.88)$$

6.5.3 Température du mélange

En soustrayant membre à membre (6.87) de (6.52), et en tenant compte de (2.60), nous obtenons :

$$\sum_i \left\{ \tilde{c}_i [\tilde{h}_i(T) - \tilde{h}_{i1}(T_{i1})] \right\} = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi}(T - T_{i1})] = 0 \quad (6.89)$$

La *température finale* du mélange est donc :

$$T = \frac{\sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi} T_{i1}]}{\sum_i [\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi}]} = \frac{\sum_i [\dot{N}_i \tilde{c}_{pi} T_{i1}]}{\sum_i [\dot{N}_i \tilde{c}_{pi}]} \quad (6.90)$$

6.5.4 Pressions partielles

La *pression partielle* du constituant i est, selon (6.18) :

$$P_i = \tilde{c}_i P \quad (6.91)$$

6.5.5 Entropie du mélange

En raisonnant comme nous l'avons fait aux paragraphes 6.2.10 et 6.2.11 pour la loi d'Amagat, et en tenant compte de (2.66), nous obtenons l'**augmentation d'entropie molaire**:

$$\tilde{s}^i = \sum_i \left[\tilde{c}_i \left(\tilde{c}_{pi} \ln \frac{T}{T_{i1}} - \tilde{r} \ln \frac{\tilde{c}_i P}{P_{i1}} \right) \right] \quad (6.92)$$

En tenant compte de (6.18) et de l'expression (6.30) de l'entropie de diffusion \tilde{s}^d , nous pouvons mettre la relation précédente sous la forme:

$$\tilde{s}^i = \tilde{s}_p^i + \tilde{s}_T^i + \tilde{s}^d \quad (6.93)$$

avec

$$\tilde{s}_p^i = \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{c}_{pi} \ln \frac{T}{T_{i1}} \right] \quad (6.94)$$

$$\tilde{s}_T^i = - \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{r} \ln \frac{P}{P_{i1}} \right] \quad (6.95)$$

$$\tilde{s}^d = - \sum_i \left[\tilde{c}_i \tilde{r} \ln \frac{P_i}{P} \right] \quad (6.96)$$

Comme pour le mélange étudié à la section 6.4, il est possible, pour le calcul, de remplacer l'expérience par la succession des trois opérations suivantes, représentées dans la figure 6.6:

- (a) égalisation des températures par transfert-chaaleur entre les gaz, à pressions constantes;
- (b) égalisation des pressions par dissipation, à température constante;
- (c) mélange par diffusion.

La succession des valeurs prises par v , p et T est alors la suivante:

(a)	(b)	(c)
$v_{i1} \rightarrow v_{i2} \rightarrow v_i \rightarrow v$		
$P_{i1} \rightarrow P_{i1} \rightarrow P \rightarrow P_i$		
$T_{i1} \rightarrow T \rightarrow T \rightarrow T$		

Les trois termes \tilde{s}_p^i , \tilde{s}_T^i et \tilde{s}^d du second membre de la relation (6.93) sont respectivement les entropies relatives aux trois opérations irréversibles (a), (b) et (c).

Etant donné la propriété d'extensivité de l'entropie, la relation (6.92) donne l'**entropie molaire** du mélange:

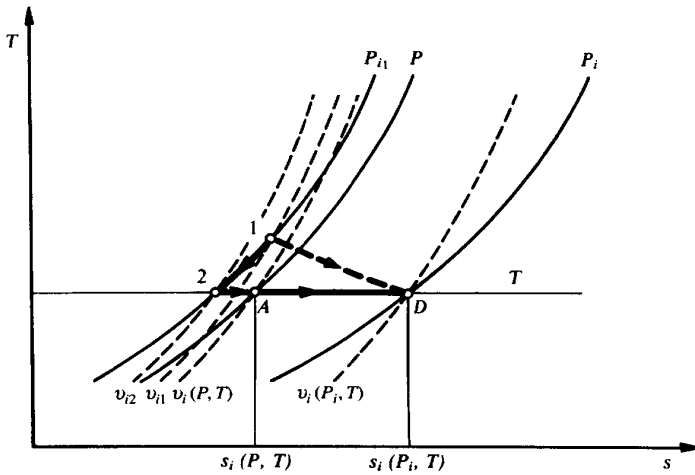


Fig. 6.6 Interprétation de la transformation de l'un des gaz constituants, lors du mélange correspondant à la figure 6.5.

$$\tilde{s}(P, T) = \tilde{s}_1 + \tilde{s}^i$$

$$\tilde{s}(P, T) = \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_{i1}(P_{i1}, T_{i1})] + \tilde{s}^i \quad (6.97)$$

En soustrayant membre à membre (6.42) de (6.97), et en tenant compte de (6.93), nous obtenons la *surentropie molaire* du mélange:

$$\hat{\tilde{s}}(P, T) = \sum_i [\tilde{c}_i \hat{\tilde{s}}_{i1}(P_{i1}, T_{i1})] + \tilde{s}_P^t + \tilde{s}_T^r \quad (6.98)$$

Bien entendu, il est possible de transformer toutes les relations donnant l'augmentation d'entropie ou l'entropie par kilomole de mélange, en relations donnant le taux d'augmentation d'entropie ou les débits-entropie, cela en les multipliant par le débit total \dot{N} en kmol/s. Nous obtenons, par exemple, les relations:

$$\begin{aligned} \dot{S} - \dot{S}_1 &= \frac{\delta S^i}{dt} = \dot{N} \tilde{s}^i \\ \dot{S} &= \dot{N} \tilde{s}(P, T) \\ \dot{S}_1 &= \dot{N} \sum_i [\tilde{c}_i \tilde{s}_{i1}(P_{i1}, T_{i1})] \end{aligned} \quad (6.99)$$

Dans le cas particulier où tous les gaz sont à la même température et à la même pression initiales, l'expérience se déroule à température et pression constantes, de sorte que les termes \tilde{s}_P^t et \tilde{s}_T^r disparaissent de la relation (6.93). On retombe alors sur la relation (6.27).

Mélanges d'un gaz et d'une substance condensable

7.1 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES

7.1.1 Description

Les mélanges d'un gaz et d'une substance condensable sont très fréquents en physique et en technique. Les cas les plus importants sont les suivants :

- atmosphère (air et eau), siège des phénomènes météorologiques
- climatisation (air et eau)
- refroidissement atmosphérique (tours humides)
- procédés de séchage (air et autre substance)
- processus réactifs dans les chaudières, les moteurs à combustion interne, les turbines à gaz et les piles à combustible (air et combustible, gaz de combustion et eau)

Pour fixer les idées, nous illustrerons les développements de ce chapitre en utilisant le cas du mélange air et eau. Mais tous les raisonnements mis en œuvre sont valables pour un mélange quelconque.

Considérons le système adiabate représenté par la figure 7.1. Il s'agit d'un mélange M de gaz A (*air sec*) et de substance E (*eau*), à *pression P_m constante*. La

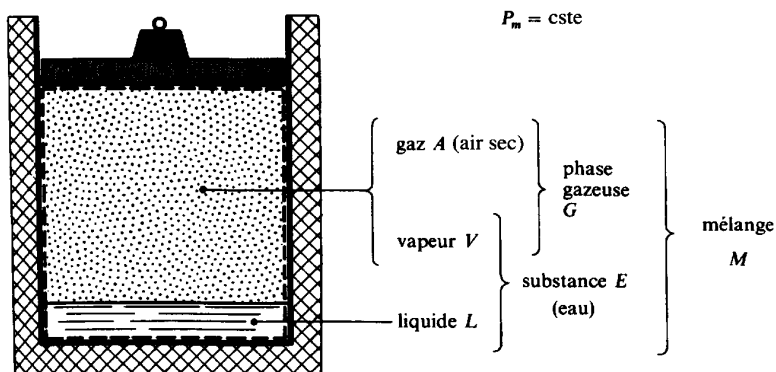


Fig. 7.1 Mélange d'un gaz et d'une substance condensable (air et eau).

substance E se présente sous forme de **vapeur** V et de **liquide** L . La phase gazeuse G est elle-même un mélange de gaz A et de vapeur V .

Le comportement thermodynamique de la phase gazeuse étant assez complexe, nous formulons les **hypothèses simplificatrices** suivantes :

- Le gaz A se comporte comme un gaz parfait, non susceptible de se condenser.
- La vapeur V se comporte aussi comme un gaz parfait, mais susceptible de se condenser.
- La quantité de gaz A dissoute dans le liquide est négligeable (cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée, notamment dans le cas du mélange gaz ammoniac et eau).
- Le domaine de température considéré va de $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ à $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ environ.

La loi de Dalton (sect. 6.2), appliquée à la phase gazeuse G , s'exprime par la relation :

$$P_m = P_a + P_v = \text{cste} \quad (7.1)$$

dans laquelle nous avons :

- P_m pression du mélange M , admise constante
- P_a pression partielle du gaz A
- P_v pression partielle de la vapeur V

La même loi donne, à la limite de saturation et à la même température, la relation :

$$P_m = P_a'' + P_v'' = \text{cste} \quad (7.2)$$

dans laquelle la limite de saturation est indiquée par le signe $''$, placé en exposant. D'autre part, l'inégalité :

$$P_v \leq P_v'' \quad (7.3)$$

exprime le fait que la substance E est condensable. Nous avons, en effet, les cas ; suivants :

- $P_v < P_v''$ mélange sec
- $P_v = P_v''$ mélange saturé et mélange humide

Notons toutefois que, dans certaines conditions, la pression P_v pourrait dépasser P_v'' . Il s'agirait alors d'un phénomène métastable, analogue au sous-refroidissement de la vapeur, décrit à la section 5.5. Ce phénomène, qui peut se produire dans l'atmosphère, ne persiste pas en général.

En l'absence de gaz A , c'est-à-dire dans le cas d'une substance E pure, sous la forme des deux phases vapeur V et liquide L en équilibre, la pression de saturation P_v'' de la vapeur V serait égale à la pression P_m supportée par le liquide L . Le changement d'état susceptible d'intervenir est appelé **vaporisation** ou **liquéfaction** de la substance E .

En présence de gaz A, c'est-à-dire dans le cas d'un mélange humide, la pression P_v'' ne constitue plus qu'une partie de la pression P_m , conformément à (7.2). Afin de distinguer ce cas du précédent, nous parlons d'*évaporation* ou de *condensation* de la substance E.

Pour des raisons pratiques, il est judicieux de rapporter toutes les grandeurs massiques à **1 kg de gaz A** (et non pas à 1 kg de mélange M). Cette circonstance sera rappelée par l'*astérisque* *, placé en exposant.

En vertu de cette convention nous pouvons notamment écrire :

$$\dot{H} = \dot{M} \quad h = \dot{M}_a h^*$$

7.1.2 Définitions

Taux d'humidité

Nous définissons le rapport :

Taux d'humidité du mélange $w^* = \frac{M_e}{M_a}$ (7.4)

dans lequel nous avons :

- M_a masse de gaz A (air sec)
- M_e masse de substance E, sous toutes les formes (vapeur, liquide, solide, brouillard, pluie, neige). Remarquons que $M_e = M - M_a$

Nous avons évidemment la double inégalité :

$$0 < w^* < \infty \quad (7.5)$$

La définition (7.4) donne, à la limite de saturation du mélange et à la même température T , le rapport limite :

Taux d'humidité de saturation $w^{*''} = \frac{M_v''}{M_a}$ (7.6)

dans lequel M_v'' est la masse de vapeur V, à la limite de saturation.

Degré de saturation

Nous définissons également, pour la phase gazeuse, le rapport :

Degré de saturation $\psi \equiv \frac{w^*}{w^{*''}} = \frac{M_e}{M_v''}$ (7.7)

Nous avons les cas suivants :

- $\psi < 1$ mélange sec
- $\psi = 1$ mélange saturé
- $\psi > 1$ mélange humide

Remarquons que, dans le cas d'un mélange humide ou saturé, le degré de saturation ψ peut être remplacé par le *titre* :

$$x \equiv \frac{1}{\psi} \quad (7.8)$$

qui est analogue au titre d'une vapeur humide, défini par (5.78).

Humidité relative

Nous définissons encore, pour la phase gazeuse, le rapport :

$$\text{Humidité relative} \quad \varphi \equiv \frac{P_v}{P_v''} \leq 1 \quad (7.9)$$

En vertu de l'inégalité (7.3), nous avons les cas suivants :

- $\varphi < 1$ mélange sec
- $\varphi = 1$ mélange saturé et mélange humide

Ce rapport est utilisé surtout en météorologie.

Pression de saturation

La loi de saturation de la substance E donne la pression remarquable :

$$\text{Pression de saturation} \quad P_v'' = P_v''(T) \quad (7.10)$$

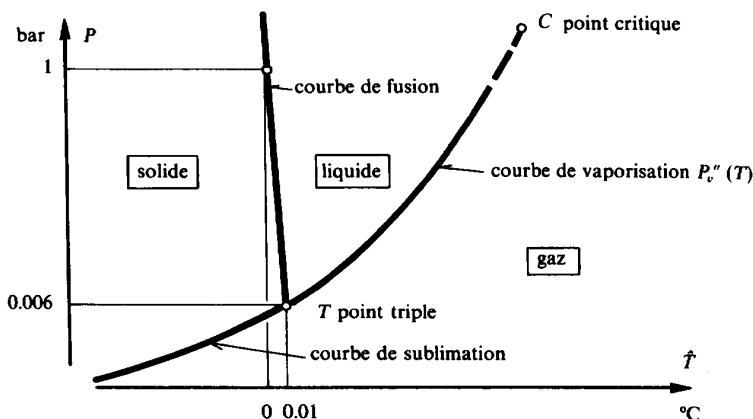


Fig. 7.2 Diagramme P-T de la substance E (eau).

Cette loi, qui est représentée dans les diagrammes P - T des figures 5.21 et 7.2, est bien connue pour les corps usuels. Elle se trouve dans les formulaires, sous forme de tableau ou de diagramme.

7.1.3 Relation entre φ et ψ , dans le cas d'un mélange sec

Nous définissons au préalable les grandeurs suivantes:

- v^* *volume massique du mélange sec* (rapporté à 1 kg de gaz A)
- v^{**} *volume massique du mélange saturé* (rapporté à 1 kg de gaz A), à la même température T que le mélange sec
- r_a *constante du gaz A*
- r_v *constante de la vapeur V*

En vertu de la loi de Dalton (sect. 6.2), nous avons, pour le gaz A:

$$v^* P_a = v^{**} P_a'' = r_a T \quad (7.11)$$

et pour la vapeur V

$$\frac{v^*}{w^*} P_v = \frac{v^{**}}{w^{**}} P_v'' = r_v T \quad (7.12)$$

Etant donné les définitions (7.7) et (7.9), ces équations donnent:

$$\frac{v^*}{v^{**}} = \frac{P_a''}{P_a} = \frac{P_v''}{P_v} \frac{w^*}{w^{**}} = \frac{\psi}{\varphi} \quad (7.13)$$

Nous obtenons finalement, en tenant compte de (7.1), (7.2) et (7.9), la relation:

$$\psi = \frac{P_m - P_v''}{P_m - \varphi P_v''} \varphi \quad (7.14)$$

En vertu de (7.9) et (7.14), nous avons la double inégalité:

$$\psi \leq \varphi \leq 1 \quad (7.15)$$

où le signe = concerne le cas limite de la saturation.

Remarquons que, en général, la pression P_v'' est beaucoup plus faible que la pression P_m , de sorte que, en pratique, le degré de saturation ψ de la phase gazeuse est très voisin de son humidité relative φ .

7.1.4 Relation entre w^* et P_v dans le cas d'un mélange sec ou saturé

En éliminant v^* entre les équations (7.11) et (7.12), nous obtenons, compte tenu de (7.1), la relation:

$$w^* = \frac{r_a}{r_v} \frac{P_v}{P_m - P_v} \quad (7.16)$$

En vertu de (5.66), nous pouvons écrire cette relation sous la forme:

$$w^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_v}{P_m - P_v} \quad (7.17)$$

où \tilde{m}_a et \tilde{m}_v sont respectivement les masses molaires du gaz A et de la vapeur v. La relation (7.17) donne, à la limite de saturation, le taux d'humidité de saturation:

$$w^{**} = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{P_v^*}{P_m - P_v^*} = w^{**}(T) \quad (7.18)$$

Remarquons que, en vertu de (7.10), le taux d'humidité w^{**} est une fonction de la température T .

7.1.5 Enthalpie massique du mélange

Gaz A

Nous prenons comme référence l'enthalpie h_{a0} à 0 °C. Nous avons donc, en tenant compte de l'hypothèse du gaz parfait et de (2.60), la surenthalpie du gaz A:

$$\begin{aligned} h_a - h_{a0} &= c_{pa}(T - T_0) \\ \hat{h}_a &= c_{pa}\hat{T} \end{aligned} \quad (7.19)$$

où c_{pa} est la chaleur spécifique isobare du gaz A.

Substance E

Nous prenons comme référence l'enthalpie h_{e0} au *point triple* ($P_t = 0.006$ bar et $T_t = 0.01$ °C pour l'eau), tout en conservant comme référence de la température la valeur $T_0 = 273.15$ K (0 °C).

Pour le *liquide* L, nous avons, en tenant compte de (5.159), la surenthalpie:

$$h_\ell - h_{e0} = c_\ell(T - T_t) + v_\ell(P_m - P_t) \quad (7.20)$$

où c_ℓ est la chaleur spécifique et v_ℓ le volume massique du liquide L.

Le deuxième terme du second membre étant très petit par rapport au premier, nous le négligeons. Pour le liquide correspondant à un point 1 du diagramme de la figure 7.3, nous obtenons la surenthalpie:

$$\hat{h}_\ell = c_\ell(\hat{T} - 0.01) \cong c_\ell\hat{T} \quad (7.21)$$

Pour la **vapeur** V , l'hypothèse du gaz parfait revient à admettre que, pour le domaine de la vapeur sèche et dans un diagramme h - s , les isothermes sont des droites horizontales distribuées linéairement, comme le montre la figure 7.3. Nous avons donc, pour la vapeur d'eau surchauffée correspondant à un point 3 du diagramme, en suivant le chemin 0-2-3, la surenthalpie:

$$\hat{h}_v = q_{vap} + c_{pv}(\hat{T} - 0.01) \cong q_{vap} + c_{pv}\hat{T} \quad (7.22)$$

dans laquelle nous définissons:

- q_{vap} *chaleur de vaporisation* de la substance E , à la pression P_t et la température T_t
- c_{pv} *chaleur spécifique isobare* de la vapeur V

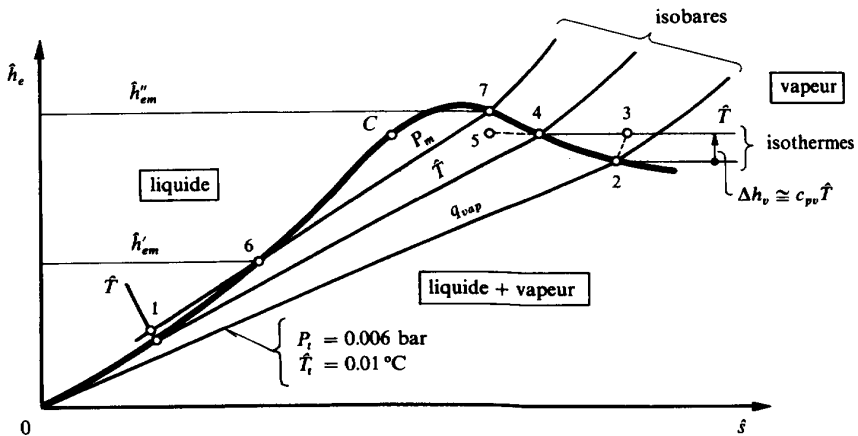


Fig. 7.3 Diagramme h - s de la substance E (eau).

Pour le **solide** S , nous avons, par un raisonnement analogue au précédent, la surenthalpie:

$$\hat{h}_s = -q_{fus} + c_s(\hat{T} - 0.01) \cong -q_{fus} + c_s\hat{T} \quad (7.23)$$

dans laquelle nous définissons:

- q_{fus} *chaleur de fusion* de la substance E
- c_s *chaleur spécifique* du solide S

Remarquons que, dans ce cas, lorsque la température T est inférieure à $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, la surtempérature \hat{T} est négative.

Mélange M

Nous avons, en tenant compte de la propriété d'extensivité de l'enthalpie et de la relation (6.53) de mélange de gaz parfaits, la surenthalpie :

$$\hat{h}^* = \hat{h}_a + w^* \hat{h}_e \quad (7.24)$$

où \hat{h}_e est la surenthalpie de la substance E .

Pour un **mélange sec**, c'est-à-dire lorsque $\psi < 1$ (point 3 du diagramme de la figure 7.3), la relation (7.24) donne, compte tenu de (7.19) et (7.22), la surenthalpie :

$$\hat{h}^* = c_{pa} \hat{T} + w^* (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}) \quad (7.25)$$

Pour un **mélange saturé**, c'est-à-dire lorsque $\psi = 1$ (point 4 du diagramme de la figure 7.3), la relation (7.25) donne la valeur particulière :

$$\hat{h}^{**} = c_{pa} \hat{T} + w^{**} (q_{vap} + c_{pv} \hat{T}) \quad (7.26)$$

Remarquons que, pour un mélange sec en état métastable, c'est-à-dire lorsque $\psi > 1$ (point 5 du diagramme de la figure 7.3), la relation (7.25) reste valable.

Pour un **mélange humide**, c'est-à-dire lorsque $\psi > 1$, il convient de relever que, pour 1 kg de gaz A , les w^* kg de substance E sont répartis comme suit :

- w^{**} kg sous forme de vapeur saturée (point 4)
- $w^* - w^{**}$ kg sous forme de liquide (point 1) ou de solide

Dans le cas où la substance E est sous forme de *vapeur* V et de *liquide* L , la relation (7.24) donne, compte tenu de (7.19), (7.21), (7.22) et (7.26), la surenthalpie :

$$\hat{h}^* = \hat{h}_a + w^{**} \hat{h}_v + (w^* - w^{**}) \hat{h}_\ell = \hat{h}^{**} + (w^* - w^{**}) c_\ell \hat{T} \quad (7.27)$$

Dans le cas où la substance E est sous forme de *vapeur* V et de *solide* S , la relation (7.24) donne, compte tenu de (7.19), (7.22), (7.23) et (7.26), la surenthalpie :

$$\hat{h}^* = \hat{h}_a + w^{**} \hat{h}_v + (w^* - w^{**}) \hat{h}_s = \hat{h}^{**} + (w^* - w^{**}) (-q_{fus} + c_s \hat{T}) \quad (7.28)$$

7.1.6 Volume massique du mélange

En vertu de la loi de Dalton, la phase gazeuse G est caractérisée par l'équation d'état des gaz parfaits :

$$vP_m = RT \quad (7.29)$$

où r est la constante massique, donnée, selon (6.57), par la relation:

$$r = \frac{r_a + w^* r_v}{1 + w^*} = \frac{1 + \frac{r_v}{r_a} w^*}{1 + w^*} r_a \quad (7.30)$$

Etant donné que r_v est plus grand que r_a , les relations (7.29) et (7.30) montrent que, pour P_m et T déterminés:

Le volume massique v de l'air humide est plus grand que celui de l'air sec.

Pour un **mélange sec**, le volume massique du mélange, rapporté à 1 kg de gaz A, est donc:

$$v^* = (1 + w^*)v = (r_a + w^* r_v) \frac{T}{P_m} \quad (7.31)$$

Pour un **mélange saturé**, la relation (7.31) donne la valeur particulière:

$$v^{**} = (r_a + w^{**} r_v) \frac{T}{P_m} \quad (7.32)$$

Remarquons que, pour un mélange sec en état métastable, la relation (7.31) reste valable.

Pour un **mélange humide**, le volume du liquide L , ou du solide S , est en général négligeable par rapport à celui de la phase gazeuse G , de sorte que nous pouvons admettre la relation:

$$v^* \cong v^{**} \quad (7.33)$$

7.2 DIAGRAMME h - w DE MOLLIER

7.2.1 Propriétés

Représentation

Il est possible de représenter les propriétés thermodynamiques du mélange M dans un diagramme h - w appelé **diagramme h - w de Mollier**. Ce diagramme est extrêmement pratique, car il permet de représenter clairement les opérations effectuées sur des mélanges, et notamment de résoudre graphiquement les problèmes de mélange de mélanges.

Afin de fixer les idées, nous allons étudier le diagramme h - w de Mollier relatif au mélange air-eau. Ce diagramme fait l'objet de la figure 7.4. Il représente essentiellement la fonction $\hat{h}^* = \hat{h}^*(w^*)$, avec \hat{T} en paramètre et indique les différents domaines délimités par les axes de coordonnées, la courbe de saturation et les isothermes de 0 °C.

Courbe de saturation

La limite entre le domaine du mélange sec et celui du mélange humide est la **courbe de saturation** qui est déterminée comme suit. La pression P_m étant fixée une fois pour toutes, il convient, pour chaque valeur de \hat{T} , de trouver les valeurs de w^{*} et de \hat{h}^{*} . Le taux d'humidité w^{*} est donné par (7.10) et (7.18), et la surenthalpie \hat{h}^{*} par (7.26).

Isothermes

Les équations (7.25) à (7.28) montrent que, pour une température \hat{T} constante, la surenthalpie \hat{h}^{*} est toujours une fonction linéaire du taux d'humidité w^{*} . Donc, *les isothermes sont des droites*.

Pour un mélange humide correspondant à un point M du diagramme de la figure 7.4, l'isotherme passant par M détermine sur la courbe de saturation un point S dont le taux d'humidité est w^{*} . Le mélange est donc constitué, comme déjà indiqué au paragraphe 7.1.5, de :

- w^{*} kg de vapeur V , par kg de gaz A
- $w - w^{*}$ kg de liquide L , par kg de gaz A

Remarquons que, dans le domaine en forme de coin très effilé situé entre les isothermes correspondant à la température de solidification de la substance E (0°C pour l'eau), nous avons un **mélange de gaz, de vapeur, de liquide et de solide**.

Il convient de remarquer que, en raison des coordonnées obliques, la tangente de l'angle de pente des isothermes n'est pas donnée directement par la dérivée de \hat{h}^{*} par rapport à w^{*} . Toutefois, elle s'en déduit aisément par une construction géométrique élémentaire.

Les valeurs de la dérivée dans les différents domaines sont données par les relations suivantes :

- *mélange sec* (relation (7.25)) :

$$\left(\frac{\partial \hat{h}^{*}}{\partial w^{*}} \right)_T = q_{vap} + c_{pv} \hat{T} \quad (7.34)$$

- *mélange humide avec liquide* (relation (7.27)) :

$$\left(\frac{\partial \hat{h}^{*}}{\partial w^{*}} \right)_T = c_l \hat{T} \quad (7.35)$$

- *mélange humide avec solide* (relation (7.28)) :

$$\left(\frac{\partial \hat{h}^{*}}{\partial w^{*}} \right)_T = -q_{fus} + c_s \hat{T} \quad (7.36)$$

Nous constatons que toutes les isothermes sont composées de deux tronçons de pentes différentes se rejoignant sur la courbe de saturation, où elles présentent une cassure.

Considérons en particulier l'isotherme de 0 °C. Dans le domaine du mélange sec, sa dérivée est égale à q_{vap} (relation (7.34)). Comme ce tronçon d'isotherme a été fixé horizontalement, la valeur q_{vap} détermine la position angulaire de l'axe des w^* . Dans le domaine du mélange humide avec liquide, la dérivée de l'isotherme de 0 °C est nulle (relation (7.35)). Donc, ce tronçon d'isotherme est parallèle à l'axe des w^* .

Quel que soit le domaine considéré, les isothermes se relèvent lorsque \hat{T} augmente. Dans le domaine du mélange sec, elles présentent une pente positive. Dans celui du mélange humide avec liquide, elles sont moins inclinées que l'axe des w^* .

Isochores

Pour le domaine du mélange sec, il est possible de représenter la famille des courbes *isochores* en utilisant la relation (7.31) sous la forme :

$$w^* = \frac{v^* P_m}{r_v T} - \frac{r_a}{r_v} \quad (7.37)$$

On peut montrer numériquement que *les isochores sont pratiquement des droites*. Nous avons renoncé à les tracer dans la figure 7.4, afin de ne pas surcharger le diagramme.

Courbes à ϕ constant

Pour le domaine du mélange sec, nous obtenons la famille de *courbes à humidité relative ϕ constante* en utilisant (7.14), compte tenu de la définition (7.7), sous la forme :

$$w^* = \frac{\phi(P_m - P_v'')}{P_m - \phi P_v''} w^{*''} \quad (7.38)$$

Courbes à x constant

Pour le domaine du mélange humide, nous obtenons la famille de *courbes à titre x constant* en utilisant la définition (7.8), compte tenu de (7.7), sous la forme :

$$x = \frac{w^{*''}}{w^*} \quad (7.39)$$

Pression partielle de la vapeur

Pour le domaine du mélange sec, nous obtenons la *pression partielle* P_v de la vapeur V , correspondant au taux d'humidité w^* , en utilisant la relation (7.17) sous la forme :

$$P_v = \frac{w^*}{w^* + \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a}} P_m \quad (7.40)$$

Cette relation montre que la pression P_v est la même pour tous les points caractérisés par le même w^* , c'est-à-dire situés sur une verticale dans le diagramme $h-w$; d'où la possibilité de repérer P_v en graduant une *droite inclinée* quelconque dont la pente est choisie de façon à faciliter la lecture. En particulier, si nous considérons un point S situé sur la courbe de saturation et que nous abaissions une verticale sur la droite en question, nous trouvons au point P la pression de saturation P_v'' correspondante.

Substances pures

Le **gaz A pur** est un mélange particulier caractérisé par $w^* = 0$. Donc, les points représentatifs de l'air pur sont situés sur l'axe des \hat{h}^* .

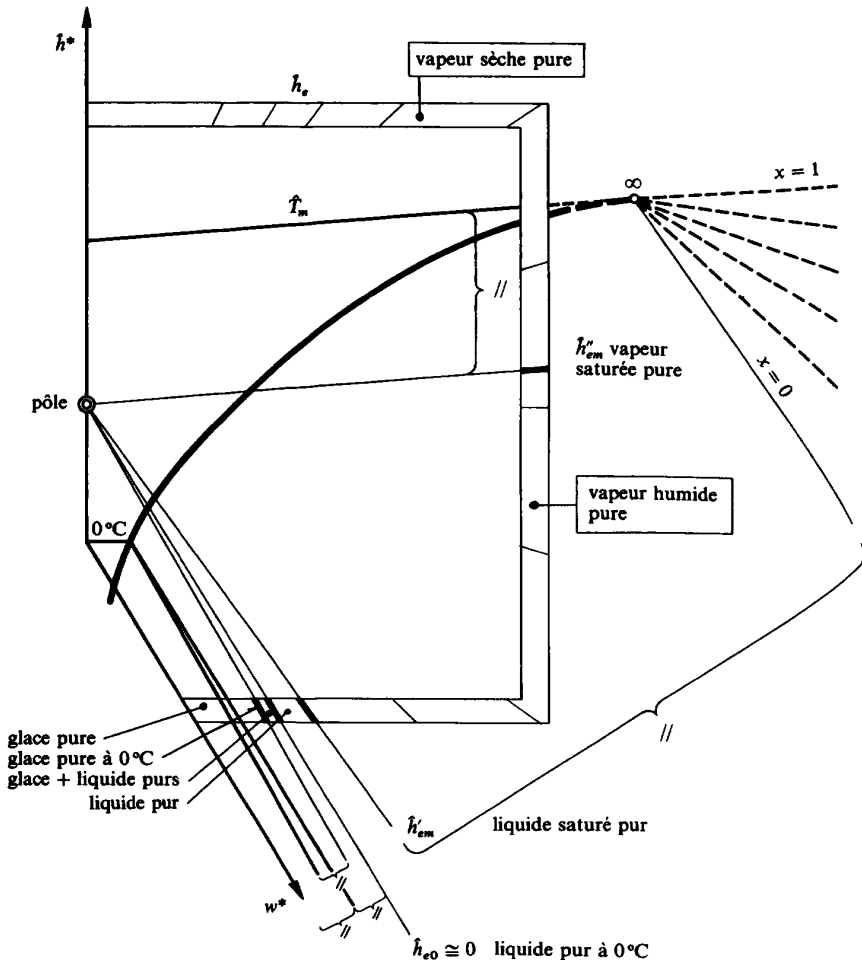


Fig. 7.5 Représentation de l'eau pure dans le diagramme $h-w$ de Mollier.

La **substance E pure** est un mélange particulier caractérisé par $w^* = \infty$. Selon (7.24), nous avons simultanément $\hat{h}^* = \infty$. Donc, les points représentatifs de l'eau pure sont rejetés à l'infini. D'une façon générale, la *direction* dans laquelle se trouve un point correspondant à de l'eau pure est donnée, selon (7.24), par la relation :

$$\lim_{w^* \rightarrow \infty} \frac{\hat{h}^*}{w^*} = \hat{h}_e \quad (7.41)$$

Pour des raisons d'ordre pratique, les directions à l'infini sont repérées par de petits segments de droite disposés radialement à partir d'un pôle arbitraire, dans un cadre entourant le diagramme et gradué en surenthalpie \hat{h}_e , comme le montre la figure 7.5. Une direction déterminée est obtenue en traçant la droite qui relie le pôle au segment repérant la valeur \hat{h}_e donnée.

Le **liquide saturé pur** a une surenthalpie \hat{h}'_{em} et un titre nul (point 6 du diagramme h - s de la figure 7.3). Le tronçon humide de l'isotherme \hat{T}_m , dont la direction est repérée dans le cadre par \hat{h}'_{em} , est rejeté à l'infini. Pour la continuité du raisonnement, on peut imaginer que l'isotherme \hat{T}_m , relative à un mélange caractérisé par un titre x compris entre 0 et 1, a une pente intermédiaire entre les précédentes, tout en restant à l'infini.

Le **liquide pur** à 0 °C a, selon (7.21), une surenthalpie $\hat{h}_{e0} \cong 0$ (point 0 du diagramme h - s de la figure 7.3). Donc, comme mentionné ci-dessus, le tronçon humide de l'isotherme de 0 °C est parallèle à l'axe des w^* .

Ebullition

Un cas particulier intéressant est celui qui correspond au phénomène d'**ébullition**. Ce phénomène apparaît lorsque la pression partielle P_v de la vapeur V devient égale à la pression P_m du mélange M . Nous avons alors, au-dessus du liquide, de la **vapeur saturée pure** dont la surenthalpie est \hat{h}''_{em} et dont le titre est $x = 1$ (point 7 du diagramme h - s de la figure 7.3). Le point représentatif de cet état dans le diagramme de la figure 7.5 doit être, d'une part, le point à l'infini de l'isotherme correspondant à la température \hat{T}_m relative à la pression P_m (99.6 °C et 1 bar pour l'eau); il doit être, d'autre part, le point à l'infini de la courbe de saturation. Donc le tronçon sec de l'isotherme \hat{T}_m , dont la direction est repérée dans le cadre par \hat{h}''_{em} , est **asymptotique** à la courbe de saturation.

7.2.2 Influence de la pression du mélange

Mélange sec

L'élimination de P_v entre les équations (7.9) et (7.17) donne:

$$w^* = \frac{\tilde{m}_v}{\tilde{m}_a} \frac{\varphi P_v''}{P_m - \varphi P_v''} \quad (7.42)$$

Comme l'expression $\phi P_v''$ est beaucoup plus petite que P_m , nous pouvons la négliger. Nous avons donc, avec une bonne approximation:

$$w^* \sim \frac{\phi}{P_m} \text{ pour } T \text{ déterminé car } P_v''(T) = \text{cste} \quad (7.43)$$

En particulier, à la limite de saturation, où $\phi = 1$, nous obtenons la proportionnalité:

$$w^{*s} \sim \frac{1}{P_m} \text{ pour } T \text{ déterminé} \quad (7.44)$$

Or, pour un mélange sec, l'équation (7.25) montre que les isothermes restent les mêmes. Donc, tout point de la courbe de saturation se déplace sur son isotherme,

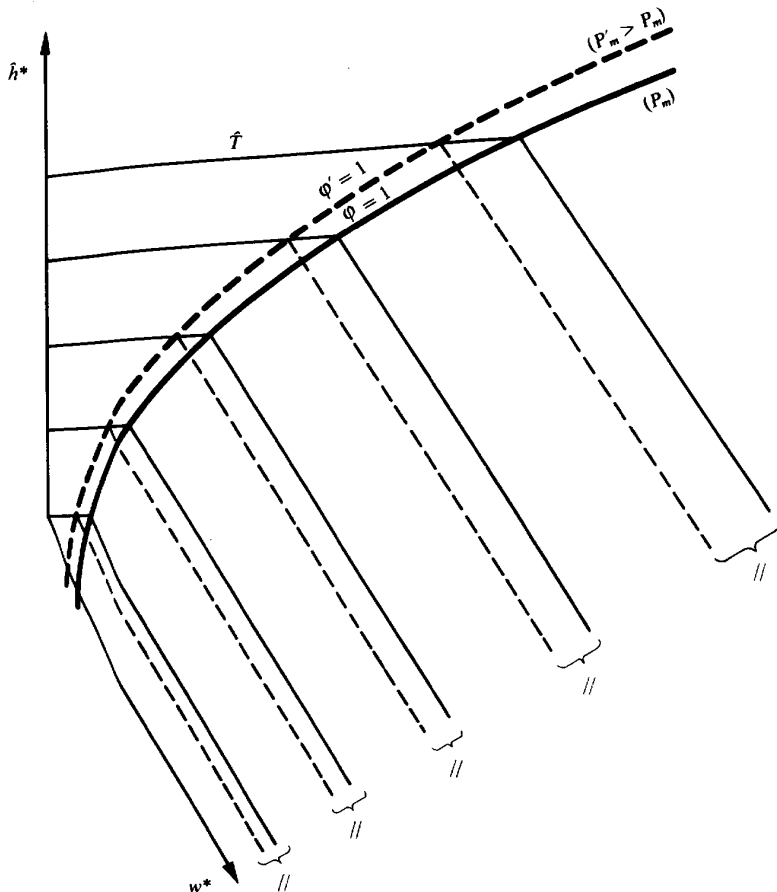


Fig. 7.6 Influence de la pression du mélange sur le diagramme h - w de Mollier.

conformément à la proportion ci-dessus. Quand P_m augmente, il se déplace vers la gauche, comme le montre le diagramme de la figure 7.6.

En tout point du domaine du mélange sec, donc pour des valeurs données de T et w^* , nous avons, selon (7.43), la proportionnalité:

$$\varphi \sim P_m \quad (7.45)$$

Mélange humide

Les équations (7.35) et (7.36) montrent que les pentes des isothermes restent les mêmes.

Les considérations ci-dessus permettent de construire aisément le diagramme h - w de Mollier relatif à une pression P'_m , à partir du diagramme relatif à la pression P_m , et à l'aide de la méthode simple de transformation représentée dans la figure 7.6.

7.3 MÉLANGE DE DEUX MÉLANGES, EN RÉGIME PERMANENT

7.3.1 Description

Considérons le système représenté par la figure 7.7, comportant un mélangeur adiabate, dans lequel s'opère, en régime permanent, le mélange de deux mélanges. Les mélanges entrants 1 et 2, ainsi que le mélange sortant M sont à la même pression P_m .

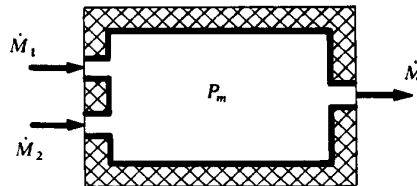


Fig. 7.7 Mélange adiabate, isobare et en régime permanent, de deux mélanges.

7.3.2 Mélange de deux mélanges quelconques

Nous avons évidemment, selon la définition (7.4), le taux d'humidité du mélange M :

$$w^* = \frac{\dot{M}_e}{\dot{M}_a} = \frac{\dot{M}_{e1} + \dot{M}_{e2}}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}} = \frac{\dot{M}_{a1}w_1^* + \dot{M}_{a2}w_2^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}} \quad (7.46)$$

Nous obtenons, en tenant compte de la propriété d'extensivité de l'enthalpie et de la relation (6.88), la surenthalpie du mélange M :

$$\hat{h}^* = \frac{\hat{H}}{\dot{M}_a} = \frac{\hat{H}_1 + \hat{H}_2}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}} = \frac{\dot{M}_{a1}\hat{h}_1^* + \dot{M}_{a2}\hat{h}_2^*}{\dot{M}_{a1} + \dot{M}_{a2}} \quad (7.47)$$

Les relations (7.46) et (7.47) montrent que le mélange sortant M est obtenu par une moyenne pondérée effectuée sur les w^* et les \hat{h}^* des mélanges entrants 1 et 2, les « poids » étant les débits-masse \dot{M}_{a1} et \dot{M}_{a2} de gaz A . Donc, comme le montre le diagramme de la figure 7.8, le point représentatif du mélange M est situé au « centre de gravité » du système formé par les deux points 1 et 2, affectés chacun du débit-masse \dot{M}_a correspondant.

Cette règle est très générale et n'est pas infirmée par le fait que la droite reliant les points 1 et 2 coupe la courbe de saturation.

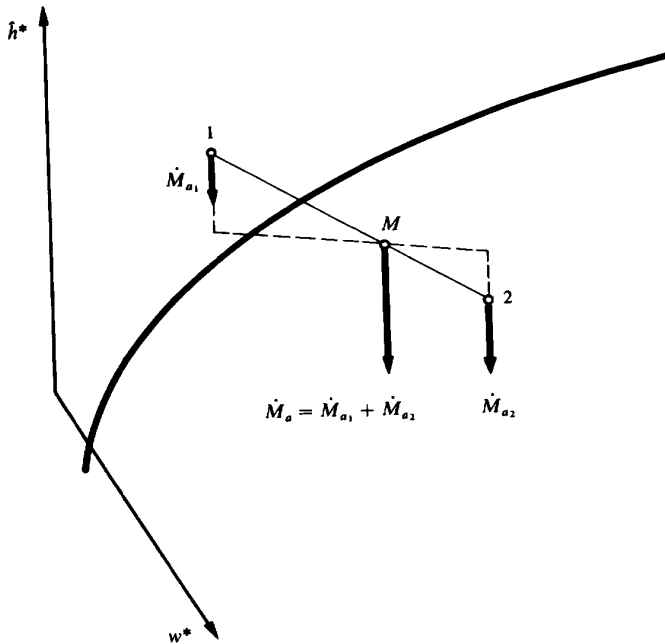


Fig. 7.8 Mélange de deux mélanges, en régime permanent.

7.3.3 Mélange d'un mélange quelconque et de substance E pure

En admettant que le mélange entrant 2 soit de la substance E pure, nous avons :

$$w_2^* = \infty \quad \dot{M}_{a2} = \frac{\dot{M}_{e2}}{w_2^*} = 0 \quad (7.48)$$

La relation (7.46) donne alors le taux d'humidité du mélange M :

$$w^* = w_1^* + \frac{\dot{M}_{e2}}{\dot{M}_{a1}} \quad (7.49)$$

Comme le montre le diagramme de la figure 7.9, le point représentatif du mélange M est alors situé à l'abscisse w^* , calculée par (7.49), sur la droite 1-2 dont la direction est repérée dans le cadre par la surenthalpie \hat{h}_{e2} de la substance E dans l'état 2.

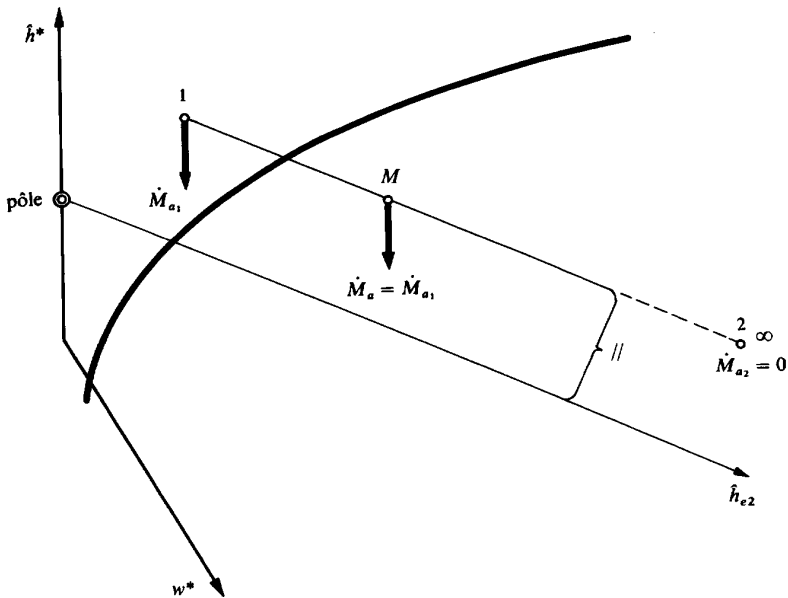


Fig. 7.9 Mélange d'un mélange et de substance E pure.

7.3.4 Mélange de deux mélanges saturés

Etant donné la courbure de la courbe de saturation, le mélange de deux mélanges saturés donne un mélange humide, avec apparition de **brouillard**. Cet événement correspond à un phénomène de condensation, comme le montre le diagramme de la figure 7.10.

C'est ainsi que l'on explique la formation du brouillard observé très souvent, au-dessus de Terre-Neuve. Dans cette région, il y a en effet rencontre de deux mélanges saturés, l'un à basse température, provenant du contact de l'atmosphère avec les courants froids de l'Océan Arctique, et l'autre, à température plus élevée provenant du contact de l'atmosphère avec le Gulfstream.

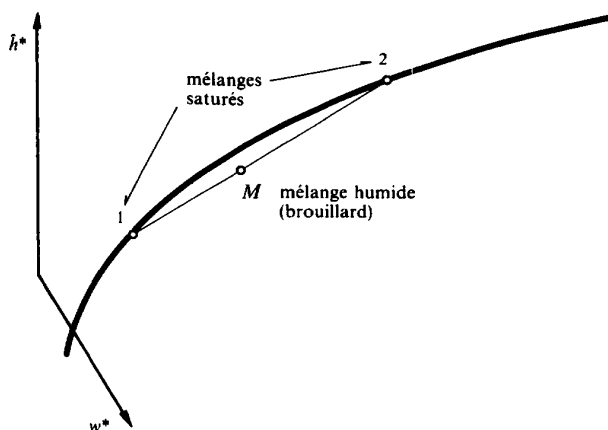


Fig. 7.10 Mélange de deux mélanges saturés.

7.4 CHAUFFAGE OU RÉFRIGÉRATION D'UN MÉLANGE QUELCONQUE

Considérons un mélange s'écoulant en régime permanent dans un canal doté d'un système de chauffage (par exemple résistance électrique) ou de réfrigération (par exemple élément frigorigène).

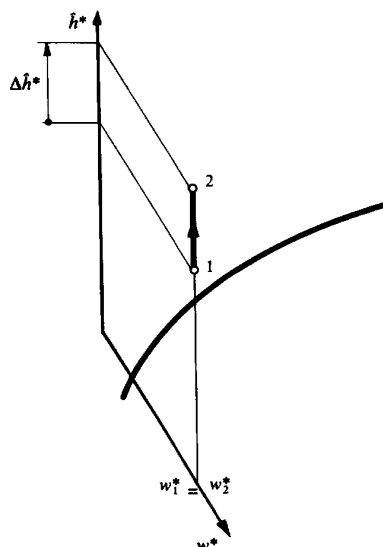


Fig. 7.11 Chauffage d'un mélange quelconque.

Le taux d'humidité w^* restant constant au cours de l'opération, le point représentatif du mélange se déplace, dans le diagramme de Mollier, le long d'une *droite verticale*, comme le montre la figure 7.11.

Selon (7.57), et en négligeant les variations des énergies cinétique et potentielle, nous obtenons la puissance-chaleur reçue :

$$\dot{Q}^+ = \dot{M} \Delta h = \dot{M} \Delta \hat{h} = \dot{M}_a \Delta \hat{h}^* \quad (7.50)$$

où \dot{M}_a est le débit-masse de gaz A.

Inversement, si la puissance-chaleur est connue, le point 2 est déterminé, à partir du point 1, par la surenthalpie :

$$\Delta \hat{h}^* = \frac{\dot{Q}^+}{\dot{M}_a} \quad (7.51)$$

7.5 INTRODUCTION DE LIQUIDE DANS UN MÉLANGE SEC

7.5.1 Généralités

Considérons un système fermé, adiabate et isobare, contenant un mélange sec G_1 , dans lequel nous introduisons une certaine masse de liquide L_1 dont la pression est égale à P_m et dont la température $\hat{T}_{\ell 1}$ est quelconque, c'est-à-dire en général différente de celle \hat{T}_{g1} du mélange. Pour fixer les idées, pensons à l'introduction d'une masse d'eau dans une pièce.

Juste après l'introduction du liquide, le système est en déséquilibre, puis il tend vers un nouvel équilibre en suivant une évolution complexe que nous allons décrire, en essayant d'analyser la dynamique des phénomènes.

En vertu du Premier Principe, nous avons, selon (1.43) et en négligeant les énergies cinétique et potentielle :

$$\begin{aligned} \Delta U &= -P_m \Delta V \\ \Delta U + P_m \Delta V &= \Delta(U + VP_m) = \Delta(U + VP) = 0 \\ \Delta H &= 0 \end{aligned} \quad (7.52)$$

La relation (7.52) montre que la règle des mélanges, établie à la section 7.3 pour un système ouvert en régime permanent, est aussi valable pour un système fermé isobare.

Nous distinguerons trois cas différents, selon l'importance relative de la masse de liquide introduite.

7.5.2 Introduction d'une grande masse de liquide

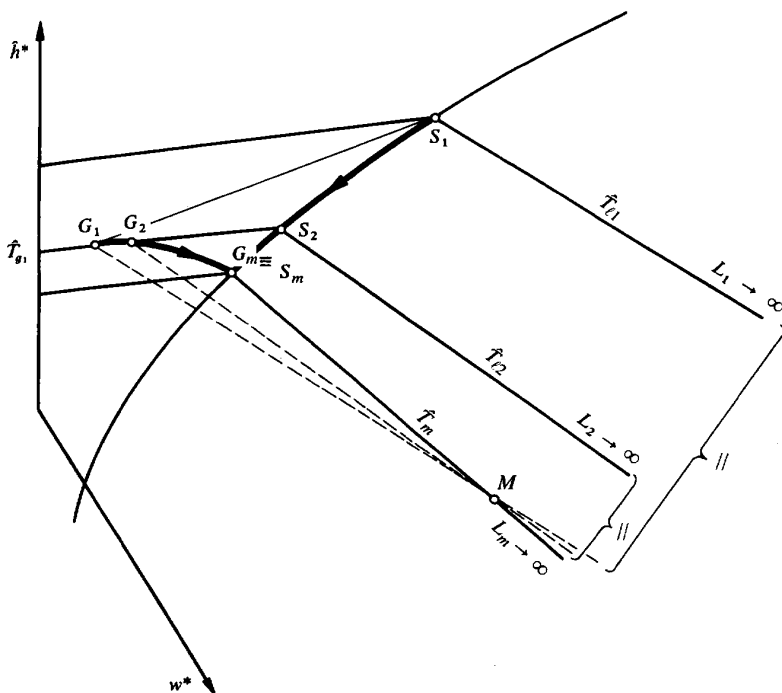
Pour fixer les idées, pensons au remplissage en eau chaude d'une baignoire dans une salle de bain. L'évolution du système fait l'objet du diagramme de la figure 7.12.

Au temps initial t_1 , le mélange est représenté par les points G_1 pour la phase gazeuse et L_1 à l'infini pour le liquide. A titre d'exemple, nous avons admis $\hat{T}_{t1} > \hat{T}_{g1}$. L'état final M du mélange est obtenu en appliquant la règle des mélanges. Dans le cas présent, il s'agit d'un mélange humide. Au début de l'opération, la phase gazeuse qui règne juste au-dessus de la surface du liquide est le mélange saturé S_1 . Le déséquilibre entraîne les phénomènes simultanés suivants :

- évaporation de liquide L
- diffusion de la vapeur saturée S_1 dans le mélange sec G_1 , entraînant l'évolution de l'état S dans la direction S_1G_1 et celle de l'état G dans la direction G_1S_1
- refroidissement du liquide L
- échauffement de la phase gazeuse G (au début seulement)

Un instant plus tard, au temps t_2 , le mélange est représenté par les points G_2 et L_2 à l'infini, et le jeu décrit ci-dessus continue. Nous constatons que l'état S descend le long de la courbe de saturation et que l'état G décrit une courbe qui est l'enveloppe des droites GS . Cette courbe est donc tangente en G_1 à la droite G_1S_1 .

A la fin de l'opération, au temps t_m , l'état G atteint la courbe de saturation en S_m , sur l'isotherme correspondant à la température finale \hat{T}_m .



7.5.3 Introduction d'une masse moyenne de liquide

Pour fixer les idées, pensons à l'introduction d'un seau d'eau chaude dans une pièce. L'évolution du système fait l'objet du diagramme de la figure 7.13.

Le processus est analogue à celui décrit précédemment. La différence réside dans le fait que, cette fois-ci, le mélange final M est un mélange sec.

Au bout d'un certain temps, l'état S atteint le point S_m et l'état L le point L_m . Dès lors, la température du liquide reste égale à \hat{T}_m , malgré la poursuite de l'évaporation, et l'état G se déplace sur le prolongement, dans le domaine du mélange sec, du « tronçon humide » de l'isotherme \hat{T}_m .

7.5.4 Introduction d'une petite masse de liquide

Pour fixer les idées, pensons à l'introduction d'une assiette d'eau chaude ou d'un chiffon mouillé dans une pièce. L'évolution du système fait l'objet du diagramme de la figure 7.14.

Le processus est évidemment analogue à celui décrit précédemment. La différence réside dans le fait que, cette fois-ci, la masse de liquide introduite est très faible par rapport à celle de la phase gazeuse G .

Il en résulte que l'état S atteint très rapidement le point S_m et l'état L_m . Il en résulte aussi que l'état G n'est pratiquement pas affecté par l'opération, de telle

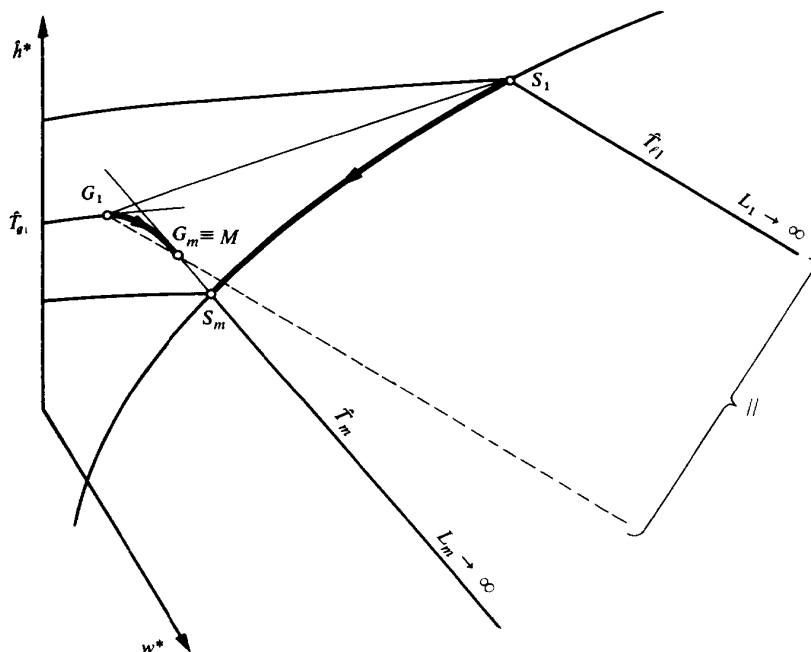


Fig. 7.13 Introduction d'une masse moyenne de liquide dans un mélange sec.

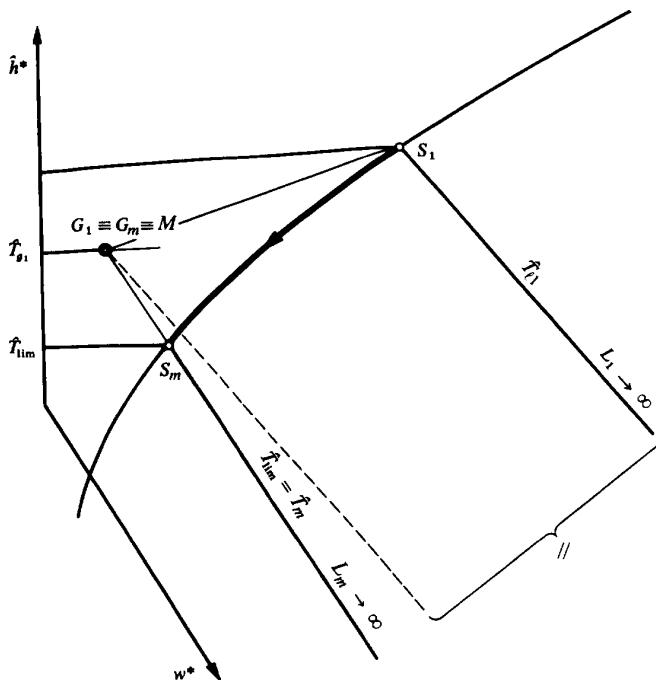


Fig. 7.14 Introduction d'une petite masse de liquide dans un mélange sec.

sorte que la courbe G_1G_m se réduit au point G_1 et que l'état final M coïncide pratiquement avec l'état initial G_1 . Donc, cette fois-ci, le prolongement, dans le domaine du mélange sec, du « tronçon humide » de l'isotherme \hat{T}_m , passe par le point G_1 .

Remarquons que si la température initiale $\hat{T}_{\ell 1}$ du liquide avait été inférieure à \hat{T}_m , le liquide se serait rapidement réchauffé et sa température aurait également atteint \hat{T}_m . Cette température très remarquable est appelée **température limite** et est notée \hat{T}_{lim} . Remarquons que, suivant l'état initial G_1 du mélange sec et la température initiale $\hat{T}_{\ell 1}$ du liquide, il peut y avoir les phénomènes suivants :

- évaporation ou condensation de la substance E
- échauffement ou refroidissement du liquide L
- tendance à l'échauffement ou au refroidissement de la phase gazeuse G
- brouillard ou pas de brouillard

Ces différents cas dépendent de l'orientation de la droite G_1S_1 . Ils seront étudiés plus en détail dans la section 7.7. Mais, dès maintenant, mettons bien en évidence la propriété suivante, qui joue un rôle extrêmement important en hygrométrie.

Quelle que soit sa valeur initiale $\hat{T}_{\ell 1}$, la température \hat{T}_{ℓ} du liquide tend vers la **température limite** \hat{T}_{lim} , soit par valeurs décroissantes, soit par valeurs croissantes.

7.5.5 Formation de brouillard

Le diagramme de la figure 7.15 montre que l'évolution de l'état S dans la direction SG_1 s'accompagne de condensation quand la droite G_1S coupe la courbe de saturation. Cela sera le cas jusqu'à ce que le liquide, en se refroidissant, ait atteint une température $\hat{T}_{\ell t}$ telle que la droite G_1S_t soit tangente à la courbe de saturation.

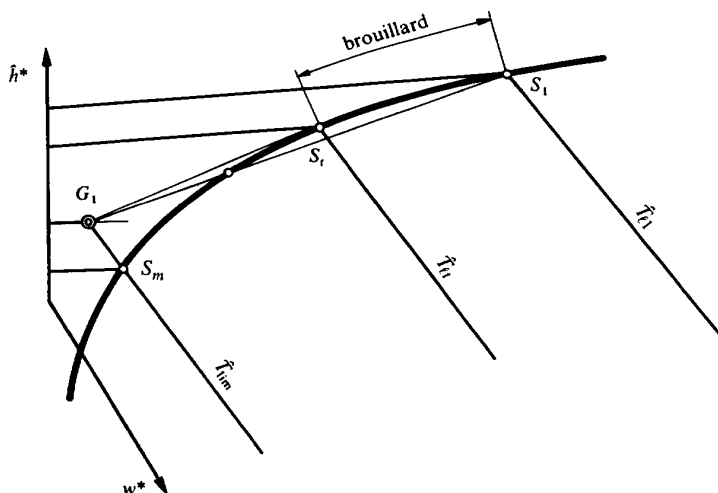


Fig. 7.15 Explication du phénomène de brouillard.

Ainsi s'explique le brouillard, constitué de très petites gouttelettes d'eau, que l'on observe au-dessus d'une assiette d'eau chaude, comme le montre la figure 7.16. Le phénomène dure tant que la température \hat{T}_{ℓ} est supérieure à la température $\hat{T}_{\ell t}$, cette dernière étant d'ailleurs en général supérieure à la température \hat{T}_{g1} de l'atmosphère.

Remarquons toutefois que, dans le cas limite où l'eau est en **ébullition**, le brouillard « ne colle pas » à la surface, comme le montre la figure 7.17. Cela s'explique par le fait que, dans le voisinage de la surface, la phase gazeuse est constituée de vapeur saturée (point S) et que, lorsque la température \hat{T}_{ℓ} du liquide atteint la température d'ébullition \hat{T}_m , la pression partielle P_v'' de cette vapeur devient égale à la pression P_m du mélange et le point S est rejeté à l'infini sur la courbe de saturation: La vapeur saturée est alors pure, c'est-à-dire sans air, donc sans brouillard et invisible.

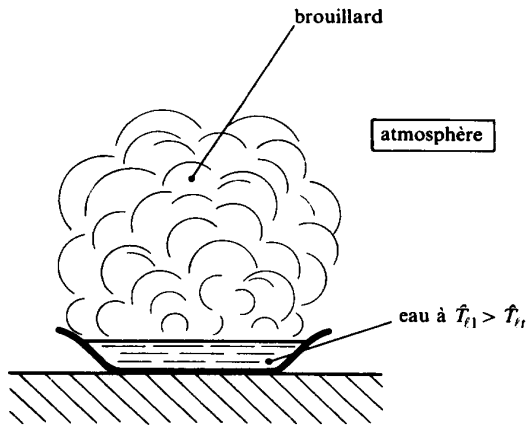


Fig. 7.16 Brouillard observé au-dessus d'une assiette d'eau chaude.

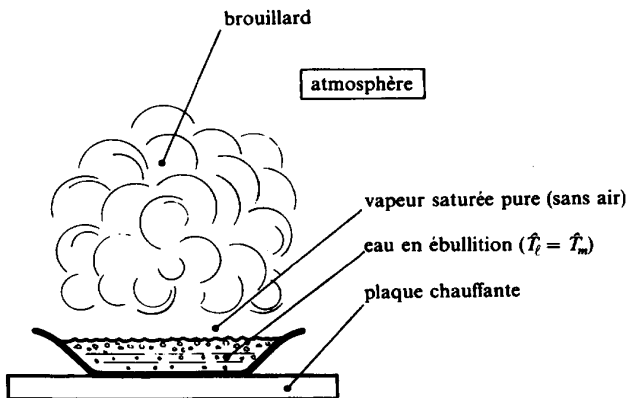


Fig. 7.17 Brouillard observé au-dessus d'une assiette d'eau en ébullition.

7.6 APPLICATION DE LA NOTION DE TEMPÉRATURE LIMITE

7.6.1 Balayage continu d'une surface liquide par un mélange sec

Considérons le balayage de la surface d'une étendue d'eau (bassin, lac...) par un vent régulier, comme le montre la figure 7.18.

Supposons que l'atmosphère subisse une brusque variation de la température \hat{T}_g . Juste après cette variation, le système est en déséquilibre, puis il évolue vers un nouvel équilibre dynamique de façon analogue à celle qui a été décrite à la section 7.5.

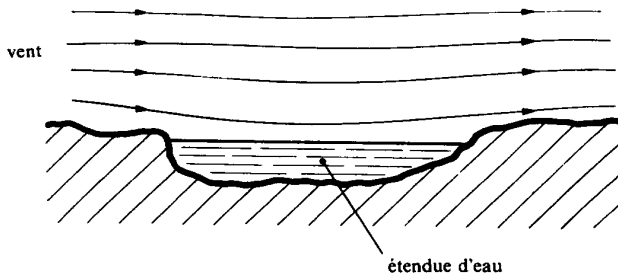


Fig. 7.18 Balayage d'une étendue d'eau (bassin, lac...) par un vent régulier.

La différence réside dans le fait que les phénomènes d'évaporation et de diffusion, ainsi que celui de transfert-chaleur par convection, sont influencés par l'existence du vent. Ces phénomènes sont d'autant plus intenses que la vitesse du vent est élevée. Mais, comme dans le troisième cas décrit au paragraphe 7.5.4, la température de l'eau tend en principe vers la **température limite** \hat{T}_{lim} correspondant à l'état thermodynamique de l'atmosphère. Cela explique le fait que, en été, la température des étendues d'eau dans la nature est inférieure à celle de l'atmosphère.

7.6.2 Psychromètre

Le psychromètre est un appareil permettant de déterminer l'état thermodynamique d'une atmosphère, c'est-à-dire notamment son taux d'humidité w^* ou son humidité relative φ .

La figure 7.19 représente, à titre d'exemple, un type de psychromètre appelé **psychromètre à aspiration d'Assmann**. Cet appareil est constitué de deux thermomètres. Le bulbe de l'un, appelé **thermomètre sec**, est nu, tandis que le bulbe de l'autre, appelé **thermomètre humide**, est enveloppé dans un tissu en coton, trempé préalablement dans de l'eau distillée (pour éviter les dépôts). Les bulbes de ces deux thermomètres sont balayés par le courant d'air aspiré par un petit ventilateur. Le thermomètre sec indique la température \hat{T}_{g1} de l'atmosphère, tandis que le thermomètre humide tend rapidement vers la température limite \hat{T}_{lim} .

Conformément à la définition de la température limite, le point G_1 , représentant l'**état de l'atmosphère**, est obtenu à l'*intersection* du «tronçon sec» de l'isotherme \hat{T}_{g1} et du *prolongement*, dans le domaine du mélange sec, du «tronçon humide» de l'isotherme \hat{T}_{lim} , conformément au diagramme de la figure 7.14.

En fait, tout se passe comme si le mélange saturé à la surface du coton du bulbe humide, représenté par S_m , était le résultat d'un mélange entre l'état de mélange sec représenté par le point G_1 et l'état de l'eau du coton représenté par le point L_m à l'infini. D'où l'explication du fait que ces trois points sont alignés, conformément à la règle des mélanges (fig. 7.14).

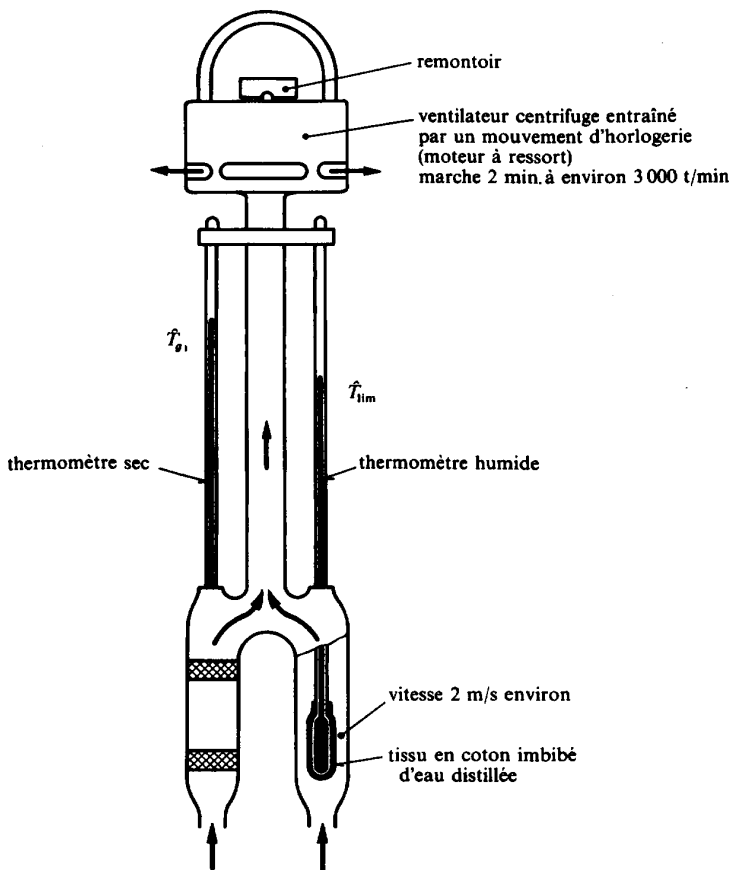


Fig. 7.19 Psychromètre à aspiration d'Assmann.

Il existe dans la littérature technique un grand nombre d'autres présentations (diagrammes, tableaux, règles...) permettant de déterminer les caractéristiques thermodynamiques de l'atmosphère à partir des températures \hat{T}_g et \hat{T}_{lim} .

Remarquons que, pour obtenir des mesures correctes de température, il convient de protéger les thermomètres d'un psychromètre du transfert d'énergie par rayonnement. A cet effet, il est indiqué de chromer ou de nickeler les surfaces métalliques de l'appareil.

7.6.3 Rafraîchissement d'un corps

Le *botijo* des paysans espagnols, également connu dans le Midi de la France sous le nom de *gargoulette*, est un cruchon en terre cuite poreuse qui est rempli d'eau, suspendu à une corde et que l'on fait balancer dans l'atmosphère. L'eau

suinte à travers la paroi et s'évapore, de sorte que la température du système se rapproche de \hat{T}_{lim} , procurant ainsi une boisson fraîche par rapport à l'atmosphère.

Le *corps humain* donne lieu à un phénomène analogue. La sueur suinte à travers les pores de la peau et s'évapore, provoquant un rafraîchissement du corps. Remarquons que **la différence psychrométrique $\hat{T}_g - \hat{T}_{\text{lim}}$ est d'autant plus grande que l'humidité relative ϕ de l'atmosphère est faible**. Par contre, elle devient nulle lorsque $\phi = 100\%$, c'est-à-dire lorsque l'atmosphère est saturée, car alors le point G_1 est sur la courbe de saturation et le point S_m coïncide avec G_1 . C'est pourquoi le rafraîchissement n'est pas sensible dans les pays tropicaux où l'humidité relative se rapproche de 100%.

7.7 SYNTHÈSE

Nous avons mentionné à la section 7.5 que, suivant l'état initial G_1 de l'atmosphère et la température initiale $\hat{T}_{\ell 1}$ de l'eau, il pouvait y avoir des transferts-chaleur et de masse dans un sens ou dans l'autre. La figure 7.20 montre de façon synthétique les différents cas qui peuvent se présenter. Elle permet de savoir très rapidement quelle est la réponse dynamique du système suivant la position du point G_1 par rapport à celle du point S_1 dans le diagramme de Mollier. Elle met en évidence les limites qui suivent.

- La limite **évaporation-condensation** est la verticale passant par S_1 . En effet, l'évolution de l'état G dans la direction $G_1 S_1$, dont la tendance est indiquée par un petit vecteur, se fait sans évaporation ni condensation lorsque ce vecteur est vertical.
- La limite **refroidissement-échauffement de l'eau** est le prolongement du «tronçon humide» de l'isotherme $\hat{T}_{\ell 1}$. En effet, l'évolution de l'état S dans la direction $S_1 G_1$ se fait sans refroidissement ni échauffement lorsque $\hat{T}_{\ell 1} = \hat{T}_{\text{lim}}$.
- La limite **échauffement-refroidissement de l'air** est le «tronçon sec» de l'isotherme $\hat{T}_{\ell 1}$. En effet, l'évolution de l'état G se fait sans échauffement ni refroidissement lorsque le vecteur indiquant la tendance est confondu avec ce «tronçon sec».
- Enfin, la limite **brouillard-pas de brouillard** est la tangente en S_1 à la courbe de saturation. En effet, l'évolution de l'état S se fait sans brouillard lorsque la droite $S_1 G_1$ ne coupe pas la courbe de saturation.

La figure 7.20 permet ainsi de se faire une idée du bilan thermique au début de l'opération. Par exemple, dans le cas des figures 7.12 à 7.15, l'eau doit fournir non seulement la chaleur de vaporisation de sa propre substance, mais encore de l'énergie-chaleur à l'atmosphère. C'est pourquoi elle se refroidit très rapidement.

La figure 7.20 montre également qu'il est possible de refroidir de l'eau avec une atmosphère à température plus élevée. Cette propriété est utilisée notamment dans les tours de refroidissement, dites humides, des installations thermiques (§ 14.1.6).

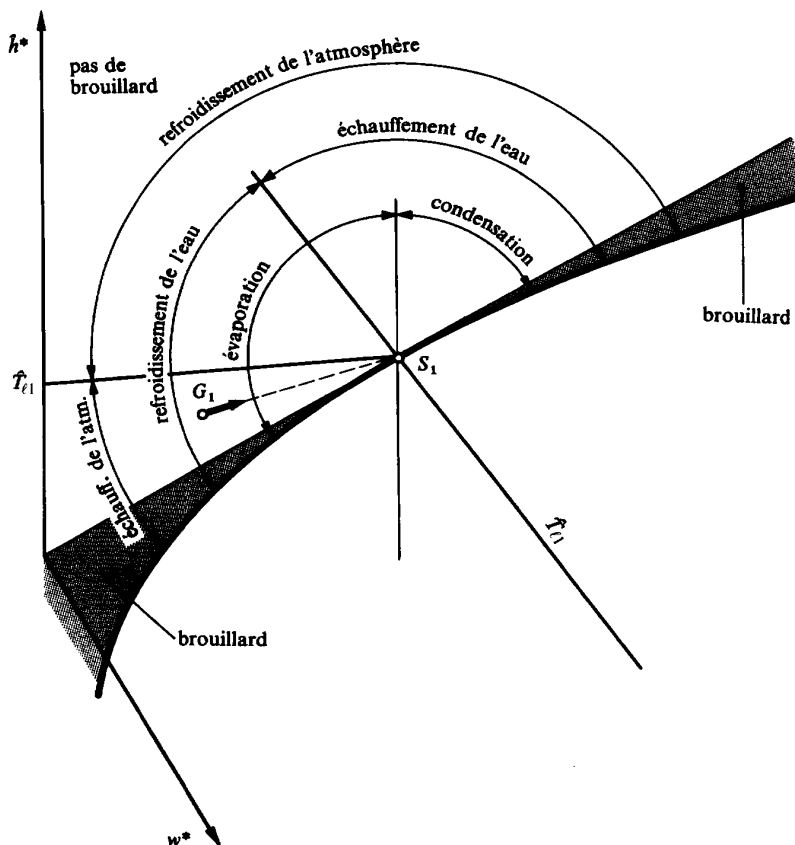


Fig. 7.20 Synthèse des transferts-chaaleur et de masse entre l'atmosphère et une masse d'eau à température quelconque.

7.8 SOLIDE ET MÉLANGE SEC

L'introduction de solide et le balayage continu d'une surface solide par un mélange sec se traitent exactement de la même manière que lorsqu'il s'agit de liquide, c'est-à-dire comme nous l'avons décrit à la section 7.5 et au paragraphe 7.6.1.

Comme le montre le diagramme de la figure 7.21, relatif au mélange air-eau, le domaine du mélange *air + vapeur + glace* est situé sous la courbe de saturation et sous le «tronçon humide» de l'isotherme de 0 °C relative à la glace, tandis que le domaine du mélange *air + vapeur + liquide + glace* se trouve entre les «tronçons humides» des isothermes de 0 °C relatives au liquide et à la glace.

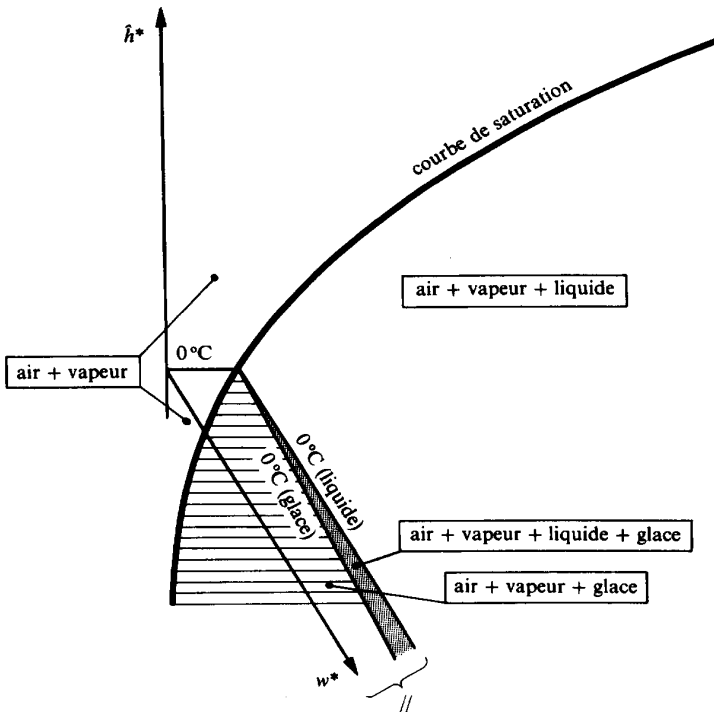


Fig. 7.21 Domaine de la glace dans le diagramme h - w Mollier relatif au mélange air-eau.

7.9 EXEMPLE D'APPLICATION

7.9.1 Description

La figure 7.22 représente schématiquement une installation de climatisation du type à recyclage, destinée à la climatisation d'une halle. En hiver, l'air extrait de l'atmosphère (point 1) est préalablement mélangé à l'air de recyclage (point 7). Le mélange est ensuite filtré par le filtre à poussière F , chauffé à l'aide du préchauffeur P , enrichi en eau par l'humidificateur H , débarrassé de l'eau liquide dans le séparateur de gouttelettes S , chauffé à nouveau à l'aide du postchauffeur C et enfin pulsé dans la halle par le ventilateur V . Dans ce cas, le refroidisseur R n'est pas utilisé. L'air de la halle est en partie recyclé (point 7), le complément étant évacué à l'atmosphère (point 8). Le taux de renouvellement de l'air, caractérisé par le rapport des débits-masse $\dot{M}_1/(\dot{M}_1 + \dot{M}_7)$, est ajusté à l'aide des clapets de réglage M .

Dans cet exemple, le réglage du taux d'humidité w_4^* est réalisé par le contrôle de la température de rosée T_4 à l'aide du préchauffeur P . Cela implique que le point

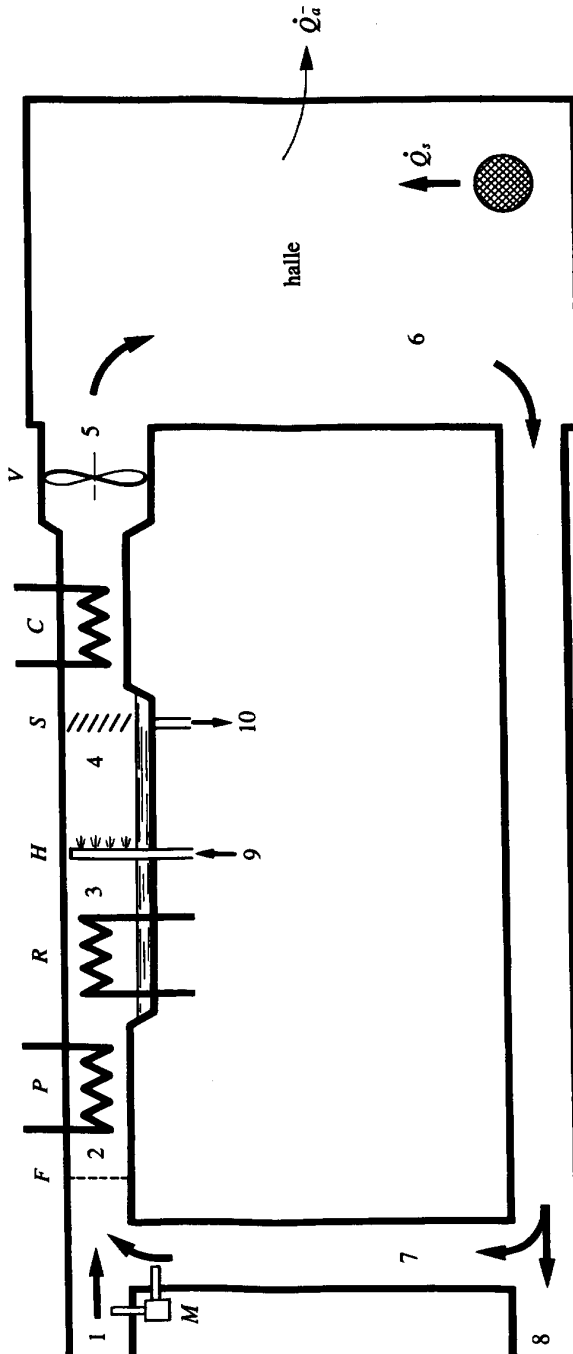


Fig. 7.22 Installation de climatisation du type à recyclage: *F* filtre, *P* préchauffeur, *R* refroidisseur, *H* humidificateur, *S* séparateur de gouttelettes, *C* postchauffeur, *V* ventilateur, *M* clapets de réglage.

de rosée 4 est situé sur la courbe de saturation, c'est-à-dire que le débit d'eau \dot{M}_9 injecté par l'humidificateur H est plus que suffisant pour obtenir la saturation, le débit d'eau en excès \dot{M}_{10} étant éliminé par le séparateur de gouttelettes S . D'autre part, le réglage de la température T_5 est réalisé à l'aide du postchauffeur C .

L'installation doit compenser la puissance-chaleur correspondant à la différence entre la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- transférée à l'atmosphère (déperdition) et la puissance-chaleur \dot{Q}_s provenant des diverses sources thermiques situées dans la halle (personnes, appareils, éclairage...). Elle a pour but de maintenir l'atmosphère de la halle dans l'état thermodynamique caractérisé par la température T_6 et l'humidité relative ϕ_6 , cela en tenant compte du taux de renouvellement de l'air qui est prescrit.

Nous formulons les hypothèses suivantes :

- Toutes les canalisations sont parfaitement calorifugées.
- Les sources et les puits d'eau dans la halle (transpiration, consommation...) sont négligeables.
- La puissance-travail fournie au fluide par le ventilateur V est négligeable.
- L'écoulement se fait sans dissipation.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- Le régime est permanent.

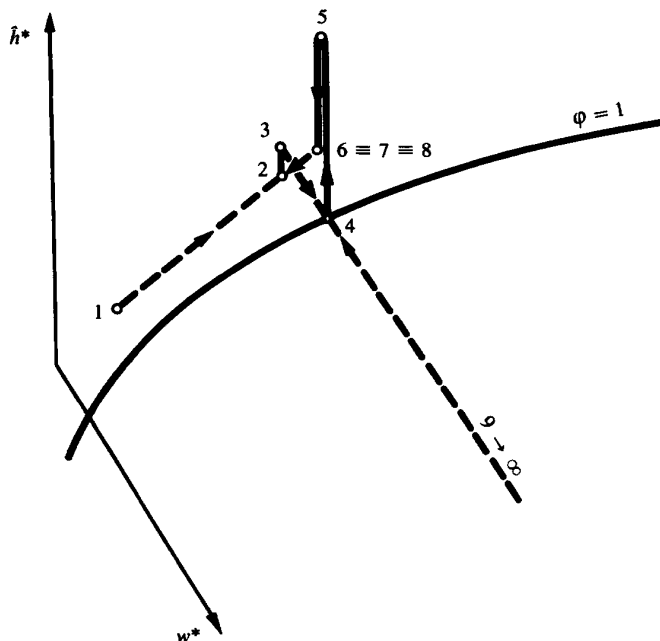


Fig 7.23 Evolution thermodynamique du mélange, dans l'installation de climatisation de la figure 7.22.

Il en résulte notamment que la pression P_m du mélange ne varie pratiquement pas d'un point à l'autre de l'installation, ce qui permet d'utiliser un diagramme h - w de Mollier bien déterminé.

7.9.2 Représentation

La figure 7.23 représente, dans le diagramme h - w de Mollier, l'évolution thermodynamique du mélange correspondant aux diverses opérations réalisées dans l'installation de climatisation de la figure 7.22.

Transformations et diagrammes thermodynamiques

8.1 TRANSFORMATIONS THERMODYNAMIQUES TYPIQUES

8.1.1 Généralités

Au paragraphe 2.3.1, nous avons défini les *transformations thermodynamiques typiques* suivantes :

- transformation isochore
- transformation isobare
- transformation isotherme
- transformation isénerge
- transformation isenthalpe
- transformation isentrope
- transformation polytrophe

Nous nous proposons maintenant de donner, dans le cas des fluides et pour chacune de ces transformations, les relations thermodynamiques les plus utiles, sous forme intégrale.

Ces relations découlent directement de celles qui ont été données sous forme différentielle dans les chapitres précédents et en particulier dans les sections 2.4 à 2.6. Leur établissement n'est qu'une manipulation déductive faisant intervenir des mathématiques élémentaires et que le lecteur peut refaire aisément lui-même. Pour cela, il suffit d'observer, le facteur σ étant fixé, que :

- pour les fluides réels, toutes les grandeurs $\alpha_v, \beta_p, \gamma_t, \alpha_\sigma, \beta_\sigma, \gamma_\sigma, c_v, c_p, c_\sigma, \gamma$ et Γ dépendent de deux fonctions d'état, par exemple de P et de T
- pour les gaz semi-parfaits $\alpha_v = \beta_p = \gamma_t = 1$ et les grandeurs $\alpha_\sigma, \beta_\sigma, \gamma_\sigma, c_v, c_p, c_\sigma, \gamma$ et Γ ne dépendent que de T
- pour les gaz parfaits $\alpha_v = \beta_p = \gamma_t = 1$ et les grandeurs $\alpha_\sigma, \beta_\sigma, \gamma_\sigma, c_v, c_p, c_\sigma, \gamma$ et Γ sont constantes.

8.1.2 Relations thermodynamiques

Les tableaux 8.1 à 8.7 donnent d'une façon systématique les relations thermodynamiques les plus utiles pour les transformations isochore, isobare, isotherme, isénerge, isenthalpe, isentrope et polytrophe.

Tableau 8.1 Transformation isochore ($v = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre T et P	$\vec{v} = - \int P dv$	$\vec{p} = \int v dP$	Δu	Δh	$\vec{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\bar{\alpha}_r}$	0	$v_0 \Delta P$	$\bar{c}_v \Delta T$	$\bar{c}_p \Delta T + v_0 \Delta P$	$\bar{c}_v \Delta T$	$\bar{c}_v \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{\bar{\alpha}_v} \ln \frac{P_2}{P_1}$
Gaz semi-parfait* et gaz parfait	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}$	0	$r \Delta T$	$c_v \Delta T$	$c_p \Delta T$	$c_v \Delta T$	$c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \ln \frac{P_2}{P_1}$

* Pour les gaz semi-parfaits, prendre les valeurs moyennes \bar{c}_v et \bar{c}_p .

Tableau 8.2 Transformation isobare ($P = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre T et v	$\vec{v} = - \int P dv$	$\vec{p} = \int v dP$	Δu	Δh	$\vec{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1/\beta_p}$	$-P_0 \Delta v$	0	$c_p \Delta T - P_0 \Delta v$	$\bar{c}_p \Delta T$	$\bar{c}_p \Delta T$	$\bar{c}_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\bar{c}_p}{\beta_p} \ln \frac{v_2}{v_1}$
Gaz semi-parfait* et gaz parfait	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$	$-r \Delta T$	0	$c_v \Delta T$	$c_p \Delta T$	$c_p \Delta T$	$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$

* Pour les gaz semi-parfaits, prendre les valeurs moyennes \bar{c}_v et \bar{c}_p .

Tableau 8.3 Transformation isotherme ($T = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre v et P	$\bar{v} = - \int P dv$	$\bar{p} = \int v dp$	Δu	Δh	$\bar{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{v_2}{v_1} \right) \approx \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{-1/\bar{\gamma}_t}$	$\frac{\bar{p}}{\bar{\gamma}_t}$	$\frac{v_1 P_1}{\bar{\Gamma}_t} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\bar{\Gamma}_t} - 1 \right]$ $\frac{\bar{c}_p - \bar{c}_v}{\bar{\alpha}_v} T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$\left(\frac{1}{\alpha_v} - 1 \right) \bar{\beta}_p \bar{p}$	$(1 - \bar{\beta}_p) \bar{p}$	$-\bar{\beta}_p \bar{p}$	$-\frac{\bar{\beta}_p \bar{p}}{T_0}$ $-\frac{\bar{c}_p - \bar{c}_v}{\bar{\alpha}_v} \ln \frac{P_2}{P_1}$
Gaz semi-parfait et gaz parfait	$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_2}{P_1}$	$-v_1 P_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $v_1 P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$-v_1 P_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $v_1 P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	0	0	$v_1 P_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-v_1 P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$r \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r \ln \frac{P_2}{P_1}$

$$\Gamma_t = \frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}$$

Tableau 8.4 Transformation isénerge ($u = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre v, vP, T et P	$\bar{v} = - \int P dv$	$\bar{p} = \int v dP$	Δu	Δh	$\bar{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\bar{\gamma}_u}$ $\frac{v_2}{v_1} \frac{P_2}{P_1} \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\gamma}_u}$ $\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\bar{\alpha}_u}$	$\frac{\bar{p}}{\bar{\gamma}_u}$	$\frac{v_1 P_1}{\bar{\gamma}_u} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\gamma}_u} - 1 \right]$	0	$\bar{\gamma}_u \bar{p}$	$-\frac{\bar{p}}{\bar{\gamma}_u}$	$-\frac{\bar{\gamma}_u}{\bar{\alpha}_u} \ln \frac{P_2}{P_1}$
Gaz semi-parfait et gaz parfait	$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1}$	$-\frac{v_2}{v_1} P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$\frac{v_2}{v_1} P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{P_2}{P_1}$	0	0	$\frac{v_2}{v_1} P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $-\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{P_2}{P_1}$	$r \ln \frac{v_2}{v_1}$ $\frac{P_2}{P_1}$ $-r \ln \frac{P_2}{P_1}$

$$\alpha_u = \frac{\alpha_v(\alpha_v - \Gamma)}{\Gamma(\alpha_v - 1)} \quad \gamma_u = \frac{\gamma_t \gamma(\alpha_v - \Gamma)}{\alpha_v} \quad \gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} \quad \Gamma_u = \frac{\gamma_u - 1}{\gamma_u} \quad \Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Tableau 8.5 Transformation isenthalpe ($h = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre v, v_P, T et P	$\bar{v} = - \int P dv$	$\bar{p} = \int v dP$	Δu	Δh	$\bar{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\bar{\gamma}_h}$ $\frac{v_2}{v_1} \frac{P_2}{P_1} \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\gamma}_h}$ $\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\bar{\alpha}_h}$	$\frac{\bar{p}}{\gamma_h}$ $\frac{v_1 P_1}{\bar{\gamma}_h} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\gamma}_h} - 1 \right]$		$\bar{\gamma}_h \bar{p}$	0	$-\bar{p}$	$-\frac{(\bar{c}_p - \bar{c}_v)}{\bar{\alpha}_h \bar{\beta}_p} \ln \frac{P_2}{P_1}$
Gaz semi-parfait et gaz parfait	$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1}$	$-\frac{v_2}{v_1} P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$\frac{v_2}{v_1} P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-v_1 P_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ $-r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	0	0	$v_1 P_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{v_2}{v_1}$ $r T_0 \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-r T_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$	$r \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-\frac{P_2}{P_1} \ln \frac{P_2}{P_1}$

$$\alpha_h = \frac{\alpha_p \beta_p}{(\beta_p - 1) \gamma} \quad \gamma_h = \frac{\gamma \beta_p}{\beta_p - \gamma(\beta_p - 1)} \quad \gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} \quad \Gamma_h \equiv \frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h} \quad \Gamma \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Tableau 8.6 Transformation isentrope ($s = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre v , vP , T et P	$\bar{v} = - \int P dv = \Delta u$	$\bar{p} = \int v dP = \Delta h$	$\bar{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\bar{\gamma}_s}$	$\frac{\bar{p}}{\bar{\gamma}_s}$	$\frac{v_1 P_1}{\bar{\Gamma}_s} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\Gamma}_s} - 1 \right]$		
	$\frac{v_2 P_2}{v_1 P_1} \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\bar{\Gamma}_s}$	$\frac{1}{\bar{\gamma}_s - 1} \Delta(vP)$	$\frac{1}{\bar{\Gamma}_s} \Delta(vP)$	0	0
	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\alpha_s}$	$\frac{\bar{c}_v \Delta T}{\alpha_v}$	$\frac{\bar{c}_p \Delta T}{\beta_p}$		
	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\gamma}$	$\frac{\bar{p}}{\gamma}$	$\frac{v_1 P_1}{\Gamma} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\Gamma} - 1 \right]$		
Gaz semi-parfait* et gaz parfait	$\frac{v_2 P_2}{v_1 P_1} \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\Gamma}$	$\frac{1}{\gamma - 1} \Delta(vP)$	$\frac{1}{\Gamma} \Delta(vP)$	0	0
	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \equiv \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\Gamma}$	$c_v \Delta T = c_v T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\Gamma} - 1 \right]$	$c_p \Delta T = c_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\Gamma} - 1 \right]$		

*Pour les gaz semi-parfaits, prendre les valeurs moyennes \bar{c}_v , \bar{c}_p , $\bar{\gamma}$ et $\bar{\Gamma}$

$$\alpha_s = \frac{\alpha_u}{\Gamma}$$

$$\gamma_s = \gamma_t \gamma$$

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

$$\Gamma_s \equiv \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s}$$

$$\Gamma \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Tableau 8.7 Transformation polytrope ($\sigma = \text{cste}$).

Fluide	Relation entre v_1 , $v_2 P$, T et P	$\tilde{v} = - \int P dv$	$\tilde{p} = \int v dp$	Δu	Δh	$\tilde{s} = \int T ds$	Δs
Fluide réel	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\gamma_\sigma}$	$\frac{\tilde{p}}{\gamma_\sigma}$	$v_1 \frac{P_1}{\bar{\Gamma}_\sigma} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\bar{\Gamma}_\sigma}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]$	$\left(\frac{1}{\gamma_\sigma} + \sigma \right) \tilde{p}$	$(1 + \sigma) \tilde{p}$	$\sigma \tilde{p}$	
	$\frac{v_2 P_2}{v_1 P_1} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\bar{\Gamma}_\sigma}{\gamma_\sigma - 1}}$	$\frac{1}{\gamma_\sigma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{\tilde{\gamma}_\sigma}{\gamma_\sigma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{1 + \tilde{\gamma}_\sigma \sigma}{\gamma_\sigma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{1 + \sigma}{\bar{\Gamma}_\sigma} \Delta(uP)$	$\frac{\sigma}{\bar{\Gamma}_\sigma} \Delta(uP)$	$\frac{\sigma(c_p - \bar{c}_v)}{\bar{\alpha}_v \beta_p} \ln \frac{P_2}{P_1}$
	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\alpha_\sigma}$	$\frac{(\bar{c}_v - \bar{c}_\sigma) \Delta T}{\bar{\alpha}_v}$	$\frac{(\bar{c}_p - \bar{c}_\sigma) \Delta T}{\beta_p}$	$\left[\bar{c}_\sigma + \frac{(\bar{c}_v - \bar{c}_\sigma)}{\alpha_v} \right] \Delta T$	$\left[\bar{c}_\sigma + \frac{(\bar{c}_p - \bar{c}_\sigma)}{\beta_p} \right] \Delta T$	$\bar{c}_\sigma \Delta T$	
Gaz semi-parfait* et gaz parfait	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-1/\gamma_\sigma}$	$\frac{\tilde{p}}{\gamma_\sigma}$	$v_1 \frac{P_1}{\Gamma_\sigma} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{\gamma_\sigma}} - 1 \right]$	$\left(\frac{1 + \sigma}{\gamma} \right) \tilde{p}$	$(1 + \sigma) \tilde{p}$	$\sigma \tilde{p}$	
	$\frac{v_2 P_2}{v_1 P_1} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{\gamma_\sigma - 1}}$	$\frac{1}{\gamma_\sigma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_\sigma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{1}{\gamma - 1} \Delta(uP)$	$\frac{1}{\Gamma} \Delta(uP)$	$\frac{\sigma}{\Gamma(1 + \sigma)} \Delta(uP)$	$P_2 \ln \frac{P_2}{P_1}$
	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}}$	$\frac{(1 - \Gamma_\sigma) c_p T_1}{1 + \sigma} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}} - 1 \right]$	$\frac{c_p T_1}{1 + \sigma} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}} - 1 \right]$	$c_v T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}} - 1 \right]$	$c_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}} - 1 \right]$	$\frac{\sigma c_p T_1}{\sigma + 1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\Gamma_\sigma}{1 + \sigma}} - 1 \right]$	

*Pour les gaz semi-parfaits, prendre les valeurs moyennes \bar{c}_v , \bar{c}_p , \bar{c}_σ , γ et $\bar{\Gamma}$.

$$\alpha_\sigma = \frac{\alpha_\sigma \beta_p}{\Gamma(\beta_p + \sigma)} \quad \Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad \Gamma_\sigma = \frac{\gamma_\sigma - 1}{\gamma_\sigma} \quad c_\sigma = \frac{\sigma}{\beta_p + \sigma} c_p$$

Pour les **fluides réels**, les intégrations ont été effectuées en admettant que les facteurs thermiques α_v , β_p et γ_t , ainsi que les chaleurs spécifiques c_v et c_p , sont constants et égaux à leurs valeurs moyennes $\bar{\alpha}_v$, $\bar{\beta}_p$, $\bar{\gamma}_t$, \bar{c}_v et \bar{c}_p . En première approximation, on pourra même admettre les valeurs correspondant aux moyennes arithmétiques de la pression et de la température. On admettra par exemple :

$$\bar{c}_v = c_v(\bar{P}, \bar{T}) \quad (8.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{P_1 + P_2}{2} \\ \bar{T} &= \frac{T_1 + T_2}{2} \end{aligned} \quad (8.2)$$

Pour les **gaz semi-parfaits**, les intégrations ont été effectuées en faisant les mêmes considérations au sujet des chaleurs spécifiques c_v et c_p .

Cette méthode est d'autant plus facile à appliquer et d'autant plus précise que la transformation considérée est courte. Afin de faciliter la vérification de certaines relations, nous donnons à titre d'exemple la démonstration de la relation intégrale qui existe entre P et T dans le cas général d'une transformation polytrophe.

La définition du facteur de compression polytrophe α_σ est, selon le tableau 2.4 et pour un **fluide réel** :

$$\alpha_\sigma = \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\sigma = \alpha_\sigma(P, T, \sigma) \quad (8.3)$$

Donc, pour une transformation polytrophe, nous avons en général la relation différentielle :

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{\alpha_\sigma(P, T, \sigma)} \frac{dP}{P} \quad (8.4)$$

En toute rigueur, l'intégration de cette relation entre l'état initial 1 et l'état final 2 donne :

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \int_1^2 \frac{1}{\alpha_\sigma(P, T, \sigma)} \frac{dP}{P} \quad (8.5)$$

Pour une transformation assez courte, nous admettons que le facteur α_σ est constant et égal à sa valeur moyenne $\bar{\alpha}_\sigma$. L'intégration donne alors :

$$\ln \frac{T_2}{T_1} \cong \frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma} \ln \frac{P_2}{P_1} = \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma}} \quad \frac{T_2}{T_1} \cong \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma}} \quad (8.6)$$

Cette relation est valable pour un fluide réel quelconque.

Si, au lieu d'intégrer l'équation (8.4) de façon définie, nous effectuons une intégrale indéfinie, nous obtenons :

$$\ln T \equiv \frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma} \ln P + \text{cste} = \ln P^{\frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma}} + \text{cste} \quad TP^{-\frac{1}{\bar{\alpha}_\sigma}} \equiv \text{cste} \quad (8.7)$$

Les deux formes (8.6) et (8.7) sont équivalentes. Elles sont aussi équivalentes à la forme (8.3) lorsque $\alpha_\sigma = \text{cste}$.

Pour un **gaz semi-parfait**, le facteur α_σ ne dépend pas de la pression P . En toute rigueur, l'intégration donne :

$$\ln \frac{P_2}{P_1} = \int_1^2 \alpha_\sigma(T, \sigma) \frac{dT}{T} \quad (8.8)$$

Pour une transformation assez courte, nous admettons que le facteur α_σ est constant et égal à la valeur moyenne (relation (2.82)) :

$$\bar{\alpha}_\sigma = \frac{1}{\bar{\Gamma}(1+\sigma)} \quad (8.9)$$

L'intégration donne alors :

$$\frac{T_2}{T_1} \equiv \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\bar{\Gamma}(1+\sigma)} \quad (8.10)$$

Enfin, pour un **gaz parfait**, le facteur α_σ est constant :

$$\alpha_\sigma = \frac{1}{\Gamma(1+\sigma)} = \frac{1}{\Gamma_\sigma} = \text{cste} \quad (8.11)$$

L'intégration donne alors exactement :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\Gamma_\sigma} \quad (8.12)$$

Nous verrons à la section 8.3 quelles sont les formes des courbes représentatives des transformations typiques dans les divers diagrammes thermodynamiques.

8.1.3 Remarque

Les transformations typiques considérées ne sont pas toujours rigoureusement des cas particuliers de transformations polytropes. En effet, le tableau 2.3 montre que, si les valeurs de σ correspondant aux transformations isobares, isenthalpes et isentropes

sont toujours constantes, par contre les valeurs de σ correspondant aux transformations isochores, isothermes et isénergies ne sont en général pas constantes et ne le sont que pour les gaz parfaits, comme le montre le tableau 5.2. D'une façon plus précise:

- *Les transformations isobares, isenthalpes et isentropes peuvent toujours être considérées comme des cas particuliers de transformations polytropes.*
- *Les transformations isothermes et isénergies ne peuvent l'être que pour les gaz semi-parfaits et parfaits.*
- *Les transformations isochores ne peuvent l'être que pour les gaz parfaits.*

8.2 TRANSFORMATION ADIABATE

A première vue, le lecteur pourra s'étonner du fait que nous n'ayons pas parlé jusqu'ici de **transformation adiabate**. Cela est dû au fait qu'une transformation adiabate n'est pas une transformation thermodynamique typique. En effet, **l'énergie-chaleur n'est pas une fonction d'état** du système, et dire que:

$$\delta q^+ = 0 \quad (8.13)$$

n'est pas suffisant pour déterminer la nature de la transformation. Pour déterminer cette dernière, il convient de donner une indication sur la dissipation δr . Il est possible de prendre comme paramètre le facteur polytrope:

$$\sigma = \frac{T ds}{v dP} \quad (8.14)$$

$$\sigma = \frac{\delta r}{v dP} \quad (8.15)$$

Ainsi, toutes les relations différentielles mentionnées précédemment au sujet de la transformation polytrope sont valables pour une transformation adiabate quelconque. Mais il faut prendre garde au fait que, dans une transformation adiabate réelle, le facteur σ n'est pratiquement jamais constant, de sorte que, lors des intégrations, ce dernier devrait être conservé sous le signe \int dans toutes les relations.

Etant donné la relation (2.2):

$$ds = \frac{\delta q^+}{T} + \frac{\delta r}{T} \quad (8.16)$$

nous avons, en vertu de (8.13) et du Deuxième Principe (relation (1.67)):

$$ds = \frac{\delta r}{T} \geq 0 \quad (8.17)$$

ce qui exprime le fait que:

Au cours d'une transformation **adiabate** d'un système fermé ou entre l'entrée et la sortie d'un système ouvert en régime permanent, **l'entropie ne peut qu'augmenter**.

Nous verrons aux paragraphes 8.3.3 et 8.3.4 que cette propriété se traduit par le fait que, *dans un diagramme $T-s$, ou un diagramme $h-s$, la courbe correspondant à une transformation adiabate est toujours située à droite de la verticale passant par le point représentatif de l'état initial du système.*

Dans le cas limite où la dissipation est nulle, nous avons :

$$\left. \begin{array}{l} \delta q^+ = 0 \\ \delta r = 0 \end{array} \right\} ds = 0 \qquad \sigma = 0 \qquad (8.18)$$

Donc :

Une transformation qui est à la fois **adiabate et sans dissipation** est une transformation rigoureusement **isentrope**.

Il est important de remarquer que la réciproque n'est pas vraie, c'est-à-dire qu'*une transformation isentrope n'est pas nécessairement adiabate et sans dissipation*.

La relation (8.16) montre en effet que, dans ce cas, nous avons en général :

$$\delta q^+ = -\delta r \leq 0 \qquad (8.19)$$

c'est-à-dire que le système doit être refroidi pour compenser l'énergie interne produite par le phénomène de dissipation.

8.3 DIAGRAMMES THERMODYNAMIQUES

8.3.1 Introduction

Au paragraphe 2.3.3, nous avons donné le principe de la représentation du comportement thermodynamique d'un système simple à l'aide de diagrammes. Les diagrammes thermodynamiques les plus fréquemment employés sont les suivants :

- diagramme $P-v$ (ou de Watt)
- diagramme $P-v$ (ou de Clapeyron)
- diagramme $T-s$ (ou entropique)
- diagramme $h-s$ (ou de Mollier)
- diagramme $\ln T-s$ (ou polytrophique)
- diagramme $\ln P-h$ (ou des frigoristes)

Nous nous proposons maintenant d'exposer les propriétés de ces diagrammes.

8.3.2 Diagramme P - v (ou de Clapeyron)

Définition

D'une manière générale, un diagramme P - v est un diagramme comportant la pression P en ordonnée et le volume massique v en abscisse.

Configuration

La figure 8.1 représente, à titre d'exemple, le diagramme P - v relatif à l'eau. Dans ce diagramme figurent la courbe de saturation ainsi que les familles des courbes isothermes et isotitres.

La figure 8.2 représente un diagramme P - v dans lequel sont tracées les familles des courbes isochores, isobares, isothermes, isenthalpes et isentropes, cela autour d'un point 0 situé dans le domaine du gaz réel.

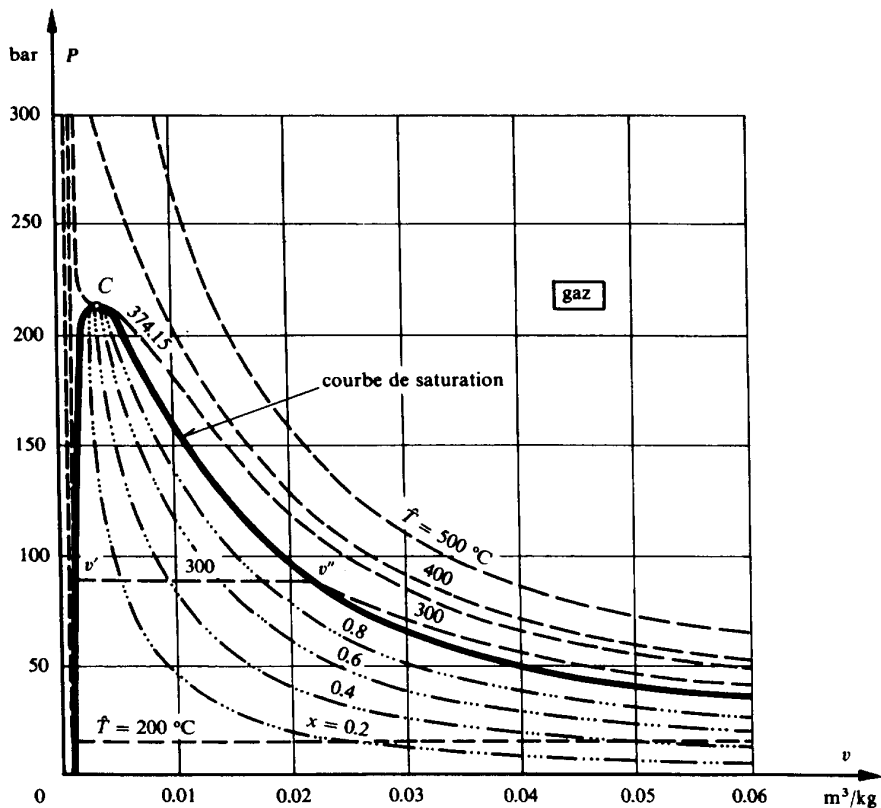
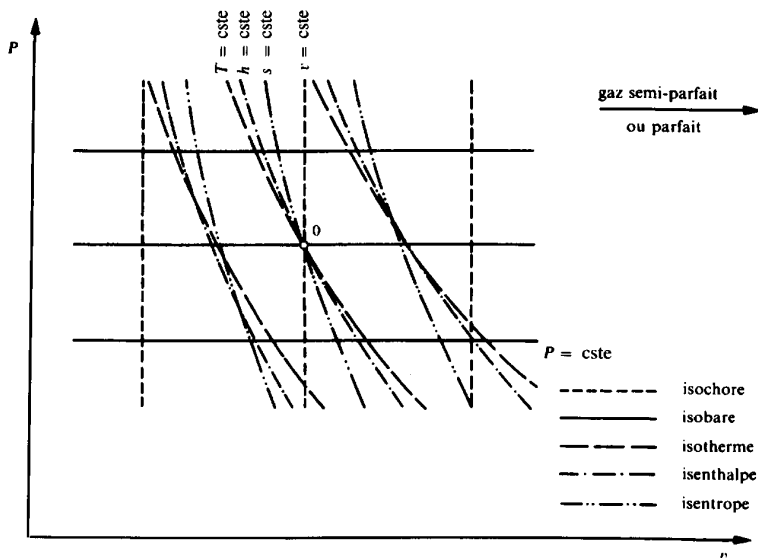


Fig. 8.1 Diagramme P - v relatif à l'eau. $v_c = 0.00317 \text{ m}^3/\text{kg}$ $P_c = 221.19 \text{ bar}$ $\hat{T}_c = 374.15 \text{ }^\circ\text{C}$.

Fig. 8.2 Transformations typiques dans le diagramme P - v .

Courbes typiques

En un point du diagramme, la pente de chacune de ces courbes est caractérisée par l'angle φ_σ , comme indiqué dans la figure 8.3.

En vertu de la définition du facteur de compressibilité polytrophe γ_σ (tab. 2.4) nous avons :

$$\operatorname{tg} \varphi_\sigma = \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_\sigma = - \frac{\gamma_\sigma P}{v} \quad (8.20)$$

ce qui montre que la sous-tangente relative à un point 0 de la courbe polytrophe est égale à v / γ_σ .

Remarquons que le rapport des pentes des courbes isotherme et isentrope est :

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_t}{\operatorname{tg} \varphi_s} = \frac{\gamma_t}{\gamma_s} = \frac{1}{\gamma} < 1 \quad (8.21)$$

La figure 8.4 représente un procédé graphique commode permettant de construire point par point une courbe polytrophe quelconque, dans le cas d'un **gaz parfait**. Il est facile de voir que les angles ε et δ sont liés par la relation :

$$1 + \operatorname{tg} \varepsilon = (1 + \operatorname{tg} \delta)^\gamma \quad (8.22)$$

Le procédé consiste à :

- choisir arbitrairement l'un des angles δ ou ε
- calculer l'autre en vertu de (8.22)
- effectuer les constructions graphiques indiquées sur la figure 8.4.

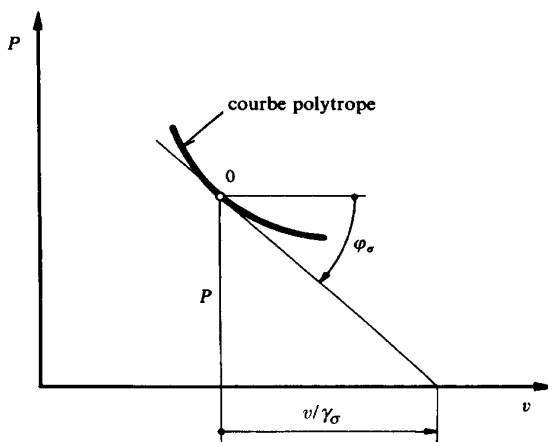


Fig. 8.3 Pente des courbes polytropes dans le diagramme P - v .

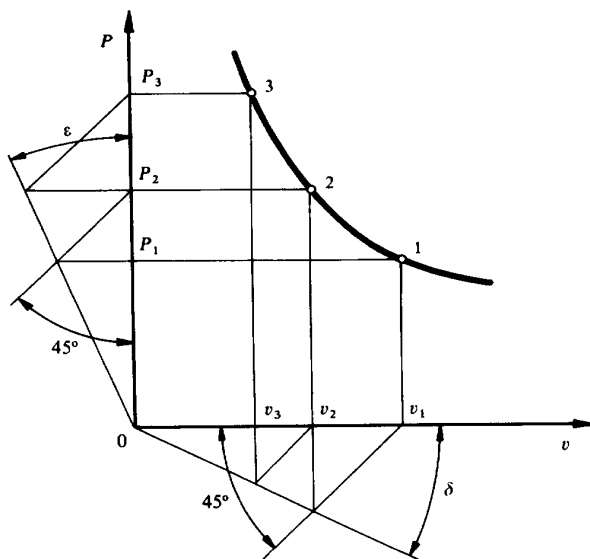


Fig. 8.4 Construction graphique des courbes polytropes dans le diagramme P - v .

A partir d'un point 1 de la courbe, on obtient un point 2, puis à partir de ce dernier un point 3, et ainsi de proche en proche un certain nombre de points qui seront d'autant plus serrés que l'angle choisi est plus petit.

Il est évident que, d'une manière générale, les courbes isochores sont des *droites verticales* et les courbes isobares des *droites horizontales*.

Nous avons vu à la section 5.5 au sujet des fluides de Van der Waals, que, pour une seule substance chimique, le système est **monovariant** dans le domaine du

mélange liquide-vapeur. Il en résulte que, *au-dessous de la courbe de saturation, les courbes isothermes sont, comme les courbes isobares, des segments de droite horizontaux*. En vertu de (5.82), la famille des courbes isotitres de paramètre x découpe sur un segment horizontal quelconque une *graduation linéaire*.

En tous les points de la courbe de saturation, sauf au point critique C , le facteur γ_σ est discontinu. Conformément à (8.20), il en résulte qu'en tous ces points, les courbes isothermes, isénergies et isenthalpes présentent une *pente discontinue*.

Pour les **gaz parfaits**, il est possible d'établir les propriétés suivantes:

- Les courbes isothermes, isénergies et isenthalpes sont des *hyperboles équilatères* de la forme:

$$vP = \text{cste} \quad (8.23)$$

- Les courbes isentropes sont de la forme:

$$v^\gamma P = \text{cste} \quad (8.24)$$

Energies Pv et vP

Remarquons que, d'une façon tout à fait générale, les *énergies Pv et vP massiques*:

$$\begin{aligned} \tilde{v} &= \int_1^2 \delta \tilde{v} = - \int_1^2 P dv && \text{énergie } Pv \\ \tilde{p} &= \int_1^2 \delta \tilde{p} = \int_1^2 v dP && \text{énergie } vP \end{aligned} \quad (8.25)$$

sont mesurées dans le diagramme P - v par les surfaces hachurées représentées sur la figure 8.5.

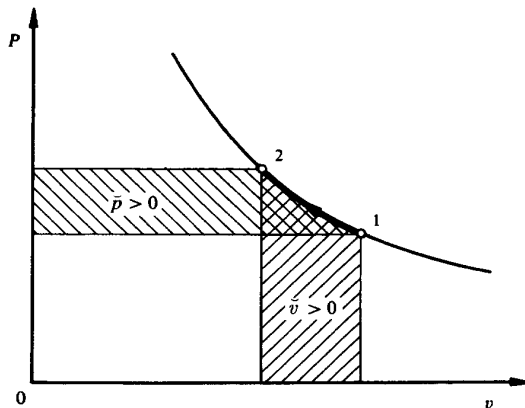


Fig. 8.5 Mesures des énergies Pv et vP massiques dans le diagramme P - v .

8.3.3 Diagramme T - s (ou entropique)

Définition

D'une manière générale, un diagramme T - s est un diagramme comportant la température T en ordonnée et l'entropie massique s en abscisse.

Configuration

La figure 8.6 représente, à titre d'exemple, le diagramme T - s relatif à l'eau. Dans ce diagramme figurent la courbe de saturation ainsi que les familles des courbes isochores, isobares, isenthalpes et isotitres.

La figure 8.7 représente un diagramme T - s dans lequel sont tracées les familles des courbes isochores, isobares, isothermes, isenthalpes et isentropes, cela autour d'un point 0 situé dans le domaine du gaz réel.

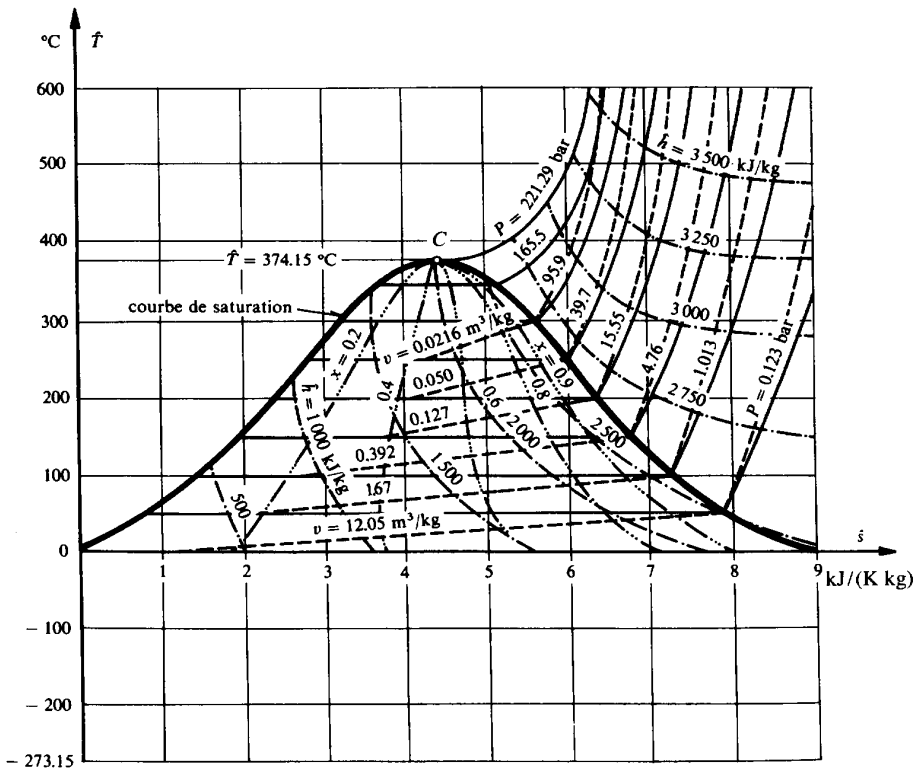


Fig. 8.6 Diagramme T - s relatif à l'eau.

Courbes typiques

En tout point du diagramme, la pente de chacune de ces courbes est caractérisée par l'angle ψ_σ , comme indiqué dans la figure 8.8. En vertu de la définition (2.27) de la chaleur spécifique polytrophe c_σ , nous avons, pour une transformation polytrophe :

$$\operatorname{tg} \psi_{\sigma} = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_{\sigma} = \frac{T}{c_{\sigma}} \quad (8.26)$$

ce qui montre que la sous-tangente relative à un point 0 de la courbe polytrophe est égale à c_{σ} .

Remarquons que le rapport des pentes des courbes isobare et isochore est :

$$\frac{\operatorname{tg} \psi_p}{\operatorname{tg} \psi_v} = \frac{c_v}{c_p} = \frac{1}{\gamma} < 1 \quad (8.27)$$

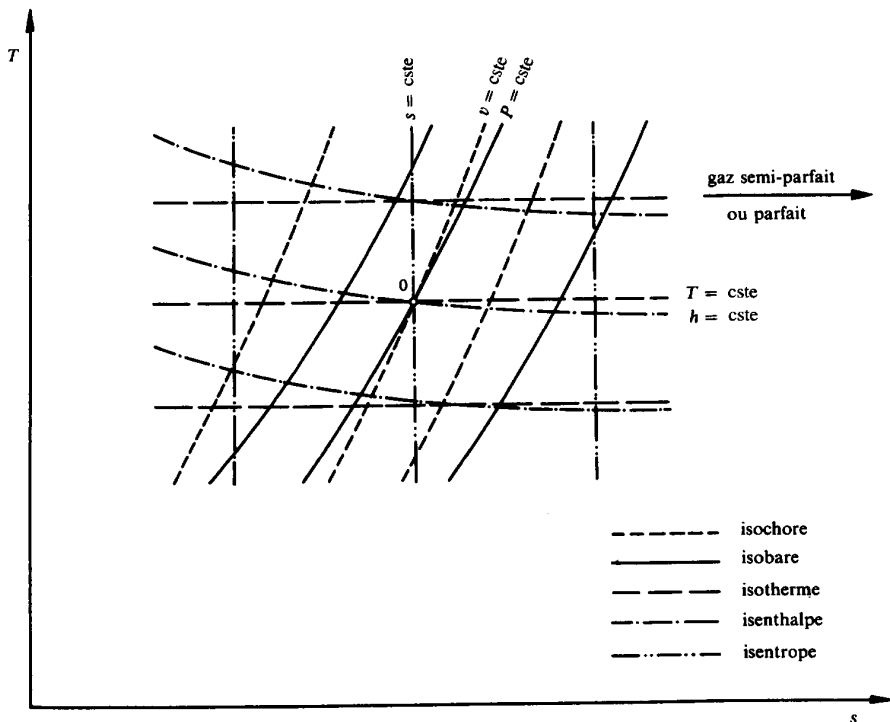


Fig. 8.7 Transformations typiques dans le diagramme T-s.

Il est évident que, d'une manière générale, les courbes isothermes sont des droites horizontales et les courbes isentropes des droites verticales.

Pour une seule substance chimique et dans le domaine du mélange liquide-vapeur, c'est-à-dire *au-dessous de la courbe de saturation*, les courbes isobares sont, comme les courbes isothermes, des segments de droite horizontaux. En vertu de (5.85), la famille des courbes isotitres de paramètre x découpe sur un segment horizontal quelconque une graduation linéaire.

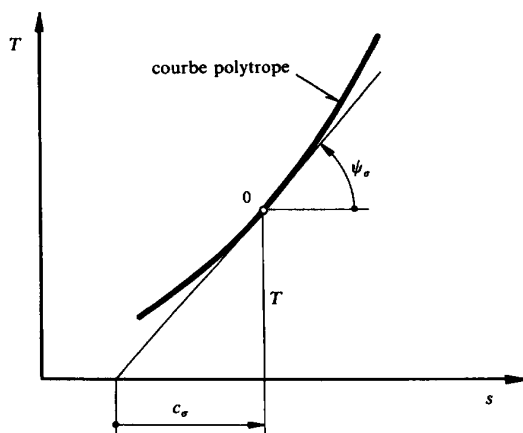


Fig. 8.8 Pente des courbes polytropes dans le diagramme T - s .

En tous les points de la courbe de saturation, sauf au point critique C , la chaleur spécifique c_σ est discontinue. Conformément à (8.26), il en résulte qu'en tous ces points, les courbes isochores, isobares, isénergies et isenthalpes présentent une *pente discontinue*.

Pour les **gaz semi-parfaits**, il est possible d'établir les propriétés suivantes, visibles sur la figure 8.9.

- Toutes les courbes polytropes d'une même famille, c'est-à-dire caractérisées par la même valeur de σ , peuvent se déduire l'une de l'autre par une translation horizontale suivant l'axe s .
- La pente des courbes polytropes augmente lorsque la température T augmente. Le fait que les courbes polytropes se relèvent quand on s'élève dans le diagramme explique leur *disposition en éventail*.
- Pour passer d'une isochore caractérisée par v_0 à une isochore caractérisée par v_1 , il faut traduire la première courbe de la quantité $r \ln(v_1 / v_0)$ comptée algébriquement (relation (2.64)).
- Pour passer d'une isobare caractérisée par P_0 à une isobare caractérisée par P_1 , il faut traduire la première courbe de la quantité $-r \ln(P_1 / P_0)$ comptée algébriquement (relation (2.66)).
- Il y a une correspondance biunivoque entre les échelles de T et de u , ainsi qu'entre celles de T et de h , de sorte que les courbes isénergies et isenthalpes sont aussi des droites horizontales.

Pour les **gaz parfaits**, toutes les propriétés des gaz semi-parfaits sont valables. En outre, la figure 8.9 montre les propriétés qui suivent.

- Toutes les courbes polytropes d'une même famille, c'est-à-dire caractérisées par la même valeur de σ , en particulier les courbes isochores et isobares, sont des exponentielles admettant l'axe s comme asymptote et

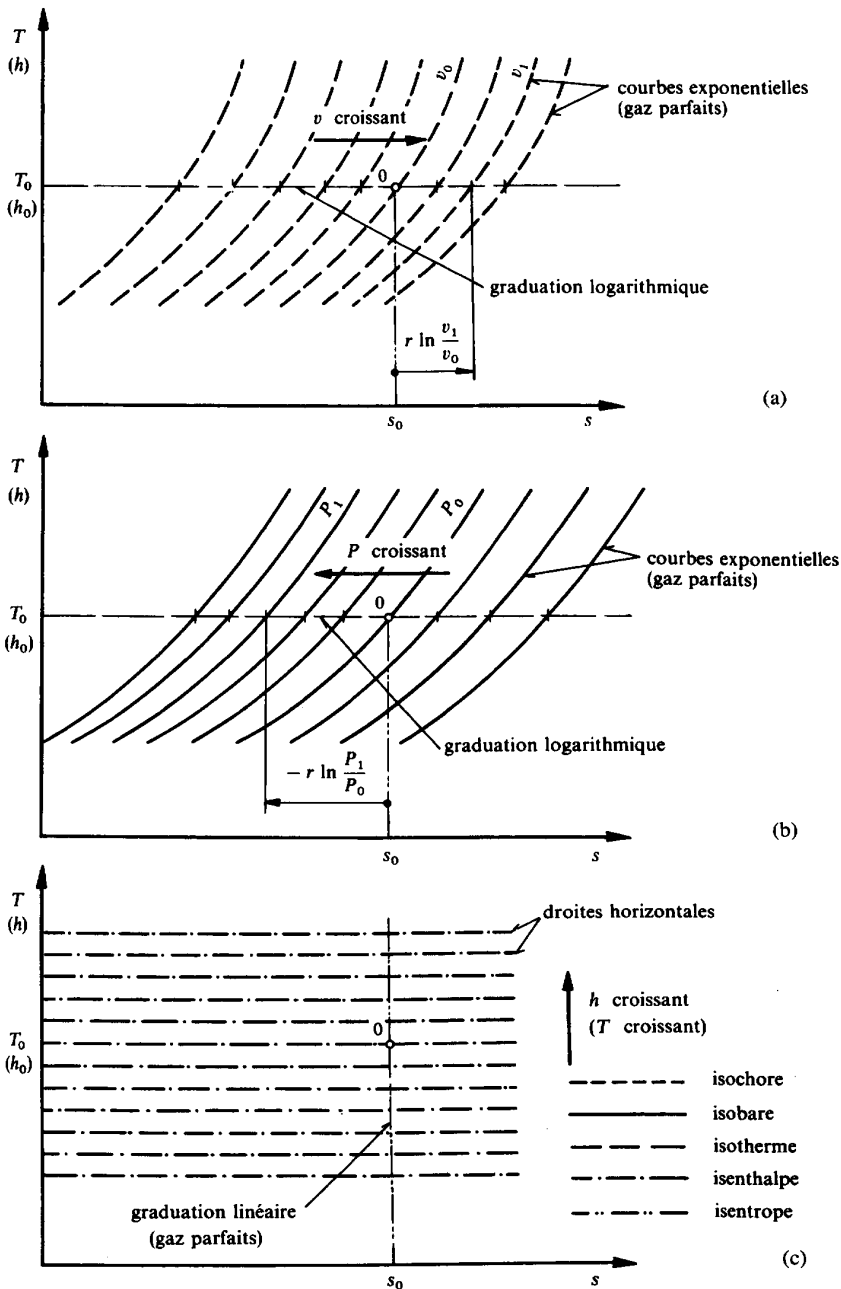


Fig. 8.9 Familles des courbes isochores (a), isobares (b) et isenthalpes (c) relatives aux gaz semi-parfaits et parfaits, dans le diagramme T - s (ou h - s).

pouvant se déduire l'une de l'autre par une translation horizontale suivant l'axe s .

- *Il y a une correspondance linéaire de rapport c_v entre les échelles de T et de u .*
- *Il y a une correspondance linéaire de rapport c_p entre les échelles de T et de h .*

Energie Ts

Remarquons enfin que, d'une façon tout à fait générale, l'énergie Ts massique

$$\bar{s} = \int_1^2 \delta \bar{s} = \int_1^2 T ds \quad (8.28)$$

est mesurée dans le diagramme T - s par la surface hachurée représentée sur la figure 8.10.

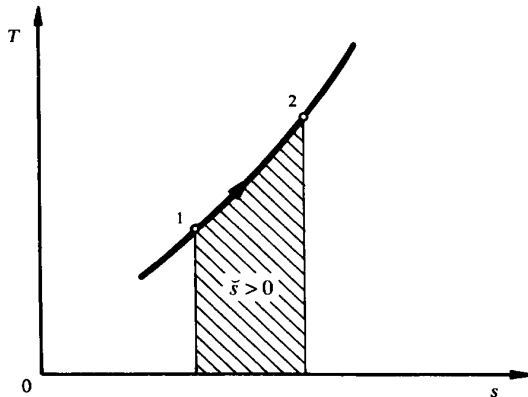


Fig. 8.10 Mesure de l'énergie Ts massique, dans le diagramme T - s .

Energie interne

Dans le cas d'une transformation isochore, en vertu de (1.151), cette surface mesure l'accroissement d'énergie interne, selon la relation :

$$\int_1^2 du = \int_1^2 T ds \quad (8.29)$$

c'est-à-dire sous forme condensée :

$$\Delta u = \bar{s} \quad (8.30)$$

Enthalpie

Dans le cas d'une transformation isobare, en vertu de (1.152), cette surface mesure l'accroissement d'enthalpie, selon la relation :

$$\int_1^2 dh = \int_1^2 T ds \quad (8.31)$$

c'est-à-dire sous forme condensée:

$$\Delta h = \bar{s} \quad (8.32)$$

Dissipation

La figure 8.11 représente *une détente et une compression adiabates*. Il peut s'agir par exemple d'une détente dans une turbine à gaz et d'une compression dans un compresseur d'air. Comme nous l'avons vu à la section 8.2:

La courbe correspondant à une *transformation adiabate quelconque* est toujours située à droite de la verticale passant par le point représentatif de l'état initial du système, qu'il s'agisse d'une détente ou d'une compression.

En vertu de (2.2) et (8.13), nous avons:

$$\int_1^2 \delta r = \int_1^2 T ds \geq 0 \quad (8.33)$$

c'est-à-dire sous forme condensée:

$$r = \bar{s} \geq 0 \quad (8.34)$$

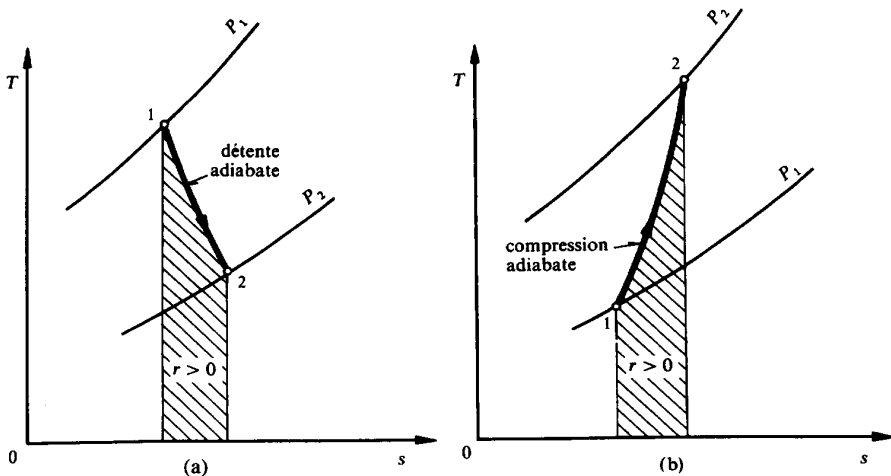


Fig. 8.11 Transformations adiabates avec dissipation r dans le diagramme T - s : (a) détente; (b) compression.

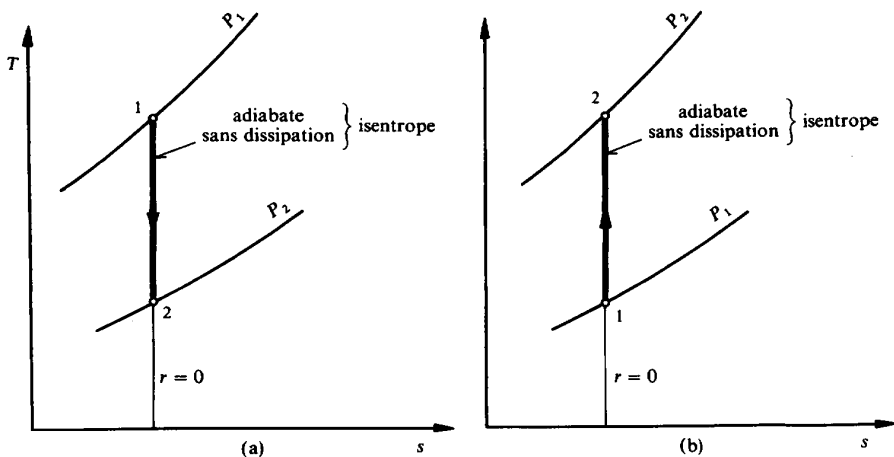


Fig. 8.12 Transformations adiabates et sans dissipation (isentropes) dans le diagramme T-s: (a) détente; (b) compression.

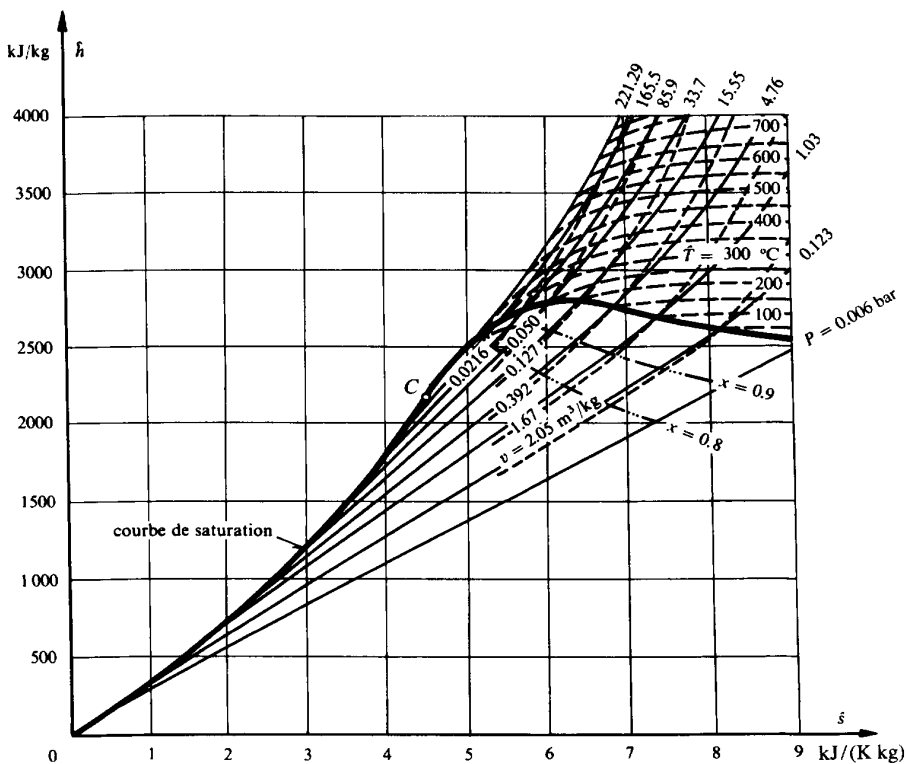


Fig. 8.13 Diagramme h-s relatif à l'eau.

Donc, conformément à la propriété décrite ci-dessus, *la dissipation qui se produit au cours d'une transformation adiabate quelconque est mesurée par la surface hachurée représentée sur la figure 8.11.*

La figure 8.12 représente les cas limites d'une détente et d'une compression adiabates au cours desquelles la dissipation est nulle. Comme nous l'avons vu à la section 8.2, la transformation devient isentrope. La courbe dégénère en une droite verticale et la surface hachurée disparaît.

8.3.4 Diagramme $h-s$ (ou de Mollier)

Définition

D'une manière générale, un diagramme $h-s$ est un diagramme comportant l'enthalpie massique h en ordonnée et l'entropie massique s en abscisse.

Configuration

La figure 8.13 représente, à titre d'exemple, le diagramme $h-s$ relatif à l'eau. Dans ce diagramme figurent la courbe de saturation ainsi que les familles des courbes isochores, isobares, isothermes et isotitres.

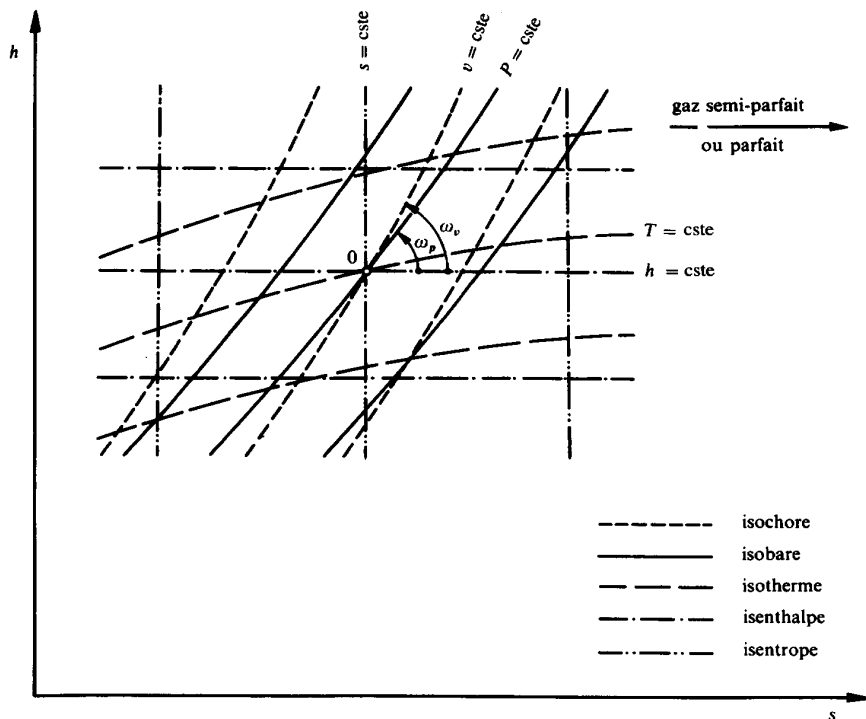


Fig. 8.14 Transformations typiques dans le diagramme $h-s$.

La figure 8.14 représente un diagramme $h-s$ dans lequel sont tracées les familles des courbes isochores, isobares, isothermes, isenthalpes et isentropes, cela autour d'un point 0 situé dans le domaine du gaz réel.

Courbes typiques

En tout point du diagramme, la pente de chacune de ces courbes est caractérisée par l'angle ω_σ . En vertu du tableau 2.6, nous avons, pour une transformation polytrophe :

$$\operatorname{tg} \omega_\sigma = \left(\frac{\partial h}{\partial s} \right)_\sigma = \frac{(1 + \sigma)T}{\sigma} \quad (8.35)$$

ce qui montre que *toutes les courbes polytropes d'une même famille, c'est-à-dire caractérisées par la même valeur de σ , présentent la même pente aux points où elles coupent une même courbe isotherme.*

En particulier, en vertu des valeurs de σ figurant dans les tableaux 5.2 et 2.3, la pente des courbes isochores est, pour les **gaz semi-parfaits** :

$$\operatorname{tg} \omega_v = T \gamma \quad (8.36)$$

et la pente des courbes isobares est, en général :

$$\operatorname{tg} \omega_p = T \quad (8.37)$$

Donc, *toutes les courbes isobares présentent, aux points où elles coupent une même isotherme, une pente mesurée par la température T caractérisant cette isotherme.* Cette propriété est illustrée par la figure 8.15.

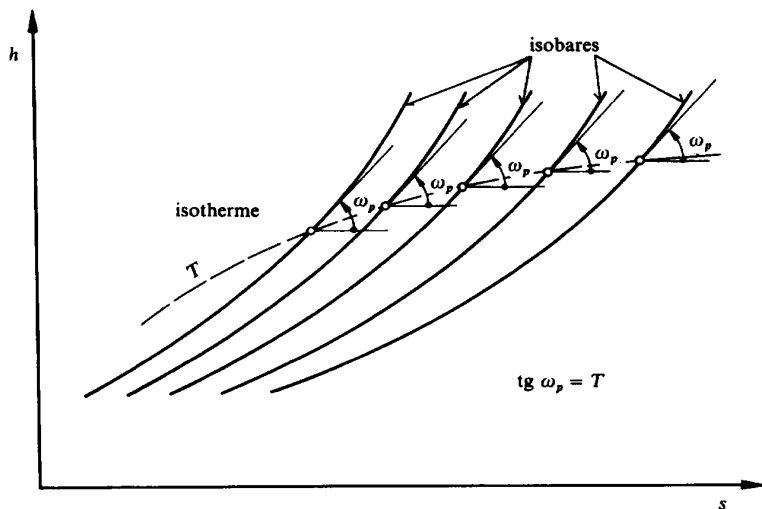


Fig. 8.15 Pente des courbes isobares dans le diagramme $h-s$.

Remarquons que, pour les **gaz semi-parfaits**, le rapport des pentes des courbes isobare et isochore est (relations (8.36) et (8.37)):

$$\frac{\text{tg } \omega_p}{\text{tg } \omega_v} = \frac{1}{\gamma} < 1 \quad (8.38)$$

Il est évident que, d'une manière générale, les courbes isenthalpes sont des *droites horizontales* et les courbes isentropes des *droites verticales*.

Pour une seule substance chimique et dans le domaine du mélange liquide-vapeur, c'est-à-dire sous la courbe de saturation, les courbes isobares, qui sont aussi des courbes isothermes, ont une pente constante. Il en résulte que, *au-dessous de la courbe de saturation, les courbes isobares et isothermes sont des segments de droite dont la pente est mesurée par la température T* . Le fait que la pente de ces droites augmente quand on s'élève dans le diagramme explique la *disposition en éventail* de droites isobares et isothermes sous la courbe de saturation. En vertu de (5.84) ou (5.85), la famille des courbes isotitres de paramètre x découpe sur un segment quelconque une *gradation linéaire*.

En tous les points de la courbe de saturation, les facteurs thermiques et les chaleurs spécifiques sont discontinus. Conformément à (8.35), il en résulte qu'en tous ces points, les courbes isochores, isothermes et isénergies présentent une *pente discontinue*. Seules les courbes isobares présentent une *pente continue* en vertu de (8.37).

La relation (8.35) montre que la pente des courbes polytropes augmente lorsque la température T augmente. Le fait que les courbes polytropes se relèvent quand on s'élève dans le diagramme explique leur *disposition en éventail*.

Propriétés remarquables

Pour une transformation isentrope, la relation (1.152) donne, pour l'énergie vP massique:

$$\delta \bar{p} = v \, dP = dh \quad (8.39)$$

Donc, comme le montre la figure 8.16, dans un diagramme h - s , la forme différentielle de l'énergie vP massique est toujours représentée par un *segment vertical* inséré entre deux isobares infiniment voisines.

La relation (8.39) donne, par intégration:

$$\int_1^2 (v \, dP)_s = h_2 - h_1 \quad (8.40)$$

c'est-à-dire, sous forme condensée:

$$\bar{p}_s = \Delta h \quad (8.41)$$

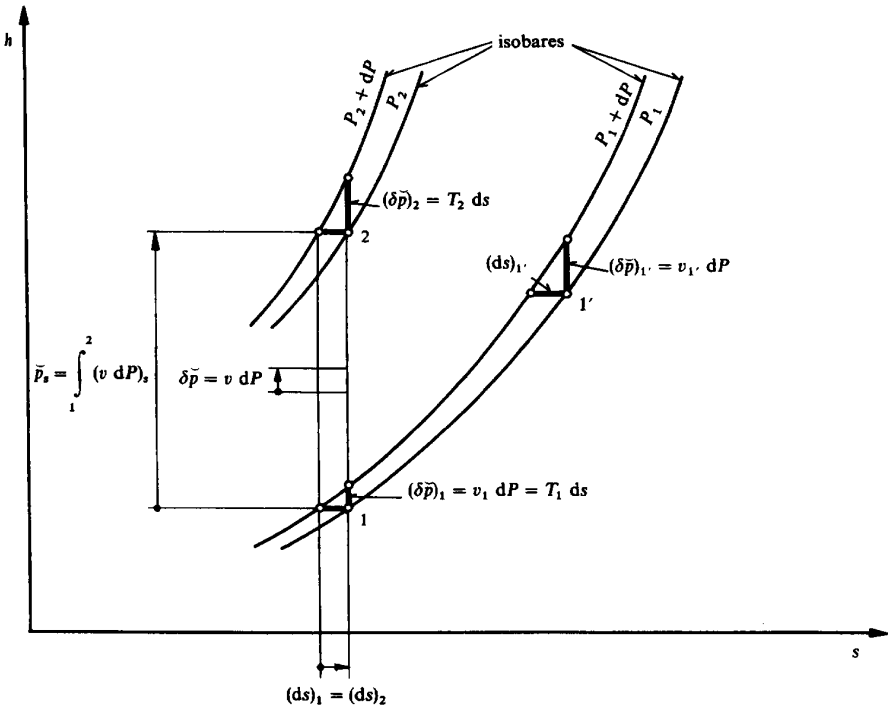


Fig. 8.16 Propriétés particulières du diagramme $h-s$.

Donc, dans un diagramme $h-s$, l'énergie vP massique, calculée le long d'une isentrope, est toujours représentée par un segment vertical. Cette propriété joue un très grand rôle dans le calcul des machines thermiques.

La figure 8.16 montre que:

- Les segments verticaux $(\delta\tilde{p})_1$ et $(\delta\tilde{p})_{1'}$, insérés entre deux isobares infiniment voisines, en deux points 1 et 1', sont dans le rapport des volumes massiques en ces points:

$$\frac{(\delta\tilde{p})_{1'}}{(\delta\tilde{p})_1} = \frac{v_{1'}}{v_1} \quad (8.42)$$

- Les segments verticaux $(\delta\tilde{p})_1$ et $(\delta\tilde{p})_2$, disposés comme indiqué sur une même isentrope, sont dans le rapport des températures T_1 et T_2 (voir relation (8.37)):

$$\frac{(\delta\tilde{p})_2}{(\delta\tilde{p})_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (8.43)$$

Pour des courbes isobares et isentropes, non pas infiniment voisines, mais relativement voisines, nous avons en première approximation :

$$\frac{(\delta \bar{p}_s)_{1'}}{(\delta \bar{p}_s)_1} \cong \frac{v_{1'}}{v_1} \quad (8.44)$$

$$\frac{(\delta \bar{p}_s)_2}{(\delta \bar{p}_s)_1} \cong \frac{T_2}{T_1} \quad (8.45)$$

Pour les **gaz semi-parfaits**, nous avons montré, lors de l'étude du diagramme T - s , qu'il y a une *correspondance biunivoque* entre les échelles de T et de u ainsi qu'entre celles de T et de h . Donc, *dans le cas des gaz semi-parfaits, pour passer d'un diagramme T - s au diagramme h - s correspondant, il suffit de distordre l'échelle des ordonnées.*

Il en résulte que toutes les propriétés de *translation horizontale*, qui ont été décrites plus haut au sujet du diagramme T - s et pour les **gaz semi-parfaits**, sont intégralement valables au sujet du diagramme h - s . Notamment, la figure 8.16 illustre aussi bien les propriétés du diagramme h - s que celles du diagramme T - s . La propriété de translation horizontale se traduit aussi par le fait que, dans la figure 8.16, les segments horizontaux $(ds)_1$ et $(ds)_1'$ sont égaux.

Pour les **gaz parfaits**, nous avons montré, lors de l'étude du diagramme T - s , qu'il y a une *correspondance linéaire* entre les échelles de T et de u , ainsi qu'entre celles de T et de h . Donc, *dans le cas des gaz parfaits, pour passer d'un diagramme T - s à un diagramme h - s , il suffit de dilater linéairement l'échelle des ordonnées.*

Nous pouvons dire aussi que, *pour les gaz parfaits, toutes les courbes polytropes d'une même famille, c'est-à-dire caractérisées par la même valeur de σ , en particulier les courbes isochores et isobares, sont des exponentielles pouvant se déduire l'une de l'autre par une translation horizontale suivant l'axe s .*

Les considérations faites, lors de l'étude du diagramme T - s , au sujet des **transformations adiabates**, sont également valables pour le diagramme h - s .

Toutefois, il convient de remarquer que, contrairement à ce qui se passe dans le diagramme T - s , les énergies ne sont pas représentables par des surfaces.

8.3.5 Diagramme $\ln T$ - s (ou polytropique)

Définition

D'une manière générale, *un diagramme $\ln T$ - s est un diagramme T - s dans lequel la température T est reportée en ordonnée à l'aide d'une échelle logarithmique.*

Configuration

La figure 8.17 représente, à titre d'exemple, le diagramme $\ln T$ - s relatif à l'hélium. Dans ce diagramme figurent la courbe de saturation ainsi que les familles des courbes isochores, isobares et isenthalpes.

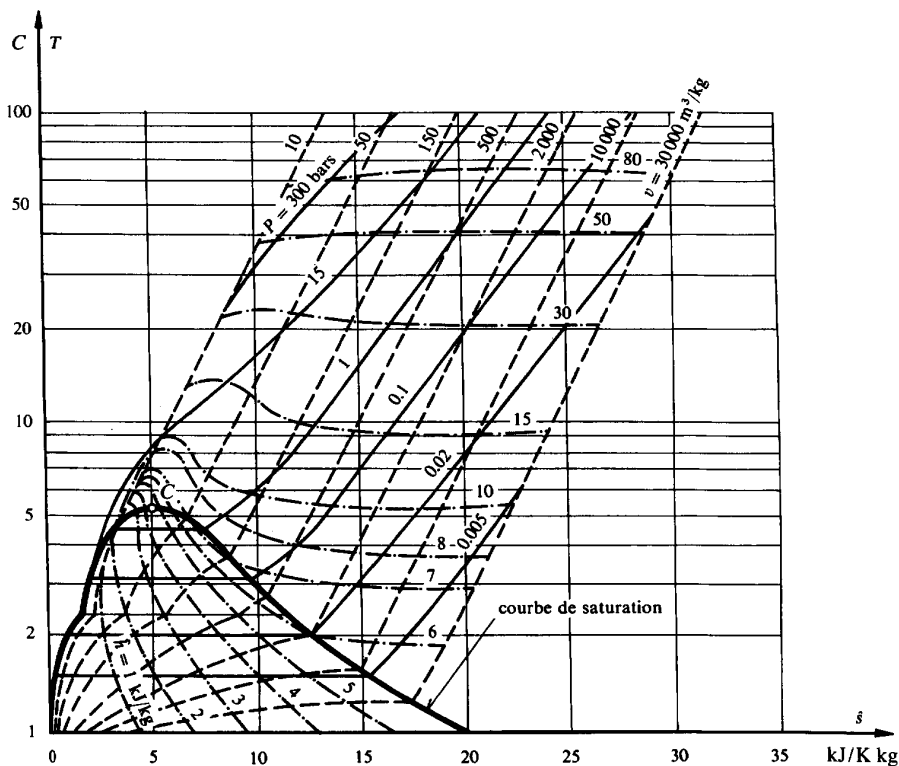


Fig. 8.17 Diagramme $\ln T$ - s relatif à l'hélium.

La figure 8.18 représente un diagramme $\ln T$ - s dans lequel sont tracées les familles des courbes isochores, isobares, isothermes, isenthalpes et isentropes, cela autour d'un point 0 situé dans le domaine du gaz réel.

Courbes typiques

En tout point du diagramme, la pente d'une courbe polytrophe quelconque est caractérisée par l'angle θ_σ . En vertu de (2.27), nous avons, pour une transformation polytrophe :

$$\operatorname{tg} \theta_\sigma = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial s} \right)_\sigma = \frac{1}{c_\sigma} \quad (8.46)$$

de sorte que le rapport des pentes des courbes isobare et isochore est :

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_p}{\operatorname{tg} \theta_v} = \frac{c_v}{c_p} = \frac{1}{\gamma} < 1 \quad (8.47)$$

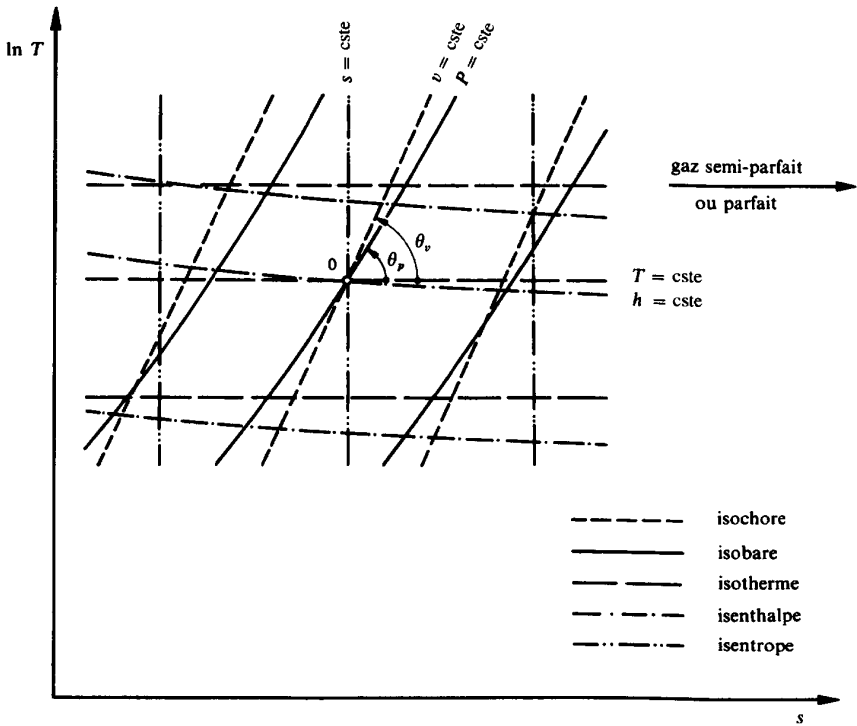


Fig. 8.18 Transformations typiques dans le diagramme $\ln T$ - s .

Il est évident que, d'une manière générale, les courbes isothermes sont des droites horizontales et les courbes isentropes des droites verticales.

Il y a une relation biunivoque entre les échelles de T et de $\ln T$. Donc, pour passer du diagramme T - s au diagramme $\ln T$ - s correspondant, il suffit de distordre logarithmiquement l'échelle des ordonnées.

Propriétés remarquables

Il en résulte que toutes les propriétés qui ont été décrites au sujet du diagramme T - s , en ce qui concerne le domaine du mélange liquide-vapeur et la courbe de saturation, sont valables au sujet du diagramme $\ln T$ - s .

Pour les **gaz semi-parfaits**, les propriétés de translation horizontale restent également valables.

Pour les **gaz parfaits**, toutes les courbes polytropes d'une même famille, c'est-à-dire caractérisées par la même valeur de σ , en particulier les courbes isochores et isobares, sont des droites parallèles.

La figure 8.19 montre notamment les graduations logarithmiques correspondant aux expressions $r \ln(v_1 / v_0)$ et $-r \ln(P_1 / P_0)$, relatives aux familles de courbes isochores et isobares.

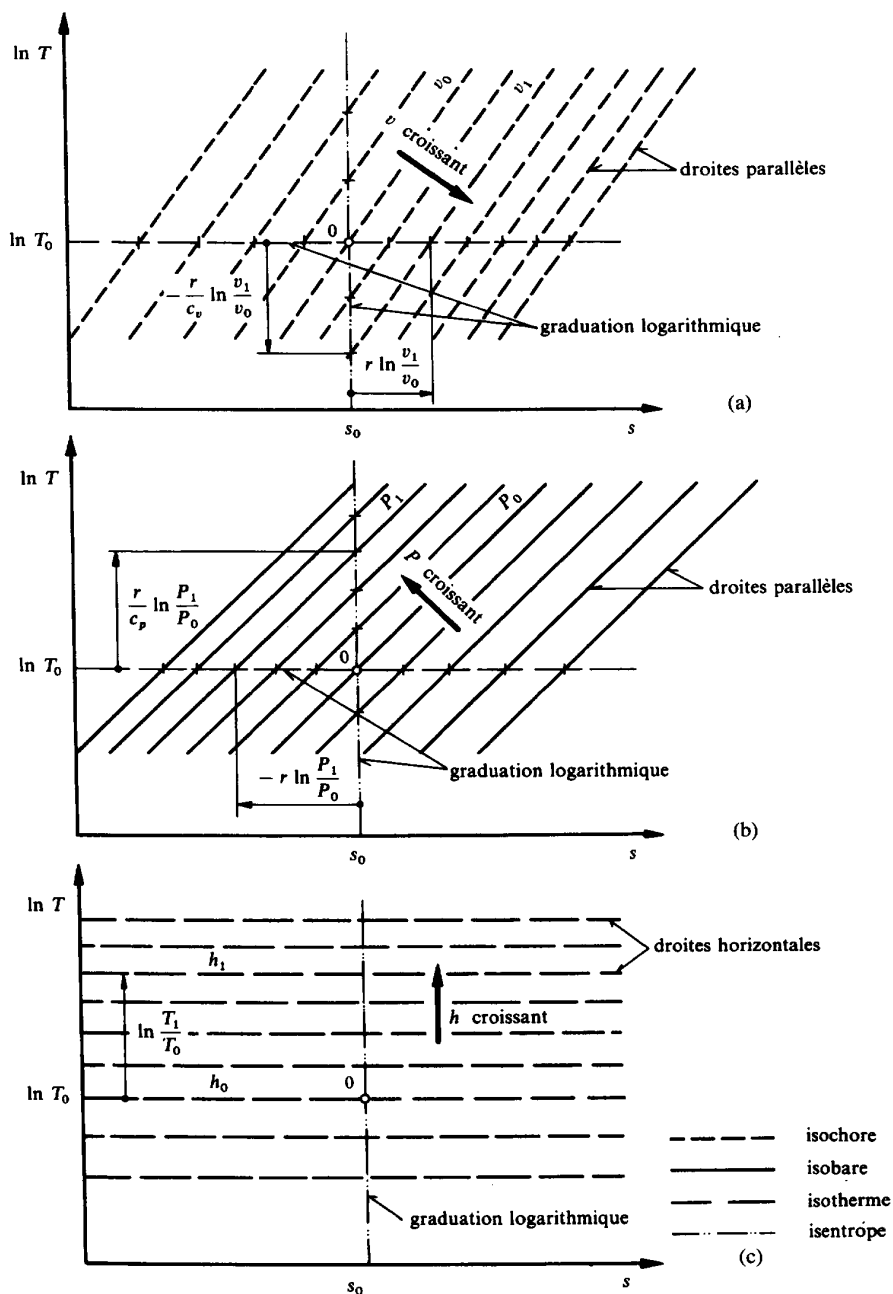


Fig. 8.19 Familles des courbes isochores (a), isobares (b) et isenthalpes (c) relatives aux gaz parfaits, dans le diagramme $\ln T$ - s .

Les considérations faites, lors de l'étude du diagramme T - s , au sujet des **transformations adiabates**, sont également valables pour le diagramme $\ln T$ - s .

Le diagramme $\ln T$ - s présente les avantages suivants :

- La différence des ordonnées de deux points du diagramme est proportionnelle au logarithme du rapport des températures correspondant à ces deux points, puisque :

$$\ln T_1 - \ln T_0 = \ln \frac{T_1}{T_0} \quad (8.48)$$

- La précision relative de la température est uniforme, puisque :

$$d(\ln T) = \frac{dT}{T} \quad (8.49)$$

- Pour les gaz parfaits, les constructions sont extrêmement simples, puisque dans ce cas toutes les transformations typiques sont des droites.

Par contre, il présente les désavantages suivants :

- L'échelle des ordonnées présente une distorsion logarithmique de la température.
- L'énergie Ts massique n'est pas mesurée par une surface.
- Les propriétés linéaires des transformations typiques disparaissent dès que le système considéré n'est plus un gaz parfait.

Il convient de prendre garde à l'emploi abusif du diagramme $\ln T$ - s . En effet, la grande simplicité qu'il présente pour les gaz parfaits est tellement séduisante que l'oubli progressif de ses propriétés exactes expose l'habitué de ce diagramme au danger de traiter abusivement tous les gaz réels comme des gaz parfaits.

8.3.6 Diagramme $\ln P$ - h (ou des frigoristes)

Définition

D'une manière générale, *un diagramme $\ln P$ - h est un diagramme comportant le logarithme de la pression P en ordonnée et l'enthalpie massique h en abscisse.*

Configuration

La figure 8.20 représente, à titre d'exemple, le diagramme $\ln P$ - h relatif à l'ammoniac NH_3 . Dans ce diagramme figurent la courbe de saturation ainsi que les familles des courbes isochores, isothermes et isentropes.

La figure 8.21 représente un diagramme $\ln P$ - h dans lequel sont tracées les familles des courbes isochores, isobares, isothermes, isenthalpes et isentropes, cela autour d'un point 0 situé dans le domaine du gaz réel.

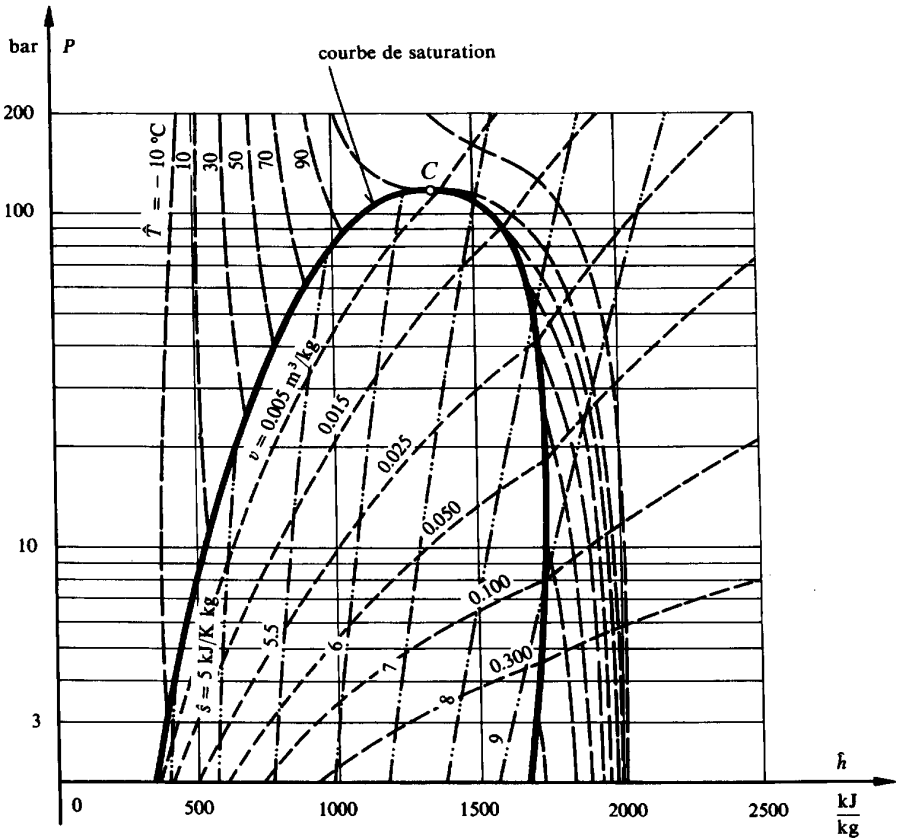


Fig. 8.20 Diagramme $\ln P$ - h relatif à l'ammoniac NH_3 .

Courbes typiques

En tout point du diagramme, la pente de chacune des courbes est caractérisée par l'angle ζ_σ . En vertu du tableau 2.6, nous avons, pour une transformation polytrophe :

$$\operatorname{tg} \zeta_\sigma = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial h} \right)_\sigma = \frac{1}{(1 + \sigma) v P} \quad (8.50)$$

Pour les **gaz semi-parfaits**, cette relation devient :

$$\operatorname{tg} \zeta_\sigma = \frac{1}{(1 + \sigma) r T} \quad (8.51)$$

de sorte que, pour les gaz semi-parfaits, toutes les **courbes polytropes d'une même famille** présentent la **même pente** aux points où elles coupent une même droite verticale (isotherme, isénerge ou isenthalpe).

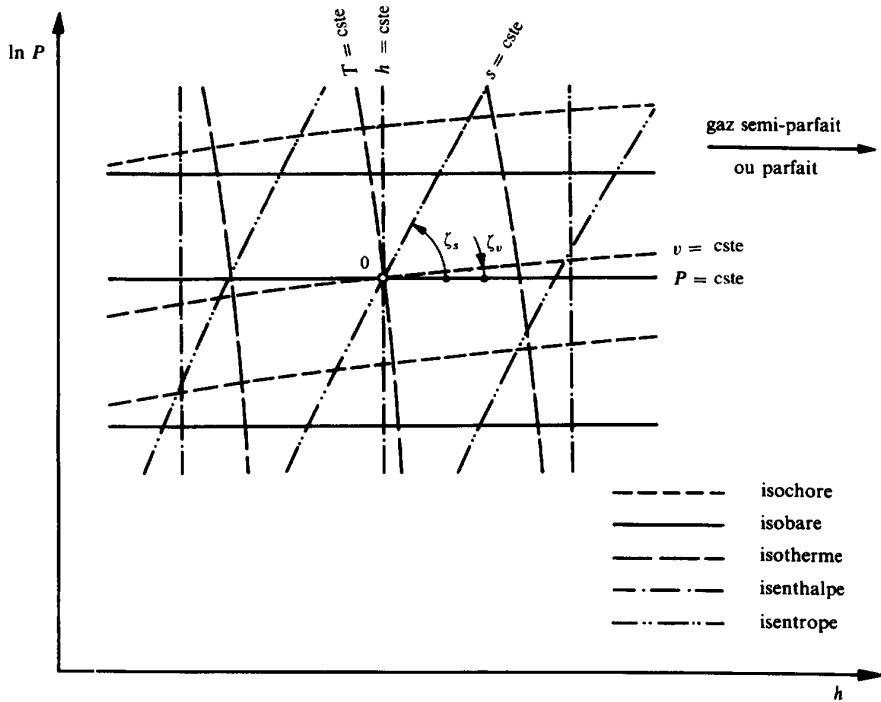


Fig. 8.21 Transformations typiques dans le diagramme $\ln P$ - h .

En particulier, en vertu des valeurs de σ figurant dans le tableau 5.2, la pente des courbes isochores est:

$$\operatorname{tg} \zeta_v = \frac{1}{c_p T} \quad (8.52)$$

et la pente des courbes isentropes est:

$$\operatorname{tg} \zeta_s = \frac{1}{r T} \quad (8.53)$$

de sorte que, pour les *gaz semi-parfaits*, le rapport des pentes des courbes isochore et isentrope est, en tenant compte de (2.76):

$$\frac{\operatorname{tg} \zeta_v}{\operatorname{tg} \zeta_s} = \frac{r}{c_p} = \Gamma < 1 \quad (8.54)$$

Il est évident que, d'une manière générale, les courbes isobares sont des *droites horizontales* et les courbes isenthalpes des *droites verticales*.

Pour une seule substance chimique et dans le domaine du mélange liquide-vapeur, c'est-à-dire *au-dessous de la courbe de saturation*, les courbes isothermes sont, comme les courbes isobares, des segments de droite horizontaux. En vertu de (5.84), la famille des courbes isotitres de paramètre x découpe sur un segment quelconque une *graduation linéaire*.

En tous les points de la courbe de saturation, les facteurs thermiques et les chaleurs spécifiques sont discontinus. Conformément à (8.50), il en résulte qu'en tous ces points, les courbes isochores, isothermes et isénergies présentent une ***pente discontinue***. Seules les courbes isentropes présentent une pente continue, puisque $\sigma = 0$.

Pour les ***gaz semi-parfaits***, il y a une *correspondance biunivoque* entre les échelles de h et de T , ainsi qu'entre celles de h et de u .

Pour les ***gaz parfaits***, il y a une *correspondance linéaire* entre les échelles de h et de T , ainsi qu'entre celles de h et de u .

Donc, pour les ***gaz semi-parfaits et parfaits***, les courbes isothermes et isénergies sont aussi des *droites verticales*.

Propriété remarquable

La relation simple :

$$\ln P_1 - \ln P_0 = \ln \frac{P_1}{P_0} \quad (8.55)$$

montre que la différence des ordonnées de deux points du diagramme est proportionnelle au logarithme du rapport des pressions correspondant à ces deux points. Cette propriété est intéressante pour certains calculs, notamment dans le cas des gaz parfaits.

8.3.7 Remarques

Propriété

Voici une propriété remarquable, commune à tous les diagrammes que nous venons d'étudier. En faisant *pivoter dans le sens trigonométrique négatif* une droite autour d'un point quelconque de ces diagrammes, on obtient successivement les pentes des courbes typiques dans l'ordre isochore, isobare, isotherme, isénerge, isenthalpe et isentrope, c'est-à-dire suivant l'ordre v, P, T, u, h et s que nous avons choisi au paragraphe 1.1.5.

Convention

La convention suivante est destinée à systématiser l'utilisation de tous les diagrammes thermodynamiques. Quand nous désirons, pour une transformation représentée dans un diagramme, indiquer une grandeur qui est mesurée suivant l'un des axes de coordonnées, nous dessinons, non pas une cote, mais un ***vecteur parallèle*** à cet axe, comme le montre la figure 8.22. D'une façon générale, le sens du vecteur reflète le sens de la transformation, c'est-à-dire que son origine correspond à l'état

initial et son extrémité à l'état final de la transformation. La valeur algébrique de la projection du vecteur est positive ou négative, suivant que sa direction est identique ou opposée à celle de l'axe de coordonnées. Par exemple, étant donné la transformation 1-2 représentée dans le diagramme h - s de la figure 8.22, nous avons :

$$\begin{aligned}\Delta h &= h_2 - h_1 < 0 \\ \Delta s &= s_2 - s_1 > 0\end{aligned}\tag{8.56}$$

Cette convention est très commode, car elle permet, comme celle qui est liée au symbole Δ , d'exploiter les ressources du calcul algébrique.

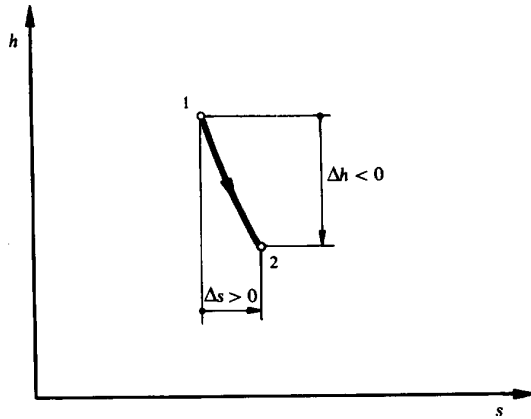


Fig. 8.22 Convention d'utilisation d'un diagramme thermodynamique.

Autres diagrammes thermodynamiques

Etant donné la multiplicité des fonctions d'état, il est évident que le nombre des combinaisons de fonctions d'état indépendantes prises deux à deux est très grand. Il en résulte que le nombre des diagrammes concevables est aussi très grand. Le choix de l'un ou l'autre de ces diagrammes dépend essentiellement de l'utilisation que l'on veut en faire, c'est-à-dire du problème que l'on se propose de résoudre.

Les autres diagrammes que l'on rencontre dans les publications techniques, représentant le comportement thermodynamique d'un système simple, sont les suivants :

- diagramme P - V (ou de Watt)
- diagramme vP - P (ou d'Amagat)
- diagramme P - T (fig. 5.20 et 5.21)
- diagramme v - h
- diagramme $\ln v$ - h
- diagramme P - h
- diagramme T - h
- diagramme T - \dot{H} (ou de pincement)
- diagramme u - s

8.4 TRANSFORMATION PARAÏSOTHERME

8.4.1 Introduction

Nous verrons au chapitre 13, consacré à l'étude des cycles thermodynamiques, qu'il est souvent souhaitable de réaliser des transformations isothermes.

Nous savons que, pour une seule substance chimique et dans le domaine situé au-dessous de la courbe de saturation, les transformations isothermes sont aussi des transformations isobares. Elles donnent lieu à des machines thermiques dans lesquelles il y a des transferts-chaleur et des transferts de masse, mais pas de transfert-travail. Ces machines sont, soit des *vaporiseurs* dans lesquels le fluide reçoit de l'énergie-chaleur, soit des *condenseurs* dans lesquels le fluide donne de l'énergie-chaleur. De telles machines sont faciles à réaliser au point de vue technique, car elles comportent seulement des parois fixes permettant les transferts-chaleur.

Par contre, dans le domaine situé au-dessus de la courbe de saturation, les transformations isothermes mettent en jeu des variations de pression importantes. Elles correspondent à des machines thermiques dans lesquelles il y aurait non seulement des transferts-chaleur et des transferts de masse, mais aussi des transferts-travail. Ces machines seraient, soit des *turbines réchauffées* dans lesquelles le fluide devrait être chauffé en cours de détente, soit des *compresseurs refroidis* dans lesquels le fluide devrait être refroidi en cours de compression. De telles machines peuvent être dans certains cas très difficiles à réaliser au point de vue technique, car elles doivent comporter non seulement des parois permettant les transferts-chaleur, mais aussi des parties mobiles permettant les transferts-travail.

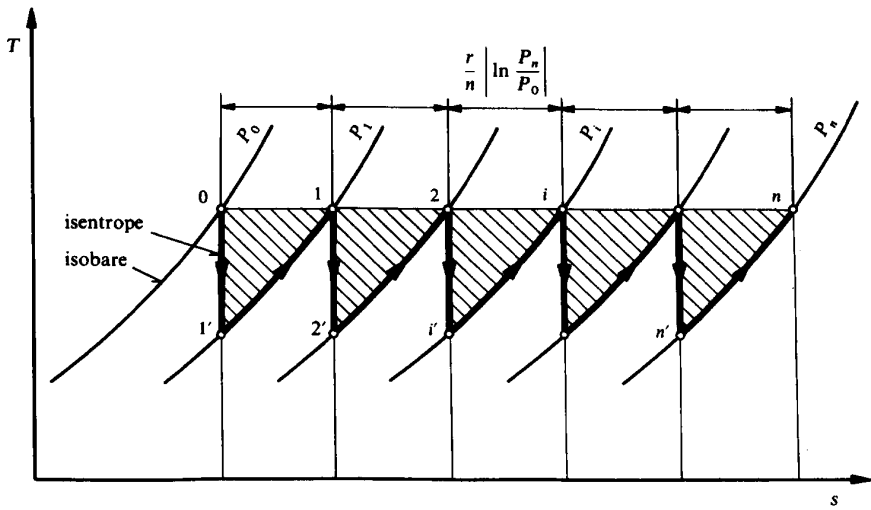
Puisqu'il n'est pas commode d'effectuer simultanément les transferts-chaleur et les transferts-travail, il est concevable de les effectuer *alternativement*, en essayant de se rapprocher le plus possible de la transformation isotherme idéale. C'est le but poursuivi dans la transformation paraïsotherme.

8.4.2 Définition

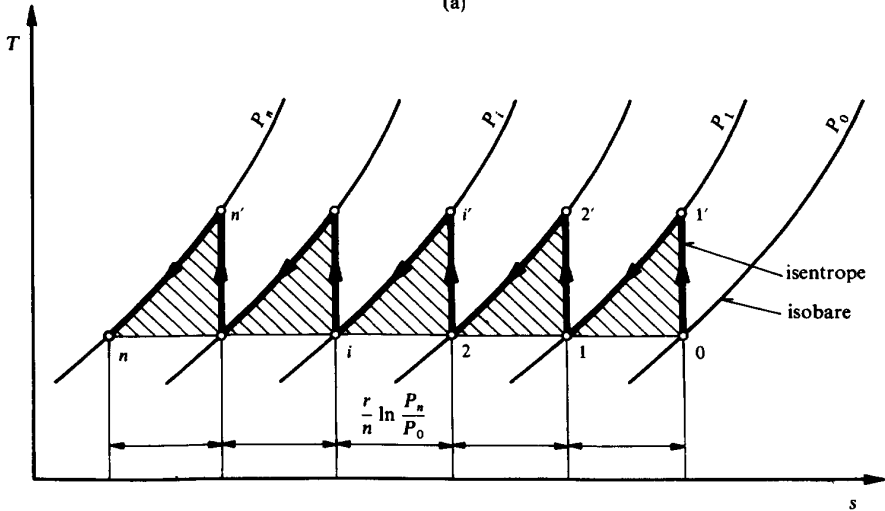
Nous appelons *transformation paraïsotherme théorique* toute transformation mixte constituée alternativement d'une transformation isentrope et d'une transformation isobare, la température à la fin de chaque transformation isobare étant égale à la température initiale.

8.4.3 Représentation

La figure 8.23 représente un diagramme T - s dans lequel nous avons tracé une détente et une compression paraïsothermes. Nous voyons que ces transformations paraïsothermes comportent n transformations isentropes et n transformations isobares.



(a)



(b)

Fig. 8.23 Transformations paraïsothermes dans le diagramme T - s : (a) détente; (b) compression.

8.4.4 Optimisation

Par définition, nous avons:

$$T_0 = T_1 = T_2 = \dots = T_i = \dots = T_n \quad (8.57)$$

Etant donné la pression initiale P_0 , la pression finale P_n et la température initiale T_0 , il convient de déterminer les pressions intermédiaires de façon à optimiser

le transfert-travail. En effet, l'étude des cycles thermiques moteurs montre que, pour un système sans dissipation, le travail massique fourni est donné par la relation (13.7):

$$e^- = -\tilde{p} = -\oint v dP \quad (8.58)$$

Ce travail est maximal lorsque l'énergie vP massique ($\tilde{p} < 0$) est minimale en valeur algébrique. Il en est de même pour chaque tronçon du cycle. En particulier, pour une transformation 0- n , l'énergie vP massique:

$${}_0^n \tilde{p} = \int_0^n v dP \quad (8.59)$$

doit être minimale en valeur algébrique.

Admettons que le fluide soit un *gaz parfait*. Posons, pour les rapports de pressions et de températures des transformations isentropes:

$$\pi_i \equiv \frac{P_i}{P_{i-1}} \quad \tau_i \equiv \frac{T_i}{T_0} \quad \pi \equiv \frac{P_n}{P_0} \quad (8.60)$$

Nous avons, en vertu du tableau 8.6:

$$\tau_i = \pi_i^{\Gamma} \quad (8.61)$$

Posons aussi:

$$\tau = \pi^{\Gamma} \quad (8.62)$$

Nous avons évidemment:

$$\tau - (\tau_1 \tau_2 \dots \tau_i \dots \tau_n) = 0 \quad (8.63)$$

L'énergie vP massique, relative à une transformation isentrope quelconque, est, selon le tableau 8.6:

$${}_{i-1}^{i'} \tilde{p} = \int_{i-1}^{i'} v dP = c_p (T_{i'} - T_0) = c_p T_0 (\tau_i - 1) \quad (8.64)$$

L'énergie vP massique, relative à une transformation isobare quelconque, est nulle. Nous avons donc:

$${}_0^n \tilde{p} = \sum_{i=1}^n [{}_{i-1}^{i'} \tilde{p}] = c_p T_0 \left\{ \sum_{i=1}^n [\tau_i] - n \right\} \quad (8.65)$$

$$\sum_{i=1}^n [\tau_i] - n \quad (8.66)$$

Par raison de symétrie, on voit immédiatement que :

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_j = \dots = \tau_n \quad (8.67)$$

Les relations (8.63) et (8.66) conduisent à la fonction:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n [\tau_i] - n + \varphi(\tau - \tau_1 \tau_2 \dots \tau_i \dots \tau_n) \quad (8.68)$$

qui permet d'établir le système d'équations:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_1} &= 1 - \varphi \tau_2 \tau_3 \dots \tau_i \dots \tau_n = 0 \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_2} &= 1 - \varphi \tau_1 \tau_3 \dots \tau_i \dots \tau_n = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_i} &= 1 - \varphi \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_n} &= 1 - \varphi \tau_1 \tau_2 \dots \tau_{n-1} = 0 \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} &= \tau - \tau_1 \tau_2 \dots \tau_i \dots \tau_n = 0
\end{aligned} \tag{8.69}$$

 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i, \dots, \tau_n$ et φ

Chacune des n premières équations donne, avec la $(n + 1)$ ième, la relation:

$$\tau_i = \varphi \tau \quad (8.70)$$

Les relations (8.60), (8.61), (8.63) et (8.70) donnent:

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_i = \dots = \tau_n = \tau^n \quad (8.71)$$

$$T_1 = T_2 = \dots = T_i = \dots = T_n = T_0 \tau^n \quad (8.72)$$

$$\pi_1 = \pi_2 = \dots = \pi_i = \dots = \pi_n = \pi^n \quad (8.73)$$

$$P_1 = P_0 \pi^n, P_2 = P_0 \pi^n, \dots, P_i = P_0 \pi^n \quad (8.74)$$

8.4.5 Propriétés d'une paraïsotherme optimale

Pour un **gaz parfait**, la transformation paraïsotherme optimale est, selon (8.71) à (8.74), telle que:

- Les rapports de températures de toutes les transformations isobares et isentropes sont égaux, c'est-à-dire que les températures à la fin de chaque isentrope (début de chaque isobare) sont égales.
- Les rapports de pressions de toutes les transformations isentropes sont égaux, c'est-à-dire que les pressions sont en progression géométrique.

En vertu des propriétés de translation horizontale que nous avons décrites au paragraphe 8.3.3 concernant le diagramme T - s , les courbes isobares sont toutes identiques. La relation (8.73) montre qu'elles sont *équidistantes* horizontalement, la distance entre deux isobares consécutives étant, en valeur absolue:

$$\left| r \ln \pi_i \right| = \left| r \ln \pi^n \right| = \left| \frac{r}{n} \ln \frac{P_n}{P_0} \right| \quad (8.75)$$

Nous pouvons dire, d'une manière plus imagée, que toutes les «dents» de la courbe représentant la transformation paraïsotherme dans un diagramme T - s sont égales.

Pour l'ensemble de la transformation et étant donné (8.57), les accroissements l'énergie interne et d'enthalpie massiques sont nuls:

$${}_0^n \Delta u = {}_0^n \Delta h = 0 \quad (8.76)$$

En tenant compte en outre de (1.151), (1.152), (8.65) et (8.71), nous obtenons:

$$-\int_0^n P dv = \int_0^n v dP = -\int_0^n T ds = n c_p T_0 \left(\tau^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \quad (8.77)$$

Donc, **les énergies Pv et vP massiques sont mesurées par les surfaces hachurées indiquées dans la figure 8.23.**

Lorsque le nombre n tend vers l'infini, on obtient mathématiquement:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(\tau^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \right] = \ln \tau = \Gamma \ln \pi \quad (8.78)$$

de sorte que les relations (8.77) deviennent, compte tenu de (8.78):

$$-\int_0^{\infty} P dv = \int_0^{\infty} v dP = -\int_0^{\infty} T ds = r T_0 \ln \pi \quad (8.79)$$

c'est-à-dire identiques à celles qui concernent la transformation isotherme (tab. 8.3).

Donc, à la limite où le nombre de « dents » tend vers l'infini, la transformation paraïsotherme tend vers la transformation isotherme correspondant à la température T_0 . Ce résultat est bien conforme à l'intuition.

La comparaison des surfaces relatives aux transformations paraïsothermes et aux transformations isothermes montre que nous avons toujours, algébriquement:

$$\int_0^n v dP > \int_0^{\infty} v dP \quad (8.80)$$

Au point de vue pratique, il est intéressant de remarquer que:

- dans le cas d'une détente paraïsotherme:

$$\left| \int_0^n v dP \right| < \left| \int_0^{\infty} v dP \right| \quad (8.81)$$

- dans le cas d'une compression paraïsotherme:

$$\left| \int_0^n v dP \right| > \left| \int_0^{\infty} v dP \right| \quad (8.82)$$

La différence entre les deux valeurs ${}_0^n \bar{p}$ et ${}_0^{\infty} \bar{p}$ est, dans chaque cas, mesurée par la surface hachurée qui est indiquée sur la figure 8.23.

Exemples simples d'application des Premier et Deuxième Principes

9.1 TRANSFORMATION D'ÉNERGIE MÉCANIQUE EN ÉNERGIE INTERNE (EXPÉRIENCE DE JOULE)

9.1.1 Description

Soit l'appareil (déjà mentionné à la section 1.3), représenté par la figure 9.1, constitué d'une enceinte indéformable, isolante et fermée, contenant un gaz supposé parfait, de masse M , et un agitateur de masse négligeable, mû par un dispositif mécanique ou électrique quelconque. Au départ, le gaz est dans un état d'équilibre initial 1. L'expérience de Joule consiste à transférer au système un certain travail A^+ et à observer l'évolution de l'état du gaz. L'énergie mécanique est transmise au gaz sous forme d'énergie cinétique qui, à son tour, est transformée en énergie interne en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, et le système tend vers un état d'équilibre final 2.

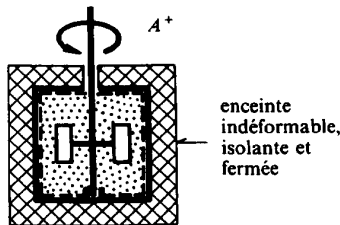


Fig. 9.1 Expérience de Joule.

Considérons le système constitué par le gaz et délimité par la frontière indiquée en traits pointillés. Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes:

- enceinte indéformable: $V = \text{cste}$
 - pas de déplacement vertical: $\bar{Z} = \text{cste}$
 - isolation parfaite: $Q^+ = 0$
- (9.1)

9.1.2 Développement

Appliquons les Premier et Deuxième Principes. Les équations fondamentales (2.3) d'un système fermé en équilibre donnent, en valeurs massiques:

$$-\delta a^+ + d \frac{\overline{C^2}}{2} + \delta r = 0 = -du + \delta r \quad (9.2)$$

Par intégration des équations ci-dessus, nous obtenons :

$$\Delta u = r = a^+ = \frac{A^+}{M} > 0 \quad (9.3)$$

En tenant compte du fait que le gaz est parfait et que la transformation est isochore, nous obtenons, selon le tableau 8.1 :

$$\Delta u = c_v \Delta T = c_v (T_2 - T_1) \quad (9.4)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{A^+}{Mc_v T_1} > 1 \quad (9.5)$$

$$\Delta s = s^i = s^r = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \ln \left(1 + \frac{A^+}{Mc_v T_1} \right) > 0 \quad (9.6)$$

où c_v est la chaleur spécifique isocore du gaz parfait.

9.1.3 Représentation

La figure 9.2 représente, dans un diagramme T - s , l'évolution thermodynamique du gaz au cours de l'expérience. Remarquons que la surface située au-dessous de la courbe 1-2 est égale à l'augmentation Δu de l'énergie interne, à la dissipation r et à l'énergie-travail a^+ reçue par le système, tout cela en valeurs massiques.

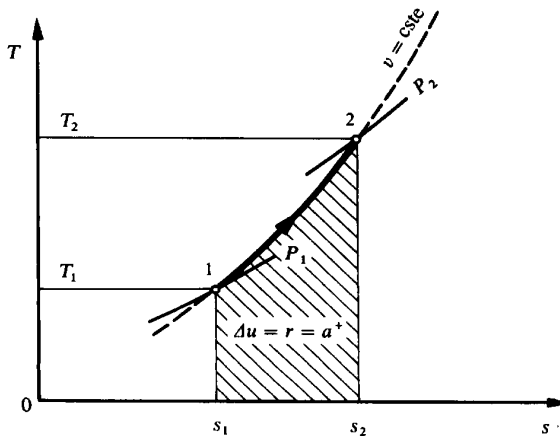


Fig. 9.2 Evolution thermodynamique du gaz au cours de l'expérience de Joule représentée par la figure 9.1.

9.2 DÉTENTE SANS TRANSFERT-TRAVAIL (EXPÉRIENCE DE GAY-LUSSAC-JOULE)

9.2.1 Description

Soit l'appareil représenté par la figure 9.3, constitué d'une enceinte indéformable, isolante et fermée, comportant deux compartiments A et B de volume V_a et V_b séparés par une vanne étanche. A l'état initial 1, le compartiment A contient un gaz supposé parfait, de masse M , tandis que le vide absolu règne dans le compartiment B . L'expérience consiste à ouvrir la vanne et à observer l'évolution du système. Le gaz se détend violemment, avec transformation d'énergie interne en énergie cinétique. Le mouvement du gaz s'amortit progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, l'énergie cinétique se retransforme en énergie interne, et le système tend vers un état d'équilibre final 2.

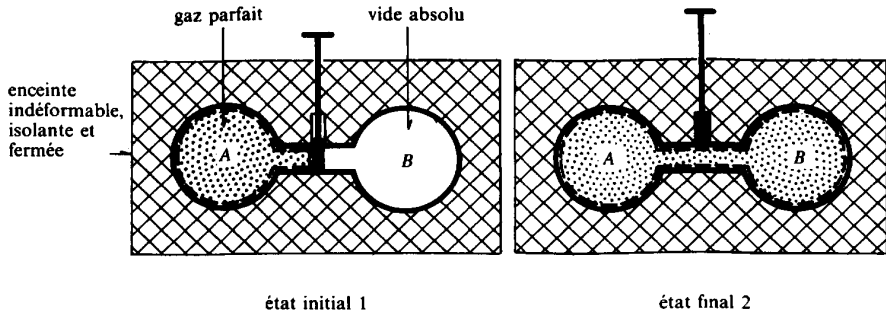


Fig. 9.3 Expérience de Gay-Lussac-Joule.

Considérons le système constitué par le gaz et délimité par la frontière indiquée en traits pointillés. Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

- pas de déplacement vertical $\bar{Z} = \text{cste}$
 - pas de transfert-travail : $A^- = 0$
 - isolation parfaite : $Q^+ = 0$
- (9.7)

9.2.2 Développement

Appliquons les Premier et Deuxième Principes. Les équations fondamentales (2.3) d'un système fermé monophasé donnent, en valeurs massiques :

$$d\frac{\overline{C^2}}{2} + dr = -du + \delta r \quad (9.8)$$

En intégrant l'équation ci-dessus et en tenant compte du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, ainsi que de (2.58), nous obtenons :

$$\Delta u = c_v \Delta T = 0 \quad (9.9)$$

où c_v est la chaleur spécifique du gaz parfait.

Il en résulte les relations :

$$u_2 = u_1 \quad (9.10)$$

$$T_2 = T_1 \quad (9.11)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_a}{V_a + V_b} < 1 \quad (9.12)$$

Comme l'entropie est une fonction d'état, nous pouvons calculer sa variation le long d'une transformation de notre choix, même si cette dernière ne correspond pas à la transformation réelle, pourvu qu'elles aient les mêmes états initial et final. Dans le cas présent, le plus simple consiste à choisir la transformation isotherme 1-2. L'augmentation d'entropie massique du système, résultant de l'irréversibilité due à la dissipation, est alors, selon le tableau 8.3 :

$$\Delta s = s^i = s^r = r \ln \frac{V_2}{V_1} = r \ln \left(\frac{V_a + V_b}{V_a} \right) > 0 \quad (9.13)$$

où r est la constante du gaz parfait.

9.2.3 Représentation

La figure 9.4 représente, dans un diagramme T - s , l'évolution thermodynamique globale du gaz lors de l'expérience. Remarquons que la transformation 1-2 a été représentée en traits pointillés pour bien indiquer qu'il s'agit, en cours de détente,

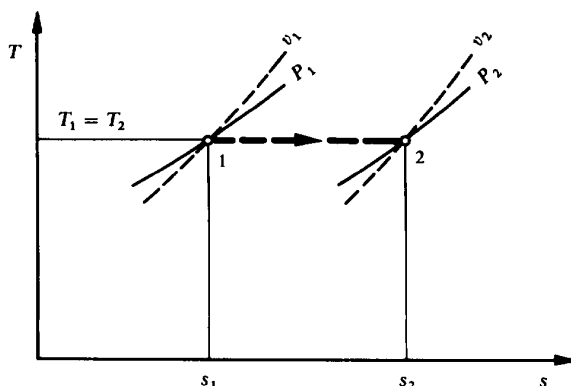


Fig. 9.4 Evolution thermodynamique globale du gaz lors de l'expérience de Gay-Lussac-Joule représentée par la figure 9.3.

d'un système hétérogène complexe. Les états intermédiaires ne peuvent donc pas être décrits simplement. Seuls les états initial 1 et final 2, correspondant à un système homogène en équilibre bien défini, sont connus.

9.3 DÉTENTE AVEC TRANSFERT-TRAVAIL

9.3.1 Description

Soit le système représenté par la figure 9.5, constitué d'un réservoir indéformable, isolant et fermé par une vanne. A l'état d'équilibre initial 1, le vide absolu règne dans le réservoir. On ouvre la vanne. L'air de l'atmosphère se précipite dans le réservoir, avec transformation d'énergie interne en énergie cinétique. Le mouvement de l'air s'amortit progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, l'énergie cinétique se retransforme en énergie interne, et le système tend vers un état d'équilibre final 2.

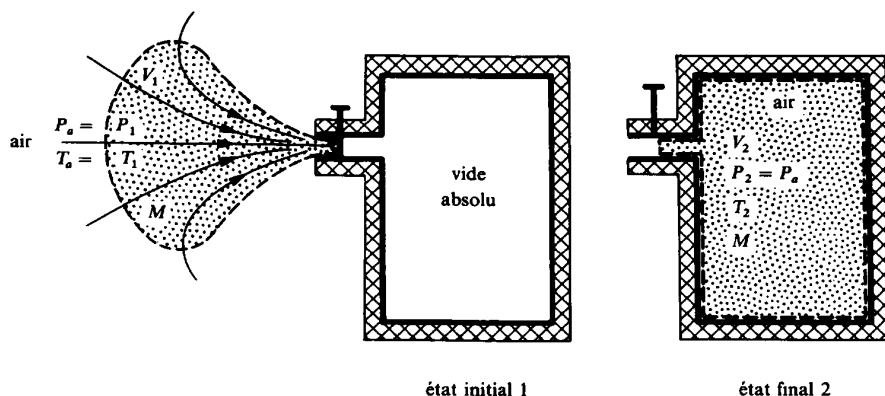


Fig. 9.5 Détente avec transfert-travail.

9.3.2 Première méthode

Considérons le système fermé constitué par l'air atmosphérique qui est situé à l'extérieur du réservoir à l'état 1 et qui sera à l'intérieur de celui-ci à l'état 2, délimité par la frontière indiquée en traits pointillés dans la figure 9.5. Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes:

- pas de déplacement vertical: $\bar{Z} = \text{cste}$
- isolation parfaite: $Q^+ = 0$
- système fermé: $M^+ = 0$

(9.14)

Appliquons le Premier Principe (1.23):

$$dU_{cz} = dU + Md \frac{\overline{C^2}}{2} = \delta A^+ \quad (9.15)$$

Admettons que la pression s'exerçant sur la portion de frontière extérieure au réservoir reste égale à la pression atmosphérique P_a au cours du processus. L'énergie-travail reçue par le système est alors, en valeur massique :

$$A^+ = \int_1^2 P_a dV = P_a V_1 \quad (9.16)$$

En intégrant l'équation (9.15) et en tenant compte du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, nous obtenons :

$$\Delta U = P_a V_1 \quad (9.17)$$

En tenant compte du fait que le gaz est parfait et que les états 1 et 2 sont des états d'équilibre situés sur une isobare, nous obtenons, selon le tableau 8.2 et la formule de Mayer (2.72) :

$$\frac{\Delta U}{M} = \Delta u = c_v (T_2 - T_1) = P_a \frac{V_1}{M} = P_a v_1 = r T_1 \quad (9.18)$$

$$\frac{T_2}{T_a} = \gamma > 1 \quad (9.19)$$

$$\Delta s = s^i = s^r = c_p \ln \frac{T_2}{T_a} = c_p \ln \gamma > 0 \quad (9.20)$$

Donc, l'énergie-travail a^+ reçue de l'atmosphère lors du processus se retrouve finalement sous forme d'énergie interne, de sorte que la température finale T_2 est plus élevée que la température atmosphérique T_a . D'autre part, l'irréversibilité due à la dissipation se traduit par une augmentation d'entropie.

9.3.3 Deuxième méthode

Considérons le système ouvert constitué par l'intérieur du réservoir, délimité par la frontière indiquée en traits pointillés (voir état final 2). Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

- pas de déplacement vertical : $\bar{Z} = \text{cste}$
- pas de transfert-travail technique : $E^+ = 0$
- isolation parfaite : $Q^+ = 0$

(9.21)

Appliquons le Premier Principe. L'équation (1.43) donne :

$$dU + Md \frac{\overline{C^2}}{2} = h_c dM^+ \quad (9.22)$$

En nous inspirant des propriétés thermodynamiques d'un écoulement unidimensionnel décrites à la section 4.5, admettons que l'enthalpie totale h_c des particules ne varie pas entre leur état initial 1 dans l'atmosphère et leur état lors de leur passage à travers la vanne du réservoir.

En intégrant l'équation (9.22) et en tenant compte du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, nous obtenons:

$$\begin{aligned} U_2 - 0 &= h_1 M \\ Mu_2 &= M(u_1 + v_1 P_a) \\ \Delta u &= v_1 P_a \end{aligned} \quad (9.23)$$

Cette relation est bien identique à (9.17).

9.4 TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE

9.4.1 Description

Soit l'appareil représenté par la figure 9.6, constitué d'un récipient indéformable, isolant et fermé, contenant un gaz supposé parfait de masse M et reposant sur une table infiniment rigide. A l'aide d'un fil, le récipient est élevé de l'altitude \bar{z}_1 à

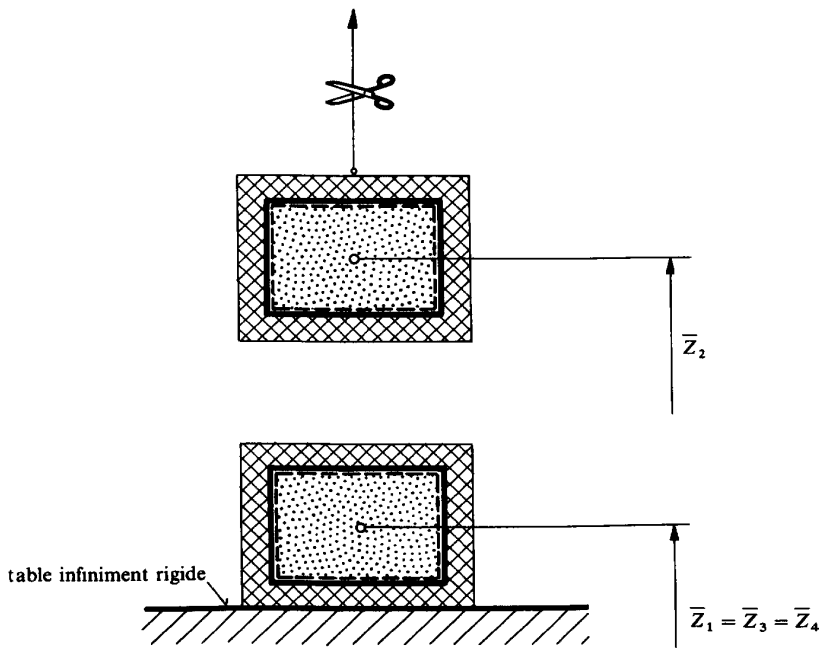


Fig. 9.6 Récipient contenant un gaz, élevé à l'aide d'un fil, lâché en chute libre, puis stoppé brutalement.

l'altitude \bar{Z}_2 de façon réversible, c'est-à-dire très lentement. Ensuite, le fil est coupé, de sorte que le récipient tombe en chute libre, puis est stoppé brutalement par la table. Juste avant le choc, le gaz est dans l'état 3. Après le choc, le gaz est le siège d'ondes de pression qui s'amortissent progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, et son état tend vers un état d'équilibre final 4. On admettra que, pendant la chute du récipient, l'effet de résistance de l'air extérieur est nul.

Considérons le système constitué par le gaz et délimité par la frontière indiquée en traits pointillés.

9.4.2 Transformation 1-2

Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

- récipient indéformable : $V = \text{cste}$
- isolation parfaite : $Q^+ = 0$
- déplacement réversible : $R = 0$

(9.24)

Appliquons les Premier et Deuxième Principes. Les équations fondamentales (2.3) d'un système fermé monophasé donnent, en valeurs massiques :

$$-\delta a^+ + d \frac{\bar{C}^2}{2} + g d \bar{Z} = 0 = -du \quad (9.25)$$

$$T ds = 0 \quad (9.26)$$

En intégrant les équations ci-dessus et en tenant compte du fait que les états 1 et 2 sont des états de repos, nous obtenons :

$$g(\bar{Z}_2 - \bar{Z}_1) = {}_1^2 a^+ = \frac{{}_1^2 A^+}{M} \quad (9.27)$$

$${}_1^2 \Delta u = 0 \quad (9.28)$$

$${}_1^2 \Delta s = 0 \quad (9.29)$$

où ${}_1^2 A^+$ est l'énergie-travail fournie au gaz pour élever son centre de gravité de l'altitude \bar{Z}_1 à l'altitude \bar{Z}_2 .

Donc, l'état thermodynamique du gaz n'a pas varié, et l'énergie-travail ${}_1^2 a^+$ a été transformée exclusivement en énergie potentielle $g(\bar{Z}_2 - \bar{Z}_1)$.

9.4.3 Transformation 2-3

Nous avons toujours :

$$dV = 0 \quad \delta Q^+ = 0 \quad \delta R = 0 \quad (9.30)$$

La chute libre du récipient entraîne le fait qu'il n'y a pas de transfert-travail. Cette hypothèse se traduit par la relation:

$$\delta A^- = 0$$

Les équations fondamentales (2.3) donnent alors:

$$d \frac{\overline{C^2}}{2} + g d \bar{Z} = 0 = -du \quad (9.31)$$

$$T ds = 0 \quad (9.32)$$

Par intégration des équations ci-dessus nous obtenons:

$$\frac{\overline{C_3^2}}{2} = g(\bar{Z}_2 - \bar{Z}_3) = g(\bar{Z}_2 - \bar{Z}_1) \quad (9.33)$$

$$\frac{3}{2} \Delta u = 0 \quad (9.34)$$

$$\frac{3}{2} \Delta s = 0 \quad (9.35)$$

Donc, l'état thermodynamique du gaz n'a pas varié et l'énergie potentielle $g(\bar{Z}_2 - \bar{Z}_1)$ est transformée exclusivement en énergie cinétique $\overline{C_3^2}/2$.

9.4.4 Transformation 3-4

Nous avons cette fois-ci:

$$dV = 0 \quad d\bar{Z} = 0 \quad \delta Q^+ = 0 \quad (9.36)$$

La table étant infiniment rigide, l'arrêt instantané du récipient ne met en jeu aucun transfert-travail. Cette hypothèse se traduit donc par la relation:

$$\delta A^- = 0$$

Les équations fondamentales (2.3) donnent alors:

$$d \frac{\overline{C^2}}{2} + \delta r = 0 = -du + \delta r \quad (9.37)$$

Par intégration des équations ci-dessus, nous obtenons:

$$\frac{4}{3} \Delta u = \frac{\overline{C_3^2}}{2} = \frac{4}{3} r > 0 \quad (9.38)$$

En tenant compte du fait que le gaz est parfait et que la transformation est isochore, nous obtenons, selon le tableau 8.1 :

$${}_3^4\Delta u = c_{v3}^4\Delta T = c_{v1}^4\Delta T = c_v(T_4 - T_1) \quad (9.39)$$

$$\frac{P_4}{P_3} = \frac{T_4}{T_3} = 1 + \frac{\overline{C_3^2}}{2c_v T_1} > 1 \quad (9.40)$$

$${}_3^4\Delta s = s^i = s^r = c_v \ln \frac{T_4}{T_3} = c_v \ln \left(1 + \frac{\overline{C_3^2}}{2c_v T_1} \right) > 0 \quad (9.41)$$

où c_v est la chaleur spécifique isochore du gaz parfait.

Donc, l'énergie cinétique $\overline{C_3^2}/2$ s'est transformée en énergie interne, la température s'est élevée et la dissipation ${}_3^4r$, égale à l'énergie cinétique $\overline{C_3^2}/2$, s'est traduite par une augmentation d'entropie.

9.4.5 Représentation

La figure 9.7 représente l'évolution thermodynamique du gaz dans un diagramme u - s . Remarquons que, au cours de la transformation, l'énergie totale massique $u_{cz} = u + \overline{C^2}/2 + g\overline{Z}$ augmente de la valeur $g(\overline{Z}_2 - \overline{Z}_1)$, puis, au cours des transformations 2-3 et 3-4, reste constante. Les segments verticaux situés entre les courbes de $u_z = u + g\overline{Z}$ et de u représentent l'énergie cinétique moyenne $\overline{C^2}/2$ qui passe de la valeur 0 à la valeur $\overline{C_3^2}/2$ au cours de la transformation 2-3 et de la valeur $\overline{C_3^2}/2$ à la valeur 0 au cours de la transformation 3-4.

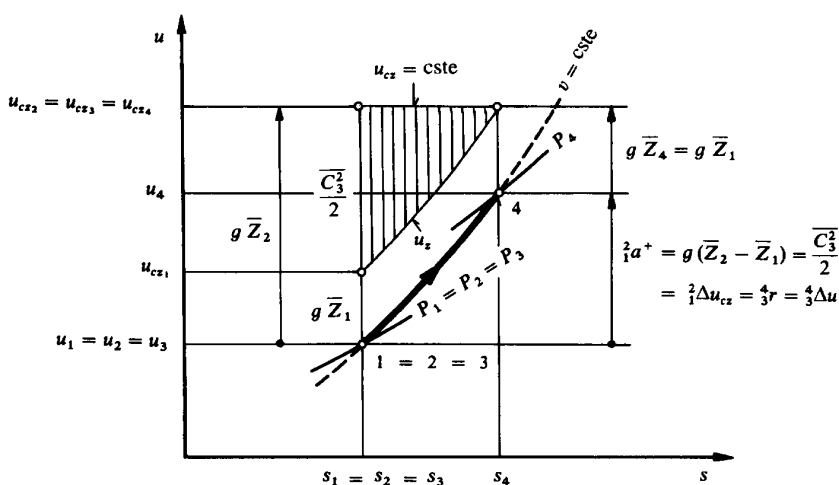


Fig. 9.7 Evolution thermodynamique du gaz au cours de l'expérience représentée par la figure 9.6.

9.5 ÉVOLUTION D'UN SYSTÈME HÉTÉROGÈNE

9.5.1 Description

Soit l'appareil représenté par la figure 9.8, constitué d'une enceinte indéformable, isolante et fermée, contenant un gaz supposé parfait de masse M_g et un pendule solide de masse M_s . A l'état initial d'équilibre 1, le pendule est accroché à la paroi, à l'altitude \bar{Z}_{s1} . Le pendule est libéré, de sorte que son énergie potentielle se transforme en énergie cinétique, qui elle-même se transforme en énergie potentielle, et ainsi de suite. Mais, en raison du frottement, cette énergie est transmise au gaz sous forme d'énergie cinétique. Il en résulte que le mouvement oscillatoire s'amortit progressivement. L'énergie cinétique du gaz est à son tour transformée en énergie interne en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux, et le système tend vers un état d'équilibre final 2.

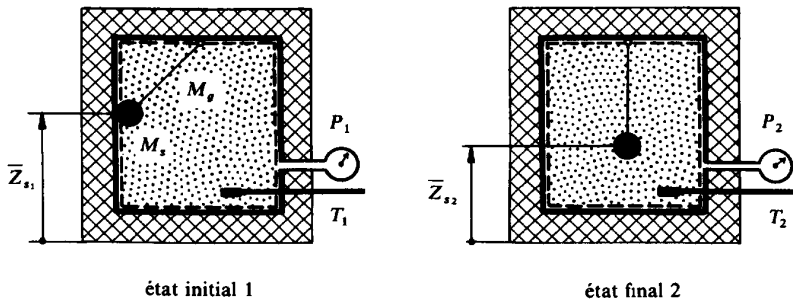


Fig. 9.8 Enceinte contenant un gaz et un pendule accroché, puis libéré.

Considérons le système constitué par l'ensemble du gaz et du pendule, délimité par la frontière indiquée en traits pointillés. Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

- enceinte indéformable : $V = \text{cste}$
- pas de transfert-travail : $E^+ = 0$
- isolation parfaite : $Q^+ = 0$
- système fermé : $M^+ = 0$

(9.42)

9.5.2 Développement

Appliquons le Premier Principe. L'équation (1.43) donne, en vertu de la propriété d'extensivité (1.17) :

$$\Delta U_{cz} = \Delta U_{czs} + \Delta U_{czg} = \Delta U_s + M_s g (\bar{Z}_{s2} - \bar{Z}_{s1}) + \Delta U_g = 0 \quad (9.43)$$

En tenant compte de (5.158) et (2.58), nous obtenons les relations :

$$\begin{aligned}\Delta U_s &= M_s c_s \Delta T = M_s c_s (T_2 - T_1) \\ \Delta U_g &= M_g c_{vg} \Delta T = M_g c_{vg} (T_2 - T_1)\end{aligned}\quad (9.44)$$

dans lesquelles nous avons :

- c_s chaleur spécifique du pendule
- c_{vg} chaleur spécifique isochore du gaz

En portant ces expressions dans (9.43) et en tenant compte du fait que la transformation est isochore, nous obtenons :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{M_s g (\bar{Z}_{s1} - \bar{Z}_{s2})}{(M_s c_s + M_g c_{vg}) T_1} > 1 \quad (9.45)$$

En vertu de la propriété d'extensivité de l'entropie, l'augmentation d'entropie est, selon (5.160) et le tableau 8.1 :

$$\begin{aligned}\Delta S &= S^i = S^r = M_s c_s \ln \frac{T_2}{T_1} + M_g c_{vg} \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \\ \Delta S &= (M_s c_s + M_g c_{vg}) \ln \left[1 + \frac{M_s g (\bar{Z}_{s1} - \bar{Z}_{s2})}{(M_s c_s + M_g c_{vg}) T_1} \right]\end{aligned}\quad (9.46)$$

9.6 TRANSFERT-CHALEUR ENTRE DEUX CORPS

9.6.1 Description

Soit l'appareil représenté par la figure 9.9, constitué par une enceinte indéformable, isolante et fermée, contenant deux corps α et β . Pour fixer les idées, admettons qu'il s'agisse de deux gaz parfaits de masse M_α et M_β , séparés par une paroi fixe. A l'état initial 1, le gaz α , à température $T_{\alpha 1}$, est chaud et le gaz β , à température $T_{\beta 1}$, est froid. L'expérience consiste à mettre les deux gaz en contact thermique et à observer l'évolution de leur état thermodynamique. Un transfert-chaleur $Q_{\alpha\beta}$ a lieu du gaz α au gaz β , le gaz chaud α se refroidit et le gaz froid β s'échauffe, c'est-à-dire que T_α diminue et que T_β augmente. Les températures se rapprochent indéfiniment et le système tend vers un état d'équilibre final 2, caractérisé par le fait que $T_{\alpha 2} = T_{\beta 2} = T_2$.

Considérons le système constitué par l'ensemble du gaz α et β , et délimité par la frontière indiquée en traits pointillés. Les hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\bullet \text{ état de repos:} & \quad \bar{C}^2/2 = 0 & \quad \bar{Z} = \text{cste} \\ \bullet \text{ pas de transfert-travail:} & \quad E^+ = 0 \\ \bullet \text{ isolation parfaite:} & \quad Q^+ = 0 \\ \bullet \text{ système fermé:} & \quad M^+ = 0\end{aligned}\quad (9.47)$$

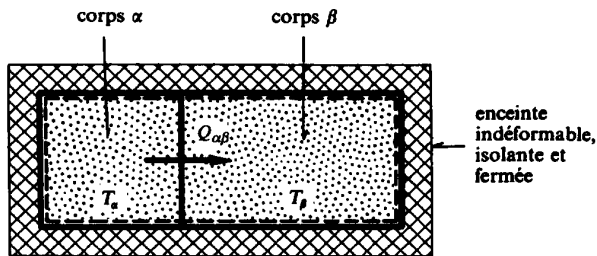


Fig. 9.9 Transfert-chaleur entre deux corps.

9.6.2 Développement

Appliquons le Premier Principe. L'équation (1.46) donne, en vertu de la propriété d'extensivité (1.20):

$$\Delta U_{cz} = \Delta U = \Delta U_{\alpha} + \Delta U_{\beta} = 0 \quad (9.48)$$

En tenant compte de (2.58), nous obtenons:

$$\Delta U = M_{\alpha} c_{v\alpha} (T_2 - T_{\alpha 1}) + M_{\beta} c_{v\beta} (T_2 - T_{\beta 1}) = 0 \quad (9.49)$$

où $c_{v\alpha}$ et $c_{v\beta}$ sont les chaleurs spécifiques isochores des deux gaz parfaits. Il en résulte que la température finale est:

$$T_2 = \frac{M_{\alpha} c_{v\alpha} T_{\alpha 1} + M_{\beta} c_{v\beta} T_{\beta 1}}{M_{\alpha} c_{v\alpha} + M_{\beta} c_{v\beta}} \quad (9.50)$$

L'augmentation d'entropie du système, résultant de l'irréversibilité due au transfert-chaleur avec chute de température, est, selon (1.89):

$$\Delta S = S^i = S^f = \int_1^2 \left(\frac{1}{T_{\beta}} - \frac{1}{T_{\alpha}} \right) \delta Q_{\alpha\beta} > 0 \quad (9.51)$$

Mais le transfert-chaleur peut, pour chacun des gaz, être exprimé en fonction de sa température:

$$\delta Q_{\alpha\beta} = -dU_{\alpha} = -M_{\alpha} c_{v\alpha} dT_{\alpha} = dU_{\beta} = -M_{\beta} c_{v\beta} dT_{\beta} \quad (9.52)$$

de sorte que:

$$\Delta S = \int_1^2 M_{\beta} c_{v\beta} \frac{dT_{\beta}}{T_{\beta}} + \int_1^2 M_{\alpha} c_{v\alpha} \frac{dT_{\alpha}}{T_{\alpha}} \quad (9.53)$$

$$\Delta S = M_{\beta} c_{v\beta} \ln \frac{T_2}{T_{\beta 1}} - M_{\alpha} c_{v\alpha} \ln \frac{T_{\alpha 1}}{T_2} > 0 \quad (9.54)$$

Remarquons que la relation ci-dessus correspond bien au caractère extensif de l'entropie. En effet, elle exprime le fait que l'augmentation d'entropie du système est égale à la somme des augmentations d'entropie de chaque gaz, conformément à la relation :

$$\Delta S = \Delta S_{\alpha} + \Delta S_{\beta} \quad (9.55)$$

dans laquelle le terme ΔS_{α} est négatif et le terme ΔS_{β} positif. D'ailleurs, étant donné que les gaz sont parfaits et que les transformations sont isochores, les accroissements ΔS_{α} et ΔS_{β} peuvent aussi être calculés directement à l'aide du tableau 8.1.

9.6.3 Représentation

La figure 9.10 représente l'évolution des températures T_{α} et T_{β} en fonction de l'énergie-chaleur $Q_{\alpha\beta}$ transférée du gaz α au gaz β .

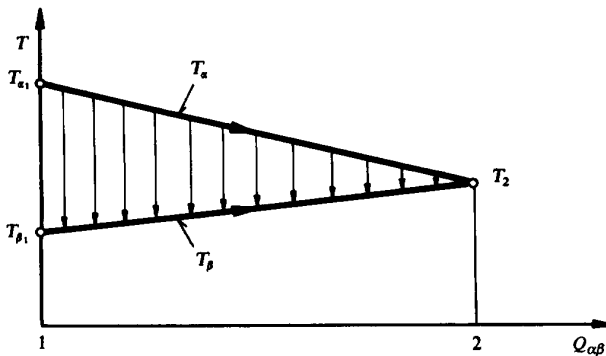


Fig. 9.10 Evolution des températures des deux gaz parfaits du système représenté par la figure 9.9.

9.7 TRANSMETTEUR D'ÉNERGIE THERMIQUE

9.7.1 Description

Soit un transmetteur d'énergie thermique à contre-courant (fig. 9.11), c'est-à-dire tel que le fluide chaud α s'écoule de la droite (point 1) vers la gauche (point 2), alors que le fluide à chauffer β s'écoule de la gauche (point 3) vers la droite (point 4). Notons que, dans la pratique, un tel équipement est improprement appelé échangeur de chaleur, alors même qu'il ne s'agit pas d'un échange mais d'un transfert-chaleur allant toujours du plus chaud au plus froid, et que, d'autre part, la chaleur est un phénomène

et non pas une fonction d'état. La paroi séparant les deux canaux assure le transfert-chaleur $\dot{Q}_{\alpha\beta}$. Pour fixer les idées, admettons que le fluide β s'évapore au cours de son passage dans le transmetteur, qui est alors plus spécifiquement appelé évaporateur (fig. 9.12). Supposons également que le transmetteur soit parfaitement isolé vers l'extérieur, donc adiabate par rapport à la frontière dessinée en traits pointillés dans la figure 9.11. Par ailleurs, et en guise de simplification, on admettra que le fluide chauffant peut être assimilé à un gaz parfait, que le régime est permanent et que la dissipation est négligeable. Ces hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

- $dU_{cz} / dt = 0$
- $dS / dt = 0$
- $\delta r = 0$
- $\dot{Q}_a^- = 0$
- $\dot{M}_{\alpha 1} = \dot{M}_{\alpha 2}$ et $\dot{M}_{\beta 3} = \dot{M}_{\beta 4}$

(9.56)

9.7.2 Développement

Le système caractérisé par la frontière de la figure 9.11 n'est pas homogène, mais comprend deux réseaux distincts. Le Premier Principe donne :

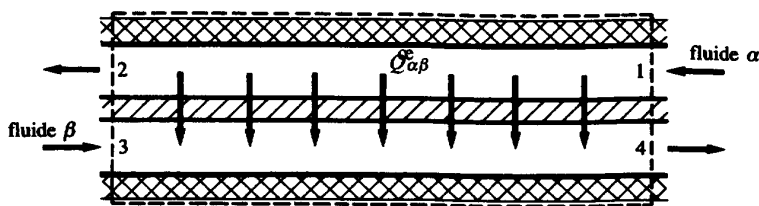


Fig. 9.11 Transmetteur d'énergie thermique à contre-courant.

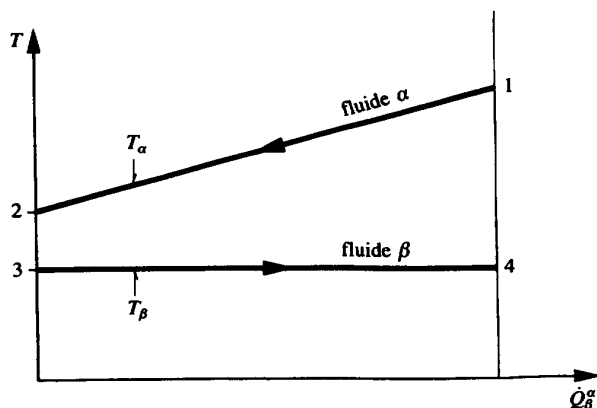


Fig. 9.12 Profils de température dans le transmetteur d'énergie thermique à contre-courant de la figure 9.11.

$$\begin{aligned}\frac{dU_{cz}}{dt} = 0 &= \sum_j h_{czj} \dot{M}_j^+ = h_1 \dot{M}_\alpha^+ + h_2 \dot{M}_\alpha^+ + h_3 \dot{M}_\beta^+ + h_4 \dot{M}_\beta^+ \\ &= \dot{M}_\alpha (h_1 - h_2) + \dot{M}_\beta (h_3 - h_4)\end{aligned}\quad (9.57)$$

d'où :

$$\dot{M}_\alpha (h_1 - h_2) = \dot{M}_\beta (h_4 - h_3) = \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (9.58)$$

Le calcul de la création d'entropie n'est plus celui d'une intégrale dans le temps comme dans le paragraphe 9.6.2, mais celui d'une intégrale dans l'espace. Si nous considérons une tranche infinitésimale le long de la paroi transmettant l'énergie-chaleur, la puissance-chaleur $\delta\dot{Q}_{\alpha\beta}$ y est constante, puisque le régime est permanent. Cependant, la puissance-chaleur varie le long de la paroi, car l'écart de température entre le fluide chaud et le fluide froid varie. Le bilan entropique du système est selon (1.95) :

$$\begin{aligned}0 &= \dot{S}^m + \dot{S}^i \\ 0 &= \sum_i s_j \dot{M}_j^+ + \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta\dot{Q}_{\alpha\beta}\end{aligned}\quad (9.59)$$

Le taux de création d'entropie dû aux opérations internes est :

$$\dot{S}^i = \dot{S}^t = \int \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta\dot{Q}_{\alpha\beta} > 0 \quad (9.60)$$

Le fluide α étant un gaz parfait, en vertu de (2.60) nous avons :

$$\delta\dot{Q}_{\alpha\beta} = -\dot{M}_\alpha c_{p\alpha} dT_\alpha = \dot{M}_\beta dh_\beta \quad (9.61)$$

$$\dot{S}^i = \int_3 \frac{\dot{M}_\beta dh_\beta}{T_\beta} + \int_1 \frac{\dot{M}_\alpha c_{p\alpha} dT_\alpha}{T_\alpha} = \frac{\delta\dot{Q}_{\alpha\beta}}{T_3} + \dot{M}_\alpha c_{v\alpha} \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \quad (9.62)$$

A noter que $T_2 < T_1$, ce qui fait que le deuxième terme du dernier membre de l'équation (9.62) est négatif.

La relation (9.59) donne aussi :

$$\dot{S}^m = \dot{M}_\alpha (s_1 - s_2) + \dot{M}_\beta (s_3 - s_4) = -\dot{S}^i < 0 \quad (9.63)$$

ce qui montre que, dans les systèmes ouverts adiabates et en régime permanent, l'entropie créée est éliminée par la valeur négative du bilan d'entropie des fluides qui entrent et qui sortent du transmetteur.

9.8 COMPRESSION D'UN MÉLANGE DE GAZ PARFAITS

9.8.1 Description

Considérons un mélange de deux gaz (i et j) de masses molaires différentes, que l'on comprime d'une pression P_1 à une pression P_2 . En complément, supposons que la compression se fasse de façon adiabate et sans dissipation, et que l'état thermodynamique initial soit parfaitement connu. Ces hypothèses se traduisent par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \delta r &= 0 \\ \bullet \quad \delta q^+ &= 0 \\ \bullet \quad dC^2/2 &= 0 \text{ et } gdZ = 0 \end{aligned} \quad (9.64)$$

9.8.2 Développement

Un mélange de gaz parfaits peut, dans son comportement global, être considéré lui-même comme un gaz parfait, dont les caractéristiques sont (§ 6.3.3 et 6.3.4):

$$c_v = c_i c_{vi} + c_j c_{vj} \quad (9.65)$$

$$c_p = c_i c_{pi} + c_j c_{pj} \quad (9.66)$$

$$r = c_i r_i + c_j r_j \quad (9.67)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (9.68)$$

En vertu des hypothèses, la compression est isentrope, de sorte que la température finale est (tab. 8.6):

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (9.69)$$

Le travail massique de compression dans une enceinte fermée comme celle d'un cylindre équipé d'un piston est, en vertu des équations fondamentales pour un système homogène fermé (2.3):

$$a^+ = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1) \quad (9.70)$$

Conformément à (2.66), la variation d'entropie du mélange en cours de compression est:

$$ds = -r \frac{dP}{P} + c_p \frac{dT}{T} = 0 \quad (9.71)$$

Sachant que les deux constituants gazeux ont des comportements physiques différents, fonctions de leurs chaleurs spécifiques respectives, il est intéressant de calculer les variations d'entropie de chaque composant :

$$s_{2,i} - s_{1,i} = -r_i \ln \frac{P_{2,i}}{P_{1,i}} + c_{p,i} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (9.72)$$

$$s_{2,j} - s_{1,j} = -r_j \ln \frac{P_{2,j}}{P_{1,j}} + c_{p,j} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (9.73)$$

En général, ces différences d'entropie seront non nulles et de signes différents, puisque le gaz qui a tendance à s'échauffer le plus en cours de compression aura tendance à transférer de son énergie interne au gaz dont la tendance est de s'échauffer le moins. Le mélange étant homogène, un tel transfert-chaleur se fait pratiquement avec des différences de températures infiniment faibles, ce qui justifie l'hypothèse d'une compression globalement isentrope.

Dans le cas d'une compression similaire, mais dans un compresseur assimilable à un système ouvert en régime permanent, les expressions de variation d'entropie sont équivalentes, mais le travail massique est différent, puisqu'il inclut le travail de transvasement :

$$e^- = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad (9.74)$$

Energétique et exergetique (processus thermomécaniques)

10.1 APPROCHE ÉNERGÉTIQUE

10.1.1 Bilan énergétique

Développement

Considérons un système quelconque, donnant lieu à des transferts-travail, des transferts-chaleur et des transferts de masse. Un tel système peut être représenté schématiquement par la figure 10.1.

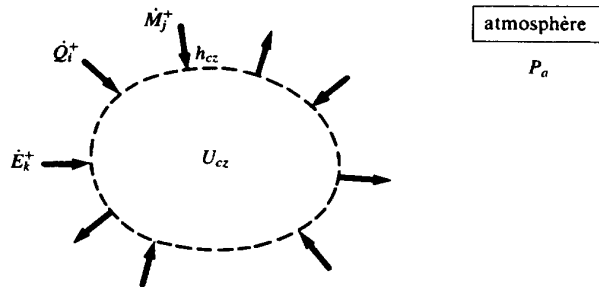


Fig. 10.1 Système thermodynamique quelconque.

En vertu du Premier Principe de la thermodynamique, le bilan énergétique en puissance, relatif à un système quelconque, est exprimé par l'équation (1.45):

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum_k [\dot{E}_k^+] + \dot{E}_a^+ + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_j [\dot{Q}_j^+ h_{czj} + \dot{M}_j^+ h_{czj}] \quad (10.1)$$

dans laquelle nous définissons:

- $\dot{E}_k^+ = \delta E_k^+ / dt$ puissance-travail reçue par le système, d'un système k , autre que l'atmosphère
- $\dot{E}_a^+ = \delta E_a^+ / dt$ puissance-travail reçue par le système, de l'atmosphère
- $\dot{Q}_i^+ = \delta Q_i^+ / dt$ puissance-chaleur reçue par le système, d'un système i , autre que l'atmosphère

- $\dot{Q}_a^+ = \delta Q_a^+ / dt$ puissance-chaleur reçue par le système, de l'atmosphère
- $\dot{M}_j^+ = dM_j^+ / dt$ débit-masse reçu par le système, en une section j , d'un système externe j
- h_{czj} enthalpie totale massique du fluide au droit de la section j

Remarquons que le système baigne dans l'atmosphère à pression P_a . Comme nous l'avions remarqué au paragraphe 1.3.14, lorsque son volume V augmente de dV , une puissance-travail $P_a dV/dt$ est donnée par le système à l'atmosphère. Cette puissance n'intéresse pas immédiatement l'ingénieur, car il s'agit d'une énergie stockée qui peut être récupérée ultérieurement lorsque le volume du système décroît. En vertu de cette remarque, le terme $\sum_k [\dot{E}_k^+]$ représente la **puissance-travail** fournie effectivement au système, en dehors du transfert-travail avec l'atmosphère:

$$\dot{E}_a^- = \frac{\delta E_a^-}{dt} = P_a \frac{dV}{dt} \quad (10.2)$$

ou:

$$\dot{E}_a^+ = \frac{\delta E_a^+}{dt} = -P_a \frac{dV}{dt} \quad (10.3)$$

Rappelons qu'en faisant passer le terme de puissance-travail avec l'atmosphère dans le terme de stockage, nous obtenons le **bilan énergétique**:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a V)}{dt} = 0 \quad (10.4)$$

Puissance-transformation et réseau

Il convient de remarquer que les deux derniers termes du bilan (10.4) doivent être compatibles avec le bilan de masse (3.47):

$$\sum_j [\dot{M}_j^+] - \frac{dM}{dt} = 0 \quad (10.5)$$

En effet, le bilan de la somme des *transferts de masse* \dot{M}_j^+ à travers la frontière se boucle avec l'*altération* dM/dt de la masse M du système. Si les rentrées excèdent les sorties, il y a accumulation. Dans le cas contraire, il y a amoindrissement.

D'une manière analogue, il est intéressant d'associer le bilan de la somme des *transferts d'enthalpie totale* $h_{czj} \dot{M}_j^+$ à travers la frontière avec l'*altération* $d(U_{cz} + P_a V)/dt$ du terme de stockage d'énergie du système. Cela nous a donné l'idée d'introduire la nouvelle grandeur, appelée **puissance-transformation**, définie par la relation:

$$\dot{Y}^+ = \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a dV)}{dt} \quad (10.6)$$

Rappelons que cette grandeur avait déjà été définie au paragraphe 1.3.14 par la relation (1.52).

Rappelons aussi que la notion de *réseau* avait été introduite à la même section. Nous appelons *réseau* toute partie du système comportant des espaces contigus, susceptibles de contenir ou d'être traversés par des fluides. Cette définition implique que deux réseaux différents sont séparés par une surface située à la limite ou à l'intérieur de *parois solides*. Ces parois peuvent être mobiles et conductrices, de sorte qu'il peut y avoir des transferts-travail et des transferts-chaleur d'un réseau à l'autre, la seule restriction étant qu'il ne peut pas y avoir de transfert de masse. La figure 10.2 montre l'exemple d'un système comportant deux réseaux α et β .

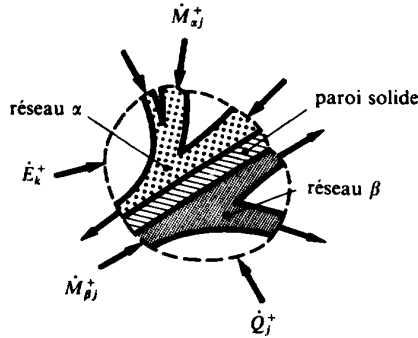


Fig. 10.2 Système thermodynamique comportant deux réseaux.

Il est possible de définir la puissance-transformation \dot{Y}_n^+ reçue au niveau de chaque réseau n .

Le **bilan énergétique en puissance** (10.4) peut alors être mis sous la forme:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum_n [\dot{Y}_n^+] = 0 \quad (10.7)$$

Sous forme différentielle, le **bilan énergétique relatif à un temps dt** est:

$$\sum_k [\delta E_k^+] + \sum_i [\delta Q_i^+] + \delta Q_a^+ + \sum_n [\delta Y_n^+] = 0 \quad (10.8)$$

Enfin, sous forme finie, le **bilan énergétique relatif à un temps Δt** s'exprime par la relation:

$$\sum_k [E_k^+] + \sum_i [Q_i^+] + Q_a^+ + \sum_n [Y_n^+] = 0 \quad (10.9)$$

dans laquelle Y_n^+ est l'*énergie-transformation* reçue au niveau du réseau n :

$$Y_n^+ = \left\{ \sum_j \left[\int h_{czj} dM_j^+ \right] - \Delta(U_{cz} + P_a V) \right\}_n \quad (10.10)$$

L'introduction du concept d'énergie-transformation est d'un grand intérêt, car il permet d'englober dans une théorie unique les systèmes fermés, les systèmes ouverts en régime permanent et les systèmes ouverts en régime non permanent.

Cas particuliers

Pour un **système fermé**, l'énergie-transformation correspondant à (10.10) se réduit à l'expression :

$$Y^+ = -\Delta(U_{cz} + P_a V) = U_{cz \text{ initial}} - U_{cz \text{ final}} + P_a (V_{\text{initial}} - V_{\text{final}}) \quad (10.11)$$

Pour un **système ouvert en régime permanent**, étant donné que l'énergie interne totale et le volume du système sont constants, la puissance-transformation (10.6) se réduit à l'expression :

$$\dot{Y}^+ = \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] \quad (10.12)$$

10.1.2 Efficacité

Définition

Etant donné que le bilan énergétique (10.7) exprime la conservation de l'énergie, il est en principe inadéquat pour mettre en évidence la notion de *perte thermodynamique*. En effet, la manipulation d'un système quelconque consiste toujours à recevoir de l'énergie sous une ou plusieurs formes possibles et à en donner également sous une ou plusieurs formes. Il en résulte que toute définition correcte de «rendement thermique» doit, en toute rigueur, conduire à l'unité, c'est-à-dire à 100 %, ce qui évidemment n'apporte aucune précision intéressante.

Toutefois, dans la pratique, il est opportun de définir des chiffres caractéristiques pouvant être utilisés pour exprimer une propriété intéressante du système considéré.

D'une façon générale, nous appelons **efficacité** le rapport entre les prestations énergétiques données par le système et les prestations énergétiques reçues par le système. Malheureusement, il n'est pas possible de donner une définition générale de ce rapport, car les valeurs des diverses prestations varient de cas en cas.

Toutefois, il est généralement admis que l'énergie-chaleur Q_a transférée entre le système et l'atmosphère ne peut être considérée ni comme une prestation reçue, ni comme une prestation donnée, car elle n'a pas de valeur intrinsèque. C'est pourquoi le terme Q_a ne figurera pas dans les diverses expressions de l'efficacité. Cela revient à dire que l'énergie chaleur Q_a n'a pas de valeur quand on la donne et qu'elle est

gratuite quand on la reçoit. Il convient de remarquer que ce procédé est une manière très grossière de tenir compte du Deuxième Principe de la thermodynamique.

Dans le cas des *installations motrices*, des *installations de chauffage* et des *installations de cogénération*, le bilan (10.7) peut, en omettant les indices pour simplifier, être mis sous la forme :

$$\sum[\dot{E}^-] + \sum[\dot{Q}^-] + \dot{Q}_a^- + \sum[\dot{Y}^-] = \sum[\dot{E}^+] + \sum[\dot{Q}^+] + \dot{Q}_a^+ + \sum[\dot{Y}^+] \quad (10.13)$$

où toutes les puissances *données* par le système figurent au premier membre et toutes les puissances *reçues* par le système au second membre.

Précisons que les expressions $\sum[\dot{Q}^-]$ et $\sum[\dot{Q}^+]$ concernent toutes les puissances-chaleur transférées entre le système et les différentes sources, à l'exclusion des puissances-chaleur \dot{Q}_a^- et \dot{Q}_a^+ qui sont transférées entre le système et l'atmosphère.

En admettant arbitrairement que les puissances-chaleur \dot{Q}_a^- et \dot{Q}_a^+ sont considérées soit comme sans valeur, soit comme gratuites, le bilan énergétique (10.13) suggère la définition :

Efficacité d'un système

$$\varepsilon = \frac{\sum[\dot{E}^-] + \sum[\dot{Q}^-] + \sum[\dot{Y}^-]}{\sum[\dot{E}^+] + \sum[\dot{Q}^+] + \sum[\dot{Y}^+]} \quad (10.14)$$

dans laquelle les différentes puissances figurant dans le rapport ci-dessus sont soumises à une **règle d'exclusion**. Selon cette règle, une puissance déterminée ne peut figurer qu'à l'endroit où elle apparaît positivement, c'est-à-dire soit au numérateur, soit au dénominateur, mais jamais aux deux endroits à la fois.

Examinons maintenant si l'expression (10.14) conduit à une définition satisfaisante de l'efficacité dans les trois cas principaux d'une installation motrice, d'une installation de chauffage et d'une installation de réfrigération.

Installation motrice

Dans le cas d'une installation motrice, la définition (10.14) donne, en tenant compte du bilan (10.13), l'**efficacité motrice** :

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{N}}{\dot{D}} = \frac{\dot{N}}{\dot{N} + \dot{Q}_a^-} = \frac{\dot{D} - \dot{Q}_a^-}{\dot{D}} = 1 - \frac{\dot{Q}_a^-}{\dot{D}} \leq 1 \quad (10.15)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{N} numérateur de l'expression (10.14)
- \dot{D} dénominateur de la même expression

Par exemple, pour une *installation à vapeur*, en régime permanent, la relation (10.13) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = \dot{Q}_h^+ - \dot{Q}_a^- \quad (10.16)$$

et la définition (10.14) donne l'*efficacité motrice*:

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_h^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_a^-}{\dot{Q}_h^+} < 1 \quad (10.17)$$

dans laquelle nous avons:

- $\dot{E}^- = \dot{E}_T - \dot{E}_P$ puissance-travail donnée par le système, en admettant que la puissance-travail \dot{E}_P requise par la pompe est prélevée sur la puissance-travail \dot{E}_T fournie par la turbine
- \dot{Q}_h^+ puissance-chaleur reçue par la chaudière

Comme le rapport $\dot{Q}_a^- / \dot{Q}_h^+$ n'est pas du tout faible, nous constatons que l'efficacité motrice d'une installation motrice est en général très inférieure à 100%.

Installation de thermopompe

Dans le cas d'une *installation de chauffage par pompe à chaleur (thermopompe)*, la définition (10.14) donne, compte tenu du bilan (10.13) et du fait que \dot{Q}_a change de signe, l'*efficacité de chauffage*:

$$\varepsilon_c = \frac{\dot{N}}{\dot{D}} = \frac{\dot{N}}{\dot{N} - \dot{Q}_a^+} = \frac{\dot{D} + \dot{Q}_a^+}{\dot{D}} = 1 + \frac{\dot{Q}_a^+}{\dot{D}} > 1 \quad (10.18)$$

Par exemple, pour une installation de *thermopompe* utilisée pour le chauffage, en régime permanent, la relation (10.13) donne le bilan énergétique:

$$\dot{Q}_h^- = \dot{E}_C^+ + \dot{Q}_a^+ \quad (10.19)$$

et la définition (10.14) donne l'*efficacité de chauffage* (souvent appelée *coefficient de performance de chauffage* COP_h):

$$\varepsilon_h = \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{E}_C^+} = 1 + \frac{\dot{Q}_a^+}{\dot{E}_C^+} > 1 \quad (10.20)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{E}_C^+ puissance-travail reçue au compresseur
- \dot{Q}_h^- puissance-chaleur donnée au réseau de chauffage (prestation de chauffage)

Nous constatons que, dans ce cas, la définition (10.14) est certes applicable, mais elle conduit à une efficacité toujours supérieure à 100%. Ce résultat, étonnant à première vue, sera discuté aux paragraphes 13.6.4, 13.6.10 et 13.7.3. De toute façon, il est judicieux de ne pas utiliser le terme de «rendement», car il serait grotesque de parler, par exemple, d'un «rendement» égal à 300 ou 400%.

Installation de frigopompe

Dans le cas d'une *installation de réfrigération par pompe à chaleur (frigopompe)*, en régime permanent, la relation (10.13) donne le bilan énergétique :

$$0 = \dot{E}_C^+ + \dot{Q}_f^+ - \dot{Q}_a^- \quad (10.21)$$

dans lequel nous avons :

- \dot{E}_C^+ puissance-travail reçue au compresseur
- \dot{Q}_f^+ puissance-chaleur reçue de l'élément à réfrigérer (prestation de réfrigération)

Nous constatons que, cette fois-ci, la définition (10.14) n'est pas applicable. Il n'est possible de définir l'*efficacité de réfrigération* (appelée *coefficient de performance de réfrigération COP_f*) que d'une façon arbitraire par la relation :

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_f^+}{\dot{E}_C^+} \quad (10.22)$$

Cette définition conduit à une efficacité pouvant être inférieure ou supérieure à 100 %. Ce résultat étonnant sera discuté aux paragraphes 13.6.8, 13.6.10 et 13.7.3.

Analyse critique

Historiquement, certains aspects de l'*efficacité* ont été introduits par les praticiens depuis fort longtemps, mais, il est vrai, de façon fragmentaire et anarchique, sans souci d'une harmonisation dans le cadre d'une théorie générale.

C'est ainsi que la grandeur ε_m donnée par la relation (10.17) est connue sous le nom de «rendement thermique». Comme nous l'avons déjà dit, cette définition a été établie pour un système en régime permanent, à partir de la considération suivant laquelle la puissance-chaleur \dot{Q}_h^+ , reçue d'une source chaude, coûte quelque chose, alors que celle \dot{Q}_a^- donnée à l'atmosphère, inutilisable pour l'ingénieur, constitue une perte.

Il faut reconnaître que cette définition, bien qu'universellement utilisée et si intéressante qu'elle soit à certains égards, est *inadéquate pour caractériser le degré de perfection, c'est-à-dire la qualité thermodynamique* d'une installation au sens de l'énergétique thermodynamique. En fait, elle résulte d'un mélange de différentes notions. D'une part, le fait de combiner la puissance-travail \dot{E}^- et la puissance-chaleur \dot{Q}_h^+ comme telle repose sur le Premier Principe. D'autre part, le fait de considérer la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- fournie à l'atmosphère comme une perte est en relation avec le Deuxième Principe. Mais il y a contradiction entre le fait de comptabiliser comme telle la puissance-chaleur \dot{Q}_h^+ reçue, sans tenir compte du niveau de température auquel elle est reçue, et le fait de comptabiliser comme nulle la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- , en tenant compte implicitement du niveau de température T_a auquel elle est donnée.

Cette incohérence apparaît de façon éclatante quand on considère une installation qui reçoit et donne des puissances-chaleur à différents niveaux de température.

Par exemple, si la puissance-chaleur \dot{Q}_h^- (auparavant \dot{Q}_a^-) est fournie, non pas directement à l'atmosphère, mais à un réseau de chauffage à une température T_h , légèrement plus élevée que T_a , il est impossible de définir un «rendement thermique» intéressant en utilisant la définition (10.17). En effet, d'une part, si l'on ne tient pas compte de \dot{Q}_h^- , on commet une incorrection, puisque \dot{Q}_h^- constitue également une prestation de l'installation. D'autre part, si l'on en tient compte, on obtient un résultat trivial, puisque la définition (10.14) donne l'efficacité:

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{E}^- + \dot{Q}_h^-}{\dot{Q}_h^+} = 1 = 100\% \quad (10.23)$$

Ce résultat ne fait qu'exprimer le Premier Principe.

A notre avis, la définition actuelle du «rendement thermique» résulte d'une extension abusive de celle du «rendement de Carnot», cette dernière étant déjà une extension abusive de notions, par ailleurs extrêmement fécondes, dont le mérite revient effectivement à Carnot. Mais il convient de remarquer immédiatement que ce sont les successeurs de Carnot, et non pas Carnot lui-même, qui ont baptisé «rendement de Carnot», l'expression $1 - T_a/T$ qui sera introduite au paragraphe 10.2.2.

Tout en reconnaissant les bonnes intentions qui ont certainement été à son origine, nous pensons que cette initiative était malheureuse et qu'elle a considérablement retardé l'introduction des notions correctes de pertes et de rendements thermodynamiques. D'ailleurs, nous avons montré ci-dessus que l'extension de la même définition aux installations de chauffage et de réfrigération par pompe à chaleur conduit à des chiffres qui se révèlent extravagants si l'on conserve le terme de «rendement thermique».

Afin d'éliminer toute ambiguïté, nous substituons au terme «rendement de Carnot» celui de *facteur de Carnot* pour l'expression $1 - T_a/T$ et nous substituons au terme «rendement thermique» celui d'*efficacité*. Cela exprime bien qu'il s'agit, non pas d'un rendement, mais d'un chiffre caractéristique intéressant. Nous réservons le terme de «rendement» pour la notion plus évoluée de *rendement exergetique* qui sera introduite à la section suivante.

10.2 APPROCHE EXERGETIQUE

10.2.1 Généralités

Ayant montré à la section précédente que le Premier Principe de la thermodynamique est inadéquat pour caractériser les notions de *qualité* et de *niveau* d'énergie, ainsi que celles de *perte* et de *rendement thermodynamique*, nous allons, dans cette section, mettre en œuvre *simultanément* le Premier et le Deuxième Principe de la thermodynamique.

C'est en 1889 déjà que Georges Gouy [63] a émis l'idée que la potentialité d'un système au point de vue de la production de travail pouvait être exprimée par

une fonction contenant non seulement l'énergie interne du système, mais encore la température T_a et la pression P_a de l'atmosphère extérieure au système lui-même. Depuis lors, les implications et les conséquences de cette idée ont été étudiées et développées dans différents pays par un certain nombre de chercheurs, sous le terme général de **théorie de l'exergie** [82, 97].

Il est maintenant largement reconnu que la théorie de l'exergie est extrêmement féconde, car elle débouche sur une comptabilité dite exergetique qui englobe le Premier et le Deuxième Principe de la thermodynamique. Seule cette **comptabilité exergetique** permet d'évaluer quantitativement ce que l'on appelle qualitativement la **dégradation de l'énergie**, c'est-à-dire de calculer avec précision les conséquences des divers phénomènes *d'irréversibilité thermodynamique*, donc de chiffrer correctement les *pertes thermodynamiques* d'un système. Par voie de conséquence, *seule la comptabilité exergetique permet de définir correctement un rendement thermodynamique exprimant le degré de perfection, c'est-à-dire la qualité thermodynamique d'un système.*

Nous allons exposer notre approche de la *théorie de l'exergie*, limitée dans ce chapitre aux processus ne mettant pas en jeu de transferts de masse avec l'atmosphère. Il s'agit d'une approche très générale, valable pour un système absolument quelconque, qu'il soit fermé, ouvert en régime permanent ou ouvert en régime non permanent. Les processus mettant en jeu des transferts de masse avec l'atmosphère selon traités au chapitre suivant.

Dans l'exposé qui suit, nous poursuivons un double but. D'une part, nous présentons un développement scientifique aussi général et systématique que possible. D'autre part, nous proposons, en vue des applications, un formalisme aussi clair et simple que possible. En particulier, nous attachons une grande importance à la nécessité de distinguer nettement:

- le caractère **fonction d'état** des grandeurs qui caractérisent l'état thermodynamique du système (exemples: énergie interne, enthalpie, coénergie, coenthalpie...)
- le caractère **grandeur de parcours** des grandeurs qui caractérisent une conversion d'énergie (exemples: énergie-travail, énergie-chaleur, énergie-transformation, exergie-chaleur, exergie-transformation, perte...).

Il convient aussi de distinguer clairement:

- la valeur absolue d'une fonction d'état
- sa valeur relative (rapportée à un état thermodynamique de référence)
- son augmentation ou sa diminution).

10.2.2 Bilan exergetique

Développement

Considérons à nouveau un système quelconque. Un tel système peut être représenté schématiquement par la figure 10.3.

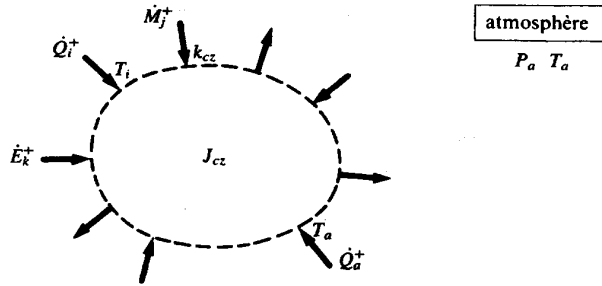


Fig. 10.3 Système thermodynamique quelconque.

En vertu des relations (10.4) et (10.6), le Premier Principe est exprimé par le **bilan énergétique**:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i \left[\int \delta \dot{Q}_i^+ \right] + \dot{Q}_a^+ + \sum_n [\dot{Y}_n^+] = 0 \quad (10.24)$$

- \dot{E}_k^+ puissance-travail reçue par le système au niveau de la machine k
- \dot{Q}_i^+ puissance-chaleur reçue de la source à température T_i (dans le cas général où T_i est variable, il convient d'intégrer par rapport à l'espace)
- \dot{Q}_a^+ puissance-chaleur reçue de l'atmosphère, à la température T_a

- $\dot{Y}_n^+ = \left\{ \sum_j [h_{czj} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a V)}{dt} \right\}_n$ puissance-transformation (10.25)

reçue au niveau du réseau n

Précisons bien que la température T_i est la température commune à la source i et au système, le long de la frontière en traits pointillés. Il en est de même de T_a .

En vertu de (1.95), le Deuxième Principe est exprimé par le **bilan d'entropie**:

$$\frac{dS}{dt} = \sum_i \left[\int \frac{\delta \dot{Q}_i^+}{T_i} \right] + \frac{\dot{Q}_a^+}{T_a} + \sum_j [s_j \dot{M}_j^+] + \dot{S}^i \quad (10.26)$$

- S entropie du système
- s_j entropie massique du fluide au droit de la section j
- \dot{S}^i taux de création d'entropie due aux opérations internes irréversibles, c'est-à-dire simplement aux *irréversibilités* du système

Comme nous l'avons fait pour le bilan énergétique (10.24), nous avons traité séparément la source à température T_a , constituée par l'atmosphère avec l'expression:

$$\sum_i \left[\int \frac{\delta \dot{Q}_i^+}{T_i} \right] + \frac{\dot{Q}_a^+}{T_a} \quad (10.27)$$

En vertu du Deuxième Principe, nous avons toujours :

$$\delta S^i \geq 0 \quad \frac{\delta S^i}{dt} = \dot{S}^i \geq 0 \quad (10.28)$$

Etant donné la propriété d'extensivité de l'entropie, nous pouvons effectuer des sommations sur les réseaux n et remplacer :

$$\frac{dS}{dt} \quad \text{par} \quad \sum_n \left[\frac{dS}{dt} \right]_n \quad (10.29)$$

$$\sum_j [s_j \dot{M}_j^+] \quad \text{par} \quad \sum_n \left\{ \sum_j [s_j \dot{M}_j^+] \right\}_n \quad (10.30)$$

En tenant compte des substitutions indiquées ci-dessus, il est possible de mettre le bilan entropique (10.26) sous la forme :

$$\sum_i \left[\int \frac{\delta \dot{Q}_i^+}{T_i} \right] + \frac{\dot{Q}_a^+}{T_a} + \sum_n \left\{ \sum_j [s_j \dot{M}_j^+] - \frac{dS}{dt} \right\}_n = -\dot{S}^i \leq 0 \quad (10.31)$$

En multipliant tous les termes de ce bilan par la température T_a de l'atmosphère, nous obtenons l'équation en énergie suivante :

$$\sum_i \left[\int \frac{T_a}{T_i} \delta \dot{Q}_i^+ \right] + \dot{Q}_a^+ + \sum_n \left\{ \sum_j [T_a s_j \dot{M}_j^+] - \frac{d}{dt} (T_a S) \right\}_n = -T_a \dot{S}^i \leq 0 \quad (10.32)$$

Le **bilan exergetique** est obtenu en éliminant \dot{Q}_a^+ entre les équations (10.24) (I^{er} Principe) et (10.32) (II^e Principe), par soustraction membre à membre :

$$\begin{aligned} \sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i \left[\int \delta \dot{Q}_i^+ \right] + \dot{Q}_a^+ + \sum_n \left\{ \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a V)}{dt} \right\} &= 0 \\ -\sum_i \left[\int \frac{T_a}{T_i} \delta \dot{Q}_i^+ \right] - \dot{Q}_a^+ - \sum_n \left\{ \sum_j [T_a s_j \dot{M}_j^+] - \frac{d}{dt} (T_a S) \right\} &= T_a \dot{S}^i \geq 0 \\ \sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i \left[\int \left(1 - \frac{T_a}{T_i} \right) \delta \dot{Q}_i^+ \right] + \sum_n \left\{ \sum_j [(h_{cj} - T_a s_j) \dot{M}_j^+] - \frac{d}{dt} (U_{cz} + P_a V - T_a S) \right\} &= T_a \dot{S}^i \geq 0 \end{aligned} \quad (10.33)$$

Terminologie et symbolisme

Le bilan exergetique (10.33) fait apparaître un certain nombre de grandeurs nouvelles pour lesquelles nous proposons un nom et un symbole.

Nous définissons les grandeurs suivantes:

- **coénergie totale** [J] $J_{cz} \equiv U_{cz} + P_a V - T_a S$ (10.34a)

- coénergie totale massique [J/kg] $j_{cz} \equiv u_{cz} + P_a v - T_a s$ (10.34b)

- **coenthalpie totale** [J] $K_{cz} \equiv H_{cz} - T_a S$ (10.35a)

- coenthalpie totale massique [J/kg] $k_{cz} \equiv h_{cz} - T_a s$ (10.35b)

- **facteur de Carnot** $\Theta \equiv 1 - \frac{T_a}{T}$ (10.36)

- **exergie-chaleur** reçue [J] $E_q^+ \equiv \int \Theta \delta Q^+$ (10.37)

- exergie-chaleur reçue [W] $\dot{E}_q^+ \equiv \int \Theta \delta \dot{Q}^+$ (10.38)

- **exergie-transformation** reçue [J] $E_y^+ \equiv \sum_j \left[\int k_{czj} dM_j^+ \right] - \Delta J_{cz}$ (10.39)

- exergie-transformation reçue [W] $\dot{E}_y^+ \equiv \sum_j \left[k_{czj} \dot{M}_j^+ \right] - \frac{dJ_{cz}}{dt}$ (10.40)

- **perte exergetique** [J] $L \equiv T_a \dot{S}^i \geq 0$ (10.41)

- perte exergetique [W] $\dot{L} \equiv T_a \dot{S}^i \geq 0$ (10.42)

Expression générale

Etant donné ces définitions, le **bilan exergetique** (10.33) en puissance peut être mis sous la forme:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{E}_{qi}^+] + \sum_n [\dot{E}_{yn}^+] = \dot{L} \geq 0 \quad (10.43)$$

où nous avons (la valeur numérique de chacun des termes du membre de gauche pouvant être positive ou négative):

- \dot{E}_k^+ puissance-travail, reçue par le système au niveau de la machine k
- \dot{E}_{qi}^+ exergie-chaleur reçue de la source à température T_i
- \dot{E}_{yn}^+ exergie-transformation reçue au niveau du réseau d'écoulement n
- \dot{L} perte exergetique globale (*toujours positive* en vertu du Deuxième Principe)

L'équation (10.43) constitue une forme très condensée et symétrique des Premier et Deuxième Principes réunis. C'est à notre avis l'expression la plus générale et la plus élégante de la théorie de l'exergie.

Sous forme différentielle, le **bilan exergetique relatif à un temps dt** s'exprime par la relation :

$$\sum_k [\delta E_k^+] + \sum_i [\delta E_{qi}^+] + \sum_n [\delta E_{yn}^+] = \delta L \geq 0 \quad (10.44)$$

Enfin, sous forme finie, le **bilan exergetique relatif à un temps Δt** est :

$$\sum_k [E_k^+] + \sum_i [E_{qi}^+] + \sum_n [E_{yn}^+] = L \geq 0 \quad (10.45)$$

Travail maximal

Le **travail maximal** E_{\max}^- est celui qui serait fourni par un système idéal défini de la façon suivante :

- Tous les éléments du système idéal subissent exactement les mêmes transformations thermodynamiques que dans le système réel, c'est-à-dire que toutes les énergies-transformation Y_n^+ sont les mêmes, donc aussi les exergies-transformation E_{yn}^+ .
- Toutes les énergies-chaleur Q_i^+ sont les mêmes, donc aussi les exergies-chaleur E_{qi}^+ .
- Toutes les opérations internes sont réversibles, ce qui donne les relations :

$$S^i = 0 \quad L = 0 \quad (10.46)$$

D'emblée, il convient de remarquer que l'énergie-chaleur Q_a^+ transférée entre le système et l'atmosphère n'est pas la même, l'exergie-chaleur E_{qa}^+ étant par ailleurs toujours nulle, puisque le facteur de Carnot correspondant $\Theta_a = 1 - (T_a/T_a)$ est nul.

Dans le cas **réel**, le **travail** E^- fourni par le système est, en vertu des bilans (10.9) et (10.45), et en comptabilisant séparément l'énergie-chaleur Q_a^- :

$$E^- = \sum_i [Q_i^+] + \sum_n [Y_n^+] - Q_a^- \quad (10.47)$$

$$E^- = \sum_i [E_{qi}^+] + \sum_n [E_{yn}^+] - L \quad (10.48)$$

Dans le cas **réversible**, le **travail maximal** E_{\max}^- est :

$$E_{\max}^- = \sum_i [Q_i^+] + \sum_n [Y_n^+] - Q_a^- \min \quad (10.49)$$

$$E_{\max}^{-} = \sum_i [E_{qi}^{+}] + \sum_n [E_{yn}^{+}] \quad (10.50)$$

En soustrayant respectivement les relations (10.47) et (10.48) des relations (10.49) et (10.50), nous obtenons :

$$E_{\max}^{-} - E^{-} = Q_a^{-} - Q_{a\min}^{-} = L \geq 0 \quad (10.51)$$

Ce résultat montre clairement que, dans le cas réel, les irréversibilités internes ont pour conséquence pratique, pour l'ingénieur, de diminuer le travail E^{-} de la quantité L , qui ne peut être que positive ou nulle. Ce terme L constitue donc bien ce que nous appelons les **pertes exergetiques**.

Les équations (10.50) et (10.48) montrent que :

Le **travail maximal** qu'il est possible de tirer d'un système est égal à la somme des exergies-chaleur et des exergies-transformation reçues par le système.
 Le **travail fourni** par un système est égal au travail maximal diminué des pertes exergetiques.

Les conditions qui ont été énoncées pour définir le système idéal réversible qui correspond au système réel et qui donne le travail maximal E_{\max}^{-} reviennent à considérer les différentes grandeurs de la façon qui suit.

Grandeurs prescrites :

- toutes les fonctions d'état
- toutes les énergies-chaleur Q_i^{+}
- toutes les masses M_j^{+}

Grandeurs libres :

- toutes les pertes exergetiques L

Grandeurs résultantes :

- l'énergie-chaleur Q_a^{-}
- l'énergie-travail E^{-}

Les équations (10.47) à (10.51) ne sont pas autre chose que les relations entre les grandeurs résultantes Q_a^{-} , E^{-} et la grandeur libre L . Elles montrent que l'augmentation des pertes exergetiques L a pour conséquence l'augmentation de l'énergie-chaleur Q_a^{-} cédée à l'atmosphère et, corrélativement, la diminution de l'énergie-travail E^{-} fournie par le système. Inversement, quand on passe du système réel au système réversible correspondant, la suppression des pertes exergetiques L a pour conséquence la diminution de Q_a^{-} jusqu'à $Q_{a\min}^{-}$ et l'augmentation de E^{-} jusqu'à E_{\max}^{-} .

Il convient de relever que la réalisation du système réversible correspondant au système réel serait assez complexe, car en admettant que l'on puisse supprimer

toutes les irréversibilités, il faudrait adjoindre un certain nombre de machines réversibles afin d'ajuster les transformations thermodynamiques à l'aide de transferts-chaleur effectués *avec l'atmosphère seulement*.

10.2.3 Coénergie

Définition

Nous considérons la **coénergie** comme une fonction d'état *extrinsèque*, définie par la relation, sous forme absolue :

$$J \equiv U + P_a V - T_a S \quad (10.52)$$

ou, sous forme massique :

$$j \equiv u + P_a v - T_a s \quad (10.53)$$

dans laquelle P_a et T_a sont respectivement les valeurs moyennes, considérées comme constantes, de la pression et de la température de l'atmosphère.

L'introduction de la fonction J est justifiée par le rôle important qu'elle joue dans les bilans exergetiques, comme le montre l'équation (10.39).

Remarquons que, en vertu de la définition (10.34), la valeur de la coénergie d'un système est déterminée dès que les valeurs de deux fonctions d'état quelconques, ainsi que celles de P_a et T_a , sont fixées, pour autant qu'il n'y ait pas diffusion de gaz dans l'atmosphère.

Coénergie totale

La **coénergie totale** est, sous forme absolue :

$$J_{cz} \equiv J + M \frac{\overline{C^2}}{2} + Mg\bar{Z} \quad (10.54)$$

et, sous forme massique :

$$j_{cz} \equiv j + \frac{\overline{C^2}}{2} + g\bar{Z} \quad (10.55)$$

Surcoénergie

Puisque les valeurs des fonctions u et s ne sont connues qu'à une constante additive près, il en est de même de j .

Au point de vue pratique, il sera commode de fixer arbitrairement, pour chaque système indépendant, un état thermodynamique de référence caractérisé par l'indice 0 et de travailler avec la **surcoénergie** J définie par la différence :

$$\hat{j} = j - j_0 \quad (10.56)$$

où j_0 est la coénergie de référence :

$$j_0 = u_0 + P_a v_0 - T_a s_0 \quad (10.57)$$

Nous avons évidemment :

$$\hat{j} = \hat{u} + P_a \hat{v} - T_a \hat{s} \quad (10.58)$$

Extensivité

La **coénergie** est une fonction d'état *extensive*, c'est-à-dire que la coénergie d'un système polyphasé est la somme des coénergies respectives des différentes phases de ce système. Nous avons donc :

$$J_{cz} = \sum_{\alpha} [J_{cz\alpha}] = \sum_{\alpha} [M_{\alpha} j_{cz\alpha}] \quad (10.59)$$

Représentation

Afin d'obtenir une vision claire de la variation de la coénergie d'un système, étudions sa représentation dans le diagramme T - s .

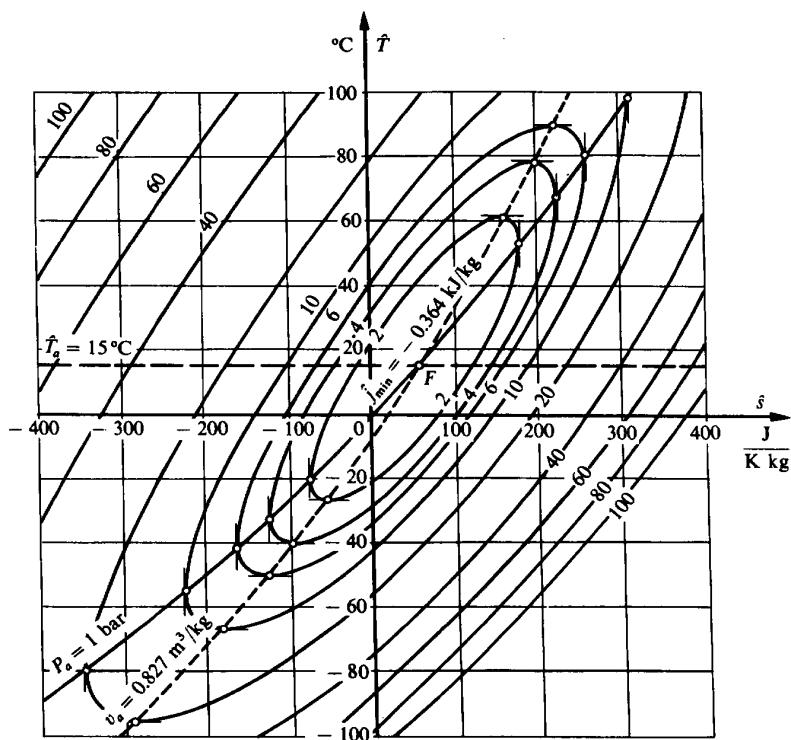


Fig. 10.4 Famille des courbes d'égale coénergie dans le diagramme T - s relatif à l'air.

Les figures 10.4 et 10.5 représentent respectivement, à titre d'exemple, les familles des courbes d'égale coénergie, dans les diagrammes T - s relatifs à l'air et à l'eau. Nous avons établi ces diagrammes en utilisant la relation (10.58) et en admettant les valeurs:

$$\begin{aligned} P_0 &= 1 \text{ bar} & T_0 &= 273.15 \text{ K } (\hat{T}_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}) \\ P_a &= 1 \text{ bar} & T_a &= 288.15 \text{ K } (\hat{T}_a = 15 \text{ }^\circ\text{C}) \end{aligned} \quad (10.60)$$

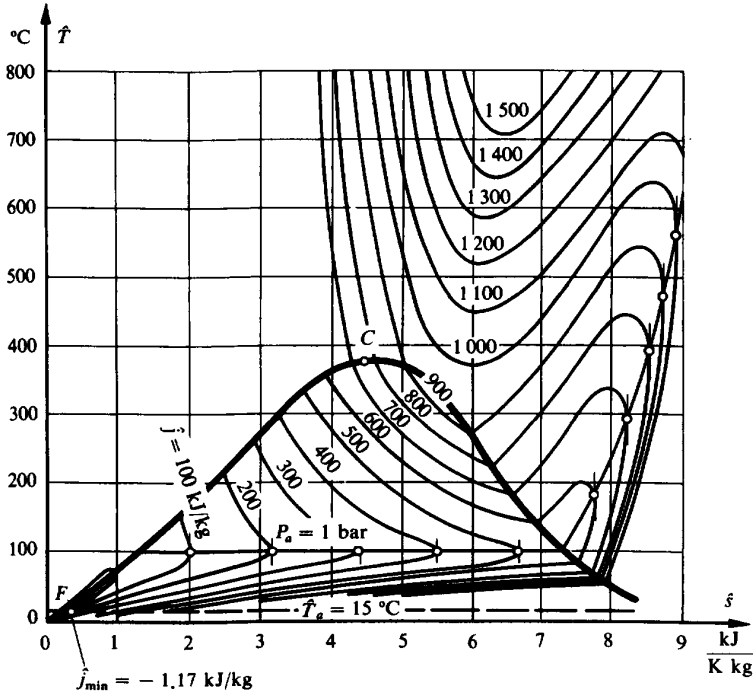


Fig. 10.5 Familles de courbes d'égale coénergie dans le diagramme T - s relatif à l'eau.

En vertu du tableau 2.7, la pente des courbes d'égale coénergie est donnée par la relation:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{\left[\left(1 - \frac{P_a}{P} \right) - \alpha_v \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \right] T}{\left(1 - \frac{P_a}{P} \right) c_v} \quad (10.61)$$

où α_v est le facteur de compression isochore défini par (2.16):

$$\alpha_v = \frac{T}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \quad (10.62)$$

La relation (10.61) montre que, d'une manière générale:

$$\bullet \text{ Pour } \frac{T}{P} = \frac{\alpha_v T_a}{P_a - (\alpha_v - 1)P} \quad \frac{dT}{ds} = 0 \quad (10.63)$$

c'est-à-dire que toutes les courbes d'égale coénergie présentent une tangente horizontale aux points qui satisfont la relation (10.63).

$$\bullet \text{ Pour } P = P_a \quad \frac{dT}{ds} = \infty \quad (10.64)$$

c'est-à-dire qu'elles présentent une tangente verticale aux points où elles coupent l'isobare $P = P_a$.

$$\bullet \text{ Pour } T = T_a \quad \frac{dT}{ds} = \frac{T_a}{c_v} \quad (10.65)$$

c'est-à-dire qu'elles présentent la même pente que les courbes isochores aux points où elles coupent l'isotherme $T = T_a$.

Dans le cas des *gaz semi-parfaits ou parfaits*, la première de ces trois remarques devient en particulier:

$$\bullet \text{ Pour } v = v_a \quad \frac{dT}{ds} = 0 \quad (10.66)$$

c'est-à-dire que toutes les courbes d'égale coénergie présentent une tangente horizontale aux points où elles coupent l'isochore $v = v_a$.

Les propriétés géométriques ci-dessus apparaissent clairement dans les figures 10.4 et 10.5. Mentionnons que l'air peut, avec une bonne approximation, être assimilé à un gaz semi-parfait dans le domaine de pression et de température considéré.

Propriété remarquable

Ainsi que le montre particulièrement la figure 10.4, les courbes d'égale coénergie sont fermées sur elles-mêmes et entourent concentriquement le point F défini par les valeurs de référence P_a et T_a . En ce point F , la surface d'état $j(T, s)$ présente donc un extremum dont nous allons déterminer la nature. Nous avons, pour $P = P_a$, en tenant compte de (1.30), (1.152) et (10.53):

$$dj = dh - T_a ds = (T - T_a) ds \quad (10.67)$$

En suivant l'isobare $P = P_a$ de la gauche vers la droite, nous avons $ds > 0$, de sorte que:

- pour $T < T_a$ $dj < 0$
- pour $T > T_a$ $dj > 0$

ce qui montre que l'extremum considéré est un *minimum*. Donc, la surface d'état $j(T, s)$ a l'allure d'une fosse dont le fond est le point F défini par les valeurs de référence P_a et T_a et situé à la cote j_{\min} .

Cette propriété de la coénergie est extrêmement remarquable. Nous verrons au paragraphe 10.2.6 que le point F est atteint lorsque le système est en équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère, cet équilibre étant stable. Cela laisse déjà entrevoir l'un des aspects intéressants que présente la notion de coénergie pour l'ingénieur.

10.2.4 Coenthalpie

Définition

Nous considérons la *coenthalpie* comme une fonction d'état *extrinsèque*, définie par la relation, sous forme absolue:

$$K \equiv H - T_a S \quad (10.68)$$

ou, sous forme massique:

$$k \equiv h - T_a s \quad (10.69)$$

dans laquelle T_a est toujours la valeur moyenne, considérée comme constante, de la température de l'atmosphère.

L'introduction de la fonction k est justifiée par le rôle important qu'elle joue dans les bilans exergetiques, comme le montre l'équation (10.39).

Remarquons que, en vertu de la définition (10.69), la valeur de la coenthalpie d'un système est déterminée dès que les valeurs de deux fonctions d'état quelconques, ainsi que celle de T_a , sont fixées.

Coenthalpie totale

La *coenthalpie totale* est, sous forme absolue:

$$K_{cz} \equiv K + M \frac{\overline{C^2}}{2} + Mg\bar{Z} \quad (10.70)$$

et, sous forme massique:

$$k_{cz} \equiv k + \frac{\overline{C^2}}{2} + g\bar{Z} \quad (10.71)$$

Surcoenthalpie

Puisque les valeurs des fonctions h et s ne sont connues qu'à une constante additive près, il en est de même de k .

Au point de vue pratique, il sera commode de fixer arbitrairement, pour chaque système indépendant, un état thermodynamique de référence caractérisé par l'indice 0 et de travailler avec la *surcoenthalpie* k définie par la différence :

$$\hat{k} = k - k_0 \quad (10.72)$$

où k_0 est la coenthalpie de référence :

$$k_0 = h_0 - T_a s_0 \quad (10.73)$$

Nous avons évidemment :

$$\hat{k} = \hat{h} - T_a \hat{s} \quad (10.74)$$

Extensivité

La *coenthalpie* est une fonction d'état *extensive*, c'est-à-dire que la coenthalpie d'un système polyphasé est la somme des coenthalpies respectives des différentes phases de ce système. Nous avons donc :

$$K_{cz} \equiv \sum_{\alpha} [K_{cz\alpha}] = \sum_{\alpha} [M_{\alpha} k_{cz\alpha}] \quad (10.75)$$

Représentation

Afin d'obtenir une vision claire de la variation de la coenthalpie d'un système, étudions sa représentation dans les diagrammes T - s et h - s .

Les figures 10.6 et 10.7 représentent respectivement, à titre d'exemple, les familles des courbes d'égale coenthalpie, dans les diagrammes T - s relatifs à l'air et à l'eau. Nous avons établi ces diagrammes en utilisant la relation (10.74) et en admettant les valeurs :

$$\begin{aligned} P_0 &= 1 \text{ bar} & T_0 &= 273.15 \text{ K } (\hat{T}_0 = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}) \\ & & T_a &= 288.15 \text{ K } (\hat{T}_a = 15 \text{ }^{\circ}\text{C}) \end{aligned} \quad (10.76)$$

En vertu du tableau 2.7, la pente des courbes d'égale coenthalpie est donnée par la relation :

$$\frac{dT}{ds} = \frac{\left[1 - \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \beta_p \right] T}{c_p} \quad (10.77)$$

où β_p est le facteur de dilatation isobare défini par (2.17) :

$$\beta_p = \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (10.78)$$

La relation (10.77) montre que, d'une manière générale:

$$\text{pour } T = \frac{\beta_p T_a}{\beta_p - 1} \quad \frac{dT}{ds} = 0 \quad (10.79)$$

c'est-à-dire que toutes les courbes d'égale coenthalpie (fig. 10.7) présentent une tangente horizontale aux points qui satisfont la relation (10.79).

Il est intéressant de relever que, lors d'un échauffement isobare (par exemple le long de l'isobare P_a représentée dans la figure 10.6), la coenthalpie diminue lorsque la température T est au-dessous de la température T_a de l'atmosphère et augmente lorsqu'elle est au-dessus. Ceci correspond aux observations faites pour la coénergie qui, le long d'une même isobare, présente un minimum pour la température T_a de l'atmosphère.

Dans le cas des gaz *semi-parfaits*, la pente devient:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T_a}{c_p(T)} = f(T) \quad (10.80)$$

c'est-à-dire que toutes les courbes d'égale coenthalpie présentent la même pente aux points où elles coupent une même isotherme T . Cette pente est d'ailleurs égale

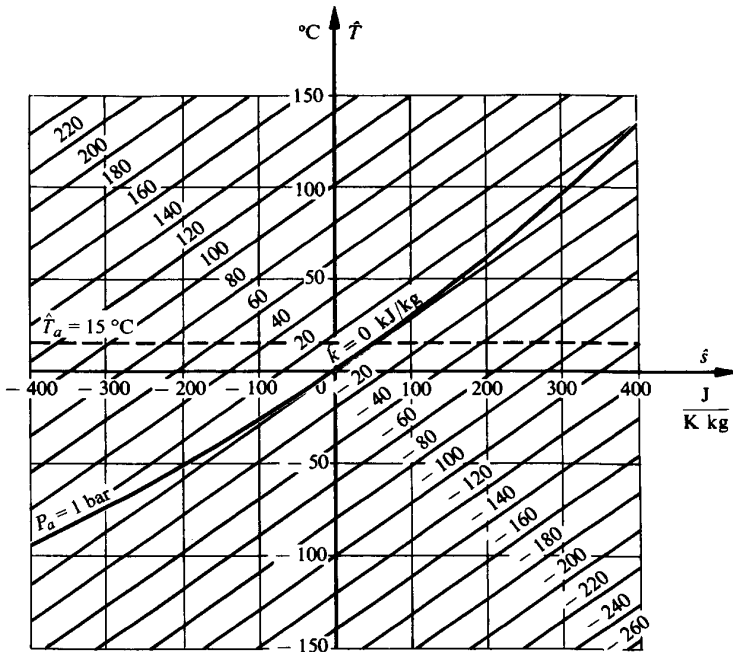


Fig. 10.6 Famille des courbes d'égale coenthalpie dans le diagramme T - s relatif à l'air.

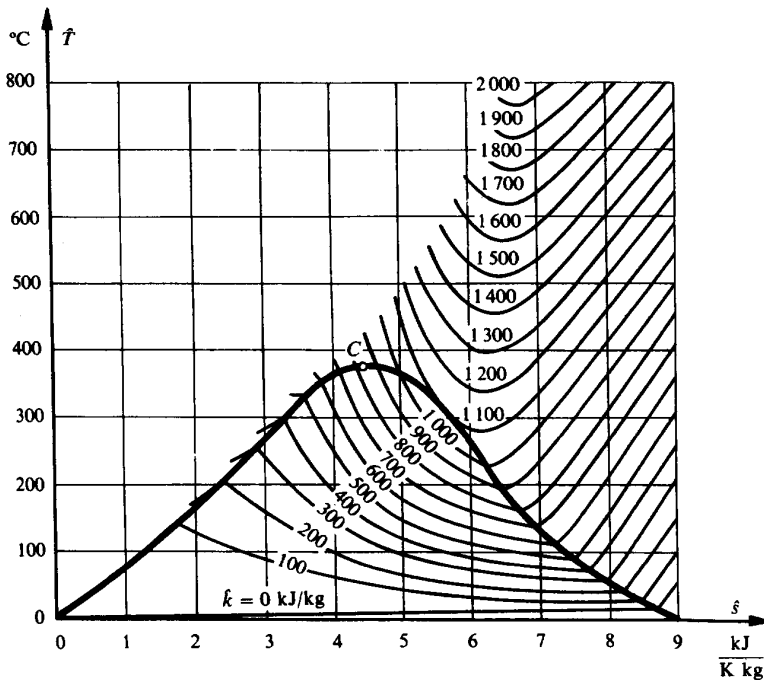


Fig. 10.7 Famille des courbes d'égale coenthalpie dans le diagramme T - s relatif à l'eau.

à celle des courbes isobares aux points où elles coupent l'isotherme $T = T_a$. Nous pouvons aussi dire que toutes les courbes d'égale coenthalpie peuvent se déduire l'une de l'autre par une translation horizontale suivant l'axe s .

Dans le cas des **gaz parfaits**, la pente devient:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T_a}{c_p} = \text{cste} \quad (10.81)$$

c'est-à-dire que toutes les courbes d'égale coenthalpie sont des droites parallèles de pente égale à celle des courbes isobares aux points où elles coupent l'isotherme $T = T_a$.

Les propriétés géométriques ci-dessus apparaissent clairement dans les figures 10.6 et 10.7. Rappelons que l'air ainsi que la vapeur d'eau très surchauffée peuvent, avec une bonne approximation, être assimilés à des gaz semi-parfaits.

Contrairement à ce que nous avons vu pour les courbes d'égale coénergie, les courbes d'égale coenthalpie ne sont pas fermées sur elles-mêmes. La surface d'état $k(T, s)$ ne présente pas d'extremum. Elle a non pas l'allure d'une fosse, mais celle d'un *flanc de coteau* qui dégénère:

- dans le cas des **gaz semi-parfaits**, en une *surface réglée*, à génératrices parallèles au plan k - s et de pente $-T_a$, puisque la définition (10.69) donne alors:

$$dk = c_p(T)dT - T_a ds \quad (10.82)$$

- dans le cas des **gaz parfaits**, en un *plan incliné*, puisque la relation ci-dessus prend la forme linéaire :

$$dk = c_p dT - T_a ds \quad (10.83)$$

Les figures 10.8 et 10.9 représentent respectivement, à titre d'exemple, les familles des courbes d'égale coenthalpie, dans les diagrammes h - s relatifs à l'air et à l'eau.

La définition (10.69) donne immédiatement la relation linéaire :

$$dk = dh - T_a ds \quad (10.84)$$

de sorte que les courbes d'égale coenthalpie présentent la pente :

$$\frac{dh}{ds} = T_a = \text{cste} \quad (10.85)$$

Donc, d'une façon générale, toutes les courbes d'égale coenthalpie sont des droites parallèles de pente égale à la température T_a . Cette propriété géométrique apparaît clairement dans les figures 10.8 et 10.9.

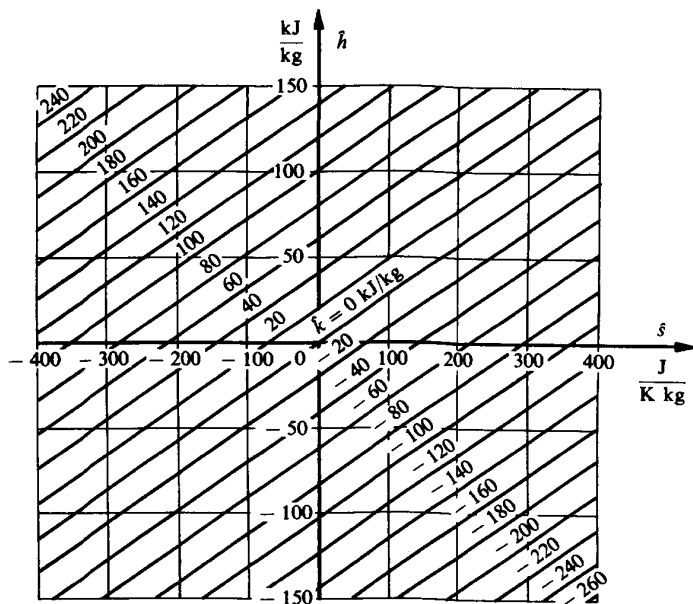


Fig. 10.8 Familles des courbes d'égale coenthalpie dans le diagramme h - s relatif à l'air.

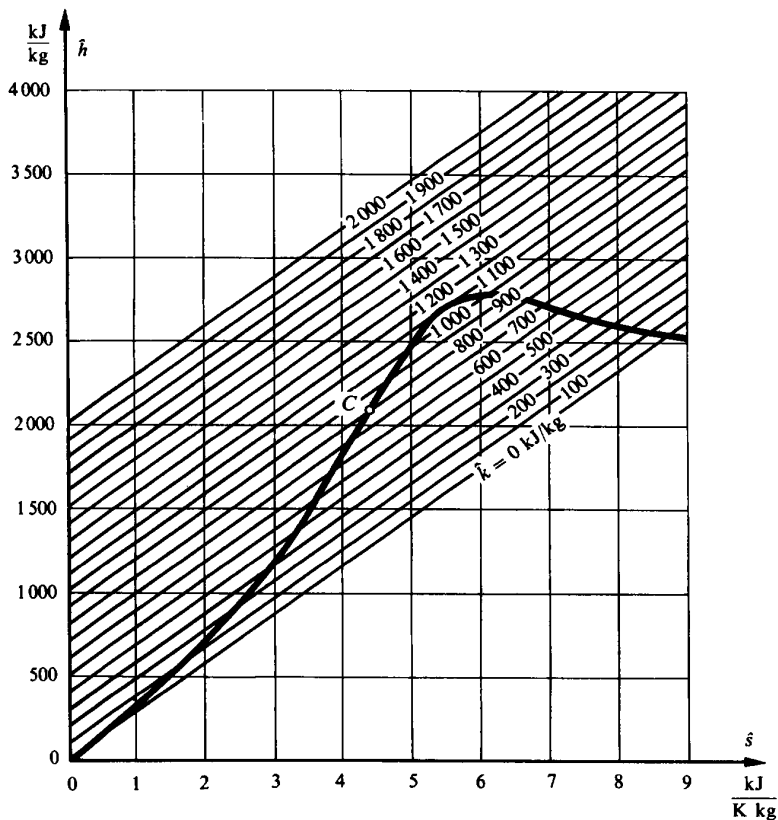


Fig. 10.9 Familles des courbes d'égale coenthalpie dans le diagramme $h-s$ relatif à l'eau.

La surface d'état

$$k = k(h, s) \quad (10.86)$$

est tout simplement un *plan incliné*.

Remarquons encore que les figures 10.8 et 10.9 montrent bien la différence fondamentale qui existe entre les notions d'enthalpie h et de coenthalpie k .

10.2.5 Exergie-chaleur

Définitions

L'**exergie-chaleur** E_{qi}^+ est le **travail maximal** qu'il est possible d'obtenir à partir de l'énergie-chaleur Q_i^+ reçue de la source thermique i , à l'aide d'un cycle réversible fonctionnant entre les températures T_i de la source et T_a de l'atmosphère.

Selon (10.37), *l'exergie-chaleur δE_{qi}^+ est égale au produit de l'énergie-chaleur δQ_i^+ par le facteur de Carnot Θ_i* . Nous avons, sous forme différentielle, la définition :

$$\delta E_{qi}^+ = \Theta_i \delta Q_i^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_i}\right) \delta Q_i^+ \quad (10.87)$$

Dans le cas où la température T_i de la source thermique i est constante, nous obtenons, sous forme finie :

$$E_{qi}^+ = \Theta_i Q_i^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_i}\right) Q_i^+ \quad (10.88)$$

La figure 10.10 représente la variation du facteur de Carnot Θ_i et de l'exergie-chaleur E_{qi}^+ en fonction de la température T_i de la source thermique i , avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

Nous constatons que :

- pour $T_i = \infty$, nous avons $\Theta_i = 1$ et l'exergie-chaleur E_{qi}^+ est égale à l'énergie-chaleur Q_i^+
- pour $T_a < T_i < \infty$, nous avons $0 < \Theta_i < 1$ et l'exergie-chaleur est *inférieure* à l'énergie-chaleur, et cela d'autant plus que T_i est faible
- pour $T_i = T_a$, nous avons $\Theta_i = 0$ et l'exergie-chaleur est *nulle*
- pour $0 < T_i < T_a$, nous avons $-\infty < \Theta_i < 0$ et l'exergie-chaleur est *négative*
- pour $T_i = 0$, nous avons $\Theta_i = -\infty$ et l'exergie-chaleur est *infinie*, changée de signe.

Ces résultats confirment bien les observations pratiques suivant lesquelles, *au point de vue de la production de travail, une énergie-chaleur présente un*

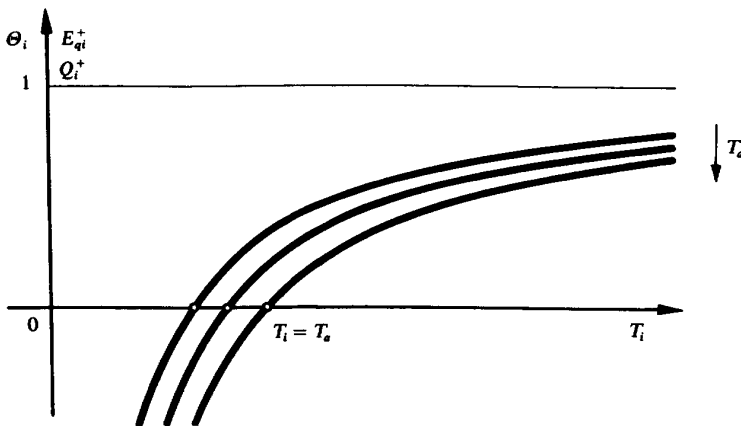


Fig. 10.10 Variation du facteur de Carnot Θ_i et de l'exergie-chaleur E_{qi}^+ en fonction de la température T_i de la source thermique i , avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

intérêt d'autant plus grand que la température T_i à laquelle elle est livrée est élevée. Lorsque T_i diminue, cet intérêt baisse selon la loi représentée dans la figure 10.10.

Quand $T_i = T_a$, une énergie-chaleur ne présente plus aucun intérêt. Cela explique la raison pour laquelle les grands systèmes naturels en équilibre avec l'atmosphère (rivières, lacs, mers, atmosphère elle-même...) ne présentent en tant que systèmes isolés aucun intérêt pour la production de travail, malgré leurs grandes dimensions et l'énorme énergie interne qu'ils contiennent.

Quand $T_i < T_a$, une énergie-chaleur reçue ne présente pas d'intérêt pour la production de travail. C'est le fait lui-même d'extraire cette énergie-chaleur d'une source à température $T_i < T_a$ qui est intéressant, car il constitue un *effet frigorifique*. Pour obtenir cet effet à l'aide d'un cycle fonctionnant entre les températures T_i et T_a , il faut fournir du travail au système.

En d'autres termes :

- Quand un système reçoit de l'énergie-chaleur à température $T_i > T_a$, il **reçoit** une prestation exergetique.
- Quand un système reçoit de l'énergie-chaleur à température $T_i < T_a$, il **fournit** une prestation exergetique.

Dans tous les cas, il convient d'évaluer, donc logiquement de payer le service rendu sur la base de l'exergie-chaleur correspondante.

Dans le cas général où la température T_i de la source thermique i est variable, l'*exergie-chaleur en énergie* E_{qi}^+ est définie par la relation (10.37) :

$$E_{qi}^+ = \int \Theta_i \delta Q_i^+ = \int \left(1 - \frac{T_a}{T_i} \right) \delta Q_i^+ \quad (10.89)$$

L'*exergie-chaleur en puissance* \dot{E}_{qi}^+ est définie de la même manière par la relation (10.38) :

$$\dot{E}_{qi}^+ = \int \Theta_i \delta \dot{Q}_i^+ = \int \left(1 - \frac{T_a}{T_i} \right) \delta \dot{Q}_i^+ \quad (10.90)$$

où \dot{Q}_i^+ est la puissance-chaleur reçue à la température T_i de la source thermique i .

Commentaire

La notion d'exergie-chaleur permet de clarifier certains aspects fondamentaux de l'économie énergétique. En effet, elle permet de remplacer par des expressions précises et quantitatives les locutions vagues et qualitatives que l'on rencontre actuellement dans la pratique. Voici quelques-unes de ces locutions :

- La calorie à haute température coûte cher.
- La calorie coûte plus cher en hiver qu'en été.
- La chaleur contenue dans l'eau d'un lac ne vaut rien.
- La frigorie vaut plus cher que la calorie.

Toutes ces locutions doivent disparaître de notre langage. Le terme «frigorie» est particulièrement inadmissible, car il est aberrant de changer le nom d'une unité suivant que la grandeur considérée est donnée ou reçue. Par contre, la notion d'exergie-chaleur, grâce au changement de signe provenant du facteur de Carnot, exprime parfaitement le fait que :

Lors d'une *action frigorifique*, et par rapport au sens du transfert-chaleur, les rôles de fournisseur et de client sont *permutés*.

10.2.6 Exergie-transformation

Définitions

L'*exergie-transformation* E_y^- est le *travail maximal* qu'il est possible d'obtenir à partir de la transformation thermodynamique d'un système, à l'aide d'opérations *réversibles*.

L'obtention du travail maximal suppose notamment que la dissipation est nulle et que tout transfert-chaleur s'effectue de façon réversible entre le système considéré et l'atmosphère, c'est-à-dire à l'aide d'un cycle réversible fonctionnant entre la température T du système et la température T_a de l'atmosphère.

Selon (10.39), l'*exergie-transformation* E_y^+ est définie à partir de la *coénergie totale* J_{cz} du système et de la *coenthalpie totale* massique k_{czj} des substances j qui entrent ou qui sortent. Nous avons sous forme différentielle la définition :

$$\delta E_y^+ = \sum_j [k_{czj} dM_j^+] - dJ_{cz} \quad (10.91)$$

L'*exergie-transformation en énergie* E_y^+ est définie par la relation (10.39):

$$E_y^+ = \sum_j \left[\int k_{czj} dM_j^+ \right] - \Delta J_{cz} \quad (10.92)$$

L'*exergie-transformation en puissance* \dot{E}_y^+ est définie de la même manière par la relation (10.39):

$$\dot{E}_y^+ = \sum_j [k_{czj} \dot{M}_j^+] - \frac{dJ_{cz}}{dt} \quad (10.93)$$

Comme pour la puissance-transformation \dot{Y}^+ , les deux termes qui constituent le membre de droite de la définition (10.93) sont compatibles avec le bilan de masse exprimé par la relation :

$$\sum_j [\dot{M}_j^+] - \frac{dM}{dt} = 0 \quad (10.94)$$

D'une manière analogue, le terme \dot{E}_y^+ met en balance la somme des flux de coenthalpie totale $k_{czj}\dot{M}_j^+$ à travers la frontière avec le taux de variation dJ_{cz}/dt de la coénergie totale J_{cz} du système.

*En l'absence de réactions chimiques, les grandeurs E_y^+ et \dot{E}_y^+ présentent la propriété remarquable d'être **indépendantes des valeurs de référence** u_0 et s_0 des substances concernées, même lorsque le système est ouvert et en régime non permanent, cela contrairement aux termes $k_{czj}\dot{M}_j^+$ et dJ_{cz}/dt , pris séparément.*

Cas particuliers

Pour un **système fermé** sans transfert-chaaleur avec d'autres sources que l'atmosphère, les relations (10.50) et (10.92) se réduisent, en énergie, à la relation:

$$E_{\max}^- = E_y^+ = -\Delta J_{cz} = J_{cz \text{ initial}} - J_{cz \text{ final}} \quad (10.95)$$

qui montre que le système n'est susceptible de fournir du travail que dans la mesure où sa coénergie totale diminue. En d'autres termes, ***l'obtention de travail se paie par une diminution de la coénergie totale du système.***

Or, nous avons établi au paragraphe 10.2.3 que la coénergie massique j d'une phase présente un minimum j_{\min} lorsque la phase est en équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère, c'est-à-dire lorsque le point représentatif de son état thermodynamique coïncide avec le fond F de la fosse de la surface d'état $j = j(T, s)$ (énergie cinétique nulle, énergie potentielle gravifique nulle, pression P_a et température T_a). Donc, la valeur maximale du travail maximal qu'il est possible d'obtenir à partir d'un système fermé ne transférant de l'énergie-chaaleur qu'avec l'atmosphère est donnée par la relation:

$$E_{\max \max}^- = J_{cz} - J_{\min} = \sum_{\alpha} [M_{\alpha} (j_{cz} - j_{\min})] \quad (10.96)$$

En d'autres termes:

La possibilité de ***production de travail d'un système fermé*** sans transfert-chaaleur avec d'autres sources que l'atmosphère est mesurée par l'***écart entre sa coénergie totale et la valeur minimale*** prise par cette dernière lorsque le système atteint l'équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère.

Afin de donner un aspect concret à l'équation (10.95), considérons une transformation 1-2 quelconque d'un gaz. A toute transformation irréversible entre deux états thermodynamiques, il est possible de faire correspondre une trajectoire faite de transformations réversibles. Dans l'exemple de la figure 10.11, il est possible

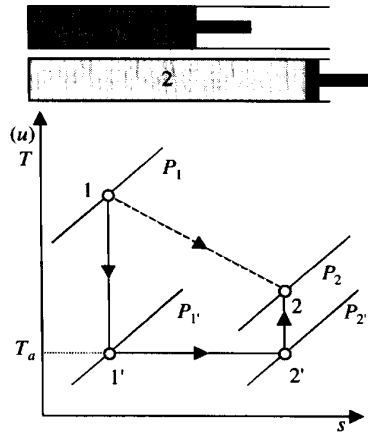


Fig. 10.11 Transformations réversibles permettant de déterminer le travail maximal (exergie-transformation) que l'on peut tirer de la détente d'une masse de gaz dans un système fermé.

d'imaginer les transformations réversibles suivantes d'un gaz contenu dans un cylindre équipé d'un piston:

- transformation de 1 à 1', adiabate et sans dissipation, donc isentrope, jusqu'à l'équilibre thermique avec l'atmosphère. Energie-travail mise en jeu à la tige du piston selon (10.4):

$${}^1_1 E^- = -(U_1 - U_1) - P_a(V_1 - V_1) \quad (10.97)$$

- transformation de 1' à 2', isotherme à la température T_a et sans dissipation, accompagnée d'un transfert-chaleur avec l'atmosphère. Energie-travail mise en jeu selon (10.4):

$${}^2_{1'} E^- = -(U_2 - U_1) + {}^2_{1'} Q^+ - P_a(V_2 - V_1)$$

où, selon (10.26):

$${}^2_{1'} Q^+ = T_a(S_2 - S_1) = T_a(S_2 - S_1)$$

ce qui donne:

$${}^2_{1'} E^- = -(U_2 - U_1) + T_a(S_2 - S_1) - P_a(V_2 - V_1) \quad (10.98)$$

- transformation de 2' à 2, adiabate et sans dissipation, donc isentrope. Energie-travail mise en jeu, selon (10.4):

$${}^2_2 E^- = -(U_2 - U_2) - P_a(V_2 - V_2) \quad (10.99)$$

D'où l'expression du travail maximal pour la transformation réversible de 1 à 2 :

$$\begin{aligned} E^- &= {}^1_1E^- + {}^2_1E^- + {}^2_2E^- = U_1 - U_2 + P_a(V_1 - V_2) - T_a(S_1 - S_2) = J_1 - \\ &= M(j_1 - j_2) \end{aligned} \quad (10.100)$$

Ce résultat correspond bien à l'exergie-transformation exprimée par la relation (10.95). Le travail est maximal lorsque le point 2 correspond à l'état de l'atmosphère, c'est-à-dire lorsque que le gaz atteint l'équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère. Cette dernière observation est particulièrement intéressante lorsqu'il s'agit d'estimer le travail maximal qu'il serait possible de retirer d'une bouteille d'air comprimé, par exemple à des fins d'entraînement de véhicules.

A noter que le résultat ci-dessus aurait pu être obtenu en suivant exactement la courbe tracée en traitillé dans la figure 10.11, cela à l'aide d'un cylindre chauffé par une pompe à chaleur réversible prélevant de l'énergie-chaleur de l'atmosphère et transmettant au système l'énergie-chaleur nécessaire à la température exacte du gaz, à partir de l'énergie-chaleur prélevée à l'atmosphère. Remarquons que la notion d'équilibre intervenant ici n'est simple que parce que le système est fermé et uniforme, car alors elle se limite à l'équilibre mécanique et thermique.

Dans le cas encore plus particulier où le système fermé ne transfère *pas d'énergie-travail*, et ne transfère de l'énergie-chaleur qu'avec l'atmosphère, la relation (10.45) donne le bilan exergétique :

$$E_y^+ = L \geq 0 \quad (10.101)$$

En tenant compte de (10.95), nous obtenons la relation :

$$\Delta J_{cz} = -L \leq 0 \quad (10.102)$$

qui montre que :

Dans le cas d'un **système fermé**, sans transfert-travail et sans transfert-chaleur avec d'autres sources que l'atmosphère, la **coénergie totale ne peut que diminuer**, à cause des irréversibilités internes. Au mieux, elle resterait constante en l'absence d'irréversibilités internes.

En d'autres termes, les pertes exergétiques L se traduisent par une consommation de coénergie totale.

Toutefois, il y a une limite à la diminution de J_{cz} . Cette limite est obtenue lorsque le système atteint l'équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère, c'est-à-dire lorsque J_{cz} devient égal à J_{\min} . Dès lors, plus rien ne peut se passer, c'est-à-dire que **l'équilibre ainsi atteint est stable**.

Ce qui précède montre tout l'intérêt de la notion de coénergie. Elle constitue un outil de travail très précieux pour l'ingénieur dont la préoccupation est de produire de l'énergie-travail et de l'énergie-chaleur, tout en étant asservi de façon inéluctable aux impératifs du milieu dans lequel nous vivons, c'est-à-dire de l'atmosphère.

La notion de coénergie donne un cadre de raisonnement logique permettant de concevoir pour quelle raison tout corps en déséquilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère représente une richesse au point de vue économique, aussi bien s'il se trouve en dépression qu'en surpression et aussi bien s'il se trouve à température plus basse qu'à température plus haute par rapport à l'atmosphère. C'est pourquoi aussi bien un réservoir en dépression qu'une bouteille d'air comprimé, et aussi bien un bloc de glace qu'une masse d'eau bouillante possèdent une valeur commerciale. Il faut soit dépenser de l'énergie pour les fabriquer, soit dépenser de l'argent pour les acquérir, ce qui revient au même.

Pour un **système ouvert en régime permanent**, sans transfert-chaleur avec d'autres sources que l'atmosphère, les relations (10.50) et (10.93) se réduisent, en puissance, à la relation :

$$\dot{E}_{\max}^- = \dot{E}_y^+ = \sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^+] \quad (10.103)$$

qui montre que le système n'est susceptible de fournir de la puissance que dans la mesure où le bilan des flux de coenthalpie totale pénétrant dans le système est positif. En d'autres termes, **l'obtention de puissance se paie par une consommation de coenthalpie totale**.

En ce qui concerne la possibilité de production de puissance $\dot{E}_{\max \max}^-$ du système, le raisonnement est en toute rigueur plus complexe que celui que nous avons utilisé pour un système fermé. En effet, la notion d'équilibre doit ici faire intervenir l'équilibre mécanique et l'équilibre thermodynamique, c'est-à-dire non seulement l'équilibre thermique, mais encore l'équilibre physique et l'équilibre chimique. Toutefois, dans les problèmes simples traités dans ce chapitre, nous nous limitons à la même notion d'équilibre que pour les systèmes fermés, faisant intervenir seulement l'équilibre mécanique (énergie cinétique nulle, énergie potentielle gravifique nulle, pression P_a) et thermique (température T_a). Cela revient à admettre que les substances j' qui quittent le système s'arrêtent finalement à l'altitude de référence après s'être détendues et refroidies, sans se mélanger à l'atmosphère.

La relation (10.103) devient alors :

$$\dot{E}_{\max \max}^- = \sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^+] - \sum_{j'} [k_{j'a} \dot{M}_{j'}^-] \quad (10.104)$$

En d'autres termes :

La possibilité de **production de travail d'un système ouvert en régime permanent** sans transfert-chaleur avec d'autres sources que l'atmosphère est mesurée par l'écart entre les sommes des **coenthalpies totales** à l'entrée et à la sortie, lorsque les matières sortantes atteignent l'équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère.

Afin de donner un aspect concret à l'équation (10.103), considérons une transformation 1-2 quelconque d'un gaz. Dans l'exemple de la figure 10.12, il est possible d'imaginer les transformations réversibles suivantes d'un gaz traversant un système ouvert en régime permanent :

- transformation de 1 à 1', adiabate et sans dissipation, donc isentrope, jusqu'à l'équilibre thermique avec l'atmosphère. Puissance-travail mise en jeu à l'arbre de la turbomachine selon (10.7):

$${}_1^1 \dot{E}^- = \dot{H}_{cz1} - \dot{H}_{cz1'} \quad (10.105)$$

- transformation de 1' à 2', isotherme à la température T_a et sans dissipation, accompagnée d'un transfert-chaaleur avec l'atmosphère. Puissance-travail mise en jeu à l'arbre de la turbomachine isotherme selon (10.7):

$${}_1^2 \dot{E}^- = \dot{H}_{cz1'} - \dot{H}_{cz2'} + {}_1^2 \dot{Q}^+$$

où, selon (10.32):

$${}_1^2 \dot{Q}^+ = T_a (\dot{S}_2' - \dot{S}_1') = T_a (\dot{S}_2 - \dot{S}_1)$$

ce qui donne:

$${}_1^2 \dot{E}^- = \dot{H}_{cz1'} - \dot{H}_{cz2'} - T_a (\dot{S}_1 - \dot{S}_2) \quad (10.106)$$

- transformation de 2' à 2, adiabate et sans dissipation, donc isentrope. Puissance-travail mise en jeu à l'arbre de la turbomachine, selon (10.7):

$${}_2^2 \dot{E}^- = \dot{H}_{cz2'} - \dot{H}_{cz2} \quad (10.107)$$

D'où l'expression de la puissance maximale pour la transformation réversible de 1 à 2:

$$\dot{E}^- = \dot{H}_{cz1} - \dot{H}_{cz2} - T_a (\dot{S}_1 - \dot{S}_2) = \dot{K}_{cz1} - \dot{K}_{cz2} = \dot{M} (k_{cz1} - k_{cz2}) \quad (10.108)$$

Ce résultat correspond bien à l'exergie-transformation exprimée par la relation (10.103). La puissance est maximale lorsque le point 2 correspond à l'état de l'atmosphère, c'est-à-dire lorsque que le gaz atteint l'équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère.

A noter que le résultat ci-dessus aurait pu être obtenu en suivant exactement la courbe tracée en traitillé dans la figure 10.12, cela à l'aide d'une turbomachine chauffée par une série de pompes à chaleur réversibles prélevant de l'énergie-chaaleur de l'atmosphère et transmettant l'énergie-chaaleur nécessaire à la température exacte du gaz le long de la turbomachine.

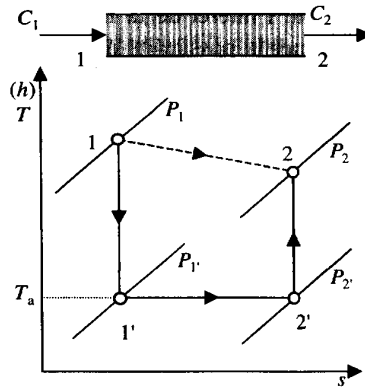


Fig. 10.12 Transformations réversibles permettant de déterminer le travail maximum (exergie-transformation) que l'on peut obtenir de la détente d'un flux de gaz dans un système ouvert en régime permanent.

Dans le cas encore plus particulier où le système ouvert en régime permanent ne transfère *pas de puissance-travail*, et ne transfère de la puissance-chaleur qu'avec l'atmosphère, la relation (10.43) donne le bilan exergetique :

$$\dot{E}_y^+ - \dot{L} = 0 \quad (10.109)$$

En tenant compte de (10.103), nous obtenons la relation :

$$\sum_{j'} [k_{j'a} \dot{M}_{j'}^-] - \sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^+] = -\dot{L} \leq 0 \quad (10.110)$$

qui montre que :

Dans le cadre d'un **système ouvert en régime permanent**, sans transfert-travail et sans transfert-chaleur avec d'autres sources que l'atmosphère, la somme des flux de **coenthalpie totale** quittant le système **ne peut qu'être plus faible** que celle des flux pénétrant dans le système, à cause des irréversibilités internes. Au mieux, elle resterait égale en l'absence d'irréversibilités internes.

En d'autres termes, les pertes exergetiques \dot{L} se traduisent par une consommation de coenthalpie totale.

Dans le cas très particulier où le réseau considéré ne comporte qu'une entrée 1 et une sortie 2 d'une substance simple, l'exergie-transformation (10.103) se réduit à :

$$\begin{aligned} \dot{E}_y^+ &= -\dot{M} \Delta k_{cz} = \dot{M} (k_{cz1} - k_{cz2}) \\ \hat{E}_y^+ &= -\dot{M} \hat{\Delta} k_{cz} = \dot{M} (\hat{k}_{cz1} - \hat{k}_{cz2}) \end{aligned} \quad (10.111)$$

Ce qui précède montre tout l'intérêt de la notion de coenthalpie. Comme la coénergie, elle permet d'exprimer la possibilité de production de travail d'un système, et cela d'une façon extrêmement générale, y compris dans le cas où le système est le siège de mélanges. Nous verrons au chapitre suivant que ces notions peuvent être étendues au cas où le système est le siège de transformations chimiques (ex.: combustion) ou nucléaires (ex.: fission).

Commentaire

Nous verrons dans ce qui suit que la notion d'exergie-transformation conduit à une interprétation extrêmement claire des phénomènes, à un établissement très précis du bilan exergetique et à une détermination irréprochable du rendement thermodynamique d'un système absolument quelconque, qu'il soit fermé, ouvert en régime permanent ou ouvert en régime non permanent.

10.2.7 Perte exergetique

Définition

La **perte exergetique** L est la diminution de la possibilité d'obtention de travail, due aux **irréversibilités internes** du système.

Elle exprime quantitativement ce qui est exprimé qualitativement par la notion de **dégradation de l'énergie**.

Selon (10.41), la **perte exergetique** L est égale au produit de l'entropie S^i due aux **irréversibilités internes** par la température T_a de l'atmosphère. Nous avons sous forme différentielle la définition :

$$\delta L \equiv T_a \delta S^i \geq 0 \quad (10.112)$$

La **perte exergetique en énergie** L est définie par la relation (10.41) :

$$L \equiv T_a S^i \geq 0 \quad (10.113)$$

La **perte exergetique en puissance** \dot{L} est définie de la même manière par la relation (10.42) :

$$\dot{L} \equiv T_a \dot{S}^i \geq 0 \quad (10.114)$$

Dissipation

L'augmentation d'entropie due à une **dissipation** est donnée, selon (1.85), par la relation :

$$\delta S^i = \delta S^r = \frac{\delta R}{T} \quad (10.115)$$

dans laquelle nous avons :

- δR dissipation due à un *frottement visqueux*
- T température à laquelle se produit le frottement

La *perte exergétique* correspondante est donc, selon (10.112):

$$\delta L_r = \frac{T_a}{T} \delta R \quad (10.116)$$

Dans le cas où la température T est constante, nous obtenons, *sous forme finie*, la perte exergétique :

$$L_r = \frac{T_a}{T} R \quad (10.117)$$

Cette perte représente le travail maximal qui aurait été obtenu si la transformation thermodynamique du système avait été effectuée de façon réversible, compte tenu de l'exergie-chaleur qu'il faudrait fournir au système pour qu'il suive la même transformation thermodynamique. La relation (10.117) peut être contrôlée par le raisonnement suivant. La transformation réversible donnerait le travail supplémentaire :

$$E^- = R \quad (10.118)$$

Le chauffage destiné à remplacer l'énergie de frottement exigerait, selon (10.88), l'exergie-chaleur :

$$E_q^+ = \Theta R = \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) R \quad (10.119)$$

de sorte que le travail maximal serait :

$$E_{\max}^- = E^- - E_q^+ = \frac{T_a}{T} R \quad (10.120)$$

ce qui correspond bien à l'expression (10.117) de la perte exergétique L_r .

La figure 10.13 représente la variation du rapport T_a/T et de la perte exergétique L_r en fonction de la température T avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère. Nous constatons que :

- pour $T = \infty$, nous avons $T_a/T = 0$ et la perte L_r est *nulle*
- pour $T_a < T < \infty$, nous avons $1 > T_a/T > 0$ et la perte est *inférieure* à la dissipation R , et cela d'autant moins que T est faible
- pour $T = T_a$ nous avons $T_a/T = 1$ et la perte est *égale* intégralement à la dissipation
- pour $0 < T < T_a$, nous avons $\infty > T_a/T > 1$ et la perte est *supérieure* à la dissipation
- pour $T = 0$, nous avons $T_a/T = \infty$ et la perte est *infinie*.

Nous avons ainsi montré qu'*une dissipation déterminée conduit à une perte exergétique d'autant plus faible qu'elle se produit à haute température*. Cela se conçoit par le fait que l'exergie-chaleur correspondant à la chaleur de frottement est d'autant plus grande que cette dernière est engendrée à un niveau élevé.

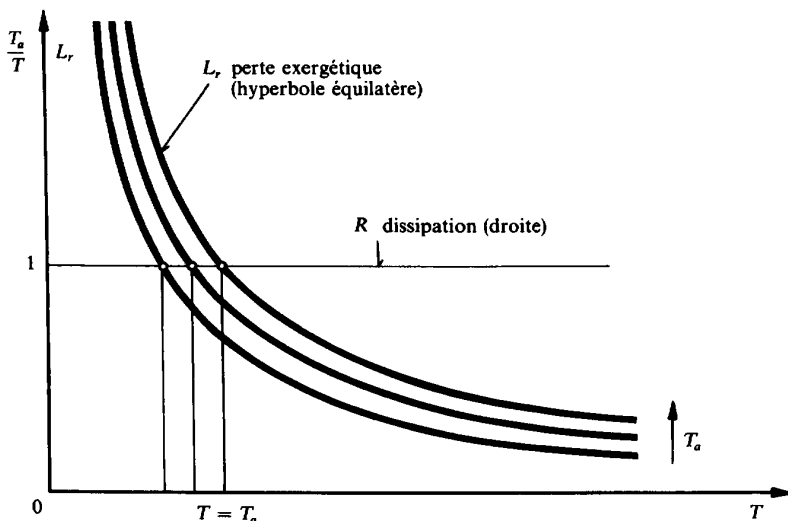


Fig. 10.13 Variation du rapport T_a / T et de la perte exergétique L_r , en fonction de la température T , avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

Corrélativement, *la perte exergétique est d'autant plus élevée qu'elle se produit à basse température*. Cela explique l'un des aspects des difficultés rencontrées dans la technique des très basses températures.

Dans le cas général où la température T est variable, la *perte exergétique en énergie* L_r est donnée par la relation :

$$L_r = \int \frac{T_a}{T} \delta R \quad (10.121)$$

La *perte exergétique en puissance* \dot{L}_r est donnée de la même manière par la relation :

$$\dot{L}_r = \int \frac{T_a}{T} \delta \dot{R} \quad (10.122)$$

où \dot{R} est la puissance de dissipation.

A titre d'exemple, nous allons traiter deux problèmes simples.

Considérons tout d'abord l'*expérience de Gay-Lussac-Joule*, déjà étudiée à la section 9.2. Le système représenté par la figure 10.14 est constitué d'une enceinte

indéformable, isolante et fermée, comportant deux compartiments *A* et *B* de volume V_a et V_b séparés par une vanne étanche. A l'état initial, le compartiment de gauche contient un gaz supposé parfait, de masse M , tandis que le vide absolu règne dans le compartiment de droite. L'expérience consiste à ouvrir la vanne et à observer l'évolution du système. Le gaz se détend violemment et son mouvement s'amortit progressivement en raison du phénomène dissipatif de frottement visqueux.

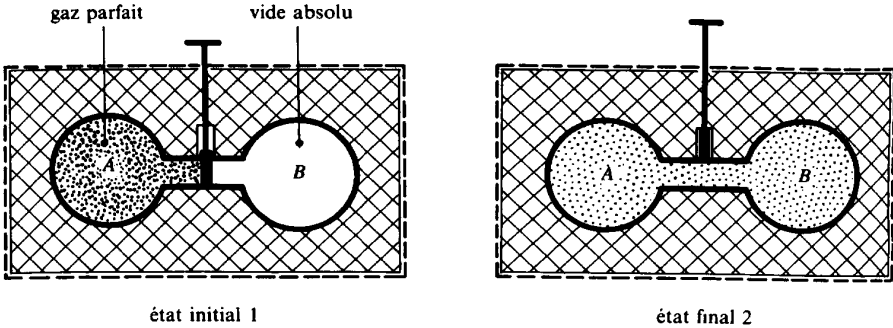


Fig. 10.14 Expérience de Gay-Lussac-Joule.

Selon (9.13), l'expérience donne lieu à l'augmentation d'entropie:

$$S^i = S^r = \Delta S = Mr \ln \frac{V_a + V_b}{V_a} \quad (10.123)$$

La **perte exergetique** correspondante est donc, selon l'expression générale (10.113):

$$\begin{aligned} L_r &= T_a \Delta S \\ L_r &= Mr T_a \ln \frac{V_a + V_b}{V_a} \end{aligned} \quad (10.124)$$

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergetique, qui donne, selon la relation générale (10.45), la perte exergetique:

$$L_r = E_y^+ \quad (10.125)$$

Compte tenu du Premier Principe ($\Delta U_{cz} = 0$) et du fait que le volume du système considéré est constant ($\Delta V = 0$), l'exergie-transformation E_y^+ est, selon les définitions (10.52) et (10.92):

$$E_y^+ = -\Delta J_{cz} = -(\Delta U_{cz} + P_a \Delta V - T_a \Delta S) = T_a \Delta S \quad (10.126)$$

de sorte que nous retrouvons bien l'expression (10.124) de la perte exergetique L_r .

Considérons maintenant un *écoulement fluide dans un canal quelconque, en régime permanent*. Le système représenté par la figure 10.15 est constitué par un canal quelconque, dans lequel s'écoule un fluide *en régime permanent*. L'état du fluide s'altère à cause du phénomène dissipatif de frottement visqueux. En première approximation, nous admettons que les différentes tranches fluides sont en équilibre quasi-statique, c'est-à-dire que l'écoulement est unidimensionnel.

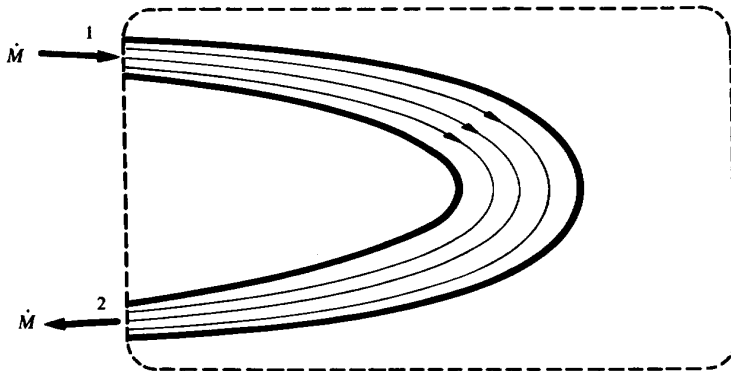


Fig. 10.15 Ecoulement fluide en régime permanent dans un canal quelconque.

La *perte exergetique en puissance* \dot{L}_r entre l'entrée 1 et la sortie 2 du canal est donnée, selon (10.122), par la relation:

$$\dot{L}_r = \int_1^2 \frac{T_a}{T} \delta \dot{R} = \dot{M} \int_1^2 \frac{T_a}{T} \delta r \quad (10.127)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M} débit-masse du fluide
- T température du fluide
- r dissipation massique

En tenant compte de (4.22), nous obtenons la *perte exergetique* \dot{L}_r sous la forme:

$$\dot{L}_r = \dot{M} T_a (s_2 - s_1) - \int_1^2 \frac{T_a}{T} \delta \dot{Q}^+ \quad (10.128)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{Q}^+ puissance-chaleur reçue par le fluide
- s entropie massique du fluide

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergetique, qui donne, selon la relation générale (10.43), la perte exergetique :

$$\dot{L}_r = \dot{E}^+ + \dot{E}_q^+ + \dot{E}_y^+ \quad (10.129)$$

En vertu du Premier Principe, nous avons, selon (4.29), le bilan énergétique

$$\dot{M}(h_{cz2} - h_{cz1}) = \dot{E}^+ + \dot{Q}^+ \quad (10.130)$$

dans lequel \dot{E}^+ est la puissance-travail reçue par le fluide.

En tenant compte du fait que la frontière est indéformable, des définitions (10.69), (10.90) et (10.93), et du bilan (10.130), nous avons :

$$\dot{E}_q^+ = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \delta \dot{Q}^+ = \dot{Q}^+ - \int_1^2 \frac{T_a}{T} \delta \dot{Q}^+ \quad (10.131)$$

$$\dot{E}_y^+ = \dot{M}(k_{cz1} - k_{cz2}) = \dot{M}(h_{cz1} - h_{cz2}) - \dot{M}T_a(s_1 - s_2) = \dot{M}T_a(s_2 - s_1) - \dot{E}^+ - \dot{Q}^+$$

En substituant les expressions (10.131) dans le bilan exergetique (10.43), nous retombons bien sur l'expression (10.128) de la perte exergetique L_r .

Dans le cas particulier où le canal est *adiabate*, la perte exergetique se réduit, selon (10.128), à l'expression :

$$\dot{L}_r = \dot{M}T_a(s_2 - s_1) \quad (10.132)$$

Dans le cas particulier où le canal est *fixe*, la dissipation est, selon (4.57) et si nous négligeons les variations d'énergie cinétique et potentielle :

$$\delta r = -v dP \quad (10.133)$$

de sorte que (10.127) donne la *perte exergetique* :

$$\dot{L}_r = -\dot{M}T_a \int_1^2 \frac{v}{T} dP \quad (10.134)$$

ce qui donne, pour un gaz parfait ou semi-parfait, compte tenu de (5.44) :

$$\dot{L}_r = \dot{M}rT_a \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (10.135)$$

et pour un liquide, compte tenu du fait que v varie très peu :

$$\dot{L}_r \cong \dot{M} \frac{T_a}{T} v (P_1 - P_2) \quad (10.136)$$

Remarquons que les relations (10.127) à (10.136) sont valables quelle que soit la cause du phénomène de dissipation, c'est-à-dire quelle que soit la forme du canal. Elles peuvent par exemple être utilisées dans le cas représenté par la figure 10.16 d'un écoulement fluide en régime permanent dans un canal fixe et adiabate comportant un étranglement (vanne, robinet, diaphragme, tuyère...).

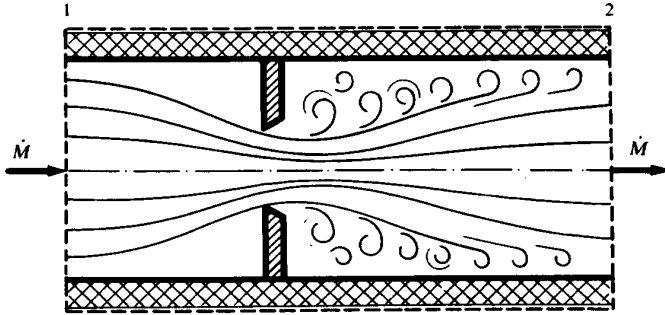


Fig. 10.16 Écoulement fluide en régime permanent dans un canal fixe et adiabate comportant un étranglement.

Transfert-chaleur avec chute de température

L'augmentation d'entropie due à un *transfert-chaleur avec chute de température* est donnée, selon (1.89), par la relation :

$$\delta S^i = \delta S^t = \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.137)$$

dans laquelle nous avons :

- $Q_{\alpha\beta}$ énergie-chaleur transférée du corps α au corps β
- T_α température du corps chaud
- T_β température du corps froid

La *perte exergetique* correspondante est donc, selon (10.112):

$$\delta L_t = \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.138)$$

Dans le cas général où les températures T_α et T_β sont variables, la *perte exergetique en énergie* L_r est donnée par l'intégrale :

$$L_t = \int \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.139)$$

Nous constatons que :

- Pour $T_\alpha = T_\beta$, la perte L_r est nulle.
- Pour $T_\alpha \neq T_\beta$, la perte est d'autant plus élevée que les températures T_α et T_β sont faibles et différentes l'une de l'autre.

Nous avons ainsi montré qu'**un transfert-chaleur déterminé conduit à une perte exergetique d'autant plus faible que les températures des deux corps sont élevées et voisines l'une de l'autre.**

La relation (10.139) peut aussi être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} L_t &= \int (\Theta_\alpha - \Theta_\beta) \delta Q_{\alpha\beta} \\ L_t &= \int \Theta_\alpha \delta Q_{\alpha\beta} - \int \Theta_\beta \delta Q_{\alpha\beta} \\ L_t &= E_{q\alpha}^+ - E_{q\beta}^- \end{aligned} \quad (10.140)$$

dans laquelle nous définissons :

- $E_{q\alpha}^+$ exergie-chaleur reçue du corps chaud
- $E_{q\beta}^-$ exergie-chaleur donnée au corps froid

La relation (10.140) exprime en fait le bilan exergetique relatif au système intermédiaire entre les deux corps (paroi de séparation), conformément à (10.45). Elle indique que :

La **perte exergetique** due à un transfert-chaleur avec chute de température est égale à la **différence** entre l'exergie-chaleur reçue du corps chaud et l'exergie-chaleur donnée au corps froid.

La **perte exergetique en puissance** \dot{L}_t est donnée de la même manière que ci-dessus, mais en puissance, par la relation :

$$\dot{L}_t = \int \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.141)$$

où $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ est la puissance-chaleur transférée du corps α au corps β . La relation (10.141) peut aussi être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{L}_t &= \int (\Theta_\alpha - \Theta_\beta) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \\ \dot{L}_t &= \dot{E}_{q\alpha}^+ - \dot{E}_{q\beta}^- \end{aligned} \quad (10.142)$$

dans laquelle nous définissons :

- $\dot{E}_{q\alpha}^+$ exergie-chaleur reçue du corps chaud
- $\dot{E}_{q\beta}^-$ exergie-chaleur donnée au corps froid

A titre d'exemple nous allons traiter deux problèmes simples.

Considérons tout d'abord le **transfert-chaleur entre deux corps**, déjà étudié à la section 9.6. Le système représenté par la figure 10.17 est constitué d'une enveloppe indéformable, isolante et fermée, contenant deux corps α et β . Pour fixer les idées, nous admettons qu'il s'agit de deux gaz parfaits de masse M_α et M_β , séparés par une paroi fixe. A l'état initial 1, le gaz α , à température $T_{\alpha 1}$, est chaud et le gaz β , à température $T_{\beta 1}$, est froid. L'expérience consiste à mettre les deux gaz en contact thermique et à observer l'évolution de leur état thermodynamique. Une énergie-chaleur $Q_{\alpha\beta}$ est transférée du gaz α au gaz β , le gaz chaud α se refroidit et le gaz froid β s'échauffe. Le système tend vers un état d'équilibre final 2 caractérisé par le fait que $T_{\alpha 2} = T_{\beta 2} = T_2$.

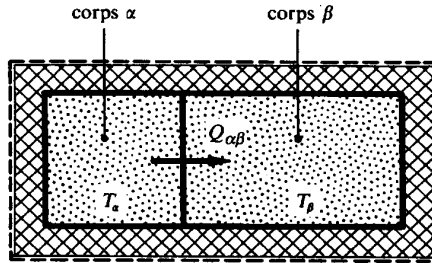


Fig. 10.17 Transfert-chaleur entre deux corps.

La figure 10.18 représente un exemple de variation de T_a/T_α et T_a/T_β en fonction de $Q_{\alpha\beta}$, l'axe T_a/T étant dirigé vers le bas. Elle représente également la variation des facteurs de Carnot $\Theta_\alpha = 1 - (T_a/T_\alpha)$ et $\Theta_\beta = 1 - (T_a/T_\beta)$ en fonction de l'énergie-chaleur $Q_{\alpha\beta}$, l'axe étant dirigé normalement vers le haut et son origine étant décalée de 1 par rapport à celle de l'axe T_a/T .

Remarquons que :

- L'énergie-chaleur $Q_{\alpha\beta}$ transférée est représentée par la surface 1-4-3-2-1
- L'exergie-chaleur $E_{q\alpha}^+$ reçue du corps chaud est représentée par la surface 1-5-6-2-1, puisque nous avons, selon la définition (10.89) :

$$L_1 = \int_1^2 \Theta_\alpha \delta Q_{\alpha\beta} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.143)$$

- L'exergie-chaleur $E_{q\beta}^-$ donnée au corps froid est représentée par la surface 1-7-8-2-1, puisque nous avons :

$$E_{q\beta}^- = \int_1^2 \Theta_\beta \delta Q_{\alpha\beta} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_\beta} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.144)$$

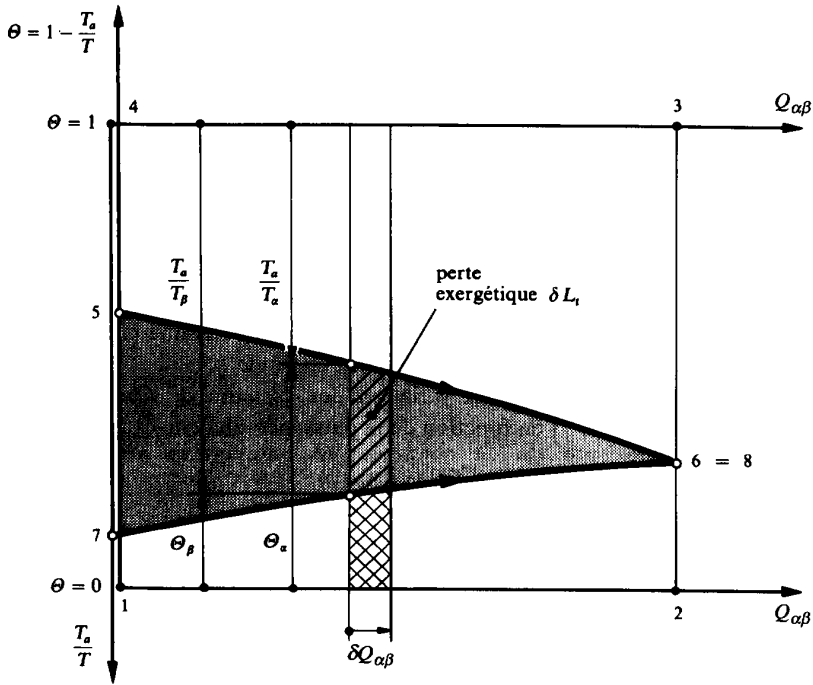


Fig. 10.18 Perte exergetique due au transfert-chaaleur avec chute de température entre les deux corps α et β de la figure 10.17.

- La **perte exergetique en énergie** L_t est représentée par la surface 5-6-7-5, selon la relation (10.132):

$$L_t = \int_1^2 (\Theta_\alpha - \Theta_\beta) \delta Q_{\alpha\beta} = \int_1^2 \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta Q_{\alpha\beta} \quad (10.145)$$

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergetique, qui donne, selon la relation générale (10.45), la perte exergetique:

$$L_t = E_{q\alpha}^+ - E_{q\beta}^- \quad (10.146)$$

En vertu du Premier Principe, appliqué séparément à chaque gaz α et β , nous avons, selon (2.3) et (2.58), l'énergie-chaaleur:

$$\delta Q_{\alpha\beta} = -M_\alpha c_{v\alpha} dT_\alpha = -M_\beta c_{v\beta} dT_\beta \quad (10.147)$$

La relation (10.145) donne alors la **perte exergetique** L_t sous la forme:

$$L_t = M_{\beta} c_{v\beta} T_a \ln \frac{T_2}{T_{\beta 1}} - M_{\alpha} c_{v\alpha} T_a \ln \frac{T_{\alpha 1}}{T_2} \quad (10.148)$$

Nous pouvons également trouver ce résultat en introduisant, dans l'expression générale (10.113), l'augmentation d'entropie $S^i = \Delta S$ donnée par (9.54).

Considérons maintenant un **transfert-chaleur entre deux fluides, en régime permanent**. Le système représenté par la figure 10.19 est constitué d'une paroi solide fixe, le long de laquelle deux fluides α et β s'écoulent à contre-courant et en régime permanent. Pour fixer les idées, nous admettons que le fluide α est un gaz chaud qui se refroidit et que le fluide β est un fluide froid qui s'échauffe, se vaporise et se surchauffe (cas des gaz de combustion et de l'eau dans une chaudière). Une puissance-chaleur $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ est transférée du fluide α au fluide β .

La figure 10.20 représente la variation des facteurs de Carnot $\Theta_{\alpha} = 1 - (T_a/T_{\alpha})$ et $\Theta_{\beta} = 1 - (T_a/T_{\beta})$ en fonction de la puissance-chaleur $\dot{Q}_{\alpha\beta}$.

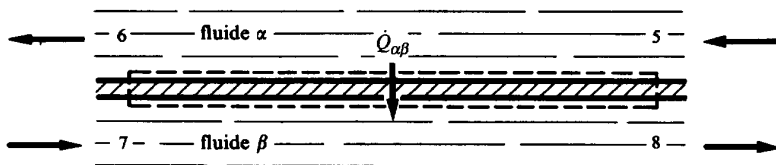


Fig. 10.19 Transfert-chaleur entre deux fluides, s'écoulant à contre-courant et en régime permanent.

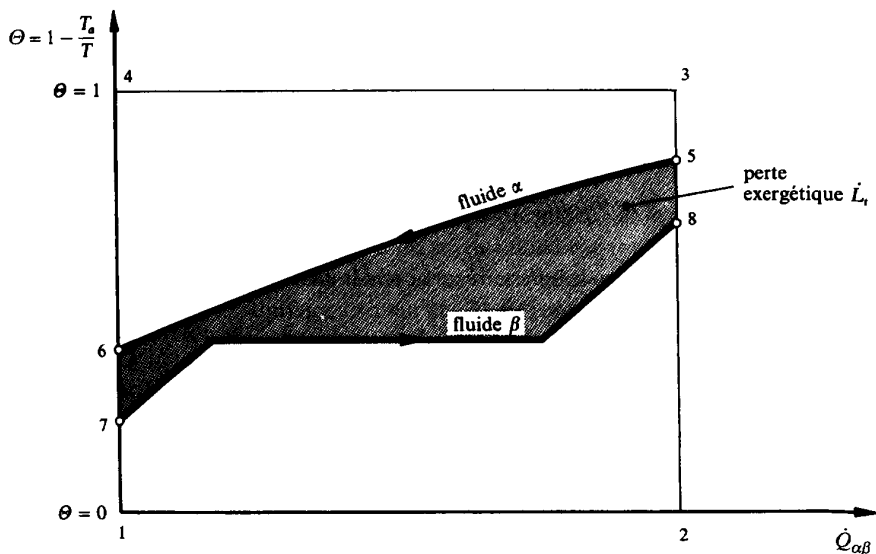


Fig. 10.20 Perte exergétique due au transfert-chaleur avec chute de température entre les deux fluides α et β de la figure 10.19.

Remarquons que :

- La *puissance-chaleur* $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ est représentée par la surface 1-4-3-2-1.
- L'*exergie-chaleur* $\dot{E}_{q\alpha}^+$ reçue du fluide chaud est représentée par la surface 1-6-5-2-1, puisque nous avons, selon la définition (10.90):

$$\dot{E}_{q\alpha}^+ = \int_5^6 \Theta_\alpha \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} = \int_5^6 \left(1 - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.149)$$

- L'*exergie-chaleur* $\dot{E}_{q\beta}^-$ donnée au fluide froid est représentée par la surface 1-7-8-2-1, puisque nous avons :

$$\dot{E}_{q\beta}^- = \int_7^8 \Theta_\beta \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} = \int_7^8 \left(1 - \frac{T_a}{T_\beta} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.150)$$

- La *perte exergetique en puissance* \dot{L}_t est représentée par la surface 5-6-7-8-5, selon la relation (10.141):

$$\dot{L}_t = \int (\Theta_\alpha - \Theta_\beta) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} = \int \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.151)$$

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergetique, qui donne, selon la relation générale (10.43), la perte exergetique :

$$\dot{L}_t = \dot{E}_{q\alpha}^+ - \dot{E}_{q\beta}^- \quad (10.152)$$

Théorie du pincement

Les observations faites ci-dessus et leur généralisation aux systèmes à flux multiples, relatifs à des procédés quelconques, sont à l'origine d'une approche méthodologique très féconde, appelée *théorie du pincement* [90]. Cette approche constitue la base de ce qu'on appelle l'intégration énergétique des procédés dont le principe, en régime permanent, est illustré (fig. 10.21) sur la base de réseaux à une entrée et une sortie. L'idée maîtresse de cette démarche, représentée à la figure 10.21, consiste à grouper dans un diagramme $T-\dot{Y}$ (ou $T-\Delta\dot{H}$) tous les flux à chauffer (a', b', c', d', e' dans l'exemple de la figure 10.21) en une courbe appelée *courbe composée froide*, et tous les flux à refroidir (a, b, c, d, e) en une courbe appelée *courbe composée chaude*. Les courbes composées représentent ainsi la synthèse des besoins et des opportunités de récupération d'énergie, permettant en première analyse de ramener le problème de l'intégration énergétique d'un procédé à un transfert-chaleur entre deux flux à contre-courant. Chaque courbe composée est réalisée à partir de la somme des abscisses \dot{Y}_j de tous les vecteurs-flux concernés, les températures en ordonnée restant inchangées. L'abscisse \dot{Y} correspond à une grandeur de parcours alors que l'ordonnée T correspond à une fonction d'état intensive. Il en résulte que, dans le diagramme (T, \dot{Y}) , les courbes composées peuvent être déplacées horizontalement sans perdre de l'information relative aux niveaux de température. Une utilisation rationnelle de

l'énergie consiste notamment à maximiser le transfert-chaleur entre les deux courbes composées. Etant donné qu'en vertu du Deuxième Principe un transfert-chaleur ne peut s'effectuer que du plus chaud au plus froid, cela revient, dans la figure 10.21, à rapprocher horizontalement les courbes composées froide et chaude sans qu'elles ne se croisent. Le contact entre les deux courbes s'établit généralement en un point appelé **température de pincement**, qui indique la zone de températures la plus contraignante au point de vue des transferts-chaleur internes. Les transferts-chaleur internes sont ceux qui permettent un transfert-chaleur de la courbe composée chaude à la courbe composée froide dans la zone située entre le début de la courbe composée chaude et le début de la courbe composée froide, c'est-à-dire entre les deux lignes hachurées verticales de la figure 10.21.

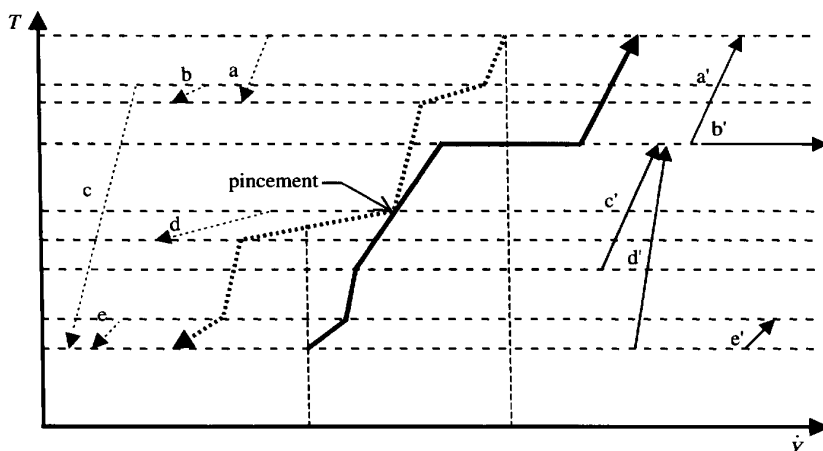


Fig. 10.21 Groupement des flux chauds et froids d'un procédé en une courbe composée chaude (ligne pointillée en gras) et une courbe composée froide (ligne continue en gras) caractérisant la *méthode du pincement*.

La température de pincement indique non seulement l'énergie-chaleur maximale récupérable par transfert interne, mais permet aussi de mettre en évidence les deux zones suivantes dans l'échelle des températures :

- zone supérieure au pincement, en déficit d'énergie dans la mesure où la puissance-transformation de la courbe composée chaude n'est pas suffisante pour satisfaire la puissance-transformation de la courbe composée froide
- zone inférieure au pincement, en surplus d'énergie dans la mesure où la puissance-transformation de la courbe composée froide est plus faible que la puissance-transformation de la courbe composée chaude

La mise en évidence de ces deux zones permet d'en déduire des lignes directrices pratiques importantes [90] lors de la conception de réseaux d'échangeurs, de la

définition des niveaux d'approvisionnement externe (utilités chaude et froide), voire de l'implantation de pompes à chaleur ou d'unités de cogénération (chaleur-force) [93]. Dans ces cas pratiques, l'écart de température au pincement ne sera pas nul comme indiqué à la figure 10.21, mais fera l'objet d'une optimisation, souvent sur des bases économiques, afin d'éviter de tendre vers des surfaces de transferts-chaleur exagérément grandes.

En l'absence de sources de création d'entropie autres que le transfert-chaleur sous chute de température, le diagramme $T-\dot{Y}$ de la figure 10.21 peut être remplacé par un diagramme $\Theta-\dot{Y}$, tel que celui de la figure 10.20. Les puissances-transformation \dot{Y} de chaque courbe composée correspondent alors aux puissances-chaleur à considérer, et la surface sous chacune des courbes composées correspond aux exergies-chaleur correspondantes. Dans la zone de transfert-chaleur interne, la surface entre les courbes composées représente alors les pertes exergetiques relatives aux transferts-chaleur internes. La représentation par courbes composées proposée dans la théorie du pincement est donc une représentation graphique simplifiée mais commode du Deuxième Principe de la thermodynamique.

A noter que d'intéressantes extensions de la représentation graphique de la théorie du pincement [126] introduisent la représentation complémentaire, sous forme de surfaces, des pertes exergetiques de dissipation et de fabrication des transmetteurs de chaleur. Les mêmes auteurs proposent également l'optimisation de l'écart de température minimal au pincement sur des bases exergetiques et la représentation sur un même diagramme des bilans d'énergie mécanique ou d'électricité.

Mélange physique

Considérons le système, déjà étudié à la section 6.2, représenté par la figure 10.22, constitué d'une *enceinte indéformable, isolante et fermée*, partagée en deux compartiments *A* et *B* par une paroi étanche. A l'état initial, *A* et *B* contiennent des

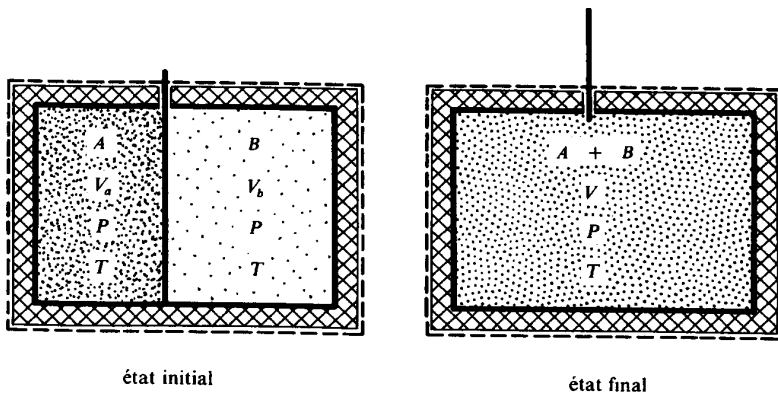


Fig. 10.22 Mélange isochore et adiabate de deux gaz parfaits.

gaz parfaits à même pression P et même température T . Quand on enlève la paroi de séparation, les gaz A et B diffusent l'un dans l'autre et le système tend vers un **mélange homogène** à pression P et température T .

Selon (6.28), l'expérience donne lieu à l'augmentation d'entropie, appelée *entropie de diffusion*:

$$S^i = S^d = \Delta S = -N\tilde{r} \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i] \quad (10.153)$$

dans laquelle nous avons:

- N nombre total de kilomoles
- \tilde{c}_i concentration molaire de chaque gaz constituant i

La **perte exergetique** L_d correspondante est donc, selon l'expression générale (10.113):

$$L_d = T_a \Delta S = -N\tilde{r}T_a \sum_i [\tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i] \quad (10.154)$$

Cette perte représente le travail maximal qui pourrait être obtenu si le mélange était effectué de façon réversible, compte tenu de l'exergie-chaleur qu'il faudrait fournir au système pour qu'il suive la même transformation thermodynamique. La relation (10.154) peut être contrôlée par le raisonnement suivant. La détente réversible de chaque gaz constituant i donnerait le travail supplémentaire:

$$E_i^- = \int P dV = N_i \tilde{r} T \ln \frac{V}{V_i} \quad (10.155)$$

Le chauffage destiné à maintenir constante la température T exigerait, selon (10.88), l'exergie-chaleur:

$$E_{qi}^+ = \Theta Q_i^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) N_i \tilde{r} T \ln \frac{V}{V_i} \quad (10.156)$$

de sorte que le travail maximal serait:

$$E_{i\max}^- = E_i^- - E_{qi}^+ = N_i \tilde{r} T_a \ln \frac{V}{V_i} = -N\tilde{r}T_a \tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i \quad (10.157)$$

En faisant la sommation sur i , nous retrouvons bien l'expression (10.154) de la perte exergetique L_d .

A titre d'exemple, nous allons traiter deux cas un peu plus complexes.

Considérons tout d'abord un **mélange isochore et adiabate de plusieurs gaz avec conditions initiales différentes**. Reprenons le système représenté par la figure 10.22, mais, cette fois-ci, avec des gaz parfaits initialement à des pressions P_{i1} et des températures T_{i1} différentes.

La **perte exergetique** L est donnée, selon (10.113) et (6.74), par la relation:

$$L = NT_a \Delta \tilde{s} = NT_a \sum_i \left[\tilde{c}_i \left(\tilde{c}_{vi} \ln \frac{T}{T_{il}} + \tilde{r} \ln \frac{V}{V_{il}} \right) \right] \quad (10.158)$$

dans laquelle nous avons:

- N nombre total de kilomoles
- \tilde{c}_i concentration molaire de chaque gaz constituant i
- V et T volume et température du mélange final

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergetique. En effet, l'expression générale (10.45) donne le bilan:

$$L = E_y^+ \quad (10.159)$$

Compte tenu du Premier Principe ($\Delta U_{cz} = 0$) et du fait que le volume du système considéré est constant ($\Delta V = 0$), l'exergie-transformation E_y^+ est, selon la définition (10.92):

$$E_y^+ = -\Delta J_{cz} = -(\Delta U_{cz} + P_a \Delta V - T_a \Delta S) = T_a \Delta S = NT_a \Delta \tilde{s} \quad (10.160)$$

de sorte que nous retrouvons bien l'expression (10.158) de la perte exergetique L .

Considérons maintenant un **mélange adiabate de plusieurs gaz, en régime permanent**. Le système adiabate représenté par la figure 10.23 comporte un mélangeur recevant plusieurs gaz parfaits à pressions P_{il} et températures T_{il} différentes et donnant le mélange de ces fluides, cela en **régime permanent**.

La **perte exergetique** est donnée, selon (10.114) et (6.92), par la relation:

$$\dot{L} = \dot{N} T_a \Delta \tilde{s} = \dot{N} T_a \sum_i \left[\tilde{c}_i \left(\tilde{c}_{pi} \ln \frac{T}{T_{il}} - \tilde{r} \ln \frac{\tilde{c}_i P}{P_{il}} \right) \right] \quad (10.161)$$

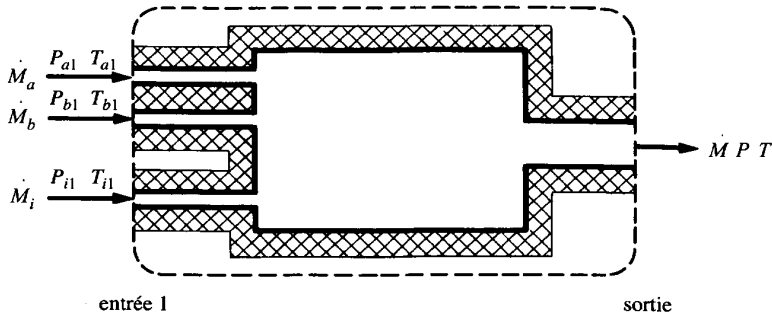


Fig. 10.23 Mélange adiabate de plusieurs gaz parfaits, en régime permanent.

dans laquelle nous avons :

- \dot{N} débit-masse du mélange, en kmol/s
- \tilde{c}_i concentration molaire de chaque gaz constituant i
- P et T pression et température du mélange

Nous pouvons trouver le même résultat sur la base du bilan exergétique. En effet, l'expression générale (10.43) donne le bilan :

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ \quad (10.162)$$

Compte tenu du Premier Principe ($\sum_j [\dot{H}_{czj}^+] = 0$) et du Deuxième Principe ($\sum_j [\dot{S}_j^+] + \dot{S}^i = 0$), l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ est, selon la définition (10.93):

$$\dot{E}_y^+ = \sum_j [\dot{K}_{czj}^+] = \sum_j [\dot{H}_{czj}^+] - T_a \sum_j [\dot{S}_j^+] = T_a \dot{S}^i = \dot{N} T_a \tilde{s}^i \quad (10.163)$$

de sorte que nous retrouvons bien l'expression (10.161) de la perte exergétique \dot{L} .

10.2.8 Rendement exergétique

Définition

Contrairement au bilan (10.7) exprimant la conservation de l'énergie, le bilan exergétique (10.43) met bien en évidence la notion de perte thermodynamique. Il permet donc de définir la notion de rendement d'une façon claire et logique.

Le bilan (10.43) peut, si nous omettons les indices de sommation pour simplifier, être mis sous la forme :

$$\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}_q^-] + \sum [\dot{E}_y^-] = \sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}_q^+] + \sum [\dot{E}_y^+] - \dot{L} \quad (10.164)$$

où toutes les prestations exergétiques *données* par le système figurent au premier membre et toutes les prestations exergétiques *reçues* par le système figurent au second membre.

Nous en déduisons la définition générale :

Rendement exergétique d'un système quelconque

$$\eta = \frac{\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}_q^-] + \sum [\dot{E}_y^-]}{\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}_q^+] + \sum [\dot{E}_y^+]} \quad (10.165)$$

Les différentes prestations exergétiques qui figurent dans le rapport ci-dessus sont soumises à une **règle d'exclusion** analogue à celle mentionnée au paragraphe

10.1.2 au sujet de l'efficacité. Selon cette règle, **une prestation exergetique déterminée ne peut figurer qu'à l'endroit où elle apparaît positivement**, c'est-à-dire soit au numérateur, soit au dénominateur mais jamais aux deux endroits à la fois.

Le bilan exergetique (10.164) montre que la différence entre le dénominateur \dot{D} et le numérateur \dot{N} du rapport est rigoureusement égale aux pertes exergetiques \dot{L} . Nous avons donc :

$$\eta = \frac{\dot{N}}{\dot{D}} = \frac{\dot{N}}{\dot{N} + \dot{L}} = \frac{\dot{D} - \dot{L}}{\dot{D}} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{D}} = 1 - \Psi \quad (10.166)$$

où Ψ représente les pertes exergetiques, en valeur relative.

Comme, en vertu du Deuxième Principe de la thermodynamique, nous avons toujours $\dot{L} > 0$, il est clair que **le rendement exergetique d'un système quelconque est toujours compris entre 0 et 1**, selon l'inégalité :

$$0 \leq \eta \leq 1 \quad (10.167)$$

Le rendement exergetique est égal à 0 dans le cas où le système ne fournit aucune prestation exergetique. Il serait égal à 1 dans le cas où le système serait parfaitement réversible. Nous constatons que :

La définition du **rendement exergetique** est tout à fait adéquate pour caractériser le **degré de perfection**, c'est-à-dire la **qualité thermodynamique** d'une installation au sens de l'énergétique thermodynamique.

Dans le cas où les bilans exergetiques sont donnés, non pas en puissance, mais en énergie, la définition générale du rendement exergetique d'un système quelconque est :

$$\eta = \frac{\sum [E^-] + \sum [E_q^-] + \sum [E_y^-]}{\sum [E^+] + \sum [E_q^+] + \sum [E_y^+]} \quad (10.168)$$

10.3 CHAUFFAGE PAR ÉNERGIE MÉCANIQUE OU ÉLECTRIQUE

10.3.1 Système isochore, adiabate et fermé

Description

Considérons le système déjà étudié à la section 9.1, représenté par la figure 10.24, constitué d'une **enceinte indéformable, isolante et fermée** et contenant un fluide (gaz parfait) de masse M . Une certaine énergie E^+ est transférée au système

soit à l'aide d'un agitateur mû par un *dispositif mécanique ou électrique quelconque*, soit à l'aide d'une *résistance électrique*. Le système évolue d'un état d'équilibre initial 1 à un état d'équilibre final 2.

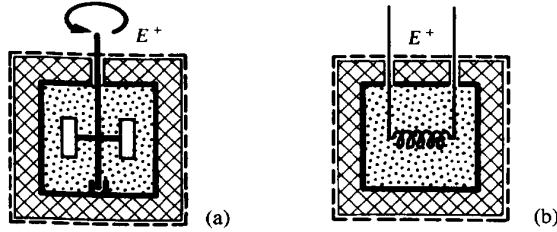


Fig. 10.24 Chauffage isochore d'un fluide par énergie mécanique (a) ou électrique (b).

Bilan énergétique

Le bilan énergétique (10.9) donne, compte tenu de (2.58):

$$Y^- = E^+ = \Delta U = Mc_v(T_2 - T_1) \quad (10.169)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{E^+}{Mc_v} \quad (10.170)$$

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.45):

$$E_y^- = E^+ - L \quad (10.171)$$

L'exergie-transformation E_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est, conformément à la définition (10.92), ainsi que selon (2.58) et le tableau 8.1:

$$E_y^- = \Delta J = \Delta U - T_a \Delta S = Mc_v \left(T_2 - T_1 - T_a \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (10.172)$$

Rendement exergetique

Le *rendement exergetique du chauffage isochore par énergie mécanique ou électrique* est, conformément à la définition générale (10.168), ainsi que selon (10.169) et (10.172):

$$\eta = \frac{E_y^-}{E^+} = 1 - \frac{L}{E^+} = 1 - \frac{T_a}{T_2 - T_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10.173)$$

La figure 10.25 représente la variation du rendement exergetique η en fonction de la température finale \hat{T}_2 , et cela pour une température initiale $\hat{T}_1 = 10^\circ\text{C}$ et une température de l'atmosphère $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

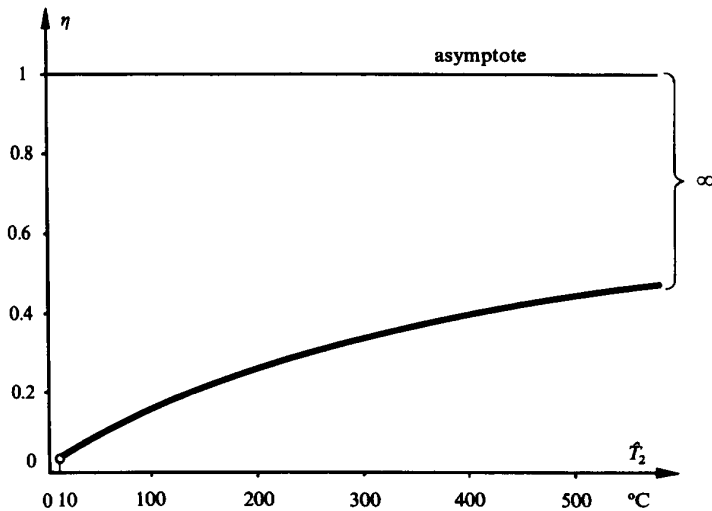


Fig. 10.25 Variation du rendement exergétique η du système de la figure 10.24, en fonction de \hat{T}_2 , pour $\hat{T}_1 = 10^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

Nous constatons que le rendement exergétique η varie de 0.035 à 1 lorsque \hat{T}_2 varie de 10°C à l'infini. Ces valeurs de η sont extrêmement faibles dans les conditions usuelles de chauffage domestique. Elles traduisent le fait que *la transformation directe de l'énergie mécanique ou électrique en énergie thermique à basse température est irréversible*, qu'elle entraîne une *énorme dégradation*, donc une *perte exergétique très importante*.

Il apparaît clairement que le chauffage électrique direct est extrêmement défavorable du point de vue de l'économie énergétique. Il conduit à un gaspillage considérable de l'énergie primaire.

Efficacité

Il convient de ne pas se laisser abuser par la valeur de l'*efficacité* ε du chauffage électrique qui est, conformément à la définition (10.14) et à (10.169):

$$\varepsilon = \frac{Y^-}{E^+} = 1 = 100\% \quad (10.174)$$

Cette valeur est évidemment trompeuse.

Ce simple exemple illustre bien l'insuffisance de la notion d'efficacité et l'intérêt de celle de rendement exergétique.

Perte exergétique

La *perte exergétique* L est due, dans le cas de l'agitateur, à la dissipation et, dans le cas de la résistance électrique, à la transformation d'énergie électrique en

énergie interne ainsi qu'au transfert-chaaleur avec chute de température. Cette perte est, selon le bilan (10.171), et compte tenu de (10.169) et (10.172):

$$L = E^+ - E_y^- = Mc_v T_a \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10.175)$$

Ce résultat peut aussi être trouvé directement. En effet, l'expression générale (10.113) donne la perte exergétique:

$$L = T_a S^i = T_a \Delta S \quad (10.176)$$

et la relation (9.6) donne l'augmentation d'entropie:

$$\Delta S = Mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10.177)$$

ce qui redonne bien (10.175).

Chauffage électrique direct

Afin d'illustrer l'*énorme dégradation d'énergie* entraînée par le chauffage électrique direct, considérons le radiateur électrique représenté schématiquement par la figure 10.26, chauffant en régime permanent un local à la température $\hat{T}_\ell = 20^\circ\text{C}$, alors que la température de l'atmosphère est $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

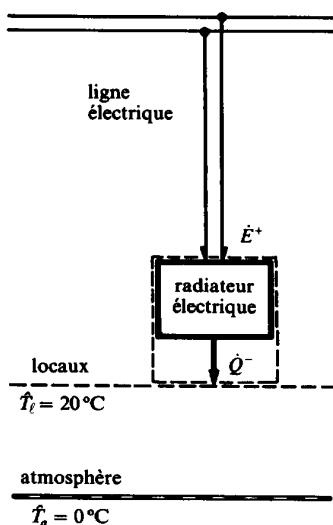


Fig. 10.26 Schéma d'un chauffage électrique direct.

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.43):

$$\dot{E}_q^- = \dot{E}^+ - \dot{L} \quad (10.178)$$

La puissance \dot{E}^+ reçue par le système est la puissance électrique du radiateur. L'exergie-chaleur \dot{E}_q^- , donnée par le système à la température T_ℓ , est donnée par la relation:

$$\dot{E}_q^- = \left(1 - \frac{T_a}{T_\ell}\right) \dot{Q}^- = \left(1 - \frac{273}{293}\right) \dot{Q}^- = 0.07 \dot{Q}^- \quad (10.179)$$

où \dot{Q}^- est la puissance-chaleur donnée à l'air du local.

Comme $\dot{Q}^- = \dot{E}^+$ en vertu du Premier Principe, nous avons aussi la relation:

$$\dot{E}_q^- = 0.07 \dot{E}^+ \quad (10.180)$$

Le rendement exergetique du chauffage électrique est alors:

$$\eta = \frac{\dot{E}_q^-}{\dot{E}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}^+} = 0.07 = 7\% \quad (10.181)$$

La perte exergetique \dot{L} est, selon le bilan (10.178)

$$\dot{L} = \dot{E}^+ - \dot{E}_q^- = 0.93 \dot{E}^+ \quad (10.182)$$

Modèle

Afin de rendre sensible l'enchaînement *irréversibilité thermodynamique – dégradation d'énergie – diminution d'exergie*, nous utiliserons le biais du **modèle humoristique** de la figure 10.27, dont l'interprétation exergetique doit se faire sur la base du code suivant:

- petit bonhomme → unité d'énergie-chaleur
- altitude → facteur de Carnot Θ_i
- association d'un petit bonhomme et de son altitude → exergie-chaleur

Dans ce genre de modèle, le transfert d'énergie électrique, comme tout transfert d'énergie dite «noble», est assimilé à un transfert d'énergie-chaleur à température infinie. Dans ce cas, le facteur de Carnot est égal à 1, de sorte que l'exergie-chaleur est égale à l'énergie électrique. D'ailleurs, il n'aura pas échappé au lecteur que la «noblesse» de l'énergie électrique est symbolisée par des auréoles, et que ces dernières sont perdues au cours du chauffage électrique direct!

En introduisant la *vitesse de déplacement* des petits bonshommes, il est possible de passer de l'exergie-chaleur en énergie à l'exergie-chaleur en puissance.

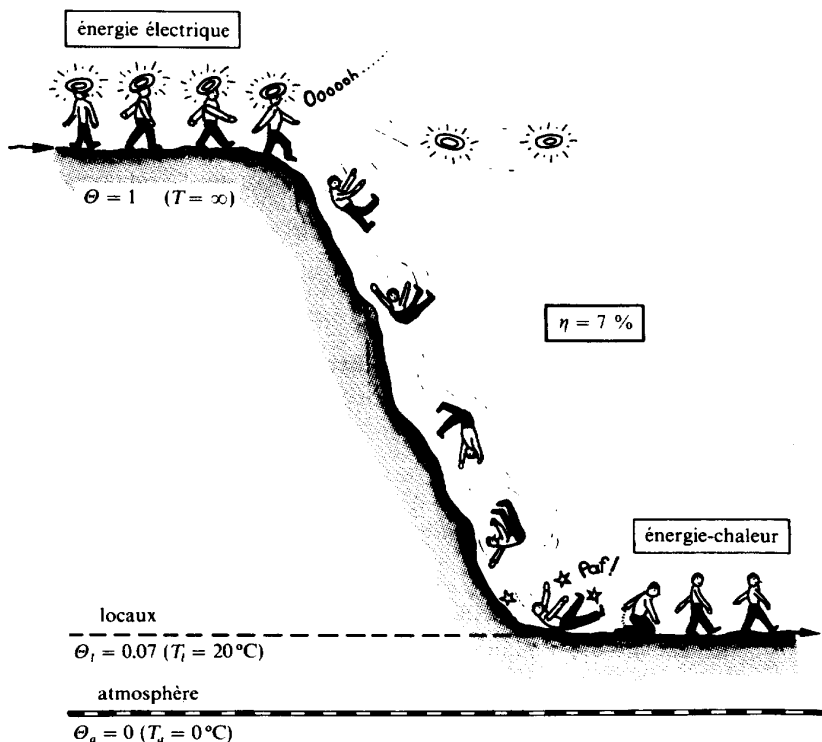


Fig. 10.27 Interprétation exergetique du chauffage électrique direct de la figure 10.26, sous forme de modèle humoristique.

10.3.2 Système isobare, adiabate et fermé

Description

Considérons le système représenté par la figure 10.28. Il s'agit d'un système analogue à celui de la figure 10.24, mais cette fois-ci il est *isobare* et non pas isochore.

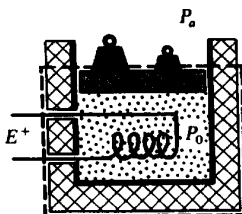


Fig. 10.28 Chauffage isobare d'un fluide par énergie électrique.

Bilan énergétique

Le bilan énergétique (10.9) donne, compte tenu de (2.60):

$$Y^- = \sum_k E_k^+ = E^+ - (P_0 - P_a)\Delta V = \Delta U + P_a\Delta V \quad (10.183)$$

$$E^+ = \Delta U + P_0\Delta V = \Delta(U + P_0V) = \Delta H = Mc_p(T_2 - T_1)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{E^+}{Mc_p} \quad (10.184)$$

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.45):

$$E^- + E_y^- = E^+ - L \quad (10.185)$$

Le travail E^- donné est:

$$E^- = (P_0 - P_a)\Delta V \quad (10.186)$$

L'exergie-transformation E_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est, conformément à la définition (10.92), ainsi que selon (2.60) et le tableau 8.2:

$$\begin{aligned} E_y^- &= \Delta J = \Delta U + P_a\Delta V - T_a\Delta S = \Delta H - T_a\Delta S - (P_0 - P_a)\Delta V \\ &= Mc_p \left(T_2 - T_1 - T_a \ln \frac{T_2}{T_1} \right) - (P_0 - P_a)\Delta V \end{aligned} \quad (10.187)$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique du chauffage isobare par énergie électrique est, conformément à la définition générale (10.168), ainsi que selon (10.183) et (10.187):

$$\eta = \frac{E^- + E_y^-}{E^+} = 1 - \frac{L}{E^+} = 1 - \frac{T_a}{T_2 - T_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10.188)$$

Remarquons que cette relation a la même forme que (10.173). Mais, pour une même énergie E^+ reçue, la température T_2 obtenue par (10.184) est plus faible que celle obtenue par (10.170), ce qui correspond au fait que le système a fourni du travail à l'extérieur.

Perte exergetique

La perte exergetique L est, selon un raisonnement analogue à celui utilisé précédemment:

$$L = Mc_p T_a \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10.189)$$

10.3.3 Système sans travail, adiabate et ouvert, en régime permanent

Description

Considérons maintenant le système représenté par la figure 10.29, constitué d'un canal fixe et isolant, dans lequel s'écoule un fluide (gaz parfait), en régime permanent, avec un débit-masse \dot{M} . Une puissance \dot{E}^+ est transférée au système à l'aide d'une résistance électrique. Le fluide évolue de l'état 1 à l'entrée à l'état 2 à la sortie du canal.

Nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle.

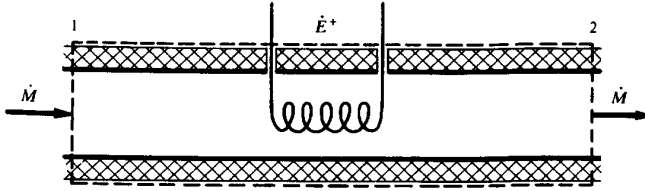


Fig. 10.29 Chauffage d'un fluide par énergie électrique, en régime permanent.

Bilan énergétique

Le bilan énergétique (10.7) donne, compte tenu de (2.60):

$$\dot{Y}^- = \dot{E}^+ = \dot{M}\Delta h = \dot{M}c_p(T_2 - T_1) \quad (10.190)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{E}^+}{\dot{M}c_p} \quad (10.191)$$

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.43):

$$\dot{E}_y^- = \dot{E}^+ - \dot{I} \quad (10.192)$$

L'exergie-transformation \dot{E}_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est exprimée, conformément à la définition (10.93), ainsi que selon (2.60) et (2.66), par la relation:

$$\dot{E}_y^- = \dot{M}\Delta k = \dot{M}(\Delta h - T_a\Delta s) = \dot{M}c_p \left[T_2 - T_1 - T_a \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{P_1}{P_2} \right) \right] \quad (10.193)$$

où $\gamma = c_p/c_v$ est le rapport calorifique, selon (2.35).

Rendement exergetique

Le rendement exergetique du chauffage par énergie mécanique ou électrique, en régime permanent, est, conformément à la définition générale (10.165), ainsi que selon (10.190) et (10.193):

Perte exergetique

La *perte exergetique globale* \dot{L} , due à la transformation d'énergie électrique en énergie interne, au transfert-chaaleur avec chute de température et à la dissipation, est, selon le bilan (10.192) et compte tenu de (10.190) et (10.193):

$$\dot{L} = \dot{M}c_p T_a \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{P_1}{P_2} \right) \quad (10.195)$$

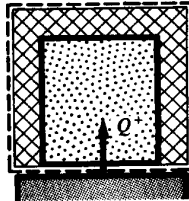
Remarquons que si la dissipation dans le fluide est négligeable, nous avons $P_2 = P_1$ et les expressions (10.194) et (10.195) deviennent identiques aux expressions (10.188) et (10.189).

10.4 CHAUFFAGE OU REFROIDISSEMENT PAR ÉNERGIE-CHALEUR

10.4.1 Système isochore et fermé

Description

Considérons le système représenté par la figure 10.30, constitué d'une *enceinte indéformable et fermée*, contenant un fluide (gaz parfait) de masse M . Une certaine énergie-chaaleur Q^+ est transférée au système à l'aide d'une *source thermique* (plaque chauffante) à *température constante* T_b . Le fluide est chauffé de T_1 à T_2 .



source à température $T_b = \text{cste}$

Fig. 10.30 Chauffage isochore d'un fluide par énergie-chaaleur.

Bilan énergétique du chauffage

Le bilan énergétique (10.9) donne, compte tenu de (2.58):

$$Y^- = Q^+ = \Delta U = Mc_v(T_2 - T_1) \quad (10.196)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{Q^+}{Mc_v} \quad (10.197)$$

Bilan exergetique du chauffage

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.45):

$$E_y^- = E_{qb}^+ - L_t \quad (10.198)$$

L'exergie-chaleur E_{qb}^+ , reçue par le système au niveau de la source thermique, est, conformément à la définition (10.88), ainsi que selon (10.196)

$$E_{qb}^+ = \Theta Q^+ = Mc_v \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) (T_2 - T_1) \quad (10.199)$$

L'exergie-transformation E_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est encore exprimée par (10.172):

$$E_y^- = Mc_v \left(T_2 - T_1 - T_a \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (10.200)$$

Rendement exergetique du chauffage

Le *rendement exergetique* du chauffage isochore par énergie-chaleur est, conformément à la définition générale (10.168), ainsi que selon (10.199) et (10.200):

$$\eta = \frac{E_y^-}{E_{qb}^+} = 1 - \frac{L_t}{E_{qb}^+} = \frac{T_b}{T_b - T_a} \left(1 - \frac{T_a}{T_2 - T_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (10.201)$$

Remarquons que, pour $T_b = \infty$, l'expression (10.201) devient identique à l'expression (10.173). Cela correspond au fait que le facteur de Carnot Θ_b est égal à 1 et que l'exergie-chaleur E_{qb}^+ devient égale à l'énergie-chaleur Q^+ .

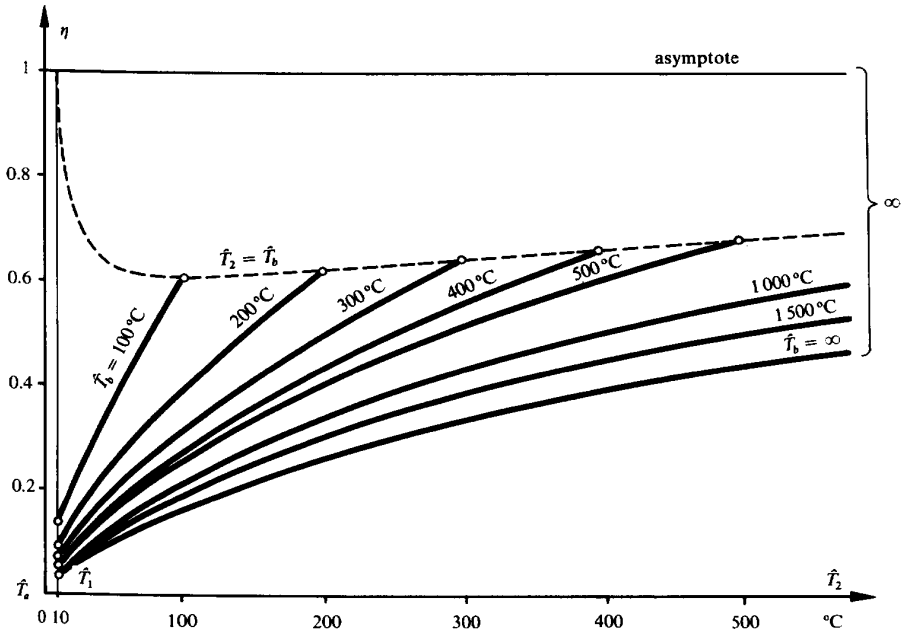


Fig. 10.31 Variation du rendement exergetique η du système de la figure 10.30, en fonction de \hat{T}_2 avec \hat{T}_b en paramètre, pour $\hat{T}_1 = 10^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

La figure 10.31 représente la variation du rendement exergetique η en fonction de la température finale \hat{T}_2 , avec en paramètre la température \hat{T}_b de la source thermique, et cela pour une température initiale $\hat{T}_1 = 10^\circ\text{C}$ et une température de l'atmosphère $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

Nous constatons que le rendement exergetique η est d'autant plus faible que la température \hat{T}_b est élevée. A la limite $\hat{T}_b = \infty$, nous retombons bien sur la courbe de la figure 10.25, relative au chauffage par énergie mécanique ou électrique.

Ce résultat montre qu'*il est maladroit de chauffer un corps avec une source thermique à température T_b inutilement élevée*. Il convient au contraire d'utiliser une source à température T_b aussi basse que possible. Dans la pratique, la température T_b optimale sera finalement déterminée par des considérations économiques liées au transfert-chaaleur (surface de transfert).

Efficacité du chauffage

Remarquons que, comme dans les exemples précédents, la qualité de l'opération n'est pas indiquée par l'*efficacité* ε , dont la valeur est:

$$\varepsilon = \frac{Y^-}{Q^+} = 1 = 100\% \quad (10.202)$$

Perte exergetique du chauffage

La *perte exergetique* L_t due au transfert-chaaleur de T_b à T , est, selon le bilan (10.198) et compte tenu de (10.199) et de (10.200):

$$L_t = E_{qb}^+ - E_y^- = Mc_v T_a \left(\ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2 - T_1}{T_b} \right) \quad (10.203)$$

Ce résultat peut aussi être trouvé directement. En effet, l'expression générale (10.139) donne la perte exergetique:

$$L_t = \int_1^2 \left(\frac{T_a}{T} - \frac{T_a}{T_b} \right) \delta Q^+ = Mc_v T_a \int_1^2 \frac{dT}{T} - \frac{T_a}{T_b} Q^+ \quad (10.204)$$

ce qui, compte tenu de (10.196), redonne bien (10.203).

Remarquons que, pour $T_b = \infty$, l'expression (10.203) devient identique à l'expression (10.175).

Refroidissement

S'il s'agit non pas d'un chauffage, mais d'un *refroidissement*, les signes de l'énergie-chaaleur, de l'exergie-chaaleur et de l'exergie-transformation sont inversés. Nous avons alors les relations:

$$E_{qb}^- = E_y^+ - L_t \quad (10.205)$$

$$E_{qb}^- = Mc_v \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) (T_1 - T_2) \quad (10.206)$$

$$E_y^+ = Mc_v (T_1 - T_2 - T_a \ln \frac{T_1}{T_2}) \quad (10.207)$$

$$\eta = \frac{E_{qb}^-}{E_y^+} = 1 - \frac{L_t}{E_y^+} = 1 - \frac{\frac{T_1 - T_2}{T_b} - \ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{T_1 - T_2}{T_a} - \ln \frac{T_1}{T_2}} \quad (10.208)$$

$$L_t = Mc_v T_a \left(\frac{T_1 - T_2}{T_b} - \ln \frac{T_1}{T_2} \right) \quad (10.209)$$

Remarquons que, pour $T_b = T_a$, l'exergie-chaleur E_q^- et le rendement exergetique η deviennent nuls. Ce cas se présente lors de l'épuisement d'un accumulateur d'énergie thermique par défaut d'isolation.

10.4.2 Système sans travail et ouvert, en régime permanent

Description

Considérons maintenant le système représenté par la figure 10.32, constitué d'un **canal fixe dans lequel s'écoule un fluide (gaz parfait), en régime permanent**, avec un débit-masse \dot{M} . Une certaine puissance-chaleur \dot{Q}^+ est transférée au système à l'aide d'une **source thermique à température constante T_b** . Le fluide évolue de l'état 1 à l'entrée à l'état 2 à la sortie du canal.

Nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle.

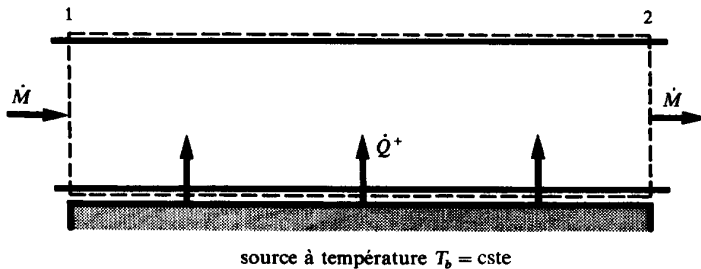


Fig. 10.32 Chauffage d'un fluide par énergie-chaleur, en régime permanent.

Bilan exergetique du chauffage

Le bilan énergétique (10.7) donne, compte tenu de (2.60):

$$\dot{Y}^- = \dot{Q}^+ = \dot{M} \Delta h = \dot{M} c_p (T_2 - T_1) \quad (10.210)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q}^+}{\dot{M}c_p} \quad (10.211)$$

Bilan exergetique du chauffage

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.43):

$$\dot{E}_y^- = \dot{E}_{qb}^+ - \dot{L} \quad (10.212)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qb}^+ , reçue par le système au niveau de la source thermique, est, conformément à la définition (10.90), ainsi que selon (10.210):

$$\dot{E}_{qb}^+ = \Theta \dot{Q}^+ = \dot{M}c_p \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) (T_2 - T_1) \quad (10.213)$$

L'exergie-transformation \dot{E}_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est encore exprimée par (10.193):

$$\dot{E}_y^- = \dot{M}c_p \left[T_2 - T_1 - T_a \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{P_1}{P_2} \right) \right] \quad (10.214)$$

Rendement exergetique du chauffage

Le *rendement exergetique du chauffage par énergie-chaleur, en régime permanent*, est, conformément à la définition générale (10.165), ainsi que selon (10.213) et (10.214):

$$\eta = \frac{\dot{E}_y^-}{\dot{E}_{qb}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_t}{\dot{E}_{qb}^+} = \frac{T_b}{T_b - T_a} \left[1 - \frac{T_a}{T_2 - T_1} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{P_1}{P_2} \right) \right] \quad (10.215)$$

Remarquons que si la dissipation dans le fluide est négligeable, nous avons $P_2 = P_1$ et l'expression (10.215) devient identique à l'expression (10.201).

Perte exergetique

La *perte exergetique* globale \dot{L} , due à la dissipation dans le fluide et au transfert-chaleur de la source thermique au fluide, est selon le bilan (10.212) et compte tenu de (10.213) et (10.214):

$$\dot{L}_t = \dot{E}_{qb}^+ - \dot{E}_y^- = \dot{M}c_p T_a \left[\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{P_1}{P_2} - \frac{T_2 - T_1}{T_b} \right] \quad (10.216)$$

Remarquons que, pour $T_b = \infty$, les expressions (10.215) et (10.216) deviennent identiques aux expressions (10.194) et (10.195).

Refroidissement

Le passage du chauffage au *refroidissement* pour un système sans travail et ouvert, en régime permanent, est analogue à celui qui a été fait au paragraphe 10.4.1 pour un système isochore et fermé.

10.5 CHAUFFAGE OU REFROIDISSEMENT PAR ÉNERGIE-TRANSFORMATION

10.5.1 Système isochore et ouvert

Description

Considérons le système représenté par la figure 10.33, constitué d'une *enceinte indéformable et isolante*, contenant un corps β de masse M_β . Une certaine énergie-chaleur est transférée au système à l'aide d'un *circuit de chauffage*, dans lequel circule un fluide α avec un débit-masse \dot{M}_α . L'opération est effectuée du temps t_1 au temps t_2 .

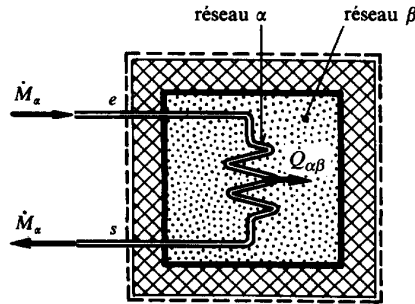


Fig. 10.33 Chauffage isochore d'un corps par énergie-transformation.

Nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle.

Conformément à la notion de *réseau* introduite aux paragraphes 1.3.15 et 10.1.1, nous constatons que le système comporte deux réseaux, le réseau α et le réseau β .

Bilan exergétique du chauffage

Le bilan exergétique est, selon la relation générale (10.45):

$$E_{y\beta}^- = E_{y\alpha}^+ - L_t \quad (10.217)$$

L'exergie-transformation $E_{y\alpha}^+$, reçue par le système au niveau du circuit de chauffage, est exprimée, conformément à la définition (10.92), par la relation:

$$E_{y\alpha}^+ = \int_1^2 (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dM_\alpha - \Delta J_\alpha \quad (10.218)$$

où $k_{\alpha e}$ et $k_{\alpha s}$ sont respectivement les coenthalpies massiques du fluide α , à l'entrée et à la sortie du circuit de chauffage.

Remarquons que la variation éventuelle de coénergie totale ΔJ_α du fluide α , situé à l'intérieur du circuit de chauffage, est très petite par rapport au terme de coenthalpie. En négligeant cette variation, nous obtenons :

$$E_{y\alpha}^+ = \int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt \quad (10.219)$$

L'exergie-transformation $E_{y\beta}^-$, donnée par le système au niveau du corps β , est exprimée, conformément à la définition (10.92), par la relation :

$$E_{y\beta}^- = M_\beta (j_{\beta 2} - j_{\beta 1}) \quad (10.220)$$

où $j_{\beta 1}$ et $j_{\beta 2}$ sont respectivement les coénergies massiques du corps β , supposé homogène, aux temps t_1 et t_2 .

Rendement exergetique du chauffage

Le *rendement exergetique du chauffage isochore par énergie-transformation* est, conformément à la définition générale (10.168) et selon (10.217) :

$$\eta = \frac{E_{y\beta}^-}{E_{y\alpha}^+} = 1 - \frac{L}{E_{y\alpha}^+} = \frac{M_\beta (j_{\beta 2} - j_{\beta 1})}{\int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt} \quad (10.221)$$

Efficacité du chauffage

Remarquons que, comme dans les exemples précédents, la qualité de l'opération n'est pas indiquée par l'*efficacité* ε , dont la valeur est :

$$\varepsilon = \frac{Y_\beta^-}{Y_\alpha^+} = 1 = 100\% \quad (10.222)$$

Perte exergetique du chauffage

La *perte exergetique globale* L , due à la dissipation dans le circuit de chauffage et au transfert-chaaleur du fluide α au corps β , est, selon le bilan (10.217) :

$$\begin{aligned} L &= E_{y\alpha}^+ - E_{y\beta}^- \\ E_{y\alpha}^- &= E_{y\beta}^+ - L \end{aligned} \quad (10.223)$$

Refroidissement

S'il s'agit, non pas d'un chauffage, mais d'un *refroidissement*, les signes de l'énergie-chaaleur et des exergies-transformation sont inversés. Nous avons alors les relations :

$$E_{y\alpha}^- = E_{y\beta}^+ - L \quad (10.224)$$

$$E_{y\beta}^+ = M_\beta(j_{\beta 1} - j_{\beta 2}) \quad (10.225)$$

$$E_{y\alpha}^- = \int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha s} - k_{\alpha e}) dt \quad (10.226)$$

$$\eta = \frac{E_{y\alpha}^-}{E_{y\beta}^+} = 1 - \frac{L}{E_{y\beta}^+} \quad (10.227)$$

$$L = E_{y\beta}^+ - E_{y\alpha}^- \quad (10.228)$$

10.5.2 Transmetteur d'énergie thermique

Description

Considérons le *transmetteur d'énergie thermique* représenté par la figure 10.34, constitué de *deux canaux fixes, dans lesquels deux fluides α et β s'écoulent à contre-courant et en régime permanent*. Pour fixer les idées, nous admettons que le fluide α est plus chaud que le fluide β , de sorte qu'une puissance-chaleur $\dot{Q}_{\alpha\beta}$ est transférée du fluide α au fluide β . Nous supposons, dans cet exemple, que les températures T_α et T_β restent constamment supérieures à la température T_a de l'atmosphère.

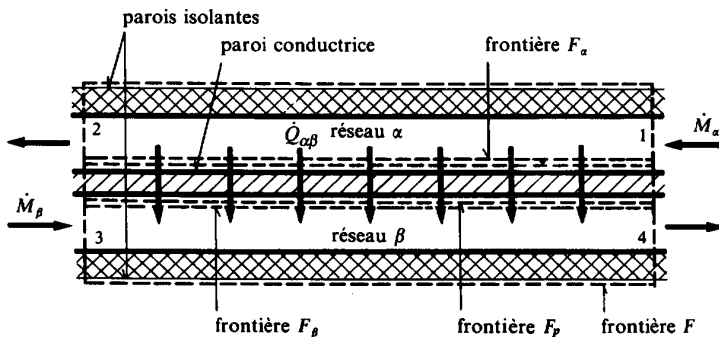


Fig. 10.34 Transmetteur d'énergie thermique, à contre-courant et en régime permanent.

Nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle, et admettons tout d'abord que l'isolation extérieure de l'appareil est parfaite.

Le système comporte deux réseaux, le réseau α et le réseau β .

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.43) (frontière F):

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{L} \quad (10.229)$$

L'exergie-transformation $\dot{E}_{y\alpha}^+$, reçue par le système au niveau du fluide chauffant, est exprimée, conformément à la définition (10.93), par la relation :

$$\dot{E}_{y\alpha}^+ = \dot{M}_\alpha (k_{\alpha 1} - k_{\alpha 2}) \quad (10.230)$$

où $k_{\alpha 1}$ et $k_{\alpha 2}$ sont respectivement les coenthalpies massiques, à l'entrée et à la sortie du circuit chauffant.

L'exergie-transformation $\dot{E}_{y\beta}^-$, donnée par le système au niveau du fluide chauffé, est exprimée, conformément à la définition (10.93), par la relation :

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{M}_\beta (k_{\beta 4} - k_{\beta 3}) \quad (10.231)$$

où $k_{\beta 3}$ et $k_{\beta 4}$ sont respectivement les coenthalpies massiques, à l'entrée et à la sortie du circuit chauffé.

Rendement exergetique

Le *rendement exergetique du transmetteur d'énergie thermique* est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{y\beta}^-}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = \frac{\dot{M}_\beta (k_{\beta 4} - k_{\beta 3})}{\dot{M}_\alpha (k_{\alpha 1} - k_{\alpha 2})} \quad (10.232)$$

Perte exergetique

La *perte exergetique globale* \dot{L} est, selon le bilan (10.229) :

$$\dot{L} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- \quad (10.233)$$

Afin de bien comprendre le mécanisme de la dégradation de l'énergie dans l'appareil, nous allons effectuer l'analyse exergetique des trois parties principales du système.

Le bilan exergetique relatif au réseau α est (frontière F_α) :

$$\dot{E}_{q\alpha}^- = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{L}_{r\alpha} \quad (10.234)$$

L'exergie-chaleur $\dot{E}_{q\alpha}^-$, donnée par le réseau α , est, selon (10.90) :

$$\dot{E}_{q\alpha}^- = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.235)$$

La *perte exergetique* $\dot{L}_{r\alpha}$, due à la dissipation dans le fluide α , est, selon le bilan (10.234) :

$$\dot{L}_{r\alpha} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{q\alpha}^- \quad (10.236)$$

Le bilan exergetique relatif à la paroi conductrice est (frontière F_p):

$$\dot{E}_{qp}^- = \dot{E}_{qp}^+ - \dot{L}_{\alpha\beta} \quad (10.237)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qp}^+ , reçue par la paroi, est:

$$\dot{E}_{qp}^+ = \dot{E}_{q\alpha}^- \quad (10.238)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qp}^- , donnée par la paroi, est:

$$\dot{E}_{qp}^- = \dot{E}_{q\beta}^+ \quad (10.239)$$

La *perte exergetique* $\dot{L}_{\alpha\beta}$, due au transfert-chaleur du fluide α au fluide β , est, selon le bilan (10.237) ou selon (10.141):

$$\dot{L}_{\alpha\beta} = \dot{E}_{qp}^+ - \dot{E}_{qp}^- = \dot{E}_{q\alpha}^- - \dot{E}_{q\beta}^+ = \int \left(\frac{T_a}{T_\beta} - \frac{T_a}{T_\alpha} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.240)$$

Le bilan exergetique relatif au réseau β est (frontière F_β):

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{E}_{q\beta}^+ - \dot{L}_{r\beta} \quad (10.241)$$

L'exergie-chaleur $\dot{E}_{q\beta}^+$, reçue par le réseau β , est, selon (10.90):

$$\dot{E}_{q\beta}^+ = \int_3^4 \left(1 - \frac{T_a}{T_\beta} \right) \delta \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.242)$$

La *perte exergetique* $\dot{L}_{r\beta}$, due à la dissipation dans le fluide β , est, selon le bilan (10.241):

$$\dot{L}_{r\beta} = \dot{E}_{q\beta}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- \quad (10.243)$$

La *perte exergetique globale* \dot{L} est bien égale à la somme des trois pertes exergetiques partielles $\dot{L}_{r\alpha}$, $\dot{L}_{\alpha\beta}$ et $\dot{L}_{r\beta}$. En effet, la relation:

$$\dot{L} = \dot{L}_{r\alpha} + \dot{L}_{\alpha\beta} + \dot{L}_{r\beta} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- \quad (10.244)$$

est bien conforme à (10.233).

La figure 10.35 représente schématiquement l'articulation des différentes grandeurs exergetiques. Elle montre clairement le mécanisme de la dégradation de l'énergie dans un transmetteur d'énergie thermique à contre-courant.

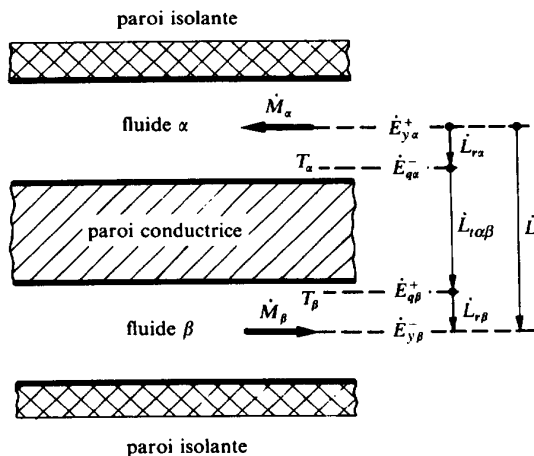


Fig. 10.35 Schéma de la dégradation de l'énergie dans le transmetteur d'énergie thermique de la figure 10.34.

Bilan énergétique

Le bilan énergétique est, selon la relation générale (10.7):

$$\dot{Y}_{\beta}^{-} = \dot{Y}_{\alpha}^{+} = \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.245)$$

Les puissances-transformation \dot{Y}_{α}^{+} et \dot{Y}_{β}^{-} sont exprimées, conformément à la définition (10.6), par les relations

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{\alpha}^{+} &= \dot{M}_{\alpha}(h_{\alpha 1} - h_{\alpha 2}) \\ \dot{Y}_{\beta}^{-} &= \dot{M}_{\beta}(h_{\beta 4} - h_{\beta 3}) \end{aligned} \quad (10.246)$$

où $h_{\alpha 1}$, $h_{\alpha 2}$, $h_{\beta 3}$ et $h_{\beta 4}$ sont respectivement les enthalpies massiques, à l'entrée et à la sortie des fluides α et β .

Efficacité

L'efficacité du transmetteur d'énergie thermique est, conformément à la définition générale (10.14):

$$\varepsilon = \frac{\dot{Y}_{\beta}^{-}}{\dot{Y}_{\alpha}^{+}} = 1 = 100\% \quad (10.247)$$

Ce résultat est trivial. Il exprime le fait qu'il n'y a pas de perte énergétique, puisque l'isolation de l'appareil est parfaite. Contrairement au rendement exergetique η , il ne nous apprend rien sur la performance thermodynamique de l'opération.

Transmetteur non adiabate

En toute rigueur, l'isolation n'est pas parfaite et il faut tenir compte de la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- cédée par le système à l'atmosphère. Cette puissance de fuite est égale à la somme :

$$\dot{Q}_a^- = \dot{Q}_{\alpha a} + \dot{Q}_{\beta a} \quad (10.248)$$

dans laquelle nous avons :

- $\dot{Q}_{\alpha a}$ puissance-chaleur cédée par le réseau α à l'atmosphère
- $\dot{Q}_{\beta a}$ puissance-chaleur cédée par le réseau β à l'atmosphère

Les transferts-chaleur $\dot{Q}_{\alpha a}$ et $\dot{Q}_{\beta a}$ donnent lieu à deux *pertes exergetiques supplémentaires* $\dot{L}_{t\alpha a}$ et $\dot{L}_{t\beta a}$. Remarquons que les exergies-chaleur $\dot{E}_{q\alpha a}$ et $\dot{E}_{q\beta a}$ correspondantes sont nulles, puisque le facteur de Carnot relatif à l'atmosphère $\Theta_a = 1 - (T_a/T_a)$ est nul.

Dans ce cas, les relations précédentes restent valables, sauf (10.234), (10.241) et (10.244), qui doivent être remplacées respectivement par les relations exergetiques :

$$\dot{E}_{q\alpha}^- = \dot{E}_{y\alpha}^+ - (\dot{L}_{r\alpha} + \dot{L}_{t\alpha a}) \quad (10.249)$$

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{E}_{q\beta}^+ - (\dot{L}_{r\beta} + \dot{L}_{t\beta a}) \quad (10.250)$$

$$\dot{L} = \dot{L}_{r\alpha} + \dot{L}_{t\alpha a} + \dot{L}_{\alpha\beta} + \dot{L}_{t\beta a} + \dot{L}_{r\beta} = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- \quad (10.251)$$

et sauf (10.245) et (10.247), qui doivent être remplacées respectivement par les relations énergetiques :

$$\dot{Y}_\beta^- = \dot{Y}_\alpha^+ - \dot{Q}_\alpha^- \quad (10.252)$$

$$\dot{Y}_\beta^- + \dot{Q}_{\beta a} = \dot{Y}_\alpha^+ - \dot{Q}_{\alpha a} = \dot{Q}_{\alpha\beta} \quad (10.253)$$

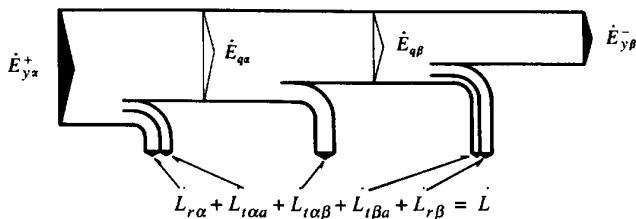
$$\varepsilon = \frac{\dot{Y}_\beta^-}{\dot{Y}_\alpha^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_\alpha^-}{\dot{Y}_\alpha^+} \quad (10.254)$$

La valeur de l'*efficacité* ε reste en général très voisine de 100%.

La figure 10.36 représente schématiquement le bilan exergetique et, à titre de comparaison, le bilan énergetique, cela dans le cas où l'isolation n'est pas parfaite.

Ces schémas confirment que l'analyse exergetique d'un système donne une information plus complète que l'analyse énergetique, sur le comportement thermodynamique de ce système.

(a) bilan exergétique



(b) bilan énergétique

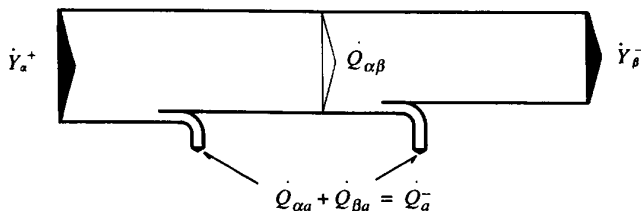


Fig. 10.36 Bilan exergétique (a) et bilan énergétique (b) relatifs au transmetteur d'énergie thermique de la figure 10.34.

10.5.3 Réchauffeur à mélange

Description

Considérons le **réchauffeur à mélange** représenté par la figure 10.37, constitué d'une **enceinte indéformable**, recevant un même fluide avec les débits-masse \dot{M}_1 et \dot{M}_2 et donnant le **mélange** avec le débit-masse \dot{M}_3 , cela en **régime permanent**. L'isolation n'étant pas parfaite, une certaine puissance-chaleur \dot{Q}_a^- est cédée à l'atmosphère.

Nous négligeons les variations de l'énergie potentielle.

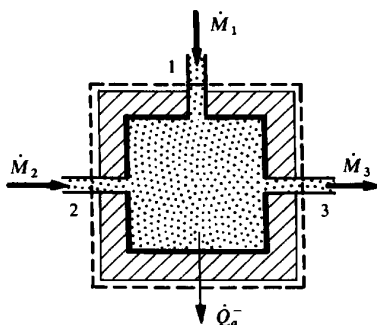


Fig. 10.37 Réchauffeur à mélange.

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est, selon la relation générale (10.43):

$$0 = \dot{E}_y^+ - \dot{L} \quad (10.255)$$

Remarquons que ce bilan ne fait pas intervenir l'exergie-chaleur \dot{E}_{qa}^- correspondant à la puissance-chaleur \dot{Q}_a^- cédée à l'atmosphère, car elle est nulle, puisque le facteur de Carnot $\Theta_a = 1 - (T_a/T_a)$ est nul.

L'exergie-transformation \dot{E}_y^+ , reçue par le système au niveau du fluide, est exprimée, conformément à la définition (10.93), par la relation:

$$\dot{E}_y^+ = \dot{M}_1 k_{c1} + \dot{M}_2 k_{c2} - \dot{M}_3 k_{c3} \quad (10.256)$$

où k_{c1} , k_{c2} et k_{c3} sont respectivement les coenthalpies totales massiques aux entrées et à la sortie du fluide.

Rendement exergetique

Comme il n'y a qu'un réseau, il n'est en principe pas possible de déterminer un rendement. Il s'agit en effet d'un système qui n'est le siège que d'une consommation de coenthalpie, c'est-à-dire que d'une perte exergetique. Toutefois, il est quand même possible de déterminer un rendement à l'aide de l'artifice suivant. En considérant le débit-masse \dot{M}_3 comme constitué de deux écoulements juxtaposés mais séparés, de débits-masse \dot{M}_1 et \dot{M}_2 , il est possible de traiter le système comme s'il y avait deux réseaux d'écoulement séparés. Cela n'est concevable que parce que le mélange de deux écoulements constitués d'une même substance fluide ne donne lieu à aucune augmentation d'entropie. En admettant que la température T_1 est plus élevée que la température T_2 , nous pouvons décomposer l'exergie-transformation comme suit:

$$\dot{E}_y^+ = \dot{M}_1(k_{c1} - k_{c3}) - \dot{M}_2(k_{c3} - k_{c2}) = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{E}_{y\beta}^- \quad (10.257)$$

de sorte que le bilan exergetique peut être présenté sous la forme:

$$\dot{E}_{y\beta}^- = \dot{E}_{y\alpha}^+ - \dot{L} \quad (10.258)$$

Le rendement exergetique du réchauffeur à mélange est alors, conformément à la définition générale (10.165):

$$\eta = \frac{\dot{E}_{y\beta}^-}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{y\alpha}^+} = \frac{\dot{M}_2(k_{c3} - k_{c2})}{\dot{M}_1(k_{c1} - k_{c3})} \quad (10.259)$$

Perte exergetique

La perte exergetique globale \dot{L} est, selon le bilan (10.255):

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ \quad (10.260)$$

Elle est égale à la somme de trois pertes exergetiques, suivant la relation :

$$\dot{L} = \dot{L}_r + \dot{L}_t + \dot{L}_{ta} \quad (10.261)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{L}_r perte exergetique due à la dissipation dans le fluide
- \dot{L}_t perte exergetique due au transfert-chaleur au sein du fluide
- \dot{L}_{ta} perte exergetique due au transfert-chaleur \dot{Q}_{a-} du fluide à l'atmosphère

10.5.4 Accumulateur d'énergie thermique

Description

Considérons l'*accumulateur d'énergie thermique* représenté par la figure 10.38. Il s'agit d'un système analogue à celui de la figure 10.33, mais, cette fois-ci, il comporte un circuit d'utilisation du fluide β et, son isolation n'étant pas parfaite, une certaine énergie-chaleur $\dot{Q}_{\beta a}$ est cédée à l'atmosphère, entre le temps t_1 et le temps t_2 .

Nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle.

Le système fonctionne en accumulateur d'énergie thermique à convection naturelle lorsque les circuits de chauffage et d'utilisation ne fonctionnent pas simultanément, mais de façon différée dans le temps.

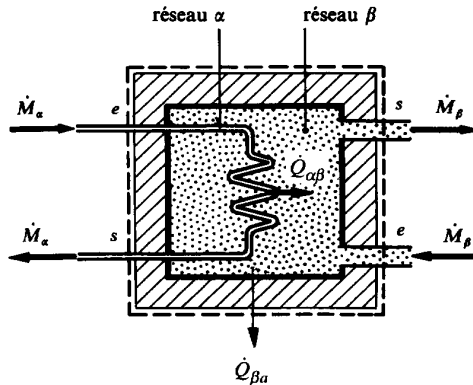


Fig. 10.38 Accumulateur d'énergie thermique à convection naturelle.

Bilan exergetique

Le bilan exergetique est encore donné par (10.217):

$$E_{y\beta}^- = E_{y\alpha}^+ - L \quad (10.262)$$

Remarquons que ce bilan ne fait pas intervenir l'exergie-chaleur \dot{E}_{qa}^- correspondant à l'énergie-chaleur $\dot{Q}_{\beta a}$ cédée à l'atmosphère, car elle est nulle.

L'exergie-transformation $\dot{E}_{y\alpha}^+$, reçue par le système au niveau du circuit de chauffage, est encore exprimée par (10.219):

$$E_{y\alpha}^+ = \int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt \quad (10.263)$$

L'exergie-transformation $\dot{E}_{y\beta}^-$, donnée par le système au niveau du circuit d'utilisation, est exprimée, conformément à la définition (10.92), par la relation:

$$E_{y\beta}^- = \int_1^2 \dot{M}_\beta (k_{\beta s} - k_{\beta e}) dt + (J_{\beta 2} - J_{\beta 1}) \quad (10.264)$$

dans laquelle nous avons:

- $k_{\beta e}$ et $k_{\beta s}$ coenthalpies massiques du fluide β , à l'entrée et à la sortie du circuit d'utilisation
- J_β coénergie du fluide β , situé à l'intérieur de l'accumulateur.

Suivant l'état du fluide β , l'accroissement de coénergie se calcule comme suit:

- fluide compressible homogène:

$$J_{\beta 2} - J_{\beta 1} = V_\beta (\rho_{\beta 2} j_{\beta 2} - \rho_{\beta 1} j_{\beta 1}) \quad (10.265)$$

- fluide incompressible homogène:

$$J_{\beta 2} - J_{\beta 1} = M_\beta (j_{\beta 2} - j_{\beta 1}) \quad (10.266)$$

- fluide incompressible non homogène:

$$J_{\beta 2} - J_{\beta 1} = \sum_\beta [j_{\beta 2} \Delta M_{\beta 2}] - \sum_\beta [j_{\beta 1} \Delta M_{\beta 1}] \quad (10.267)$$

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de l'accumulateur d'énergie thermique est, conformément à la définition générale (10.168):

$$\eta = \frac{E_{y\beta}^-}{E_{y\alpha}^+} = 1 - \frac{L}{E_{y\alpha}^+} = \frac{\int_1^2 \dot{M}_\beta (k_{\beta s} - k_{\beta e}) dt + (J_{\beta 2} - J_{\beta 1})}{\int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt} \quad (10.268)$$

Ce résultat montre l'intérêt de la définition générale (10.92) de l'exergie-transformation E_y^+ . En effet, ce concept permet de tenir compte d'une façon cohérente et rigoureuse non seulement de l'accumulation d'énergie au sein de l'appareil, mais aussi de la consommation d'énergie dans le circuit d'utilisation. Dans le cas particulier où le circuit d'utilisation est fermé, le premier terme du numérateur de (10.268) est nul et nous retombons sur l'expression (10.221) relative au chauffage d'un système isochore. Dans le cas particulier où le système est en régime permanent (pas d'accumulation), le second terme du numérateur de (10.268) est nul et nous retombons sur une expression analogue à la relation (10.232) concernant un transmetteur d'énergie thermique.

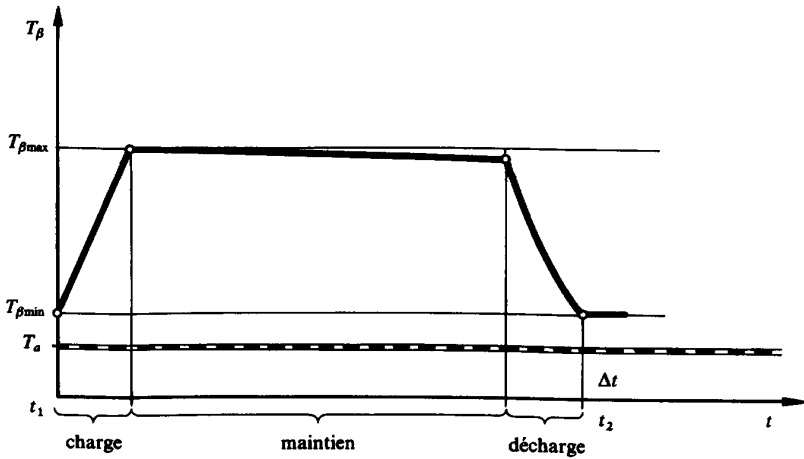


Fig. 10.39 Processus typique d'utilisation d'un accumulateur d'énergie thermique.

Afin d'obtenir une définition du rendement exergetique η permettant de comparer systématiquement les performances de divers accumulateurs d'énergie thermique, il est indispensable de prescrire un processus typique d'utilisation. Dans ce but, nous admettons le processus de charge, de maintien et de décharge indiqué dans la figure 10.39.

Dans ce cas, l'état thermodynamique du fluide β au temps t_2 est le même qu'au temps t_1 . Il en résulte que l'accroissement de coénergie $J_{\beta 2} - J_{\beta 1}$ est nul. Le rendement exergetique (10.268) se réduit alors à l'expression :

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \int_1^2 \dot{M}_\beta (k_{\beta s} - k_{\beta e}) dt}{\frac{1}{2} \int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt} \quad (10.269)$$

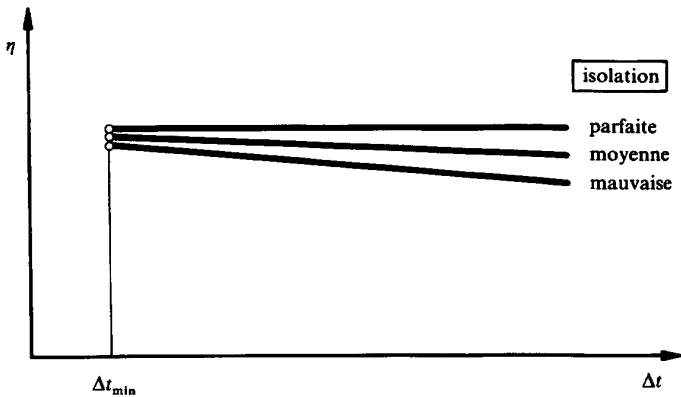


Fig. 10.40 Rendement exergetique η de l'accumulateur d'énergie de la figure 10.38, en fonction de la durée totale Δt du processus typique d'utilisation défini par la figure 10.39.

Remarquons que le résultat ci-dessus est très général. Il permet d'évaluer la performance d'un accumulateur d'énergie avec précision en fonction des nombreux paramètres du système, notamment en fonction de la durée totale $\Delta t = t_2 - t_1$ du processus typique d'utilisation. Comme le montre la figure 10.40, le rendement exergetique η décroît lorsque la durée Δt augmente, cela d'autant plus vite que l'isolation est plus mauvaise.

Perte exergetique

La *perte exergetique globale* L est, selon le bilan (10.45):

$$L = E_{y\alpha}^+ - E_{y\beta}^- \quad (10.270)$$

Elle est égale à la somme de quatre pertes exergetiques, suivant la relation:

$$L = L_{r\alpha} + L_{t\alpha\beta} + L_{t\beta a} + L_{r\beta} \quad (10.271)$$

dans laquelle nous avons:

- $L_{r\alpha}$ perte exergetique due à la dissipation dans le fluide α
- $L_{t\alpha\beta}$ perte exergetique due au transfert-chaleur du fluide α au fluide β
- $L_{t\beta a}$ perte exergetique due au transfert-chaleur du fluide β à l'atmosphère
- $L_{r\beta}$ perte exergetique due à la dissipation dans le fluide β

Accumulateur à convection forcée

Pour terminer, remarquons que l'accumulateur d'énergie de la figure 10.38 n'est pas très bon au point de vue rendement exergetique, étant donné le mauvais coefficient de convection entre les parois du circuit de chauffage et le fluide β (convection naturelle). Il est préférable d'adopter le système de la figure 10.41, dans

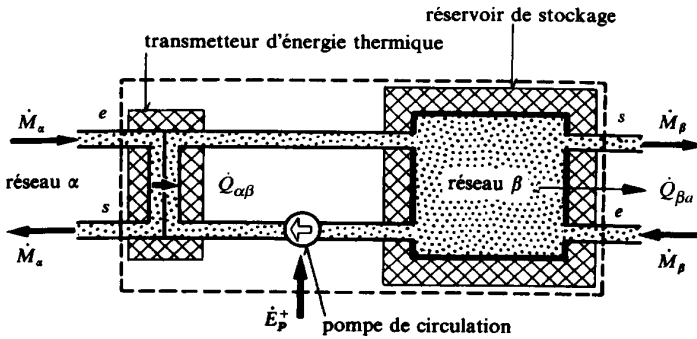


Fig. 10.41 Accumulateur d'énergie à convection forcée.

lequel le transfert-chaleur est effectué dans un *transmetteur d'énergie thermique indépendant du réservoir de stockage*.

Dans ce cas, le bilan exergétique de l'opération est exprimé, selon (10.45), par la relation :

$$E_{y\beta}^- = E_p^+ + E_{y\alpha}^+ - L \quad (10.272)$$

où E_p^+ est l'énergie électrique reçue par la pompe assurant la circulation forcée du fluide β dans le transmetteur d'énergie thermique auxiliaire.

Le *rendement exergétique de l'accumulateur d'énergie thermique* est alors :

$$\eta = \frac{\int_1^2 \dot{M}_\beta (k_{\beta s} - k_{\beta e}) dt}{E_p^+ + \int_1^2 \dot{M}_\alpha (k_{\alpha e} - k_{\alpha s}) dt} \quad (10.273)$$

10.6 TURBOMACHINES

10.6.1 Turbine

Description

Considérons, par exemple, la *turbine à vapeur* représentée schématiquement par le figure 10.42, comportant un soutirage de vapeur, un système de retour de fuite et des joints à labyrinthe, et fournissant la puissance-travail \dot{E}^- , en régime permanent. L'isolation n'étant pas parfaite, une puissance-chaleur \dot{Q}_a^- est cédée à l'atmosphère.

Nous négligeons les variations d'énergie potentielle.

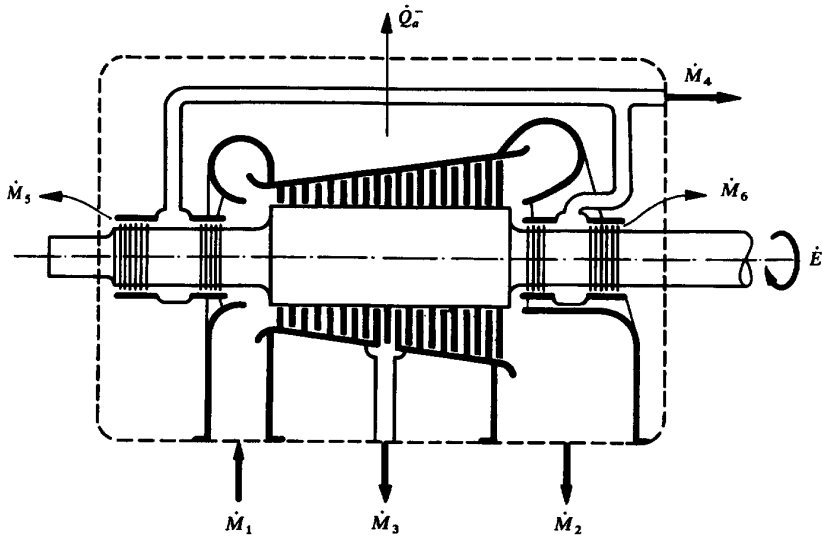


Fig. 10.42 Schéma d'une turbine à vapeur avec soutirage.

Bilans exergétique et énergétique

Le bilan exergétique est, selon la relation générale (10.43):

$$\dot{E}^- = \dot{E}_y^+ - \dot{L} \quad (10.274)$$

Remarquons que ce bilan ne fait pas intervenir la puissance-chaleur \dot{E}_{qa}^- , car elle est nulle.

L'exergie-transformation \dot{E}_y^+ , reçue par le système au niveau de la vapeur, est exprimée, conformément à la relation (10.93), par la relation:

$$\dot{E}_y^+ = \sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^+] = \dot{M}_1 k_{c1} - \dot{M}_2 k_{c2} - \dot{M}_3 k_{c3} - \dot{M}_4 k_{c4} - \dot{M}_5 k_{c5} - \dot{M}_6 k_{c6} \quad (10.275)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{M}_j débits-masse de la vapeur
- k_{cj} coenthalpies totales massiques de la vapeur ($C_5 = C_6 = 0$)

La puissance-travail \dot{E}^- donnée par le système au niveau du rotor, est exprimée, en vertu du Premier Principe, par le bilan énergétique:

$$\dot{E}^- = \dot{Y}^+ - \dot{Q}_a^- = \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^+] - \dot{Q}_a^- \quad (10.276)$$

$$\dot{E}^- = \dot{M}_1 h_{c1} - \dot{M}_2 h_{c2} - \dot{M}_3 h_{c3} - \dot{M}_4 h_{c4} - \dot{M}_5 h_{c5} - \dot{M}_6 h_{c6} - \dot{Q}_a^-$$

où h_{cj} désigne les enthalpies totales massiques de la vapeur ($C_5 = C_6 = 0$).

Rendement exergetique

Le rendement exergetique de la turbine est, conformément à la définition générale (10.165):

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_y^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_y^+} = \frac{\sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^+] - \dot{Q}_a^-}{\sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^+]} \quad (10.277)$$

Perte exergetique

La perte exergetique globale \dot{L} est, selon le bilan (10.274):

$$\dot{L} = \dot{E}_y^+ - \dot{E}^- \quad (10.278)$$

Elle est égale à la somme de deux pertes exergetiques, suivant la relation:

$$\dot{L} = \dot{L}_r + \dot{L}_{ta} \quad (10.279)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{L}_r perte exergetique due à la dissipation de la vapeur (bâches, aubage, canaux, labyrinthes)
- \dot{L}_{ta} perte exergetique due au transfert-chaaleur de la vapeur à l'atmosphère

En introduisant dans (10.278) les expressions de \dot{E}_y^+ et \dot{E}^- données par (10.275) et (10.276), nous obtenons la relation:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= T_a \sum_j [s_j \dot{M}_j^-] + \dot{Q}_a^- \\ \dot{L} &= T_a (\dot{M}_2 s_2 + \dot{M}_3 s_3 + \dot{M}_4 s_4 + \dot{M}_5 s_5 + \dot{M}_6 s_6 - \dot{M}_1 s_1) + \dot{Q}_a^- \end{aligned} \quad (10.280)$$

où s_j désigne les entropies massiques de la vapeur.

Turbine simple

Dans le cas simplifié où il n'y a ni soutirage, ni fuite de vapeur et ni fuite d'énergie-chaaleur, les relations (10.277) et (10.280) deviennent:

$$\eta = \frac{h_{c1} - h_{c2}}{k_{c1} - k_{c2}} = 1 - \frac{T_a (s_2 - s_1)}{k_{c1} - k_{c2}} \quad (10.281)$$

$$\dot{L}_r = \dot{M} T_a (s_2 - s_1) \quad (10.282)$$

le terme \dot{L}_r correspond bien à la perte due à la dissipation donnée par (10.132).

10.6.2 Compresseur

Description

Considérons par exemple le **compresseur axial** représenté schématiquement par la figure 10.43, comportant un système de retour de fuite et des joints à labyrinthe, et recevant une puissance-travail \dot{E}^+ , en régime permanent. La température du fluide étant supposée assez faible, nous admettons que le système est adiabate.

Nous négligeons les variations de l'énergie potentielle.

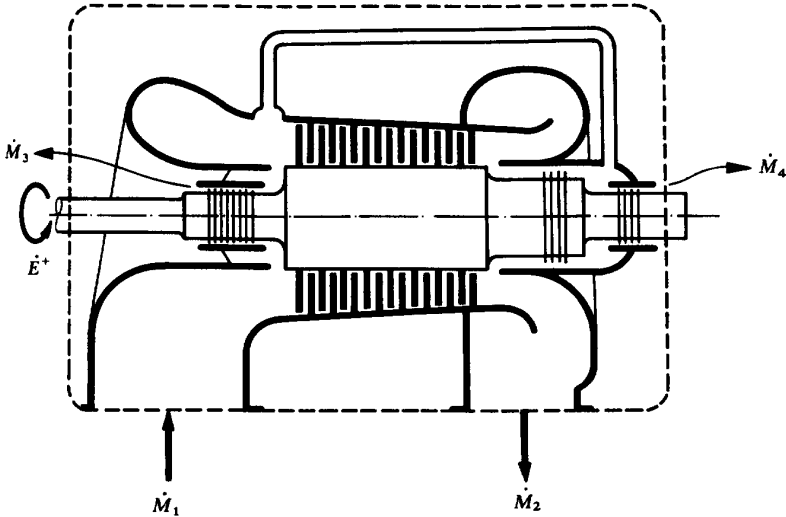


Fig. 10.43 Schéma d'un compresseur axial.

Bilans exergétique et énergétique

Le bilan exergétique est, selon la relation générale (10.43):

$$\dot{E}_y^- = \dot{E}^+ - \dot{L}_r \quad (10.283)$$

La puissance-travail \dot{E}^+ , reçue par le système au niveau du rotor, est exprimée, en vertu du Premier Principe, par le bilan énergétique:

$$\dot{E}^+ = \dot{Y}^- = \sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^-] = \dot{M}_2 h_{c2} + \dot{M}_3 h_{c3} + \dot{M}_4 h_{c4} - \dot{M}_1 h_{c1} \quad (10.284)$$

dans lequel nous avons:

- \dot{M}_j débits-masse du fluide
- h_{cj} enthalpies totales massiques du fluide ($C_3 = C_4 = 0$)

L'exergie-transformation \dot{E}_y^- , donnée par le système au niveau du fluide, est exprimée, conformément à la définition (10.93), par la relation:

$$\dot{E}_y^- = \sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^-] = \dot{M}_2 k_{c2} + \dot{M}_3 k_{c3} + \dot{M}_4 k_{c4} - \dot{M}_1 k_{c1} \quad (10.285)$$

où k_{cj} désigne les coenthalpies totales massiques du fluide ($C_3 = C_4 = 0$).

Rendement exergetique

Le *rendement exergetique du compresseur axial* est, conformément à la définition générale (10.165):

$$\eta = \frac{\dot{E}_y^-}{\dot{E}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_r}{\dot{E}^+} = \frac{\sum_j [k_{cj} \dot{M}_j^-]}{\sum_j [h_{cj} \dot{M}_j^-]} \quad (10.286)$$

Perte exergetique

La *perte exergetique* \dot{L}_r , due à la dissipation dans le fluide (bâches, aubage, canaux, labyrinthes), est, selon le bilan (10.283)

$$\dot{L}_r = \dot{E}^+ - \dot{E}_y^- \quad (10.287)$$

En introduisant dans (10.287) les expressions de \dot{E}^+ et \dot{E}_y^- données par (10.284) et (10.285), nous obtenons la relation:

$$\dot{L}_r = T_a \sum_j [s_j \dot{M}_j^-] = T_a (\dot{M}_2 s_2 + \dot{M}_3 s_3 + \dot{M}_4 s_4 - \dot{M}_1 s_1) \quad (10.288)$$

où s_j désigne les entropies massiques du fluide.

Compresseur simple

Dans le cas simplifié où il n'y a pas de fuite de fluide, les relations (10.286) et (10.288) deviennent:

$$\eta = \frac{k_{c2} - k_{c1}}{h_{c2} - h_{c1}} = 1 - \frac{T_a (s_2 - s_1)}{h_{c2} - h_{c1}} \quad (10.289)$$

$$\dot{L}_r = \dot{M} T_a (s_2 - s_1) \quad (10.290)$$

Le terme \dot{L}_r correspond bien à la *perte due à la dissipation* donnée par (10.132).

10.7 ÉCONOMIE ÉNERGÉTIQUE

10.7.1 Introduction

En ce qui concerne l'*économie énergétique*, la comptabilité exergetique est susceptible de faciliter le choix des options énergétiques et d'orienter certaines décisions dans le cadre d'une conception globale de l'énergie.

Dans ce qui suit, nous présentons deux exemples d'application de la théorie de l'exergie à l'économie énergétique.

10.7.2 Analyse du système énergétique d'un pays

Bilans exergetique et énergétique

Il est possible d'effectuer l'*analyse exergetique* du système énergétique d'un pays en utilisant la même méthodologie que celle qui a été décrite dans les applications des sections 10.3 à 10.6. Comme nous l'avons montré dans le cas de l'accumulateur d'énergie thermique, cette méthodologie présente l'avantage de tenir compte systématiquement, non seulement des importations et des exportations, mais encore des accumulations d'énergie (stockages) à l'intérieur du système du pays.

Dans la figure 10.44, nous présentons le bilan exergetique simplifié, relatif à la Suisse [28]. A titre de comparaison, nous présentons à la figure 10.45 le bilan énergétique simplifié correspondant. La théorie concernant les prestations énergétiques et exergetiques des énergies primaires sera exposée au chapitre suivant.

Les nombres indiqués se rapportent aux trois niveaux appelés primaire, intermédiaire et utile. Pour une description plus détaillée de ces schémas, le lecteur est prié de se reporter à la référence [28].

Les figures 10.44 et 10.45 donnent lieu aux remarques qui suivent:

- Entre les niveaux primaire et intermédiaire, les images des bilans exergetique et énergétique apparaissent identiques, parce qu'il s'agit de bilans globaux, et que les énergies entrantes et sortantes sont toutes des énergies nobles.
- Entre les niveaux intermédiaire et utile, les images des bilans exergetiques et énergétiques sont très différentes, car l'exergie-chaleur correspondant aux usages thermiques fait intervenir des facteurs de Carnot dont les valeurs sont faibles, surtout pour le chauffage des locaux.

Rendements exergetiques et efficacités

Les définitions générales (10.165) et (10.14) donnent les *rendements exergetiques* η et les *efficacités* ε suivantes:

- entre les niveaux primaire et intermédiaire:

$$\eta = \varepsilon = \frac{21.01}{24.70} = 0.85 = 85\% \quad (10.291)$$

- entre les niveaux intermédiaire et utile:

$$\eta = \frac{5.16}{21.01} = 0.25 = 25\% \quad \varepsilon = \frac{12.57}{21.01} = 0.60 = 60\% \quad (10.292)$$

- entre les niveaux primaire et utile (performance globale):

$$\eta = \frac{5.16}{24.70} = 0.21 = 21\% \quad \varepsilon = \frac{12.57}{24.70} = 0.51 = 51\% \quad (10.293)$$

Commentaire

L'*analyse exergetique* fait bien ressortir la mauvaise gestion de l'énergie entre les niveaux intermédiaire et utile. Cette constatation est évidemment valable, actuellement, pour tous les pays à niveau de vie élevé. Elle concerne surtout le chauffage des locaux, où le niveau de température requis est très bas, puisqu'il est de l'ordre de 20°C. Il est clair que cette mauvaise gestion doit être corrigée par un choix judicieux des chaînes énergétiques, c'est-à-dire des vecteurs énergétiques et des technologies énergétiques.

10.7.3 Prix de l'énergie

Détermination énergétique

Considérons un système énergétique fournissant non seulement des *prestations électriques*, mais encore des *prestations de chauffage* (cogénération), voire même des *prestations de réfrigération* (trigénération). Parfois, on détermine le prix de l'énergie-chaleur en considérant le produit de la vente de l'énergie électrique comme une recette venant en déduction de la dépense globale relative à l'installation. Dans ce cas, la dépense résultante est imputée seulement aux prestations thermiques. Le prix de ces prestations thermiques résulte alors d'un bilan économique qui est « accroché » à un prix de l'énergie électrique fixé par ailleurs. En outre, il ne tient trop souvent pas compte du niveau de température auquel l'énergie-chaleur est donnée ou reçue. Cette méthode conduit à des prix de l'énergie-chaleur qui varient dans des proportions extravagantes [24].

Détermination exergetique

Contrairement à cette manière de faire, l'application de la *comptabilité exergetique* ne requiert pas la fixation a priori du prix de l'énergie électrique. Les prix respectivement de l'énergie électrique et de l'énergie-chaleur résultent d'un bilan économique dans lequel les différentes formes d'énergie interviennent corrélativement. Dans cette optique, les fournitures de ces différentes énergies sont considérées comme inséparables et la dépense globale est imputée aussi bien à l'énergie électrique qu'à l'énergie-chaleur donnée ou reçue. En outre, le prix de l'énergie-chaleur tient compte, cette fois-ci, des différents niveaux de température auxquels les énergies-chaleur sont données ou reçues.

Ce qui précède revient à admettre le principe suivant. *Aux limites de fourniture, le prix de revient de l'exergie est indépendant de la forme sous laquelle elle se présente (travail, chaleur, transformation).*

Définition

Le *prix de revient moyen annuel de l'exergie* peut être défini, conformément au principe ci-dessus, pour une exploitation annuelle, par la relation :

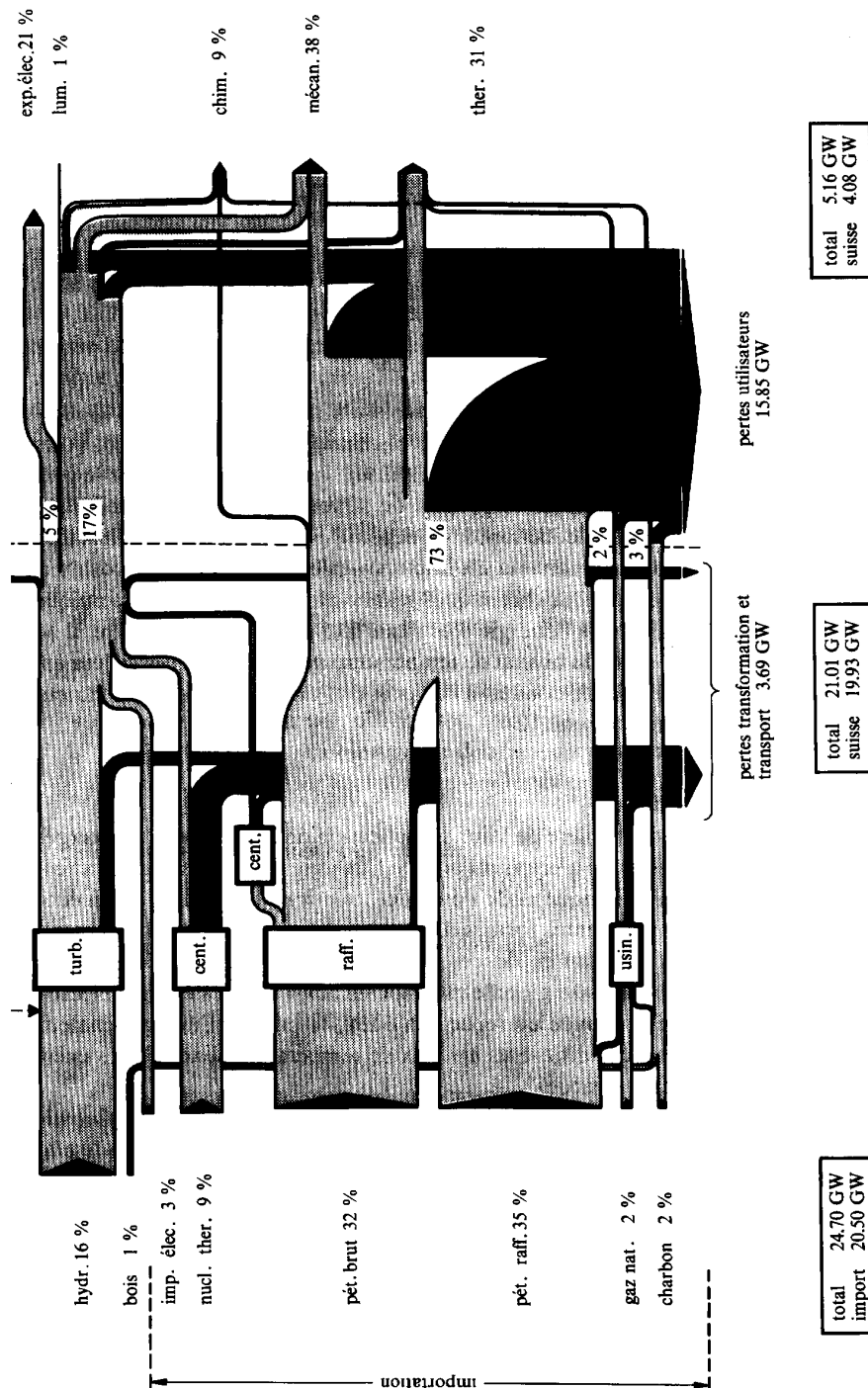


Fig. 10.44 Bilan exergétique relatif à la Suisse, en puissance moyenne, pour l'année 1974.

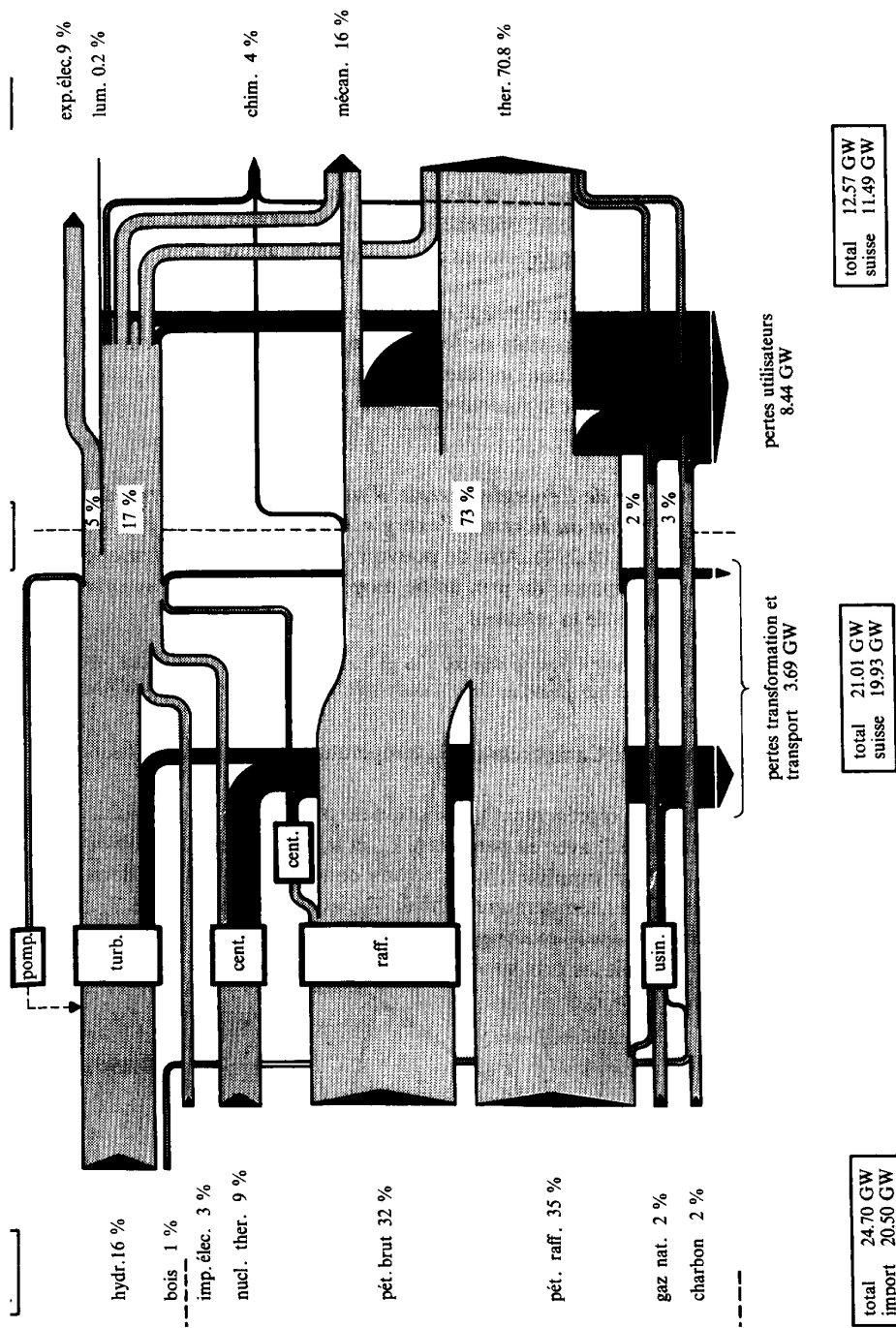


Fig. 10.45 Bilan énergétique relatif à la Suisse, en puissance moyenne, pour l'année 1974.

$$\bar{P}_x = \frac{D_{an}}{\int_{1 \text{ an}} \left(\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}_q^-] + \sum [\dot{E}_y^-] \right) dt} \quad (10.294)$$

dans laquelle nous avons :

- numérateur D_{an} : dépense annuelle totale comprenant les charges fixes (amortissement, entretien, personnel...) et les charges variables (combustible...)
- dénominateur : exergie annuelle, obtenue en intégrant par rapport au temps t les courbes annuelles des prestations en puissances \dot{E}_e^- , \dot{E}_q^- et \dot{E}_y^-

Le prix \bar{P}_x peut par exemple être exprimé en Fr/J ou en Fr/kWh.

Bien entendu, il est toujours possible de tenir compte de certaines contraintes d'ordre technique, économique ou conjoncturel en plaçant devant \dot{E}_q^- et \dot{E}_y^- des facteurs k_q et k_y , destinés à tempérer la rigueur de l'équivalence exergetique.

Prix de l'énergie-chaleur

En principe, *le commerce de l'énergie devrait, d'un point de vue thermodynamique, faire intervenir l'achat ou la vente d'exergie*, cela sur la base du prix de revient \bar{P}_x , calculé à l'aide de (10.294). Afin de pouvoir comparer avec la pratique actuelle, il est intéressant de repasser du prix unifié moyen \bar{P}_x de l'exergie au prix P_q de l'énergie-chaleur à l'aide de la relation :

$$P_q = \frac{E_q^-}{Q^-} \bar{P}_x = \Theta \bar{P}_x = \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \bar{P}_x \quad (10.295)$$

dans laquelle Θ est le facteur de Carnot relatif à la température T à laquelle est fournie l'énergie-chaleur Q^- .

Les figures 10.46 et 10.47 représentent la variation du prix P_q de l'énergie-chaleur, la première en fonction de T , avec en paramètre T_a , et la seconde en fonction de T_a , avec en paramètre T . Pour simplifier, nous avons considéré seulement deux valeurs pour chaque paramètre : température d'hiver T_{ah} et température d'été T_{ae} , ainsi que chauffage à température T_h et réfrigération à température T_f .

La relation (10.295) fournit les prix suivants pour l'énergie-chaleur :

- pour le **chauffage** à $T_h > T_a$:

$$P_{qh} = \frac{E_{qh}^-}{Q_h^-} \bar{P}_x = \Theta_h \bar{P}_x = \left(1 - \frac{T_a}{T_h} \right) \bar{P}_x \quad (10.296)$$

- pour la **réfrigération** à $T_f < T_a$

$$P_{qf} = \frac{E_{qf}^-}{Q_f^+} \bar{P}_x = -\Theta_f \bar{P}_x = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \bar{P}_x \quad (10.297)$$

Conformément aux explications qui ont été données au paragraphe 10.2.5 au sujet du changement de signe du facteur de Carnot Θ , intervenant lorsque T devient

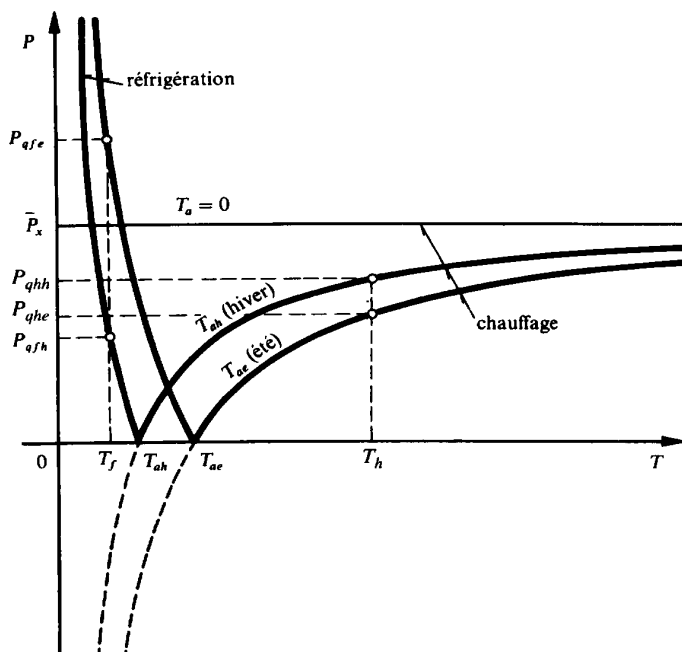


Fig. 10.46 Prix de revient annuel \bar{P}_x de l'exergie et prix P_q de l'énergie-chaleur, en fonction de la température de fourniture ou d'extraction T , avec en paramètre la température de l'atmosphère T_a .

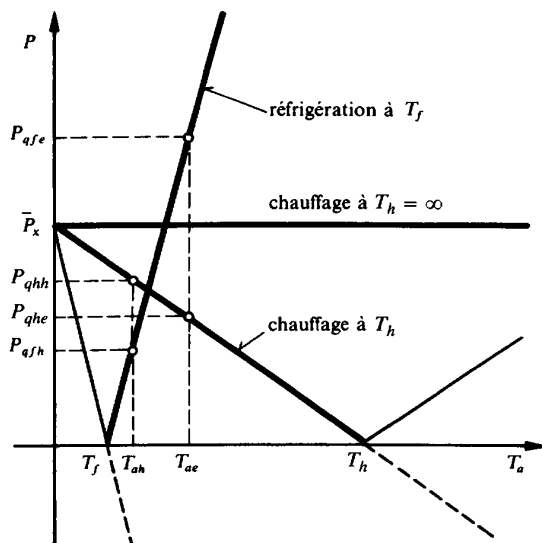


Fig. 10.47 Prix de revient moyen annuel \bar{P}_x de l'exergie et prix P_q de l'énergie-chaleur, en fonction de la température de l'atmosphère T_a avec en paramètre la température de fourniture ou d'extraction T .

inférieur à T_a , les rôles de client et de fournisseur ne sont conservés ici que parce que le signe de Q^- a été changé simultanément. C'est pour cela que P_{qf} reste positif, alors même que c'est le client qui donne l'énergie-chaleur Q_f^- au fournisseur.

Nous formulons les remarques qui suivent.

Le prix P_{qh} d'un chauffage est proportionnel au facteur de Carnot Θ_h :

- pour T_h tendant vers l'infini (transfert d'énergie-chaleur = transfert d'énergie noble), P_{qh} tend vers \bar{P}_x
- pour $T_h = T_a$, $P_{qh} = 0$

Cela reflète bien le fait que la valeur énergétique d'une énergie-chaleur dépend essentiellement du niveau de température auquel elle est fournie.

Le prix P_{qh} d'un chauffage est d'autant plus élevé que T_a est bas. En particulier, le prix P_{qhh} en hiver est plus élevé que le prix P_{qhe} en été, et cela pour la même température de fourniture T_h .

Cela exprime bien le fait que la fourniture d'une énergie-chaleur, à une température déterminée, est plus précieuse en hiver qu'en été.

Le prix P_{qf} d'une réfrigération est proportionnel au facteur de Carnot Θ_f changé de signe :

- pour T_f tendant vers 0 (zéro absolu), P_{qf} tend vers l'infini
- pour $T_f = T_a$, $P_{qf} = 0$

Cela correspond bien au fait qu'il est techniquement très difficile et économiquement très coûteux de se rapprocher du zéro absolu.

Le prix P_{qf} d'une réfrigération est d'autant plus élevé que T_a est haut. En particulier, le prix P_{qfe} en été est plus élevé que le prix P_{qfh} en hiver, et cela pour la même température d'extraction T_f .

Cela est bien en accord avec le fait que l'extraction d'une énergie-chaleur, à une température déterminée, est plus précieuse en été qu'en hiver.

Les deux exemples traités ci-dessus montrent combien les considérations exergetiques sont précieuses quand il s'agit de juger un complexe au sens de l'économie énergétique. Ils montrent également que la comptabilité exergetique permet de déterminer les prix respectifs des différentes formes d'énergie de façon logique et cohérente.

10.8 COMMENTAIRES

10.8.1 Concepts, terminologie et symbolique

Malgré tous les efforts déployés dans différents pays par de nombreux chercheurs, en vue de mettre au point la théorie que nous appelons «théorie de l'exergie», l'unification n'est pas encore complètement réalisée ni sur les concepts, ni sur la terminologie et ni sur la symbolique. Voici, par exemple, les termes que l'on trouve à ce sujet dans les ouvrages spécialisés : «énergie utilisable», «enthalpie

utilisable», «travail maximal», «travail utilisable», «travail maximal utilisable», «travail technique maximal», «travail disponible», «technische Arbeitsfähigkeit», «availability», «exergie», «anergie». Très souvent, il y a confusion entre le concept, la valeur absolue d'une fonction d'état, sa valeur rapportée à un état thermodynamique de référence, son accroissement et le travail maximal correspondant. Ce manque de clarté et de systématique explique en partie le peu d'empressement des praticiens à utiliser la démarche exergetique, pourtant si féconde. Nous allons discuter trois des nombreux termes mentionnés ci-dessus.

Le terme «énergie utilisable», introduit en 1889 par Gouy, n'est pas heureux. En effet, l'adjectif «utilisable» est vague, puisqu'il est susceptible d'être appliqué à toute grandeur jugée exploitable, dans un but quelconque. En donnant ce nom à une fonction d'état analogue à la fonction j , Gouy a sans doute voulu indiquer que cette fonction joue un rôle dans le bilan du travail utile. Etant donné que la fonction j est appelée à prendre une grande importance pratique, elle mérite la faveur de recevoir une appellation spécifique, simple et exprimable en un seul mot. Ces exigences sont satisfaites avec le terme *coénergie*.

Le terme «exergie», proposé en 1956 par Rant, est simple et esthétique. Malheureusement, il a été utilisé aussi bien pour le concept de base que pour les grandeurs j , k , E_q , E_y , \dot{E}_q et \dot{E}_y . Dans ces conditions, il ne permet pas de distinguer le caractère fonction d'état de j et k , du caractère grandeur de parcours de E_q et E_y .

C'est pour les raisons ci-dessus que ***nous n'utilisons le nom exergie et l'adjectif exergetique que sur le plan général et pour les grandeurs de parcours.*** Nous disons par exemple: *théorie de l'exergie, démarche exergetique, bilan exergetique, comptabilité exergetique, économie exergetique, exergie-chaleur, exergie-transformation, perte exergetique, rendement exergetique.*

Le tableau de correspondance 10.1 résume les termes et les symboles utilisés.

Tableau 10.1 Correspondances entre les grandeurs énergétiques et les grandeurs exergetiques.

ÉNERGIE Premier Principe		EXERGIE Premier Principe et Deuxième Principes	
u énergie interne	en J/kg	j coénergie	en J/kg
h enthalpie	en J/kg	k coenthalpie	en J/kg
Q énergie-chaleur	en J	E_q exergie-chaleur	en J
\dot{Q} puissance-chaleur	en W	\dot{E}_q exergie-chaleur	en W
Y énergie-transformation	en J	E_y exergie-transformation	en J
\dot{Y} puissance-transformation	en W	\dot{E}_y exergie-transformation	en W

Le terme «anergie» est également simple et esthétique. Malheureusement, d'une part il est imprécis, car il désigne aussi bien l'expressions $(T_a/T)Q^+$ que les expressions $T_a S$ et $T_a (S - S_0)$, ou encore la perte exergetique L . D'autre part il est

inutile, car il n'exprime pas un concept remarquable et n'apporte aucune lumière nouvelle sur les phénomènes de dégradation de l'énergie.

C'est pour les raisons ci-dessus que nous avons renoncé à l'utiliser, considérant que **le concept de perte exergétique exprime parfaitement tous les aspects liés aux phénomènes de dégradation de l'énergie.**

La terminologie que nous avons introduite présente les avantages qui suivent.

- Le préfixe «co», qui signifie *avec*, permet, par une simple adjonction en tête des termes usuels, de passer des fonctions d'état énergétique aux fonctions d'état exergétiques, cela en rappelant les grandeurs fondamentales qui interviennent dans les deux démarches. Ainsi, le terme «coénergie» signifie qu'il s'agit d'une fonction d'état définie *avec l'énergie interne*, et le terme «coenthalpie» signifie qu'il s'agit d'une fonction d'état définie *avec l'enthalpie*.
- Le préfixe «co» permet de respecter la symétrie qui existe entre les grandeurs fondamentales. Les termes «coénergie» et «coenthalpie» rappellent bien la *symétrie* qu'il y a entre *l'énergie interne* et *l'enthalpie*.
- Le préfixe «co» permet de tenir compte sans difficulté de *l'énergie cinétique* et de *l'énergie potentielle gravifique*. Par exemple, le terme «coenthalpie totale» désigne la grandeur k_{cz} .
- Le préfixe «co» se laisse aisément traduire dans toutes les langues. Nous avons, par exemple:

en français	: coénergie et coenthalpie
en anglais	: coenergy et coenthalpy
en allemand	: Koenergie et Koenthalpie
en italien	: coenergia et coentalpia .

10.8.2 Représentation des bilans exergétiques

Enfin, mentionnons que l'on trouve, dans les ouvrages spécialisés, des schémas appelés «flux d'exergie» (en allemand «Exergie-Flussbild»), destinés à traduire graphiquement l'analyse exergétique d'un système. Malheureusement, ces schémas donnent une fausse impression de simplicité. Au lieu de faciliter la compréhension des phénomènes, ils entretiennent une certaine confusion. En effet, d'une part ils ne sont pas homogènes, car ils contiennent aussi bien des flux de masse (\dot{M}) que des puissances (\dot{E} et \dot{Q}), des flux de fonctions d'état ($\dot{M}h$ et $\dot{M}k$), ou encore des exergies (\dot{E}_q , \dot{E}_y et \dot{L}), mélangeant ainsi les grandeurs énergétiques et les grandeurs exergétiques. D'autre part, *les «flux d'exergie» sont incompatibles avec la notion de grandeur de parcours elle-même, car ils violent le principe fondamental suivant lequel une grandeur de parcours ne peut, en aucun cas, être affectée à un point seulement du système considéré.* Par exemple, l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ d'un réseau ne peut être affectée à l'une des sections d'entrée seulement du réseau. Ainsi, dans l'exemple de la turbine à vapeur, traité au paragraphe 10.6.1, l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ , reçue par le système au niveau de la vapeur (relation (10.275)), dépend non seulement de l'expression $\dot{M}_1 k_{c1}$ relative à l'entrée 1 de la vapeur, mais encore des

expressions analogues, relatives aux sorties 2, 3, 4, 5 et 6 de la vapeur. A notre avis, il n'est pas approprié d'affecter la grandeur \dot{E}_y^+ reçue par le système, seulement à la section d'entrée 1 de la vapeur. Le procédé qui consiste à affecter séparément les expressions $\dot{M}_j k_{cj}$ aux sections respectives est certes correct, mais prête à confusion. En effet, ces expressions n'indiquent pas autre chose que des flux de coenthalpie totale. Le fait de les considérer comme des «flux d'exergie» serait analogue au fait de considérer les flux d'enthalpie comme des flux de travail ou de chaleur, puisque, dans les deux cas, les premiers concernent des fonctions d'état et les seconds des grandeurs de parcours. D'ailleurs, leurs valeurs dépendent des valeurs de référence choisies, ces dernières pouvant être quelconques, donc en général différentes de celles correspondant à l'état de l'atmosphère. Cette confusion est particulièrement flagrante dans le cas où le système est le siège d'une combustion. Nous traiterons en détail au chapitre 12 des exemples concernant les chambres de combustion, les chaudières à vapeur et les moteurs à combustion interne. En pratique et en l'absence de processus chimique ou de diffusion avec l'atmosphère, on pourrait, à la rigueur, parler de «d'exergie reçue ou donnée» à la condition de considérer des expressions du genre $\dot{M}_j (k_{cj} - k_a)$ représentant une exergie-transformation entre l'état dans la section j et un état final en équilibre thermomécanique avec l'atmosphère.

Remarquons qu'il est toujours possible de présenter schématiquement un **bilan exergetique**, à la condition de ne représenter que les termes figurant dans ce bilan et en renonçant à affecter ces termes à des points précis du système considéré. On pourra ainsi représenter sous forme de schéma le bilan exergetique relatif à un élément, à un appareil, à une machine, à une installation ou au système énergétique d'un pays. Des schémas de ce genre ont été présentés, à titre d'exemple, dans les figures 10.36 (a) et 10.44.

10.8.3 Utilité de la démarche exergetique

*La théorie de l'exergie constitue un outil de travail extrêmement pratique dès que l'on veut mettre en évidence la **qualité thermodynamique** d'un système, quelles que soient sa taille, sa complexité et la nature des phénomènes dont il est le siège (élément, appareil, machine, installation, système). Elle permet en effet de poser un véritable «diagnostic» concernant la «santé thermodynamique» du système, en décelant toutes les imperfections correspondant à l'enchaînement suivant :*

irréversibilité → dégradation de l'énergie → perte

En projetant une lumière crue sur les défauts thermodynamiques d'un système, la théorie de l'exergie permet de démystifier certaines démarches techniques qui paraissent rentables du point de vue financier, mais qui sont en réalité défavorables du point de vue de l'économie d'énergie. Elle permet donc de lutter contre le gaspillage des énergies primaires en incitant les praticiens à réaliser des opérations aussi peu irréversibles que possible, cela en commençant par éliminer les irréversibilités les plus criardes. Elle permet ainsi d'évoluer vers une optimisation meilleure des systèmes et une exploitation plus rationnelle des installations.

Certes, pour acquérir la maîtrise des concepts, de la terminologie et de la symbolique exposés ci-dessus, le praticien doit consacrer un peu de temps et consentir un certain effort. Mais cette acquisition se révélera très rapidement payante. En effet, de même que l'engagement d'un bon comptable permettra d'améliorer la gestion d'une entreprise, l'acquisition de la comptabilité exergetique permettra d'améliorer la compréhension, la conception et l'évaluation de tout système énergétique.

La démarche exergetique conduit à une autre façon d'aborder les problèmes d'énergie, à une autre vision des choses, pour ne pas dire à une autre mentalité. L'ingénieur ou le praticien ayant bien assimilé la théorie de l'exergie ne pourra, par exemple, plus jamais manipuler l'énergie-chaleur avec la même désinvolture.

10.9 SYNTHÈSE DES APPROCHES ÉNERGÉTIQUE ET EXERGETIQUE

10.9.1 Approche énergétique

Bilan énergétique (avec des termes comprenant des valeurs numériques positives, négatives ou nulles)

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_j [\dot{Q}^-] + \sum_i [\dot{Y}^+] + \dot{Q}_a^+ = 0$$

$$\dot{Y}^+ = \sum_j [h_{cqi} \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a dV)}{dt}$$

Bilan énergétique (avec des termes ne comprenant que des valeurs numériques positives ou nulles)

$$\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{Q}^-] + \sum [\dot{Y}^-] + \dot{Q}_a^- = \sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{Q}^+] + \sum [\dot{Y}^+] + \dot{Q}_a^+$$

exposant + : puissance reçue par le système

exposant - : puissance donnée par le système

Efficacité

Pas de définition générale ! Définitions arbitraires éventuelles :

$$\varepsilon = \frac{\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{Q}^-] + \sum [\dot{Y}^-]}{\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{Q}^+] + \sum [\dot{Y}^+]}$$

Valeurs comprises entre 0 et ∞ :

$$0 \leq \varepsilon \leq \infty$$

Ne donnent pas la qualité thermodynamique du système.

10.9.2 Approche exergetique

Bilan exergetique (avec des termes comprenant des valeurs numériques positives ou négatives)

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \sum_i [\dot{E}_{qi}^+] + \sum_n [\dot{E}_{yn}^+] = \dot{L} \geq 0$$

$$\dot{E}_y^+ \equiv \sum_j [(h_{cqi} - T_a s_j) \dot{M}_j^+] - \frac{d(U_{cz} + P_a V - T_a S)}{dt} = \sum_j [k_{cqi} \dot{M}_j^+] - \frac{dJ_{cz}}{dt}$$

Bilan exergetique (avec des termes ne comprenant que des valeurs numériques positives)

$$\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}_q^-] + \sum [\dot{E}_y^-] = \sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}_q^+] + \sum [\dot{E}_y^+] - \dot{L}$$

exposant + : exergie reçue par le système

exposant - : exergie donnée par le système

Rendement exergetique

Définition générale :

$$\eta = \frac{\sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}_q^-] + \sum [\dot{E}_y^-]}{\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}_q^+] + \sum [\dot{E}_y^+]} \quad \eta = 1 - \frac{\dot{L}}{\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}_q^+] + \sum [\dot{E}_y^+]}$$

Valeurs toujours comprises entre 0 et 1 :

$$0 \leq \eta \leq 1$$

Donnent la qualité thermodynamique du système.

Energétique et exergetique (avec processus réactifs)

11.1 GÉNÉRALITÉS

En technique, les températures situées au-dessus de la température atmosphérique sont, dans la majorité des cas, obtenues grâce à une réaction chimique. Si cette dernière est une oxydation, elle est appelée *combustion*.

Le présent chapitre doit être considéré comme une introduction destinée à permettre aux ingénieurs mécaniciens d'aborder et de traiter les problèmes de combustion technique les plus courants.

Dans un phénomène de combustion, les corps en présence sont les suivants :

- *A comburant* (généralement de l'air)
- *F combustible* (ou fioul)
- *M mélange* (de comburant et de combustible)
- *G produits de combustion* (généralement des gaz de combustion)

Les comburants les plus fréquemment utilisés sont l'air ou l'oxygène pur. Ils peuvent être des corps composés, comme par exemple l'acide nitrique. Ils peuvent aussi être incorporés préalablement au combustible, soit sous forme d'alliage chimique, soit sous forme d'air ou d'oxygène liquide, comme par exemple dans les explosifs et dans les carburants pour fusées.

Les combustibles peuvent être des solides, des liquides ou des gaz. Les éléments chimiques principaux des combustibles ordinaires sont les suivants :

C *carbone*

H₂ *hydrogène*

S *soufre*

Nous utilisons les *règles de notation* suivantes :

- Toute quantité de substance exprimée en mètres cubes normaux (Nm³) est indiquée par le signe ° placé au-dessus de la lettre.
- Toute grandeur massique est représentée par une lettre latine minuscule.
- Toute grandeur molaire est représentée par une lettre latine minuscule surmontée du signe ~ placé au dessus de la lettre.
- Les concentrations massiques ou molaires d'un composant *i* de combustible *F* sont exprimées par :

$$c_i^F \equiv \frac{M_i}{M_F} \left[\frac{\text{kg } i}{\text{kg } F} \right] \qquad \tilde{c}_i^F \equiv \frac{N_i}{N_F} \left[\frac{\text{kmol } i}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.1)$$

- Les concentrations massiques ou molaires d'un composant j de gaz de combustion G sont exprimées par :

$$c_j^G \equiv \frac{M_j}{M_G} \left[\frac{\text{kg } j}{\text{kg } G} \right] \qquad \tilde{c}_j^G \equiv \frac{N_j}{N_G} \left[\frac{\text{kmol } j}{\text{kmol } G} \right] \quad (11.2)$$

- Toute grandeur concernant une combustion complète (§ 11.5.1) est indiquée par la lettre c ajoutée à son symbole ; exemple : Gc produits de combustion résultant d'une combustion complète.

11.2 ÉQUATIONS CHIMIQUES DE BASE

11.2.1 Carbone, hydrogène, soufre et hydrocarbures

La combustion du carbone, de l'hydrogène, du soufre et de quelques hydrocarbures, à titre d'exemple, donne lieu aux équations chimiques de base indiquées dans le tableau 11.1. A chaque équation chimique correspondent les grandeurs énergétiques suivantes :

- $\underline{\Delta h}_i^0$ *pouvoir énergétique inférieur massique*, exprimé en [J/kg F]
- $\underline{\Delta \tilde{h}}_i^0$ *pouvoir énergétique inférieur molaire*, exprimé en [J/kmol F] ou en [J/kat F]
- $\underline{\Delta h}_s^0$ *pouvoir énergétique supérieur massique*, exprimé en [J/kg F]
- $\underline{\Delta \tilde{h}}_s^0$ *pouvoir énergétique supérieur molaire*, exprimé en [J/kmol F] ou en [J/kat F]

qui déterminent l'énergie pouvant être obtenue à la suite d'une combustion dans des conditions décrites en détail à la section 11.4. Par ailleurs, il est également possible de définir les grandeurs exergetiques suivantes :

- $\underline{\Delta k}^0$ *pouvoir exergetique massique*, exprimé en [J/kg F]
- $\underline{\Delta \tilde{k}}^0$ *pouvoir exergetique molaire*, exprimé en [J/kmol F]

qui déterminent l'énergie-travail maximale pouvant être obtenue à la suite d'une combustion dans des conditions décrites en détail à la section 11.6.

Relevons que les pouvoirs énergétiques sont parfois appelés *chaleur de réaction*, ou encore *enthalpie de réaction* par les physiciens et les chimistes. Remarquons également que, dans la pratique, on parle plutôt de *pouvoir calorifique* d'un combustible. Nous préférons l'expression **pouvoir énergétique**, car les produits de combustion sont utilisés dans les machines thermiques pour produire aussi bien de l'énergie-travail (comme dans un moteur) que de l'énergie-chaleur (comme dans une chaudière).

Précisons d'ores et déjà que les pouvoirs énergétiques et exergetiques sont définis pour des *conditions standard* P^0 et T^0 , qui ont en général les valeurs suivantes :

Conditions standard

Pression standard	$P^0 = 1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$	(11.3)
Température standard	$T^0 = 25^\circ\text{C}$	

Le passage des grandeurs massiques aux grandeurs molaires se fait par les relations :

$$\underline{\Delta h}^0 = \tilde{m}_F \underline{\Delta h}^0 \qquad \underline{\Delta k}^0 = \tilde{m}_F \underline{\Delta k}^0 \qquad \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.4)$$

où \tilde{m}_F est la masse molaire du combustible F .

Afin d'éviter la confusion avec le signe Δ indiquant systématiquement qu'il s'agit d'une différence entre un état final et un état initial, nous utilisons, pour les pouvoirs énergétiques et exergetiques, la **règle de notation** suivant laquelle le signe $\underline{\Delta}$ indique qu'il s'agit de la différence entre un état initial et un état final ($\underline{\Delta} = -\Delta$).

Le pouvoir énergétique de tout hydrocarbure peut se déduire de ceux des éléments de base C et H_2 . Mais il ne peut pas être calculé simplement par la règle des mélanges, car il faut tenir compte de la chaleur de formation de l'hydrocarbure. Par exemple, pour le méthane CH_4 , les équations pour le carbone et l'hydrogène donnent :

$$\text{C} \rightarrow 1 \cdot 393\,510 = 393\,510 \text{ kJ}$$

$$\text{H}_4 \rightarrow 2 \cdot 241\,800 = 483\,652 \text{ kJ}$$

$$\begin{aligned} \text{chaleur de formation} &= \underline{-74\,870} \text{ kJ/kmol CH}_4 \\ &\quad 802\,292 \text{ kJ/kmol CH}_4 \end{aligned}$$

Ce calcul montre que la simple application de la règle des mélanges conduirait à une erreur inadmissible de 9.3%.

11.2.2 Rapport de volume

En général, pour des conditions standard P^0 et T^0 déterminées, il y a **variation de volume** entre l'état initial et l'état final. En négligeant le volume des solides C et S, ainsi que celui du liquide H_2O , par rapport au volume des gaz, et en tenant

Tableau 11.1 Equations chimiques, pouvoirs énergétiques et pouvoirs exergétiques des principaux combustibles.

Combustible	état	équation chimique	Δh_f^0 [kJ/kg]	Δh_f^0 [kJ/kg]	$\Delta \tilde{h}_f^0$ [kJ/kmol]	$\Delta \tilde{h}_f^0$ [kJ/kmol]	Δk^0 [kJ/kg]	$\Delta \tilde{k}^0$ [kJ/kmol]
graphite	solide	$C + O_2 \rightarrow CO_2$	32 765	32 765	393 510	393 510	34 183	410 541
monoxyde de carbone	gaz	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$	10 103	10 103	282 980	282 980	9831	275 364
hydrogène	gaz	$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$	119 716	141 500	241 826	285 830	116 441	235 212
soufre	solide	$S + O_2 \rightarrow SO_2$	9250	9250	296 600	296 600	Voir [129]	Voir [129]
méthane	gaz	$CH_4 + 2 O_2 \rightarrow CO_2 + 2 H_2O$	50 018	55 505	802 292	890 300	51 757	830 174
acétylène	gaz	$C_2H_2 + \frac{5}{2}O_2 \rightarrow 2 CO_2 + H_2O$	48 217	49 907	1 255 576	1 255 576	48 597	1 265 464
éthylène	gaz	$C_2H_4 + 3 O_2 \rightarrow 2 CO_2 + 2 H_2O$	47 171	50 308	1 323 142	1 411 150	48 471	1 359 625
éthane	gaz	$C_2H_6 + \frac{7}{2}O_2 \rightarrow 2 CO_2 + 3 H_2O$	47 512	51 903	1 428 698	1 560 710	49 678	1 493 827
heptane	liquide	$C_7H_{16} + 11 O_2 \rightarrow 7 CO_2 + 8 H_2O$	44 559	48 072	4 464 778	4 816 810	47 460	4 755 480
octane	liquide	$C_8H_{18} + \frac{25}{2}O_2 \rightarrow 8 CO_2 + 9 H_2O$	44 788	48 255	5 116 144	5 512 150	47 435	5 418 553
méthanol	liquide	$CH_3OH + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2 + 2 H_2O$	19 936	22 683	638 762	726 770	22 367	716 648
éthanol	liquide	$C_2H_5OH + 3 O_2 \rightarrow 2 CO_2 + 3 H_2O$	26 818	29 683	1 235 498	1 367 510	29 386	1 353 800

Conditions standard : $p^0 = 1 \text{ atm}$ et $\tilde{T}^0 = 25^\circ\text{C}$.

compte de la loi d'Avogadro (relation (5.63)), nous pouvons calculer le rapport entre le volume V_G des produits finaux de combustion et le volume V_M du mélange initial:

$$\text{Rapport de volume} \quad \chi = \frac{V_G}{V_M} = \frac{N_G}{N_M} = \frac{\dot{M}_G}{\dot{M}_M} \quad (11.5)$$

Le tableau 11.2 donne les rapports de volume pour quelques-unes des équations chimiques du tableau 11.1.

Tableau 11.2 Rapport de volume correspondant à quelques équations chimiques.

Equation	χ	Observation
$C + O_2 \rightarrow CO_2$	1	Pas de changement car C (solide) à un volume négligeable
$C + 0.5O_2 \rightarrow CO$	2	Forte augmentation
$CO + 0.5O_2 \rightarrow CO_2$	2/3	Diminution
$H_2 + 0.5O_2 \rightarrow H_2O(vap)$	2/3	Diminution
$S + O_2 \rightarrow SO_2$	1	Pas de changement
$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O(vap)$	1	Pas de changement
$C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O(vap)$	1	Pas de changement
$C_2H_6 + (7/2)O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O(vap)$	10/9	Légère augmentation

D'une façon générale, il y a augmentation de volume pour tous les hydrocarbures dont la molécule contient plus de quatre atomes d'hydrogène.

11.3 COMBUSTION COMPLÈTE

11.3.1 Composition du combustible, oxygène et air stœchiométriques, et composition des gaz de combustion (première approche)

Généralités

Nous formulons les trois hypothèses qui suivent.

- Tous les composants oxydables du combustible se retrouvent complètement oxydés dans les produits de combustion, c'est-à-dire qu'il s'agit d'une **combustion complète**.
- L'azote se comporte comme un **corps neutre**, c'est-à-dire qu'il n'y a pas formation d'oxydes d'azote.
- L'air de combustion est **sec** (0.21 kmol de O_2 et 0.79 kmol de N_2 , par kmol).

Pour les combustibles solides ou liquides, définis par l'analyse élémentaire correspondant au bilan de masse donné au tableau 11.3, les différentes grandeurs stœchiométriques seront référées à l'unité de masse de combustible M_F et de ses composants (teneurs massiques c_i). Par contre, les mêmes grandeurs pour un combustible gazeux seront référées à l'unité molaire du combustible N_F et de ses composants (teneurs molaires \tilde{c}_i). Cela tient au fait que les combustibles solides ou liquides sont généralement mesurés en unités de masse alors que les combustibles gazeux sont de préférence mesurés en grandeurs volumiques.

La teneur en eau $c_{\text{H}_2\text{O}}^F$ dans la composition d'un combustible solide ou liquide concerne uniquement l'eau de constitution, c'est-à-dire l'eau qui est mélangée physiquement au combustible.

Oxygène et air stœchiométriques

Le combustible exige au minimum, pour brûler complètement, la *quantité d'oxygène stœchiométrique* donnée dans le tableau 11.3.

En tenant compte du fait que 1 kmol d'air contient 0.21 kmol d'oxygène, nous obtenons la *quantité d'air stœchiométrique* en divisant par 0.21 la quantité d'oxygène stœchiométrique.

Facteur d'air

L'expérience a montré que, pour obtenir une *combustion complète*, il faut ajouter au combustible une quantité d'air plus grande que la quantité d'air stœchiométrique. Nous définissons :

Facteur d'air	$\lambda \equiv \frac{N_A}{N_{Ast}} = \frac{M_A}{M_{Ast}} \quad (11.6)$
----------------------	---

Produits de combustion

Nous formulons les deux hypothèses suivantes :

- Le volume des constituants solides ou liquides est *négligeable* par rapport à celui des constituants gazeux.
- L'eau se présente dans les produits de combustion *sous forme gazeuse*.

Selon les équations chimiques de base données au tableau 11.1, et compte tenu de l'expression du tableau 11.3 donnant l'oxygène stœchiométrique, le nombre total de kilomoles de gaz de combustion G_c est donné dans le tableau 11.3.

Le nombre total de kilomoles de mélange M sous forme gazeuse, la variation de volume et la masse molaire sont donnés dans le tableau 11.4 pour les combustibles solides et liquides d'une part, et pour les combustibles gazeux d'autre part.

Tableau 11.3 Air et gaz de combustion d'une combustion complète ($\lambda \geq 1$).

Combustible solide ou liquide		Combustible gazeux	
Composition du combustible			
$c_C^F + c_{H_2}^F + c_S^F + c_{O_2}^F + c_{N_2}^F + c_{H_2O}^F + c_{CO}^F + c_{CO_2}^F + c_{CH_4}^F + c_{C_2H_4}^F = 1$		$\tilde{c}_{H_2}^F + \tilde{c}_{O_2}^F + \tilde{c}_{N_2}^F + \tilde{c}_{CO}^F + \tilde{c}_{CO_2}^F + \tilde{c}_{CH_4}^F + \tilde{c}_{C_2H_4}^F = 1$	
Oxygène stoechiométrique			
$\frac{N_{O_2, st}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} - \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}}$	$\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg } F}$	$\frac{N_{O_2, st}}{N_F} = 0.5 \tilde{c}_{CO}^F + 0.5 \tilde{c}_{H_2}^F + 2 \tilde{c}_{CH_4}^F + 3 \tilde{c}_{C_2H_4}^F - \tilde{c}_{O_2}^F$	$\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kmol } F}$
Air de combustion (air sec, $\tilde{c}_{O_2}^A = 0.21, \tilde{c}_{N_2}^A = 0.79$)			
$\frac{N_A}{M_F} = \frac{\lambda N_{O_2, st}}{0.21 M_F} = \lambda \left(\frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} - \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} \right)$	$\frac{\text{kmol } A}{\text{kg } F}$	$\frac{N_A}{N_F} = \frac{\lambda N_{O_2, st}}{0.21 N_F} = \frac{\lambda}{0.21} \left(0.5 \tilde{c}_{H_2}^F + 0.5 \tilde{c}_{CO}^F + 2 \tilde{c}_{CH_4}^F + 3 \tilde{c}_{C_2H_4}^F - \tilde{c}_{O_2}^F \right)$	$\frac{\text{kmol } A}{\text{kmol } F}$
Gaz de combustion complète (air sec, $\tilde{c}_{O_2}^A = 0.21, \tilde{c}_{N_2}^A = 0.79$)			
$\frac{N_{Gc}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} + \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} + \frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}} + \frac{N_A}{M_F} - \frac{N_{O_2, st}}{M_F}$	$\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kg } F}$	$\frac{N_{Gc}}{N_F} = \frac{\tilde{c}_{H_2}^F + \tilde{c}_{O_2}^F + \tilde{c}_{N_2}^F + \tilde{c}_{CO}^F + \tilde{c}_{CO_2}^F + 3 \tilde{c}_{CH_4}^F + 4 \tilde{c}_{C_2H_4}^F}{N_F} + \frac{N_A}{N_F} - \frac{N_{O_2, st}}{N_F}$	$\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kmol } F}$
$\frac{N_{Gc}}{M_F} = 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} + \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} + \frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}} + \frac{N_A}{M_F}$	$\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kg } F}$	$\frac{N_{Gc}}{N_F} = 0.5 \tilde{c}_{H_2}^F + \tilde{c}_{O_2}^F + \tilde{c}_{N_2}^F + 0.5 \tilde{c}_{CO}^F + \tilde{c}_{CO_2}^F + \tilde{c}_{CH_4}^F + \tilde{c}_{C_2H_4}^F + \frac{N_A}{N_F}$	$\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kmol } F}$
$\frac{N_{H_2O}}{M_F} = \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}}$	$\frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kg } F}$	$\frac{N_{H_2O}}{N_F} = \tilde{c}_{H_2}^F + 2 \tilde{c}_{CH_4}^F + 2 \tilde{c}_{C_2H_4}^F$	$\frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kmol } F}$
$\tilde{c}_{H_2O}^{Gc} = \frac{N_{H_2O}}{N_{Gc}} \frac{M_F}{M_F}$	$\frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kmol } Gc}$	$\tilde{c}_{H_2O}^{Gc} = \frac{N_{H_2O}/N_F}{N_{Gc}/N_F}$	$\frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kmol } Gc}$

Tableau 11.4 Changement de volume et masse molaire des gaz de combustion.

Combustible liquide ou solide	Combustible gazeux
Nombre de kilomoles de mélange M	
$\frac{N_{Mg}}{M_F} = \frac{N_A}{M_F}$	$\frac{N_M}{N_F} = \tilde{c}_{H_2}^F + \tilde{c}_{O_2}^F + \tilde{c}_{N_2}^F + \tilde{c}_{CO}^F + \tilde{c}_{CO_2}^F + \tilde{c}_{CH_4}^F$ $+ \tilde{c}_{C_2H_4}^F + \frac{N_A}{N_F}$
Augmentation du nombre de kilomoles	
$\Delta \frac{N}{M_F} = 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} + \frac{c_{N_2}^F}{\tilde{m}_{N_2}} + \frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}}$	$\Delta \frac{N}{N_F} = -0.5(\tilde{c}_{H_2}^F + \tilde{c}_{CO}^F) < 0$
Volume des gaz de combustion	
$\frac{\dot{M}_{Gc}}{M_F} = 22.414 \frac{N_{Gc}}{M_F}$	$\frac{Nm^3}{kg F} \quad \frac{\dot{M}_{Gc}}{N_F} = 22.414 \frac{N_{Gc}}{N_F} \quad \frac{Nm^3}{kmol F}$
Augmentation de volume	
$\Delta \frac{\dot{M}}{M_F} = 22.414 \Delta \frac{N}{M_F}$	$\Delta \frac{\dot{M}}{N_F} = 22.414 \Delta \frac{N_{Gc}}{N_F} < 0$
Masse molaire des gaz de combustion	
$\tilde{m}_{Gc} = \frac{1 + \lambda \tilde{m}_A (N_{Ast}/M_F)}{N_{Gc}/M_F}$	$\tilde{m}_{Gc} = \frac{\tilde{m}_F + \lambda (N_{Ast}/N_F)}{N_{Gc}/N_F}$
$\frac{kg Gc}{kmol Gc}$	$\frac{kg Gc}{kmol Gc}$

Le volume des gaz de combustion Gc et l'augmentation de volume résultant de la combustion sont exprimés en Nm^3/kgF pour les combustibles solide ou liquide et en $Nm^3/kmol F$ pour les combustibles gazeux, sachant que, en vertu de la loi d'Avogadro, le volume molaire normal est, selon (5.61), égal à $22.414 Nm^3/kmol$.

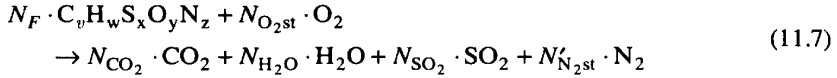
Remarquons que, pour les combustibles solides et liquides, l'augmentation de volume ne dépend pas des teneurs du combustible F en carbone, en soufre et en cendres.

Remarquons également que, pour les combustibles gazeux, le changement de volume correspond à une diminution et que cette diminution de volume ne dépend pas des teneurs du combustible F en oxygène, en azote, en dioxyde de carbone, en méthane et en éthylène.

11.3.2 Composition du combustible, oxygène et air stœchiométriques, et composition des gaz de combustion (deuxième approche avec les mêmes hypothèses que dans le paragraphe 11.3.1)

D'une manière plus générale, pour un combustible à base de carbone C , d'hydrogène H , de soufre S , et contenant une certaine concentration d'oxygène O et

d'azote N liés chimiquement, la réaction globale théorique de combustion complète stœchiométrique, utilisant comme comburant de l'**oxygène pur**, peut s'écrire :



L'exposant (') se réfère à la combustion avec de l'**oxygène pur**, distinction qui n'est essentiellement nécessaire que pour déterminer les concentrations d'azote.

La **molécule générique** $C_v H_w S_x O_y N_z$ est souvent utilisée comme molécule synthétique de substitution, car la plupart des combustibles courants sont des mélanges d'hydrocarbures de différents ordres ($C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$).

Comme au paragraphe 11.3.1, nous négligeons ici les composants polluants de type NO_x , en admettant que l'azote est inerte. Nous négligeons également les autres résidus de combustion indésirables que sont les imbrûlés CO et HC ainsi que les oxydes de soufre de type SO_3 .

Dans le cas de combustibles comprenant plusieurs centaines d'hydrocarbures différents, les nombres respectifs v, w, x, y et z d'atomes de C, H, S, O et N formant la molécule synthétique de substitution sont généralement déterminés expérimentalement par mesures chromatographiques ou spectrométriques. Dans le cas de combustibles comprenant un nombre limité d'hydrocarbures élémentaires principaux, comme par exemple le gaz naturel, il est possible de calculer les grandeurs v, w, x, y et z à partir de leur composition. Celle-ci est souvent déterminée par chromatographie en phase gazeuse. La composition du gaz naturel n'est pas constante, mais dépend du lieu d'extraction. En raison de l'interconnexion des réseaux de distribution, elle peut varier sensiblement sur le lieu de consommation.

D'une manière générale, en considérant un combustible formé d'un nombre I d'hydrocarbures élémentaires i $C_{v_i} H_{w_i} S_{x_i} O_{y_i} N_{z_i}$ de concentration volumique ou molaire \tilde{c}_i , il est possible de déterminer les grandeurs v, w, x, y et z de la molécule synthétique de substitution comme suit :

$$v = \sum_{i=1}^I \tilde{c}_i v_i \quad w = \sum_{i=1}^I \tilde{c}_i w_i \quad x = \sum_{i=1}^I \tilde{c}_i x_i \quad y = \sum_{i=1}^I \tilde{c}_i y_i \quad z = \sum_{i=1}^I \tilde{c}_i z_i \quad (11.8)$$

Oxygène stœchiométrique

Dans cette approche, la quantité théorique minimale d'oxygène nécessaire à l'oxydation complète d'un combustible donné, dite stœchiométrique, se détermine comme suit :

$$\frac{N_{O_{2st}}}{N_F} = v + \frac{w}{4} + x - \frac{y}{2} \quad \frac{\text{kmol } O_2}{\text{kmol } C_v H_w S_x O_y N_z} \quad (11.9)$$

où l'indice *st* se réfère aux conditions stœchiométriques.

A partir des masses molaires du combustible \tilde{m}_F et de l'oxygène \tilde{m}_{O_2} , il est possible de calculer la quantité d'oxygène stœchiométrique massique:

$$\frac{M_{O_{2st}}}{M_F} = \frac{N_{O_{2st}}}{N_F} \frac{\tilde{m}_{O_2}}{\tilde{m}_F} \left[\frac{\text{kg } O_2}{\text{kg } C_v H_w S_x O_y N_z} \right] \quad (11.10)$$

La masse molaire d'un composant chimique se calcule à partir de sa composition atomique et de la masse molaire de chacun des éléments le composant. La masse molaire des principaux éléments intervenant dans la combustion d'hydrocarbures est donnée dans le tableau 11.4.

La masse molaire du combustible est donc:

$$\tilde{m}_F = v \cdot \tilde{m}_C + w \cdot \tilde{m}_H + x \cdot \tilde{m}_S + y \cdot \tilde{m}_O + z \cdot \tilde{m}_N \quad (11.11)$$

Les *coefficients stœchiométriques des produits de combustion* générés sont les suivants:

$$\frac{N_{CO_2}}{N_F} = v \left[\frac{\text{kmol } CO_2}{\text{kmol } C_v H_w S_x O_y N_z} \right] \quad (11.12)$$

$$\frac{N_{H_2O}}{N_F} = \frac{w}{2} \left[\frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kmol } C_v H_w S_x O_y N_z} \right] \quad (11.13)$$

$$\frac{N_{SO_2}}{N_F} = x \left[\frac{\text{kmol } SO_2}{\text{kmol } C_v H_w S_x O_y N_z} \right] \quad (11.14)$$

$$\frac{N'_{N_{2st}}}{N_F} = \frac{z}{2} \left[\frac{\text{kmol } N_2}{\text{kmol } C_v H_w S_x O_y N_z} \right] \quad (11.15)$$

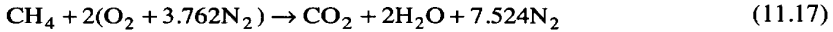
A partir de ces grandeurs, il est possible de déterminer le rapport de volume:

$$\chi'_{st} = \frac{N_{CO_2} + N_{H_2O} + N_{SO_2} + N'_{N_{2st}}}{N_F + N_{O_{2st}}} \quad (11.16)$$

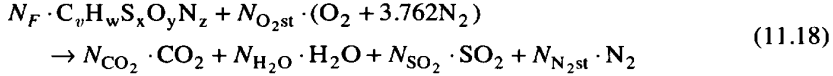
Air stœchiométrique

Comme au paragraphe 11.3.1, nous admettons que l'air se compose en volume de 79% d'azote N_2 et de 21%-vol. d' O_2 . Dans ce cas, le rapport molaire de l'azote sur l'oxygène est de 3.762 kmol N_2 /kmol O_2 . A noter que, selon les auteurs, cette proportion peut légèrement varier.

A titre d'exemple pour la combustion du méthane avec de l'air, la réaction (11.7) devient alors:



et d'une manière plus générale, la réaction (11.7) devient:



Comme l'azote est inerte, les relations (11.12) à (11.14) restent valables. Le nombre de kmol de N_2 et le rapport de volume deviennent par contre:

$$\frac{N_{\text{N}_2\text{st}}}{N_F} = \frac{z}{2} + 3.762 \frac{N_{\text{O}_2\text{st}}}{N_F} \left[\frac{\text{kmol N}_2}{\text{kmol C}_v \text{H}_w \text{S}_x \text{O}_y \text{N}_z} \right] \quad (11.19)$$

$$\chi_{\text{st}} = \frac{N_{\text{CO}_2} + N_{\text{H}_2\text{O}} + N_{\text{SO}_2} + N_{\text{N}_2\text{st}}}{N_F + 4.762 N_{\text{O}_2\text{st}}} \quad (11.20)$$

La **quantité molaire d'air stœchiométrique** se calcule à partir de la relation (11.9) comme suit:

$$\frac{N_{\text{Ast}}}{N_F} = 4.762 \frac{N_{\text{O}_2\text{st}}}{N_F} = 4.762 \left(v + \frac{w}{4} + x - \frac{y}{2} \right) \left[\frac{\text{kmol A}}{\text{kmol C}_v \text{H}_w \text{S}_x \text{O}_y \text{N}_z} \right] \quad (11.21)$$

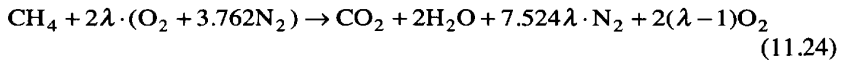
et la **quantité massique d'air stœchiométrique** est alors:

$$\frac{M_{\text{Ast}}}{M_F} = \frac{N_{\text{Ast}}}{N_F} \frac{\tilde{m}_A}{\tilde{m}_F} \left[\frac{\text{kg A}}{\text{kg C}_v \text{H}_w \text{S}_x \text{O}_y \text{N}_z} \right] \quad (11.22)$$

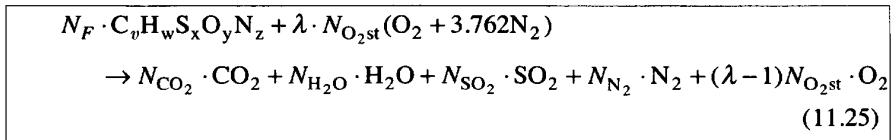
avec la masse molaire de l'air:

$$\tilde{m}_A = \tilde{c}_{\text{O}_2}^A \tilde{m}_{\text{O}_2} + \tilde{c}_{\text{N}_2}^A \tilde{m}_{\text{N}_2} = 28.8483 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right] \quad (11.23)$$

La combustion du méthane, avec ou sans excès d'air (combustion complète uniquement), peut être exprimée à l'aide de la relation suivante:



et, d'une manière générale, pour un combustible $\text{C}_v \text{H}_w \text{S}_x \text{O}_y \text{N}_z$:



Les quantités de CO_2 , H_2O et SO_2 générées sont données par les relations (11.12) à (11.14), alors que celle de N_2 est donnée par la relation suivante :

$$\frac{N_{\text{N}_2}}{N_F} = \frac{z}{2} + 3.762\lambda \frac{N_{\text{O}_{2\text{st}}}}{N_F} \left[\frac{\text{kmol N}_2}{\text{kmol C}_v\text{H}_w\text{S}_x\text{O}_y\text{N}_z} \right] \quad (11.26)$$

L'excès d'air se retrouve sous forme d'une plus grande concentration en N_2 des produits de combustion ainsi que d'une concentration résiduelle d' O_2 .

Le rapport de volume devient alors :

$$\chi = \frac{N_{\text{CO}_2} + N_{\text{H}_2\text{O}} + N_{\text{SO}_2} + N_{\text{N}_2} + (\lambda - 1)N_{\text{O}_{2\text{st}}}}{N_F + 4.762\lambda \cdot N_{\text{O}_{2\text{st}}}} \quad (11.27)$$

En associant le comportement des gaz de combustion à celui de gaz semi-parfaits (hypothèse raisonnable tant qu'on ne s'approche pas trop du point de rosée des produits de combustion), les relations suivantes donnent le volume des gaz de combustion par unité de masse et respectivement, pour les combustibles gazeux, par unité de volume de combustible, en fonction du facteur d'air, de la température et de la pression :

$$\frac{V_G}{M_F} = \left(1 + 4.762\lambda \frac{N_{\text{O}_{2\text{st}}}}{N_F} \right) \chi \frac{1}{\tilde{m}_f} \frac{\tilde{r}T}{P} \left[\frac{\text{m}^3 \text{Gc}}{\text{kg C}_v\text{H}_w\text{S}_x\text{O}_y\text{N}_z} \right] \quad (11.28)$$

avec \tilde{r} la constante universelle des gaz parfaits dont la valeur est $8314 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$

$$\frac{V_G}{V_{F,N}} = \left(1 + 4.762\lambda \frac{N_{\text{O}_{2\text{st}}}}{N_F} \right) \chi \frac{T}{T^0} \frac{P^0}{P} \left[\frac{\text{m}^3 \text{Gc}}{\text{Nm}^3 \text{C}_v\text{H}_w\text{S}_x\text{O}_y\text{N}_z} \right] \quad (11.29)$$

où P^0 et T^0 sont donnés aux conditions standard (11.3).

11.4 POUVOIRS ÉNERGÉTIQUES D'UN COMBUSTIBLE

11.4.1 Pouvoir énergétique isobare Δh^0 (ou $\Delta \tilde{h}^0$)

Définition

Le *pouvoir énergétique isobare massique* (ou *molaire*) d'un combustible F , exprimé en enthalpie, est défini, sous forme massique (ou molaire) par :

$$\begin{aligned} \text{Pouvoir énergétique isobare massique} \quad \Delta h^0 &= \frac{H_M^0 - H_{Gc}^0}{M_F} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right] \\ \text{Pouvoir énergétique isobare molaire} \quad \Delta \tilde{h}^0 &= \frac{H_M^0 - H_{Gc}^0}{N_F} \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right] \end{aligned} \quad (11.30)$$

dans laquelle nous avons :

- H_M^0 enthalpie du mélange initial M , dans les conditions standard (11.3)
- H_{Gc}^0 enthalpie des produits finaux de combustion Gc , résultant d'une *combustion complète*, dans les mêmes conditions standard
- M_F (ou N_F) masse (ou quantité) de combustible F , en kg F (ou kmol F)

Le tableau 11.1 donne les pouvoirs énergétiques Δh^0 et $\Delta \tilde{h}^0$ d'un certain nombre de combustibles simples.

Détermination expérimentale

Le pouvoir énergétique Δh^0 coïncide avec l'énergie-chaleur q_p^F rapportée à l'unité de masse du combustible F , qu'il faut extraire d'un **système fermé qui est le siège d'une combustion complète, isobare**, afin de ramener la température finale des produits de combustion Gc à la température initiale T^0 du mélange M avant combustion.

En effet, considérons la combustion complète dans le système fermé isobare représenté par la figure 11.1.

Le bilan de masse est :

$$M_{Gc} = M_M = M_F + M_A \quad (11.31)$$

En divisant par la masse de combustible M_F , nous obtenons la relation adimensionnelle :

$$\frac{M_{Gc}}{M_F} = 1 + \frac{M_A}{M_F} \quad (11.32)$$

dans laquelle nous avons :

- **rapport d'air**, défini par le rapport :

$$\frac{M_A}{M_F} \quad \left[\frac{\text{kg } A}{\text{kg } F} \right] \quad (11.33)$$

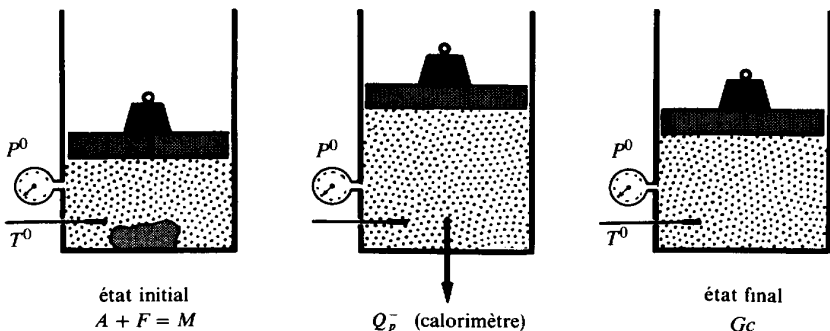


Fig. 11.1 Détermination expérimentale d'un pouvoir énergétique Δh^0 .

- **rapport de produits de combustion**, défini par le rapport :

$$\frac{M_{Gc}}{M_F} \left[\frac{\text{kg } Gc}{\text{kg } F} \right] \quad (11.34)$$

Le Premier Principe donne, selon (1.43), l'équation :

$$\Delta U_{cz} = E^+ + Q^+ \quad (11.35)$$

Dans le cas présent, le système reçoit l'énergie-travail :

$$E^+ = -P^0 \Delta V \quad (11.36)$$

Le Premier Principe donne alors, selon (11.35) :

$$Q_p^- = -\Delta U - P^0 \Delta V = -\Delta(U + VP) = -\Delta H = H_M(P^0, T^0) - H_{Gc}(P^0, T^0) \quad (11.37)$$

En divisant par la masse de combustible M_F , nous obtenons l'énergie-chaleur massique :

$$q_p^F = \frac{Q_p^-}{M_F} = \frac{H_M^0 - H_{Gc}^0}{M_F} \quad (11.38)$$

La comparaison de (11.30) et (11.38) montre bien l'égalité :

$$q_p^F = \underline{\Delta h}^0 \quad (11.39)$$

Propriété

Le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}^0$ coïncide également avec l'énergie-chaleur q_p^F , rapportée à l'unité de masse de combustible F , qu'il faut extraire d'un **système ouvert, en régime permanent, qui est le siège d'une combustion complète, isobare** (sans dissipation), afin que les produits de combustion Gc sortent à la même température T^0 que celle à laquelle entre le mélange M .

En effet, considérons la combustion complète dans le système représenté par la figure 11.2, constitué d'une enceinte indéformable recevant un débit-masse \dot{M}_M d'un mélange de combustible et de comburant, à la pression P^0 et la température T^0 , et donnant un débit-masse \dot{M}_{Gc} de produits de combustion Gc , également à P^0 et T^0 , tout cela en régime permanent et sans dissipation. La puissance-chaleur \dot{Q}_p^- est extraite du système.

Le Premier Principe donne, selon (1.49), si nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle :

$$\dot{Q}_p^- = \dot{H}_M(P^0, T^0) - \dot{H}_{Gc}(P^0, T^0) \quad (11.40)$$

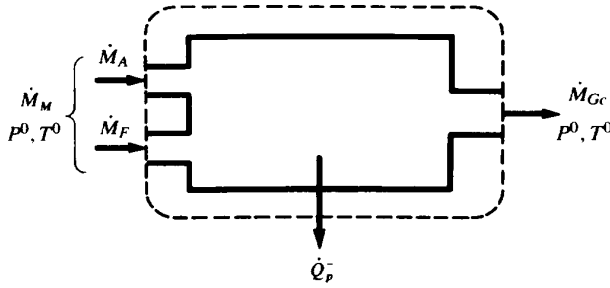


Fig. 11.2 Combustion complète dans un système ouvert, en régime permanent et sans dissipation.

En divisant par le débit-masse de combustible \dot{M}_F , nous obtenons l'énergie-chaleur massique :

$$q_p^F = \frac{\dot{Q}_p^-}{\dot{M}_F} = \frac{\dot{H}_M^0 - \dot{H}_{Gc}^0}{\dot{M}_F} \quad (11.41)$$

La comparaison de (11.30) et (11.38) montre bien l'égalité :

$$q_p^F = \underline{\Delta h}^0 \quad (11.42)$$

Détermination théorique

En tenant compte de la propriété d'extensivité de l'enthalpie (relation (1.35)), en admettant que les gaz se comportent comme des gaz semi-parfaits et en vertu de (11.30) et (11.32), nous avons :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta H}^0 &= M_F h_F^0 + M_A h_A^0 - M_{Gc} h_{Gc}^0 & \text{J} \\ \underline{\Delta h}^0 &= h_F^0 + \frac{M_A}{M_F} h_A^0 - \left(1 + \frac{M_A}{M_F}\right) h_{Gc}^0 & \frac{\text{J}}{\text{kg } F} \end{aligned} \quad (11.43)$$

Par extension, nous obtenons la définition générale d'un pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}^0$ (ou $\underline{\Delta \tilde{h}}^0$), sous forme massique (ou molaire) :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta h}^0 &= \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} h_{fi}^0 \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} h_{fj}^0 \right] & \frac{\text{J}}{\text{kg } F} \\ \underline{\Delta \tilde{h}}^0 &= \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \tilde{h}_{fi}^0 \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \tilde{h}_{fj}^0 \right] & \frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \end{aligned} \quad (11.44)$$

dans laquelle h_{fi}^0 et h_{fj}^0 (ou \tilde{h}_{fi}^0 et \tilde{h}_{fj}^0) sont les **enthalpies massiques** (ou **molaires**) **de formation** des constituants i du mélange M et j des produits de combustion Gc , dans les conditions standard p^0 et T^0 .

11.4.2 Enthalpies de formation

Toutes les fonctions d'état thermodynamiques massiques (ou molaires) utilisées jusqu'à maintenant ont été définies par rapport à une référence arbitraire qui ne jouait pas de rôle majeur dans la mesure où leur mise en application impliquait essentiellement des différences pour lesquelles les valeurs de référence s'annulaient. Cela n'est plus valable dans le cas de processus réactifs dans la mesure où les composés du mélange réactif disparaissent et de nouveaux composés apparaissent, de telle sorte que les différences ne concernent plus des composés identiques. Dans ces conditions, il s'agit d'adopter des références cohérentes qui évitent les ambiguïtés. Pour l'enthalpie, il est d'usage par convention d'utiliser comme référence l'**enthalpie standard de formation**, généralement donnée sous sa forme molaire dans les tables thermodynamiques (ex: [100]). Celle-ci est définie comme l'enthalpie de réaction nécessaire à la formation d'un composé chimique à partir de ses éléments de base, considérés dans leur état le plus stable (ex: O_2 , H_2 , N_2 , C_{solide} , graphite), aux conditions standard (11.3). Cette grandeur permet, par définition, de tenir compte exactement du *changement* d'enthalpie totale lié à la transformation chimique des composés.

La valeur de l'enthalpie de formation des composés stables de l'environnement est arbitrairement fixée à zéro à l'état standard. L'enthalpie de formation est généralement déterminée, soit sur une base expérimentale (bombe calorimétrique), soit en appliquant des procédures de statistique thermodynamique à partir de mesures spectroscopiques. Le signe associé à l'enthalpie de formation dépend de la nature exothermique ou endothermique de la réaction de formation du composé à partir d'éléments de base. Par exemple, la réaction $C + O_2 \rightarrow CO_2$ est exothermique ce qui signifie qu'un prélèvement d'énergie-chaleur doit être opéré pour retrouver la température standard de 25°C après réaction. Ce prélèvement se traduit par un chiffre négatif par rapport à une convention «positif entrant» dans la bombe calorimétrique.

Connaissant les enthalpies standard de formation des différents composés chimiques intervenant dans la réaction de combustion, ainsi que leurs concentrations respectives, il est possible de calculer le **pouvoir énergétique isobare** $\Delta \tilde{h}^0$ par la relation:

$$\Delta \tilde{h}^0 = \sum_i \left[\frac{N_i \cdot \tilde{h}_{fi}^0}{N_F} \right] - \sum_j \left[\frac{N_j \cdot \tilde{h}_{fj}^0}{N_F} \right] \quad (11.45)$$

où nous avons:

- indices i composants du mélange de combustible et de comburant
- indices j composants des gaz de combustion
- N quantité en kmole
- $\Delta \tilde{h}^0$ pouvoir énergétique molaire

Tableau 11.5 Caractéristiques chimiques des principaux composés intervenant en combustion (NIST Chemistry WebBook [100], valeurs les plus récentes).

Composé	Symbole	Etat	Masse molaire \bar{m} [kg/kmol]	Enthalpie de formation \bar{h}_f^0 [kJ/kmol]	Entropie absolue \bar{s}^0 [kJ / (kmol · K)]
Graphite	C	solide	12.01	0	5.6
Hydrogène moléculaire	H ₂	gazeux	2.02	0	130.68
Azote moléculaire	N ₂	gazeux	28.01	0	191.61
Oxygène moléculaire	O ₂	gazeux	32	0	205.07
Monoxyde de carbone	CO	gazeux	28.01	-110 530	197.66
Dioxyde de carbone	CO ₂	gazeux	44.01	-393 510	213.79
Eau	H ₂ O	liquide	18.02	-285 830	69.95
Vapeur d'eau	H ₂ O	gazeux	18.02	-241 826	188.84
Méthane	CH ₄	gazeux	16.04	-74 870	186.25
Acétylène	C ₂ H ₂	gazeux	26.04	226 730	200.93
Ethane	C ₂ H ₆	gazeux	30.07	-83 800	229.49
Propylène	C ₃ H ₆	gazeux	42.08	20 410	266.94
Propane	C ₃ H ₈	gazeux	44.1	-104 700	269.91
n-Butane	n-C ₄ H ₁₀	gazeux	58.12	-125 600	310.03
i-Butane	i-C ₄ H ₁₀	gazeux		-134 200	
n-Pentane	n-C ₅ H ₁₂	gazeux	72.15	-146 800	347.82
i-Pentane	i-C ₅ H ₁₂	gazeux		-153 700	
n-Hexane	n-C ₆ H ₁₄	gazeux		-167 200	
Heptane	C ₇ H ₁₆	liquide	100.2	-224 400	328.57
n-Octane	C ₈ H ₁₆	gazeux	114.2	-208 400	467.06
n-Octane	C ₈ H ₁₆	liquide	114.2	-250 300	361.20
Benzène	C ₆ H ₆	gazeux	78.11	82 930	269.2
Méthanol	CH ₃ OH	gazeux	32.04	-201 000	239.7
Méthanol	CH ₃ OH	liquide	32.04	-238 400	127.19
Ethanol	C ₂ H ₅ OH	gazeux	46.07	-235 300	282.59
Ethanol	C ₂ H ₅ OH	liquide	46.07	-277 000	159.86
Péroxyde d'hydrogène	H ₂ O ₂	gazeux	34.01	-136 110	232.95
Ammoniac	NH ₃	gazeux	17.03	-45 900	192.77
Oxygène atomique	O	Gazeux	16	249 170	161.05
Hydrogène atomique	H	gazeux	1.01	218 000	114.72
Azote atomique	N	gazeux	14.01	472 680 ¹	153.28
Hydroxyle	OH	gazeux	17.01	38 990	183.71
Soufre	S	solide	32.07	0 ¹	32.05
Soufre	S	gazeux	32.07	276 980	167.83
Dioxyde de soufre	SO ₂	gazeux	64.06	-296 810	248.21

Cette pratique est généralisée dans le cas de combustibles formés d'un nombre limité d'hydrocarbures élémentaires, comme le gaz naturel GN ou le gaz de pétrole liquéfié GPL. Par opposition à l'utilisation du pouvoir énergétique (qui est basée sur une combustion complète), l'utilisation des enthalpies standard de formation permet de traiter de manière plus simple le cas d'une combustion incomplète (même limité à la présence de monoxyde de carbone CO ou d'hydrocarbures imbrûlés HC dans les gaz de combustion), lors de l'établissement du bilan énergétique. Il en va de même pour les chaînes de procédés de plus en plus fréquentes qui incluent une oxydation progressive du combustible initial dans plusieurs unités en série. C'est notamment le cas des systèmes à gaséification ou réformage préalables du combustible (ex : piles à combustible). D'autre part, l'utilisation de l'enthalpie standard de formation permet de calculer la température de réaction adiabate, lors de l'établissement de l'équilibre thermochimique. Ces deux points seront traités dans la section 11.5. Les enthalpies molaires standard de formation des principaux composés chimiques intervenant en combustion sont indiquées dans le tableau 11.5, ainsi que leur masse molaire et leur entropie absolue.

Le bilan de masse étant équilibré, nous avons :

$$\sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} \right] = \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} \right] \quad (11.46)$$

Propriété remarquable

L'enthalpie de toute substance faisant partie du mélange M , mais ne participant pas à la réaction chimique, apparaît dans le terme H_M^0 et dans le terme H_{Gc}^0 de la définition (11.30) avec la même valeur, correspondant aux conditions standard P^0 et T^0 . Cette condition est réalisée pour les solides et les liquides en vertu de la propriété d'extensivité. Elle l'est également pour les gaz si nous admettons que ces derniers se comportent comme des gaz semi-parfaits (relation (6.66)). Dans ces conditions, les enthalpies des substances ne participant pas à la réaction chimique se compensent. Il en résulte que :

Le pouvoir énergétique Δh^0 , défini par (11.30), est indépendant de la forme sous laquelle se présente le comburant (oxygène pur, air...) ainsi que de sa quantité, pourvu que cette dernière soit suffisante pour assurer une combustion complète, et sous réserve d'éventuels phénomènes de condensation de la vapeur d'eau (§ 11.4.5).

11.4.3 Pouvoir énergétique isochore Δu^0 (ou $\Delta \tilde{u}^0$)

Définition

Le *pouvoir énergétique isochore massique* (ou *molaire*) d'un combustible F , exprimé en énergie interne est défini, sous forme massique (ou molaire) par :

$$\begin{aligned}
 \text{Pouvoir énergétique isochore massique} \quad \underline{\Delta u}^0 &= \frac{U_M^0 - U_{Gc}^0}{M_F} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right] \\
 \text{Pouvoir énergétique isochore molaire} \quad \underline{\Delta \tilde{u}}^0 &= \frac{U_M^0 - U_{Gc}^0}{N_F} \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right]
 \end{aligned} \quad (11.47)$$

dans laquelle nous avons :

- U_M^0 *énergie interne du mélange M* de combustible et de comburant, dans les conditions standard P^0 et T^0 (en général, valeurs standard (11.3))
- U_{Gc}^0 *énergie interne des produits de combustion Gc*, résultant d'une combustion complète, dans les mêmes conditions standard
- M_F (ou N_F) *masse* (ou *quantité*) *du combustible F*, en kg F (ou kmol F)

La définition (11.47) repose sur l'hypothèse que la combustion est complète, c'est-à-dire que tout le combustible est complètement oxydé.

Détermination expérimentale

Le pouvoir énergétique $\underline{\Delta u}^0$ est pratiquement égal à l'énergie-chaleur q_v^F , rapportée à l'unité de masse du combustible F , qu'il faut extraire d'un **système fermé qui est le siège d'une combustion complète, isochore**, afin de ramener la température finale des produits de combustion Gc à la température initiale T^0 du mélange M avant combustion.

En effet, considérons la combustion complète dans le système représenté par la figure 11.3, constitué d'une enceinte indéformable et fermée. A l'état initial, le mélange M du comburant A et du combustible F est dans l'état standard caractérisé par P^0 et T^0 . La combustion est déclenchée, par exemple, par une étincelle électrique, et une énergie-chaleur Q_v^- est extraite du système par un dispositif calorimétrique, de façon que la température des produits de combustion Gc soit ramenée à la

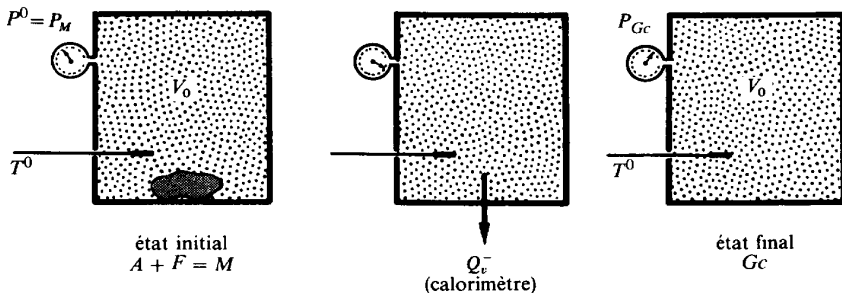


Fig. 11.3 Détermination expérimentale d'un pouvoir énergétique $\underline{\Delta u}^0$ à l'aide de la bombe calorimétrique de Mahler.

température standard T^0 , la pression finale P_{Gc} étant en général différente de la pression initiale P^0 .

Les bilans et rapports de masse (11.31) à (11.34) restent valables.

Le Premier Principe donne, selon (1.43), l'équation:

$$\Delta U_{cz} = E^+ + Q^+ \quad (11.48)$$

Les conditions de l'expérience se traduisent par les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ enceinte indéformable: } E^+ &= 0 \\ \bullet \text{ états de repos initial et final: } \Delta \left(\overline{C^2}/2 \right) &= 0 \\ \bullet \text{ pas de déplacement vertical: } \Delta \overline{Z} &= 0 \end{aligned} \quad (11.49)$$

Compte tenu des conditions ci-dessus, l'équation (11.48) donne:

$$Q_v^- = -\Delta U = U_M(P^0, T^0) - U_{Gc}(P_{Gc}, T^0) \quad (11.50)$$

Si nous admettons que les produits de combustion Gc se comportent pratiquement comme des gaz semi-parfaits, leur énergie interne est quasi indépendante de la pression et nous pouvons écrire:

$$U_{Gc}(P_{Gc}, T^0) \cong U_{Gc}(P^0, T^0) = U_{Gc}^0 \quad (11.51)$$

En divisant tous les termes de (11.50) par la masse de combustible M_F et en tenant compte de (11.51), nous obtenons l'énergie-chaleur massique:

$$q_v^F = \frac{Q_v^-}{M_F} \cong \frac{U_M^0 - U_{Gc}^0}{M_F} \quad (11.52)$$

La comparaison de (11.47) et (11.52) montre bien l'égalité:

$$q_v^F \cong \underline{\Delta u}^0 \quad (11.53)$$

Cette égalité est à la base de la détermination expérimentale d'un pouvoir énergétique $\underline{\Delta u}^0$, à l'aide de la *bombe calorimétrique de Mahler*.

Détermination théorique

En tenant compte de la propriété d'extensivité de l'énergie interne (relation (1.20)), en admettant que les gaz se comportent comme des gaz semi-parfaits et en vertu de (11.47) et des bilans de masse (11.31) et (11.32), nous avons:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta u}^0 &= M_F u_F^0 + M_A u_A^0 - M_{Gc} u_{Gc}^0 & [J] \\ \underline{\Delta u}^0 &= u_F^0 + \frac{M_A}{M_F} u_A^0 - \left(1 + \frac{M_A}{M_F}\right) u_{Gc}^0 & \left[\frac{J}{kg F} \right] \end{aligned} \quad (11.54)$$

Par extension, nous obtenons la définition générale d'un pouvoir énergétique $\underline{\Delta u}^0$ (ou $\underline{\Delta \tilde{u}}^0$), sous forme massique (ou molaire):

$$\underline{\Delta u}^0 = \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} u_{fi}^0 \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} u_{fj}^0 \right] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right] \quad (11.55)$$

$$\underline{\Delta \tilde{u}}^0 = \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \tilde{u}_{fi}^0 \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \tilde{u}_{fj}^0 \right] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.56)$$

dans laquelle u_{fi}^0 et u_{fj}^0 (ou \tilde{u}_{fi}^0 et \tilde{u}_{fj}^0) sont les **énergies internes massiques** (ou **molaires**) **de formation** des constituants i du mélange M et j des produits de combustion G_c , dans les conditions standard P^0 et T^0 .

En ce qui concerne les énergies internes de référence, les mêmes remarques que celles faites pour l'enthalpie s'appliquent. Les énergies internes de références sont déduites des enthalpies de formation données au tableau 11.5 et sont appelées énergies internes de formation \tilde{u}_f^0 .

Propriété remarquable

Comme le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}^0$, le pouvoir énergétique $\underline{\Delta u}^0$, défini par (11.47), est indépendant de la forme sous laquelle se présente le comburant (oxygène pur, air...) ainsi que de sa quantité, pourvu que cette dernière soit suffisante pour assurer une combustion complète, sous réserve d'éventuels phénomènes de condensation de la vapeur d'eau (§ 11.4.5).

C'est pourquoi nous parlons de pouvoir énergétique d'un combustible F , et non pas d'un mélange M .

11.4.4 Comparaison des pouvoirs énergétiques $\underline{\Delta u}^0$ et $\underline{\Delta h}^0$ (ou $\underline{\Delta \tilde{u}}^0$ et $\underline{\Delta \tilde{h}}^0$)

Relation générale

En tenant compte des définitions (1.28), (11.30) et (11.47), nous pouvons écrire, en valeur absolue:

$$\underline{\Delta H}^0 = H_M^0 - H_{G_c}^0 = U_M^0 - U_{G_c}^0 - (V_{G_c}^0 - V_M^0)P^0 = \underline{\Delta U}^0 - (V_{G_c}^0 - V_M^0)P^0 \quad (11.57)$$

Nous obtenons, en valeur absolue, la différence:

$$\underline{\Delta U}^0 - \underline{\Delta H}^0 = (V_{G_c}^0 - V_M^0)P^0 \quad (11.58)$$

que nous exprimerons sous deux formes, suivant la nature du combustible.

Combustible solide ou liquide

Si nous négligeons le volume du combustible F par rapport au volume de l'air A , la relation (11.58) donne, selon (11.5), (11.30) et (11.47):

$$\begin{aligned}
 \underline{\Delta U}^0 - \underline{\Delta H}^0 &= (N_{Gc} - N_A) \tilde{r} T^0 = (\chi - 1) N_A \tilde{r} T^0 & [J] \\
 \underline{\Delta u}^0 - \underline{\Delta h}^0 &= \left(\frac{N_{Gc}}{M_F} - \frac{N_A}{M_F} \right) \tilde{r} T^0 = (\chi - 1) \frac{N_A}{M_F} \tilde{r} T^0 & \left[\frac{J}{kg F} \right]
 \end{aligned} \quad (11.59)$$

Dans la relation ci-dessus, les grandeurs N_{Gc} / M_F et N_A / M_F sont respectivement les rapports de gaz de combustion et d'air, exprimés en kmol/kg F (analogues à (11.33) et (11.34)).

Nous constatons que la différence des pouvoirs énergétiques $\underline{\Delta u}^0$ et $\underline{\Delta h}^0$ dépend essentiellement de χ , c'est-à-dire de la variation du nombre de kilomoles de gaz. En effet :

- Si $N_{Gc} \geq N_A$, nous avons $\chi \geq 1$, $\underline{\Delta u}^0 \geq \underline{\Delta h}^0$, $P_{Gc} \geq P_{M_0}$ (combustion isochore) et $V_{Gc} \geq V_{M_0}$ (combustion isobare).
- Si $N_{Gc} \leq N_A$, nous avons $\chi \leq 1$, $\underline{\Delta u}^0 \leq \underline{\Delta h}^0$, $P_{Gc} \leq P_{M_0}$ (combustion isochore) et $V_{Gc} \leq V_{M_0}$ (combustion isobare).

Dans le cas où le nombre de kilomoles de gaz Gc est le même que celui de kilomoles d'air A , le rapport χ est égal à 1 et les pouvoirs énergétiques $\underline{\Delta u}^0$ et $\underline{\Delta h}^0$ sont égaux. Il n'y a ni variation de pression lorsque la combustion est isochore, ni variation de volume lorsqu'elle est isobare.

Combustible gazeux

La relation (11.58) donne :

$$\begin{aligned}
 \underline{\Delta U}^0 - \underline{\Delta H}^0 &= (N_{Gc} - N_M) \tilde{r} T^0 = (\chi - 1) N_M \tilde{r} T^0 & [J] \\
 \underline{\Delta \tilde{u}}^0 - \underline{\Delta \tilde{h}}^0 &= \left(\frac{N_{Gc}}{N_F} - \frac{N_M}{N_F} \right) \tilde{r} T^0 = (\chi - 1) \frac{N_M}{N_F} \tilde{r} T^0 & \left[\frac{J}{kmol F} \right]
 \end{aligned} \quad (11.60)$$

Dans la relation ci-dessus, les grandeurs N_{Gc} / N_F et N_M / N_F sont respectivement les rapports de gaz de combustion et de mélange, exprimés en kmol/kmol F .

Cette relation donne lieu au même commentaire que pour un combustible solide ou liquide.

11.4.5 Pouvoirs énergétiques supérieurs et inférieurs

L'hydrogène des hydrocarbures produit de l'eau qui se trouve sous forme de vapeur dans les gaz de combustion, c'est-à-dire avec une enthalpie ou une énergie interne élevée en raison de la chaleur latente mise en jeu. En cours de refroidissement dans les systèmes techniques ou dans les bombes calorimétriques, cette eau se condense totalement ou partiellement à partir du moment où la pression partielle de vapeur correspond à la pression de saturation (point de rosée). Il y a condensation

chaque fois que la température du point de rosée est supérieure à la température standard T^0 . Comme nous l'avons vu au chapitre 7, la température du point de rosée peut être calculée à partir de l'équation de Clausius Clapeyron appliquée à l'eau, et de l'équation (6.18):

$$\frac{P_v}{P} = \tilde{c}_{H_2O}^G \quad \text{avec} \quad P_v = P_v''(T) \quad \text{au point de rosée} \quad (11.61)$$

Le point de rosée dépend fortement du rapport hydrogène/carbone du combustible concerné et du degré de dilution de la vapeur d'eau dans les gaz de combustion.

Définition

Les **pouvoirs énergétiques supérieurs d'un combustible** sont les grandeurs Δh_s^0 et Δu_s^0 correspondant aux définitions (11.30), (11.45), (11.47) et (11.55), lorsque l'eau formée en cours de combustion se présente sous forme *liquide* dans les produits de combustion.

Les **pouvoirs énergétiques inférieurs d'un combustible** sont les grandeurs Δh_i^0 et Δu_i^0 correspondant aux mêmes définitions, lorsque l'eau formée en cours de combustion se présente sous forme *gazeuse* (vapeur d'eau) dans les produits de combustion.

Comparaison

Le tableau 11.1 donne les pouvoirs énergétiques supérieurs Δh_s^0 et inférieurs Δh_i^0 d'un certain nombre de combustibles simples.

La distinction entre les pouvoirs énergétiques supérieurs et inférieurs n'intervient que pour les combustibles contenant de l'hydrogène ou de l'eau.

En ce qui concerne le pouvoir énergétique Δh^0 , la différence entre Δh_s^0 et Δh_i^0 est liée à la différence entre l'enthalpie de la vapeur d'eau et celle de l'eau liquide, qui est, selon le paragraphe 7.1.5:

$$\begin{aligned} h_v(T^0) - h_\ell(P^0, T^0) &= [h_v''(T^0) - h_\ell'(T^0)] - [h_\ell(P^0, T^0) - h_\ell'(T^0)] \\ &\equiv q_{vap}^0 - \bar{v}_\ell(P^0 - P_v^{0''}) \end{aligned} \quad (11.62)$$

En tenant compte du fait que le deuxième terme du second membre de la relation ci-dessus est négligeable, nous constatons que la différence en question est égale à la chaleur de vaporisation de l'eau à la température standard T^0 . Nous avons, à la température standard de 25°C:

$$\begin{aligned}
 q_{vap}^0 &= 2445 & \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg H}_2\text{O}} \right] \\
 q_{vap}^{\text{H}_2} &= 2445 \frac{18.016}{2.016} = 21\,850 & \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg H}_2} \right] \\
 \tilde{q}_{vap}^{\text{H}_2} &= 244 \cdot 518.016 = 44\,050 & \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol H}_2} \right]
 \end{aligned} \tag{11.63}$$

Si le combustible F est de l'hydrogène pur, nous avons évidemment :

$$\begin{aligned}
 \underline{\Delta h}_s^0 - \underline{\Delta h}_i^0 &= 21\,850 & \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg H}_2} \right] \\
 \underline{\Delta \tilde{h}}_s^0 - \underline{\Delta \tilde{h}}_i^0 &= 44\,050 & \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol H}_2} \right]
 \end{aligned} \tag{11.64}$$

Remarque

Parmi les quatre pouvoirs énergétiques $\underline{\Delta u}_s^0$, $\underline{\Delta u}_i^0$, $\underline{\Delta h}_s^0$ et $\underline{\Delta h}_i^0$ qui ont été définis, c'est le pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta h}_i^0$ qui est le plus utilisé. Cela est dû au fait que les problèmes de combustion qui se posent dans les machines thermiques concernent en général des systèmes ouverts, fonctionnant en régime permanent, l'eau apparaissant dans les gaz de combustion sous forme de vapeur et restant sous cette forme dans l'atmosphère. Exemples : chaudière industrielle (sect. 12.2), moteur à combustion interne (sect. 12.3). Toutefois, de plus en plus de systèmes, notamment les chaudières dites « à condensation », sont désormais conçus pour récupérer une partie de la chaleur latente de condensation des gaz. Dès lors, l'utilisation du pouvoir énergétique inférieur est inappropriée, et peut même conduire à des efficacités supérieures à 100 %, comme parfois citées dans les brochures techniques. Par ailleurs, l'avènement proche de « systèmes de cogénération à piles à combustible » conduit de plus en plus à proposer l'utilisation du pouvoir énergétique supérieur ou du pouvoir exergétique (sect. 11.6) pour l'ensemble des systèmes de conversion. Cette évolution est cependant lente, et il est recommandé au lecteur de bien contrôler les hypothèses faites chaque fois que des chiffres d'efficacité sont mentionnés. Remarquons que l'utilisation du pouvoir exergétique supprime l'ambiguïté ci-dessus, puisque nous montrerons dans la section 11.6 qu'il est indépendant de l'état physique de l'eau dans les gaz de combustion.

11.4.6 Influence des conditions de référence sur le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}^0$

Développement

Les pouvoirs énergétiques définis pour les conditions standard P^0 et T^0 , ainsi que pour les conditions de référence $P^{0'}$ et $T^{0'}$, sont, selon (11.30), en valeur absolue :

$$\begin{aligned}\underline{\Delta H}^0 &= H_M(P^0, T^0) - H_{Gc}(P^0, T^0) \\ \underline{\Delta H}^{0'} &= H_M(P^{0'}, T^{0'}) - H_{Gc}(P^{0'}, T^{0'})\end{aligned}\quad (11.65)$$

En soustrayant membre à membre les relations ci-dessus, nous obtenons:

$$\underline{\Delta H}^{0'} - \underline{\Delta H}^0 = [H_M(P^{0'}, T^{0'}) - H_M(P^0, T^0)] - [H_{Gc}(P^{0'}, T^{0'}) - H_{Gc}(P^0, T^0)] \quad (11.66)$$

Nous pouvons calculer les différences d'enthalpie comme suit.

- Pour un **solide** ou un **liquide**, nous avons selon (5.159) et en tenant compte du fait que l'effet de la pression est négligeable, la relation:

$$h(P^{0'}, T^{0'}) - h(P^0, T^0) \equiv c(T^{0'} - T^0) \quad (11.67)$$

où c est la chaleur spécifique du solide ou du liquide.

- Pour un **gaz semi-parfait**, nous avons, selon (2.60), la relation:

$$h(P^{0'}, T^{0'}) - h(P^0, T^0) = \int_{T^0}^{T^{0'}} c_p(T) dT = \bar{c}_p(T^{0'} - T^0) \quad (11.68)$$

où \bar{c}_p est la chaleur spécifique isobare moyenne du gaz entre T^0 et $T^{0'}$.

En tenant compte de (11.66) et (11.68), nous obtenons la *variation du pouvoir énergétique* $\underline{\Delta h}^0$, sous forme massique (ou molaire):

$$\begin{aligned}\underline{\Delta h}^{0'} - \underline{\Delta h}^0 &\equiv \left\{ \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} \bar{c}_{pi} \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} \bar{c}_{pj} \right] \right\} (T^{0'} - T^0) \\ \underline{\Delta \tilde{h}}^{0'} - \underline{\Delta \tilde{h}}^0 &\equiv \left\{ \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \bar{\tilde{c}}_{pi} \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \bar{\tilde{c}}_{pj} \right] \right\} (T^{0'} - T^0)\end{aligned}\quad (11.69)$$

Représentation graphique

La figure 11.4 traduit graphiquement la structure de la relation (11.69). Elle montre bien qu'il n'est pas nécessaire de prescrire l'évolution de la température au cours du processus de combustion. Il suffit de s'arranger pour que la température finale T_{Gc}^0 soit égale à la température initiale T_M^0 , c'est-à-dire à la température standard.

Il est possible de passer de l'état initial $M^{0'}$ à l'état final $Gc^{0'}$ par les deux chemins suivants:

- chemin $M^{0'} - Gc^{0'}$, avec combustion référée à la température $T^{0'}$
- chemin $M^{0'} - M^0 - Gc^0 - Gc^{0'}$, avec combustion référée à la température T^0

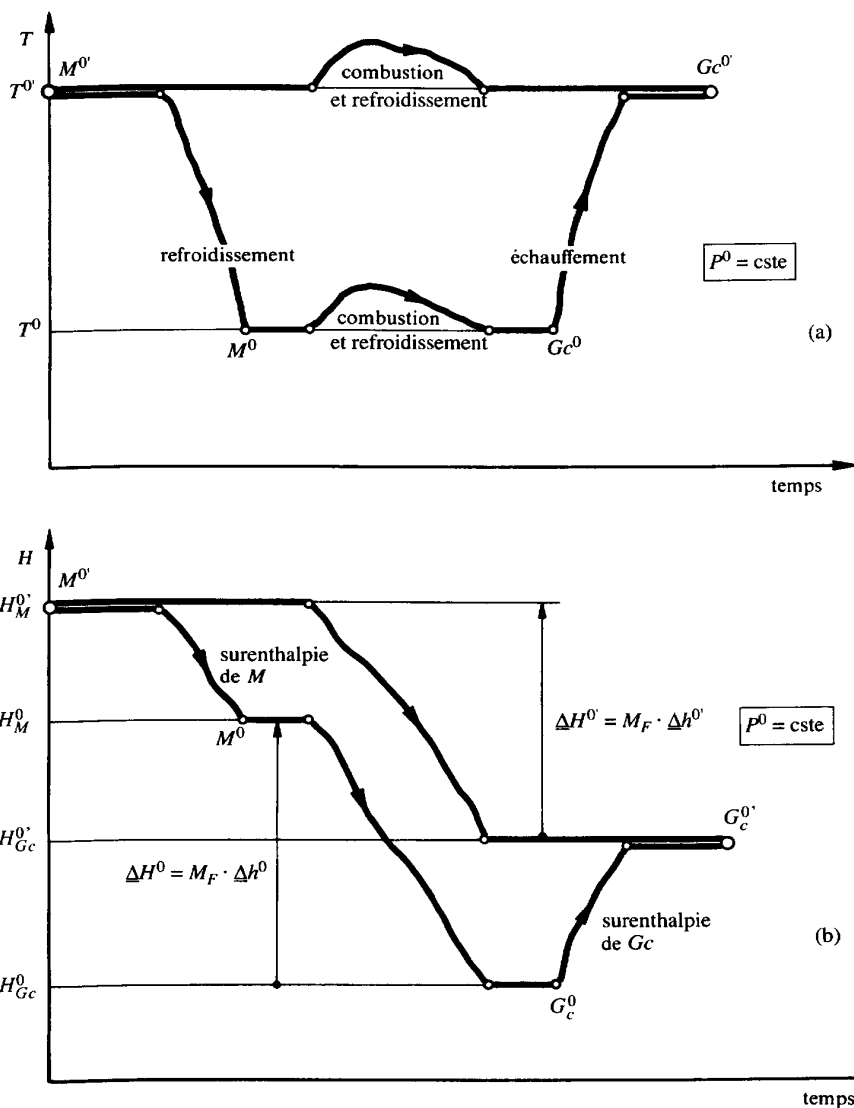


Fig. 11.4 Représentation graphique dans un diagramme T-temps (a) et H-temps (b) du déroulement dans le temps des opérations correspondant aux termes de la relation (11.69).

La figure 11.4 montre que la différence entre $\Delta H^{0'}$ et ΔH^0 est due au fait que la variation d'enthalpie correspondant au refroidissement du mélange initial M , de $T^{0'}$ à T^0 (surenthalpie de M), n'est pas égale à celle, changée de signe, correspondant au réchauffement des produits de combustion finaux G_c , de T^0 à $T^{0'}$.

(surenthalpie de G_c). Par le jeu des différentes chaleurs spécifiques, il n'y a pas compensation exacte.

Analogie relative à Δu^0

Le pouvoir énergétique Δu^0 donnerait lieu à un développement analogue à celui qui vient d'être effectué pour Δh^0 . Il suffirait de remplacer respectivement les enthalpies et les chaleurs spécifiques isobares par les énergies internes et les chaleurs spécifiques isochores.

Conclusion

La relation (11.69) et les applications numériques conduisent aux constatations suivantes :

- L'influence de la pression de référence $P^{0'}$ sur le pouvoir énergétique Δh^0 est *négligeable*.
- L'influence de la température de référence $T^{0'}$ sur le pouvoir énergétique Δh^0 est *assez faible* ; elle dépend de la différence entre les sommes des capacités calorifiques $(M_i / M_F) \bar{c}_{pi}$ du mélange M et $(M_j / M_F) \bar{c}_{pj}$ des produits de combustion G_c .

11.4.7 Calcul approché du pouvoir énergétique Δh_i^0 d'un combustible solide ou liquide

Le pouvoir énergétique de la plupart des combustibles solides et liquides utilisés en technique s'obtient avec une certaine approximation en utilisant la **règle des mélanges** , car les chaleurs de formation sont faibles vis-à-vis des chaleurs de réaction.

Considérons un combustible solide ou liquide dont l'analyse élémentaire a donné les teneurs massiques suivantes :

- | | | |
|-------------------|-----------|----------------------|
| • c_C^F | carbone | [kg C/kg F] |
| • $c_{H_2}^F$ | hydrogène | [kg H_2 /kg F] |
| • c_S^F | soufre | [kg S/kg F] |
| • $c_{O_2}^F$ | oxygène | [kg O_2 /kg F] |
| • $c_{N_2}^F$ | azote | [kg N_2 /kg F] |
| • $c_{H_2O}^F$ | eau | [kg H_2O /kg F] |
| • $c_{Cendres}^F$ | cendres | [kg cendres/kg F] |

Nous formulons les deux hypothèses qui suivent.

- Tout l'oxygène de $c_{O_2}^F$ est déjà combiné chimiquement, dans le combustible, avec de l'hydrogène comptabilisé sous $c_{H_2}^F$.
- La teneur en eau $c_{H_2O}^F$ concerne uniquement l'eau de constitution, c'est-à-dire l'eau qui est mélangée physiquement au combustible. Donc, l'hydrogène et l'oxygène de cette eau ne sont pas comptabilisés sous $c_{H_2}^F$ et $c_{O_2}^F$. Exemple : eau d'un charbon humide.

Le bilan de masse est évidemment:

$$c_C^F + c_{H_2}^F + c_S^F + c_{O_2}^F + c_{N_2}^F + c_{H_2O}^F + c_{Cendres}^F = 1 \quad (11.70)$$

L'application de la *règle des mélanges* donne, compte tenu des hypothèses ci-dessus:

$$\underline{\Delta h}_i^0 \equiv c_C^F \underline{\Delta h}_C^0 + \left(c_{H_2}^F - \frac{1}{8} c_{O_2}^F \right) \underline{\Delta h}_{iH_2}^0 + c_S^F \underline{\Delta h}_S^0 - \left(c_{H_2O}^F + \frac{9}{8} c_{O_2}^F \right) q_{vap} \quad (11.71)$$

En introduisant les valeurs numériques tirées du tableau 11.1 et de la relation (11.63), nous obtenons:

$$\underline{\Delta h}_i^0 \equiv 32\,760 c_C^F + 120\,000 \left(c_{H_2}^F - \frac{1}{8} c_{O_2}^F \right) + 9250 c_S^F - 2445 \left(c_{H_2O}^F + \frac{9}{8} c_{O_2}^F \right) \quad (11.72)$$

La relation ci-dessus n'est qu'une formule approchée. Elle ne donne la valeur du pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}_i^0$ d'un combustible solide ou liquide qu'avec une approximation de l'ordre de 2%.

11.4.8 Calcul du pouvoir énergétique d'un mélange de combustibles

Le pouvoir énergétique d'un mélange physique de plusieurs combustibles s'obtient par simple application de la *règle des mélanges*.

11.4.9 Calcul approximatif d'une combustion avec l'air

Sur la base d'une étude statistique, Rosin et Fehling ont montré qu'il était possible d'établir des *relations empiriques de nature linéaire entre les quantités d'air N_{Ast} / N_F et de gaz N_{Gcst} / N_F et le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h}_i^0$* . Ils ont donné, pour une combustion complète, les relations suivantes [115]:

- combustibles solides:

$$\frac{N_{Ast}}{M_F} = 10.763 \cdot 10^{-6} \quad \underline{\Delta h}_i^0 + 0.022 \quad \left[\frac{\text{kmol A}}{\text{kg F}} \right] \quad (11.73)$$

$$\frac{N_{Gcst}}{M_F} = 9.484 \cdot 10^{-6} \quad \underline{\Delta h}_i^0 + 0.074 \quad \left[\frac{\text{kmol Gc}}{\text{kg F}} \right]$$

- huiles lourdes:

$$\frac{N_{Ast}}{M_F} = 9.058 \cdot 10^{-6} \quad \underline{\Delta h}_i^0 + 0.089 \quad \left[\frac{\text{kmol A}}{\text{kg F}} \right] \quad (11.74)$$

$$\frac{N_{Gcst}}{M_F} = 11.828 \cdot 10^{-6} \quad \underline{\Delta h}_i^0 \quad \left[\frac{\text{kmol Gc}}{\text{kg F}} \right]$$

- gaz de haut fourneau, gaz de gazogène, gaz à l'eau :

$$\frac{N_{Ast}}{N_F} = 9.324 \cdot 10^{-6} \underline{\Delta h_i^0} \left[\frac{\text{kmol } A}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.75)$$

$$\frac{N_{Gcst}}{N_F} = 7.726 \cdot 10^{-6} \underline{\Delta h_i^0} + 1.000 \left[\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kmol } F} \right]$$

- gaz de ville, gaz de houille, gaz d'huile :

$$\frac{N_{Ast}}{N_F} = 11.615 \cdot 10^{-6} \underline{\Delta h_i^0} - 0.250 \left[\frac{\text{kmol } A}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.76)$$

$$\frac{N_{Gcst}}{N_F} = 12.148 \cdot 10^{-6} \underline{\Delta h_i^0} + 0.250 \left[\frac{\text{kmol } Gc}{\text{kmol } F} \right]$$

Les relations de Rosin et Fehling permettent de simplifier énormément les calculs de première approximation relatifs à une combustion complète avec l'air.

11.5 BILANS ÉNERGÉTIQUES ET TEMPÉRATURE DE COMBUSTION

11.5.1 Système ouvert, en régime permanent

Considérons le cas d'une **combustion complète ou incomplète** dans le système représenté par la figure 11.5. Ce système reçoit de l'extérieur un débit-masse \dot{M}_F de combustible F et un débit-masse \dot{M}_A d'air A . Il donne un débit-masse $\dot{M}_G = \dot{M}_F + \dot{M}_A$ de produits de combustion. Conformément à la définition de réseau (§ 1.3.15), le combustible, le comburant et les produits de combustion font partie d'un même réseau auquel est associée une puissance-transformation \dot{Y}_{comb}^+ . En outre, le système peut être l'objet de transfert-travail \dot{E}^+ , de transfert-chaleur \dot{Q}^+ ou de transfert d'énergie-transformation \dot{Y}_h^+ à un réseau externe, cela en régime permanent. Pour fixer les idées, pensons au réseau de combustion d'une chaudière à vapeur ou à un moteur à combustion interne pour lequel on considère les états thermodynamiques moyens avant ou après les chambres de tranquillisation (chap. 12).

Formulons les hypothèses suivantes :

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont *négligeables*.
- Les gaz se comportent comme des *gaz semi-parfaits*.
- Toutes les fonctions d'état sont référées aux *mêmes conditions standard* P^0 et T^0 que les pouvoirs énergétiques (si cela n'était pas le cas, il faudrait, dans toutes les relations, remplacer les grandeurs \hat{T} , \hat{u} et \hat{h} par les différences $\hat{T} - \hat{T}_0$, $\hat{u} - \hat{u}_0$ et $\hat{h} - \hat{h}_0$).
- Pour le domaine des températures finales T_G dépassant 1500°C , les bilans ne sont qu'approximatifs dans la mesure où les phénomènes de *dissociation* ne sont pas pris en compte.

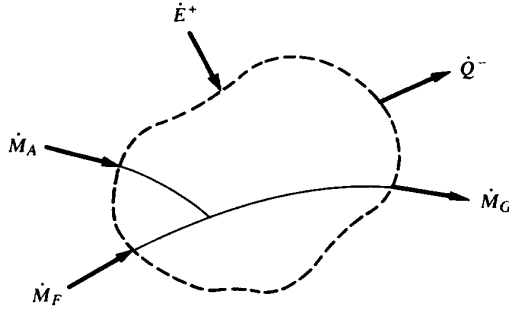


Fig. 11.5 Combustion dans un système ouvert, avec transfert-travail et transfert-chaleur, en régime permanent; \dot{M}_F débit-masse du combustible, \dot{M}_A débit-masse de l'air, \dot{M}_G débit-masse des produits de combustion.

Développement

Le premier Principe donne, selon (1.53), la relation:

$$\dot{Y}_{comb}^+ = \dot{E}^- + (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) + \dot{Y}_h^- \quad (11.77)$$

où \dot{Y}_{comb}^+ est la puissance-transformation du réseau de combustion, définie comme suit:

$$\dot{Y}_{comb}^+ = \sum_{comb} [\dot{H}^+] = \dot{H}_F + \dot{H}_A - \dot{H}_G = \dot{H}_M - \dot{H}_G \quad (11.78)$$

Afin de faire apparaître le pouvoir énergétique isobare du combustible, ajoutons et retranchons les débits-enthalpie standard $\dot{H}_M^0 = \dot{H}_F^0 + \dot{H}_A^0$ du combustible F et de l'air A , \dot{H}_G^0 des produits de combustion G , et \dot{H}_{Gc}^0 des produits de combustion Gc qui auraient été obtenus si la combustion avait été complète, tout cela dans les conditions standard P^0 et T^0 . Nous obtenons alors la puissance-transformation \dot{Y}_{comb}^+ sous la forme:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{comb}^+ &= (\dot{H}_F^0 + \dot{H}_A^0 - \dot{H}_{Gc}^0) - (\dot{H}_G^0 - \dot{H}_{Gc}^0) + [(\dot{H}_F - \dot{H}_F^0) + (\dot{H}_A - \dot{H}_A^0) - (\dot{H}_G - \dot{H}_G^0)] \\ &= (\dot{H}_M^0 - \dot{H}_{Gc}^0) - (\dot{H}_G^0 - \dot{H}_{Gc}^0) + (\hat{H}_F + \hat{H}_A - \hat{H}_G) \end{aligned} \quad (11.79)$$

En admettant, à titre d'exemple, que **la composition des gaz de combustion est telle que leur point de rosée est inférieur à T^0** , et le resterait même au cas où les imbrûlés seraient finalement complètement oxydés, nous avons en vertu de la définition (11.30), les pouvoirs énergétiques en puissance:

$$\begin{aligned} \dot{H}_M^0 - \dot{H}_{Gc}^0 &= \dot{M}_F \Delta h_i^0 \\ \dot{H}_G^0 - \dot{H}_{Gc}^0 &= \sum [\dot{M}_l \Delta h_{il}^0] \end{aligned} \quad (11.80)$$

où Δh_i^0 et Δh_{il}^0 sont respectivement les pouvoirs énergétiques inférieurs du combustible F et d'un imbrûlé I .

La relation (11.79) donne, compte tenu de (11.80):

$$\dot{Y}_{comb}^+ = (\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0]) + (\hat{H}_F + \hat{H}_A - \hat{H}_G) \quad (11.81)$$

En explicitant la surenthalpie des produits de combustion, nous obtenons, selon (11.77) et (11.81):

$$\hat{H}_G = \dot{M}_F \Delta h_i^0 + \hat{H}_F + \hat{H}_A - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0] - \dot{E}^- - (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) - \dot{Y}_h^- \quad (11.82)$$

En introduisant les enthalpies massiques, nous avons:

$$\dot{M}_G \hat{h}_G = \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0] - \dot{E}^- - (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) - \dot{Y}_h^- \quad (11.83)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}_G \int_{T^0}^{T_G} c_{pG} dT &= \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \int_{T^0}^{T_M} c_{pA} dT \\ &\quad - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0] - \dot{E}^- - (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) - \dot{Y}_h^- \end{aligned} \quad (11.84)$$

La figure 11.6 traduit graphiquement la structure de la relation (11.83), dans le cas où il n'y a pas de prestations énergétiques spécifiques (\dot{E}^- , $\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-$) et \dot{Y}_h^- étant nuls). Elle montre que la transformation mathématique destinée à faire apparaître le pouvoir énergétique Δh_i^0 du combustible revient à passer de l'état M du mélange à l'état G des produits de combustion, non pas par le chemin direct $M-G$, mais par le chemin $M - M^0 - G^0 - G$, faisant intervenir une combustion référée à la température T^0 .

Nous constatons donc qu'un processus de combustion incomplète dans un système ouvert, sans travail et adiabate est caractérisé par les propriétés qui suivent.

- Le **débit-enthalpie** \hat{H}_G des produits de combustion G est **égal** à celui ($\hat{H}_F + \hat{H}_A$) des éléments F et A du mélange M .
- Le **débit-surenthalpie** \hat{H}_G des produits de combustion G est **égal** à celui ($\hat{H}_B + \hat{H}_A$) des éléments F et A du mélange M , **plus** le pouvoir énergétique isobare consommé $\left(\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0] \right)$.
- La **température** T_G des produits de combustion G est **plus élevée** que celles T_F et T_A des éléments F et A du mélange M .

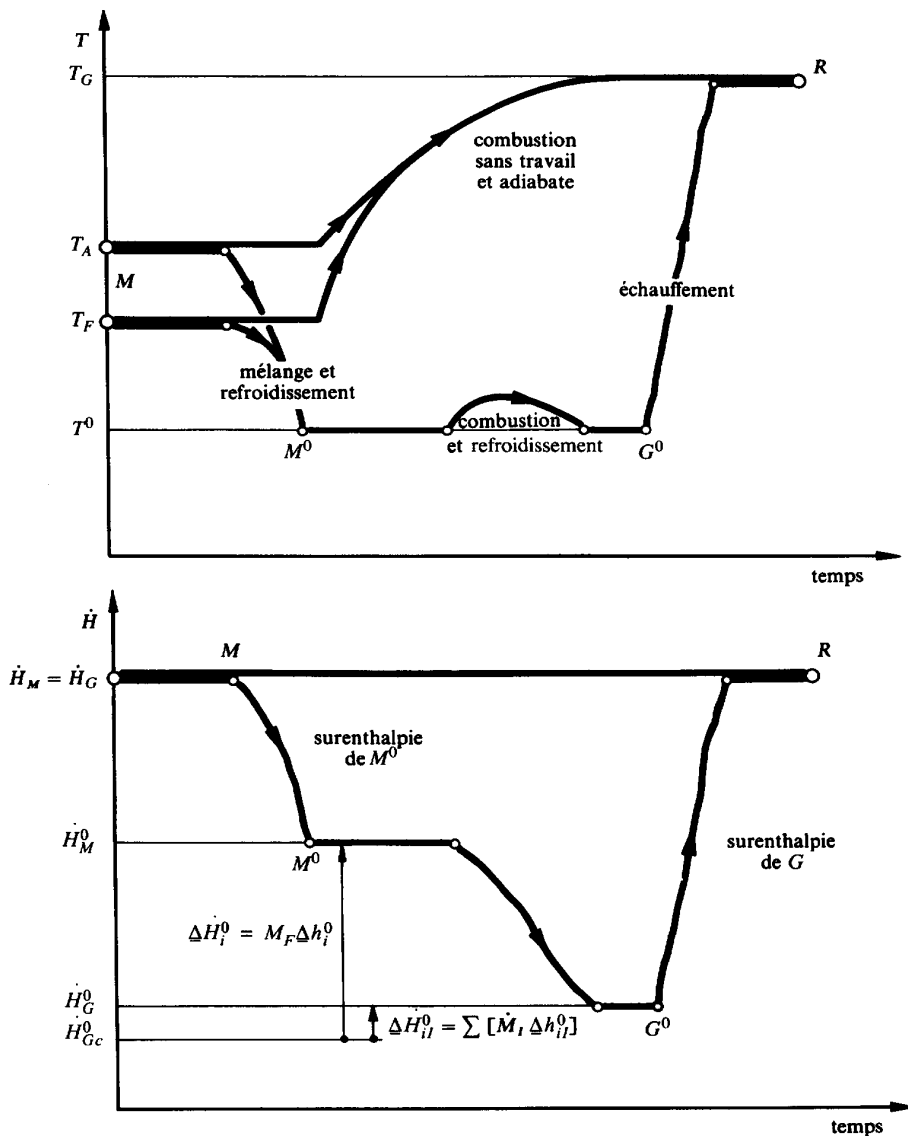


Fig. 11.6 Représentation graphique du déroulement dans le temps des opérations correspondant aux termes de la relation (11.83), dans le cas où les prestations énergétiques sont nulles (cas où le point de rosée est inférieur à T^0).

En tenant compte de (2.60) et (5.159), et en introduisant les chaleurs spécifiques isobares moyennes, nous obtenons finalement les relations :

$$\dot{M}_G \bar{c}_{pG} (T_G - T^0) = \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A c_{pA} (T - T^0) - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{iI}^0] - \dot{E}^- - (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) - \dot{Y}_h^- \quad (11.85)$$

Tableau 11.6 Expressions approchées de la surenthalpie d'un combustible.

Surenthalpie \hat{h}_F d'un combustible	
Combustible solide ou liquide $\bar{c}_F (T_F - T^0) + \bar{v}_F (P_F - P^0)$	Combustible gazeux $\bar{c}_{pF} (T_F - T^0)$

La relation (11.85) permet de calculer approximativement la température de combustion T_G . En fait, il n'est pas possible d'expliciter cette température T_G , de sorte qu'en principe, il faut procéder par approximations successives. Toutefois, on peut éviter cette opération en recourant à un diagramme h - T relatif aux gaz de combustion, tel que celui de la figure 11.16.

La relation (11.85) montre clairement que la température de combustion T_G est d'autant plus élevée:

- que le pouvoir énergétique Δh_i^0 est grand
- que les températures T_F du combustible F et T_A de l'air A sont élevées (préchauffage du combustible et de l'air dans une chaudière à vapeur).

Elle montre aussi que la température de combustion T_G est d'autant plus basse:

- que la combustion est moins complète, c'est-à-dire encore que les débits-masse \dot{M}_I des imbrûlés I sont importants par rapport au débit-masse \dot{M}_F du combustible
- que les pouvoirs énergétiques des imbrûlés I sont grands.

Elle montre encore que la température de combustion T_G est d'autant plus basse que la puissance-travail \dot{E}^- , la puissance-chaleur \dot{Q}^- ou la puissance-transformation \dot{Y}_h^- extraites du système sont grandes, et inversement.

Enfin, nous allons montrer que la température de combustion T_G est d'autant plus basse que le facteur d'air λ est grand. En effet, la relation (11.85) donne, en vertu de (11.32) et (11.6) et après division par le débit-masse \dot{M}_F , les relations:

$$(1 + \lambda \frac{\dot{M}_{Ast}}{\dot{M}_F}) \bar{c}_{pG} (T_G - T^0) = \Delta h_i^0 - \sum \left[\frac{\dot{M}_I}{\dot{M}_F} \Delta h_{iI}^0 \right] + \hat{h}_F + \lambda \frac{\dot{M}_{Ast}}{\dot{M}_F} \bar{c}_{pA} (T_A - T^0) - e^{F-} - q^{F-} - y_h^{F-} \quad (11.86)$$

dans laquelle nous avons:

- $e^{F-} = \dot{E}^- / \dot{M}_F$ énergie-travail donnée par le système, par kg de combustible F
- $q^{F-} = \dot{Q}^- / \dot{M}_F$ énergie-chaleur donnée par le système, par kg de combustible F
- $y_h^{F-} = \dot{Y}_h^- / \dot{M}_F$ énergie-transformation donnée par le système, par kg de combustible F

En dérivant la relation ci-dessus par rapport à λ , nous obtenons :

$$\frac{dT_G}{d\lambda} = - \frac{(M_{Ast}/M_F)(\bar{c}_{pG}(T_G - T^0) - \bar{c}_{pA}(T_A - T^0))}{(1 + \lambda M_{Ast}/M_F)\bar{c}_{pG}} \quad (11.87)$$

Etant donné que l'expression entre parenthèses du numérateur est positive, nous constatons bien que, si $d\lambda$ est positif, dT_G est négatif. Ce résultat correspond au fait que, lorsque λ augmente, l'air en excès, quoique ne participant pas aux réactions chimiques, demande de l'énergie pour augmenter sa température de T_A à T_G , ce qui a pour effet de diminuer T_G .

Inversement, on peut augmenter T_G en utilisant comme comburant de l'oxygène pur. C'est ce qui est réalisé dans un chalumeau oxy-acétylénique, où l'on effectue un mélange d'acétylène C_2H_2 et d'oxygène O_2 . Par ailleurs, remarquons que le pouvoir énergétique du C_2H_2 est très élevé, car la réaction de formation du C_2H_2 est très *endotherme*. Le cumul de ces deux effets permet d'obtenir une température de combustion de l'ordre de $3100^\circ C$, qui est parmi les plus hautes que l'on puisse obtenir à l'aide d'une combustion technique.

Généralisation en cas de condensation possible de la vapeur d'eau des gaz G

Dans le cas général, il convient de faire l'hypothèse selon laquelle les gaz se comportent comme un *mélange de gaz semi-parfaits avec une substance condensable* H_2O . En effet, la plupart des hydrocarbures, et tout particulièrement ceux ayant un rapport hydrogène/carbone élevé, ne permettent généralement pas un refroidissement des gaz de combustion jusqu'à la température standard sans avoir de condensation partielle. Les gaz de combustion ont alors le comportement typique des mélanges de gaz et de substance condensable tels que nous les avons vus au chapitre 7. Les mêmes expressions qu'au chapitre 7 peuvent être écrites en remplaçant l'air sec par les gaz de combustion secs. La figure 11.7 montre l'évolution des gaz de combustion en fonction de la température et du facteur d'air dans un diagramme de Mollier comparable à celui de la figure 7.4, mais avec la température au lieu de l'enthalpie en ordonnée. L'axe oblique donnant le rapport entre la masse d'eau et la masse de gaz sec est reporté sur un axe des abscisses orthogonale à celui des ordonnées. Par exemple, dans le cas d'une combustion de méthane (principal composant du gaz naturel) avec de l'air aux conditions stœchiométriques ($\lambda = 1$), le point de rosée des gaz de combustion est à une température de l'ordre de $59^\circ C$. En continuant de refroidir les gaz de combustion à partir du point de rosée, la part de vapeur d'eau condensée augmente, et le gaz saturé restant suit la courbe de saturation. Si la vapeur d'eau des gaz de combustion est plus diluée, par exemple avec un facteur d'air de 2 au lieu de 1, le point de rosée correspond à une température plus basse qui est de l'ordre de $47^\circ C$.

La figure 11.8 permet de suivre le même refroidissement isobare des gaz de combustion issus d'une combustion complète de méthane pur avec de l'air dans un diagramme de type pincement (fig. 10.21)), c'est-à-dire un diagramme mettant en

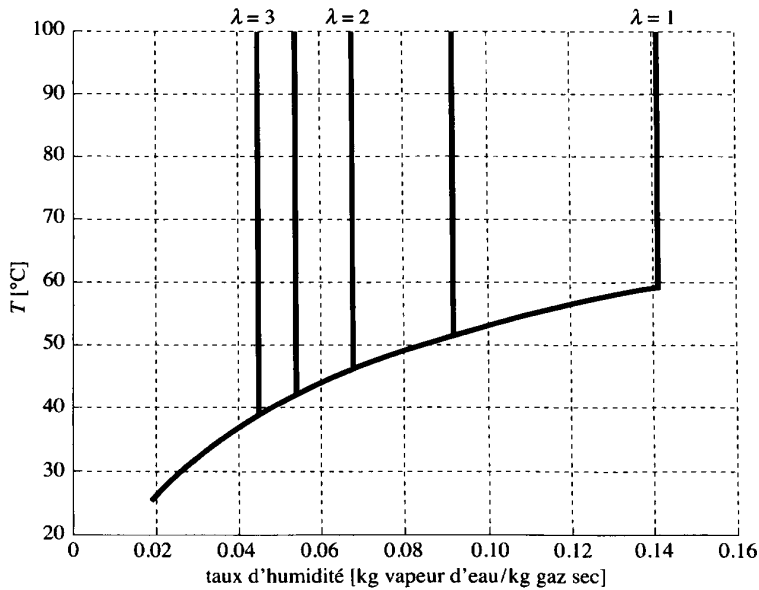


Fig. 11.7 Diagramme de Mollier donnant le taux d'humidité des gaz de combustion en fonction de la température (combustion de méthane pur avec de l'air sec).

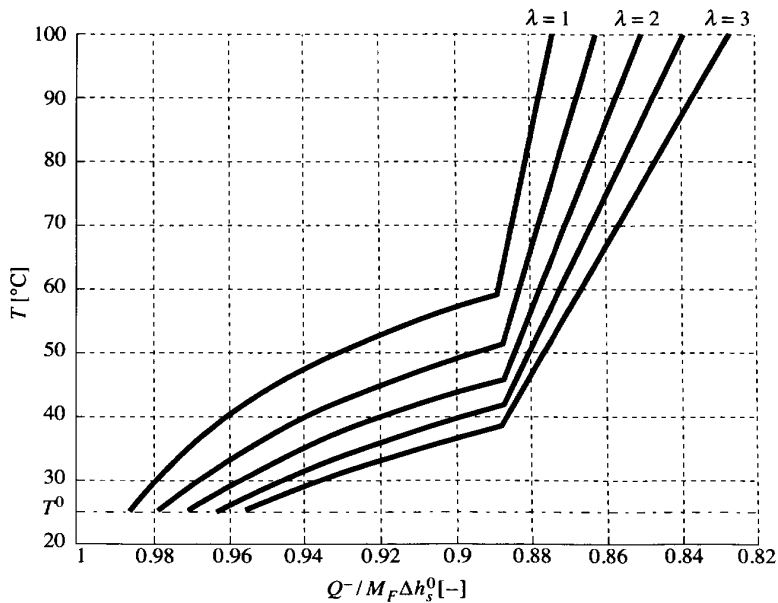


Fig. 11.8 Puissance récupérable sur les gaz de combustion d'une combustion de méthane pur avec de l'air sec, en fonction de T_G .

jeu la puissance-chaleur récupérable, rapportée au pouvoir énergétique supérieur, en fonction de la température. La puissance-chaleur récupérable sur les gaz de combustion varie en fonction du facteur d'air. Seule l'extrémité de chaque courbe, c'est-à-dire le domaine inférieur de température est représenté. Analysons plus en détail la courbe correspondant à $\lambda = 1$. Dans ce cas, le comburant est de l'air sec ($\tilde{c}_{N_2}^A = 0.79, \tilde{c}_{O_2}^A = 0.21$) et les gaz de combustion saturés à T^0 ont toujours une humidité relative non nulle. Il n'est donc pas possible, en partant d'air sec, de condenser entièrement la vapeur d'eau formée en cours de combustion, et donc de récupérer entièrement le pouvoir énergétique supérieur du combustible. La part de puissance-chaleur non récupérable est d'autant plus élevée que le facteur d'air est grand. C'est la raison pour laquelle, dans la pratique, le pouvoir énergétique supérieur est mesuré en partant d'un comburant ayant une humidité relative telle qu'elle compense la vapeur résiduelle des gaz de combustion à T^0 . Dans ces conditions toute la vapeur d'eau formée en cours de combustion est condensée.

La figure 11.8 permet d'évaluer rapidement la part de puissance-chaleur potentiellement récupérable dans les chaudières à condensation, par exemple si la température du réseau de chauffage est connue.

Compte tenu de ce qui précède, le **bilan énergétique** concernant le système de la figure 11.5 est donné par la relation :

$$\begin{aligned} \dot{M}_F(\Delta h_s^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G - \sum [\dot{M}_I \Delta h_{sl}^0] - (\dot{M}_{H_2O_p} - \dot{M}_{cond}) q_{vap}^0 \\ = \dot{E}^- + (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) + \dot{Y}_h^- \end{aligned} \quad (11.88)$$

dans laquelle nous avons :

- $\dot{M}_{H_2O_p}$ débit masse maximal de *vapeur d'eau* formée à partir du combustible effectivement oxydé
- \dot{M}_{cond} débit masse d'*eau condensée* dans le système en refroidissant les gaz jusqu'à T_G

A noter que l'équation (11.88) nous permet d'écrire les conditions d'un calorimètre ouvert pour déterminer le pouvoir énergétique d'un combustible :

$$\dot{M}_F \Delta h_s^0 = \dot{Q}^- \quad (11.89)$$

puisque dans ce cas :

- les surenthalpies \hat{h}_F , \hat{h}_A et \hat{h}_G sont nulles, les composants du mélange et des gaz de combustion étant à la température T^0
- la combustion est complète, donc $\sum [\dot{M}_I \Delta h_{sl}^0] = 0$
- la quantité de vapeur d'eau condensée correspond exactement à la quantité formée en cours de combustion
- il n'y a pas d'autres prestations énergétiques que le refroidissement des gaz jusqu'à T^0 .

Compte tenu de la problématique de la condensation partielle des gaz de combustion et de l'existence d'imbrûlés, la formulation générale suivante dérivée de l'expression (11.45) est la mieux adaptée :

Bilan énergétique d'un système ouvert, en régime permanent, siège d'une combustion

$$\dot{Y}_{comb}^+ = \sum_i \left[\dot{N}_i (\tilde{h}_{fi}^0 + \hat{h}_i) \right] - \sum_j \left[\dot{N}_j (\tilde{h}_{fj}^0 + \hat{h}_j) \right] = \dot{E}^- + (\dot{Q}^- + \dot{Q}_a^-) + \dot{Y}_h^- \quad (11.90)$$

Ce bilan comprend la décomposition en constituants du mélange et des produits de combustion. L'eau sous forme de vapeur et l'eau sous forme de liquide doivent être introduites séparément parmi les termes \dot{N}_j (ou \dot{N}_i) avec leurs enthalpies de formation propres $\tilde{h}_{fH_2Ovap}^0$ et $\tilde{h}_{fH_2Oliq}^0$ (tab. 11.5). Il en va de même des éventuels imbrûlés ou dans les cas de compositions d'air différentes.

11.5.2 Système ouvert, en régime quelconque

Généralités

Considérons le cas d'une combustion incomplète dans le système représenté par la figure 11.9. Ce système reçoit de l'extérieur une masse M_F de combustible F . Pour fixer les idées, pensons à la chambre de combustion d'un moteur Diesel, lors de la période d'injection du combustible.

Nous formulons les mêmes hypothèses qu'au paragraphe 11.5.1. De plus, nous admettons que la pression P_F et la température T_F , donc aussi l'enthalpie h_F du combustible F restent constantes pendant toute la durée du processus.

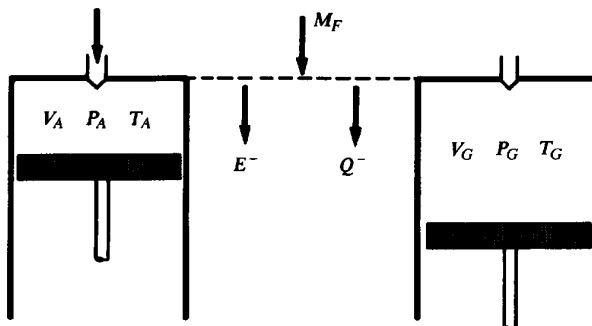


Fig. 11.9 Combustion dans un système ouvert, en régime quelconque, avec transfert-travail, transfert-chaleur et injection du combustible depuis l'extérieur.

Développement

Le Premier Principe donne, selon (1.53):

$$\sum_j [h_j M_j^+] - \Delta U = M_F h_F + (U_A - U_G) = (E^- + E_a^-) + (Q^- + Q_a^-) \quad (11.91)$$

De façon similaire à la procédure adoptée pour développer (11.83), nous obtenons, dans un cas où le point de rosée des gaz de combustion n'est jamais supérieur à T^0 , la relation:

$$M_G \hat{u}_G = M_F (\Delta u_i^0 + \hat{u}_F + v_F P_F) + M_A \hat{u}_A - \sum [M_I \Delta u_{il}^0] - (E^- + E_a^-) - (Q^- + Q_a^-) \quad (11.92)$$

En s'appuyant sur l'hypothèse de gaz semi-parfait pour les gaz et en utilisant la valeur moyenne pour les chaleurs spécifiques, nous avons:

$$M_G \bar{c}_{vG} (T_G - T^0) = M_F (\Delta u_i^0 + \hat{u}_F + v_F P_F) + M_A \bar{c}_{vA} (T_A - T^0) - \sum [M_I \Delta u_{il}^0] - (E^- + E_a^-) - (Q^- + Q_a^-) \quad (11.93)$$

Tableau 11.7 Expressions approchées de la surénergie interne d'un combustible.

Surénergie interne \hat{u}_F d'un combustible	
Combustible solide ou liquide	Combustible gazeux
$\bar{c}_F (T_F - T^0)$	$\bar{c}_{vF} (T_F - T^0)$

Là aussi l'utilisation des enthalpies libres de formation ou des énergies libres de formation permet d'obtenir une expression qui est plus facilement généralisable aux cas avec point de rosée des gaz de combustion supérieur à T^0 . L'expression (11.91) devient:

Bilan d'un système ouvert avec injection de combustible, siège d'une combustion

$$M_F h_F + (U_A - U_G) = (E^- + E_a^-) + (Q^- + Q_a^-)$$

$$M_F (h_{fF}^0 + \hat{h}_F) + \sum_{i'} N_{i'} (\tilde{u}_{fi}^0 + \hat{u}_{i'}) - \sum_j N_j (\tilde{u}_{fj}^0 + \hat{u}_j) = (E^- + E_a^-) + (Q^- + Q_a^-) \quad (11.94)$$

dans lequel les indices i' indiquent les composés du mélange autres que le combustible injecté.

Cette équation est applicable à toutes les phases d'injection d'un moteur à combustion interne, avec ou sans imbrûlés, et quel que soit le point de rosée des gaz de combustion.

11.5.3 Système fermé

Généralités

Considérons le **cas général d'une combustion**, qui peut être incomplète, dans le système représenté par la figure 11.9 mais **sans injection** (fig. 11.10), constitué d'une enceinte déformable, conductrice et fermée. Ce système fournit à l'extérieur une énergie-travail ($E^- + E_a^-$) et une énergie-chaleur ($Q^- + Q_a^-$) entre l'état initial caractérisé par le mélange M et l'état final caractérisé par les produits de combustion G .

Nous formulons les mêmes hypothèses que pour un système ouvert.

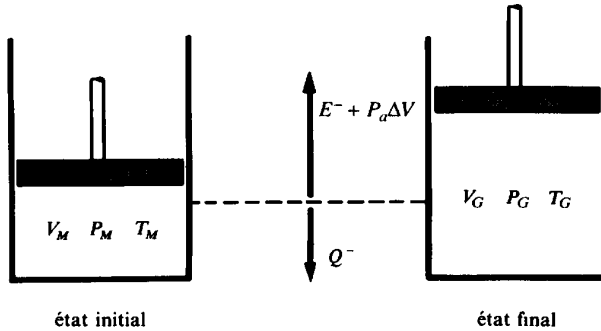


Fig. 11.10 Combustion dans un système fermé, avec transfert-travail et transfert-chaleur entre le système et l'extérieur.

Développement

Le Premier Principe donne, selon (1.53), l'énergie-transformation :

$$Y_{comb}^+ = U_M - U_G - P_a \Delta V = E^- + (Q^- + Q_a^-) + Y_h^- \quad (11.95)$$

où \dot{Y}_{comb}^+ est la puissance-transformation du réseau de combustion.

Afin de faire apparaître le pouvoir énergétique isochore du combustible, ajoutons et retranchons les énergies internes U_M^0 du mélange M , U_G^0 des produits de combustion G et U_{Gc}^0 des produits de combustion Gc qui auraient été obtenus si la combustion avait été complète, tout cela dans les conditions standard P^0 et T^0 .

Nous obtenons alors l'énergie-transformation \dot{Y}_{comb}^+ sous la forme :

$$\begin{aligned} Y_{comb}^+ &= (U_F^0 + U_A^0 - U_{Gc}^0) - (U_G^0 - U_{Gc}^0) + [(U_F - U_F^0) + (U_A - U_A^0) - (U_G - U_G^0)] \\ &\quad - P_a \Delta V = (U_M^0 - U_{Gc}^0) - (U_G^0 - U_{Gc}^0) + (\mathcal{U}'_F + \mathcal{U}'_A - \mathcal{U}'_G) - P_a \Delta V \quad (11.96) \end{aligned}$$

Comme au paragraphe 11.5.1, nous admettons, à titre d'exemple, que le point de rosée des gaz de combustion est inférieur à T^0 . En vertu de la définition (11.47), nous avons les pouvoirs énergétiques absolus :

$$\begin{aligned}
 U_M^0 - U_{Gc}^0 &= M_F \Delta u_i^0 \\
 U_G^0 - U_{Gc}^0 &= \sum [M_I \Delta u_{il}^0] \quad [J] \quad (11.97)
 \end{aligned}$$

où Δu_i^0 et Δu_{il}^0 sont respectivement les pouvoirs énergétiques du combustible F et d'un imbrûlé I .

La relation (11.96) donne, compte tenu de (11.97):

$$Y_{comb}^+ = (M_F \Delta u^0 - \sum [M_I \Delta u_I^0]) + (\hat{U}_F + \hat{U}_A - \hat{U}_G) - P_a \Delta V \quad (11.98)$$

En explicitant la surénergie interne des produits de combustion, nous obtenons, selon (11.77) et (11.95):

$$\hat{U}_G = M_F \Delta u^0 + \hat{U}_F + \hat{U}_A - \sum [M_I \Delta u_I^0] - P_a \Delta V - E^- - (Q^- - Q_a^-) - Y_h^- \quad (11.99)$$

En introduisant les énergies internes massiques, nous avons:

$$M_G \hat{u}_G = M_F (\Delta u^0 + \hat{u}_F) + M_A \hat{u}_A - \sum [M_I \Delta u_I^0] - P_a \Delta V - E^- - (Q^- - Q_a^-) - Y_h^- \quad (11.100)$$

En admettant, à titre d'exemple, que la composition des gaz de combustion est telle que leur point de rosée est inférieur à T^0 et le resterait même au cas où les imbrûlés étaient finalement complètement oxydés, et en tenant compte de (2.58) et (5.158):

$$\begin{aligned}
 M_G \int_{T^0}^{T_G} c_{vG} dT &= M_F (\Delta u_i^0 + \hat{u}_F) + M_A \int_{T^0}^{T_M} c_{vA} dT - \sum [M_I \Delta u_{il}^0] \\
 &\quad - P_a \Delta V - E^- - (Q^- - Q_a^-) - Y_h^- \quad (11.101)
 \end{aligned}$$

En introduisant les chaleurs spécifiques isochores moyennes, nous obtenons finalement la relation:

$$\begin{aligned}
 M_G \bar{c}_{vG} (T_G - T^0) &= M_F (\Delta u_i^0 + \hat{u}_F) + M_A \bar{c}_{vA} (T_M - T^0) - \sum [M_I \Delta u_{il}^0] \\
 &\quad - P_a \Delta V - E^- - (Q^- - Q_a^-) - Y_h^- \quad (11.102)
 \end{aligned}$$

Cette relation permet de calculer la **température de combustion** T_G . En fait, il n'est pas possible d'expliciter cette température T_G , car elle apparaît implicitement dans la chaleur spécifique moyenne \bar{c}_{vG} des gaz de combustion. Donc en principe, il faut procéder par approximations successives. Toutefois, on peut éviter cette opération en recourant à un diagramme u - T relatif aux gaz de combustion.

Examinons maintenant deux cas particuliers intéressants.

Système fermé, isochore et adiabate

En introduisant $E^- = Q^- = Q_a^- = Y_h^- = 0$ et $\Delta V = 0$ dans (11.95) et (11.99), nous obtenons les relations :

$$\begin{aligned} U_G &= U_M \\ \hat{U}_G &= \hat{U}_M + M_F \underline{\Delta u}_i^0 - \sum [M_I \underline{\Delta u}_{il}^0] \end{aligned} \quad (11.103)$$

En considérant les chaleurs spécifiques isochores moyennes, l'expression (11.102) permet de mettre en évidence :

Température de combustion dans un système fermé, isochore et adiabate

$$(T_G - T^0) = \frac{M_F (\underline{\Delta u}_i^0 + \hat{u}_F) + M_A \bar{c}_{vA} (T_M - T^0) - \sum [M_I \underline{\Delta u}_{il}^0]}{M_G \bar{c}_{vG}} \quad (11.104)$$

Nous constatons donc qu'un processus de combustion incomplète dans un système fermé, isochore et adiabate est caractérisé par les propriétés qui suivent.

- L'**énergie interne** U_G des produits de combustion G est **égale** à celle U_M du mélange M .
- La **surénergie interne** \hat{U}_G des produits de combustion G est **égale** à celle \hat{U}_M du mélange M , **plus** le pouvoir énergétique isochore consommé $\left(M_F \underline{\Delta u}_i^0 - \sum [M_I \underline{\Delta u}_{il}^0] \right)$
- La **température** T_G des produits de combustion G est **plus élevée** que celle T_M du mélange M .

Système fermé, isobare et adiabate

La pression P restant égale à $P_1 = \text{cste}$, le système donne l'énergie-travail :

$$E^- = (P_1 - P_a) \Delta V \quad (11.105)$$

En introduisant cette valeur de E^- , ainsi que $Q^- = Q_a^- = Y_h^- = 0$ dans (11.95), nous obtenons :

$$\Delta U + P_1 \Delta V = \Delta(U + VP) = \Delta H = 0 \quad (11.106)$$

A l'aide d'une transformation mathématique analogue à celle qui a été appliquée ci-dessus à ΔU , nous obtenons, compte tenu de (11.80), les relations :

$$M_G \hat{h}_G = M_F (\underline{\Delta h}_i^0 + \hat{h}_F) + M_A \hat{h}_A - \sum [M_I \underline{\Delta h}_{il}^0] \quad [J] \quad (11.107)$$

$$M_G \bar{c}_{pG} (T_G - T^0) = M_F (\underline{\Delta h}_i^0 + c_F (T_M - T^0)) + M_A \bar{c}_{pA} (T_M - T^0) - \sum [M_I \underline{\Delta h}_{il}^0] \quad (11.108)$$

Remarquons que le pouvoir énergétique isochore a été remplacé par le pouvoir énergétique isobare à cause de l'énergie-travail $P_1 \Delta V$.

Généralisation en cas de condensation possible de la vapeur d'eau des gaz G

Le bilan énergétique concernant le système fermé de la figure 11.10 est donné par la relation :

$$\begin{aligned} M_F (\underline{\Delta u}_s^0 + \hat{u}_F) + M_A \hat{u}_A - M_G \hat{u}_G - \sum [M_I \underline{\Delta u}_{sl}^0] - (M_{H_2Op} - M_{cond}) q_{vap}^0 \\ = E^- + (Q^- + Q_a^-) + Y_h^- \end{aligned} \quad (11.109)$$

dans laquelle nous avons :

- M_{H_2Op} débit masse maximal de vapeur d'eau formée à partir du combustible effectivement oxydé
- M_{cond} débit masse d'eau condensée dans le système en refroidissant les gaz jusqu'à T_G

A noter que l'équation (11.109) nous permet d'écrire les conditions d'un calorimètre fermé pour déterminer le pouvoir énergétique d'un combustible :

$$M_F \underline{\Delta u}_s^0 = Q^- \quad (11.110)$$

puisque dans ce cas :

- les surénergies internes \hat{u}_F , \hat{u}_A et \hat{u}_G sont nulles, les composants du mélange et des gaz de combustion étant à la température T^0
- la combustion est complète, donc $\sum [M_I \underline{\Delta u}_{sl}^0] = 0$
- la quantité de vapeur d'eau condensée correspond exactement à la quantité formée en cours de combustion
- il n'y a pas d'autres prestations énergétiques que le refroidissement des gaz jusqu'à T^0 .

Compte tenu de la problématique de la condensation possible des gaz de combustion et de l'existence d'imbrûlés, la formulation générale suivante dérivée de l'expression (11.56) est la mieux adaptée :

Bilan énergétique d'un système fermé, siège d'une combustion

$$Y_{comb}^+ = \sum_i [N_i (\tilde{u}_{fi}^0 + \hat{u}_i)] - \sum_j [N_j (\tilde{u}_{fj}^0 + \hat{u}_j)] = E^- + (Q^- + Q_a^-) + Y_h^- \quad (11.111)$$

11.5.4 Influence de la dissociation et du rayonnement

Dissociation

Les valeurs de la température de combustion T_G , calculées à l'aide des relations des paragraphes 11.5.1 à 11.5.3, sont des valeurs maximales, car elles ne tiennent pas compte du phénomène de **dissociation** [120].

En réalité, lorsque la température du gaz de combustion atteint une valeur de l'ordre de 1500°C, il se produit un déplacement de l'équilibre des réactions chimiques de base telles que celles du tableau 11.1. Il en résulte que les corps figurant dans les membres de gauche de ces équations peuvent coexister avec ceux figurant dans les membres de droite, cela dans des proportions qui sont fonction de la température et de la pression. Il se produit aussi une décomposition des molécules polyatomiques en radicaux ou en atomes, de sorte qu'il peut y avoir les corps suivants: CO, HO, C, H, O, N.

Selon la loi de Le Chatelier, l'effet tend en général à s'opposer à la cause qui l'a provoqué. C'est pourquoi l'augmentation de la température produit un déplacement de l'équilibre de droite à gauche. Etant donné la connexion qui existe entre la variation de pression et la variation du nombre de kilomoles (§ 11.4.4), l'augmentation de la pression produit un déplacement de l'équilibre de droite à gauche si le rapport du nombre de kilomoles χ est supérieur à 1.

La thermodynamique chimique permet de calculer avec précision le phénomène de dissociation.

Etant donné ce qui précède, il est clair que **le phénomène de dissociation a pour effet de diminuer la température de combustion T_G** .

Rayonnement

Lorsque la température des gaz de combustion est élevée, le phénomène de **rayonnement** entraîne le fait qu'une combustion n'est pratiquement jamais adiabate. Par exemple, à la surface ardente d'un charbon qui brûle dans un foyer, il règne une température très élevée et il y a une émission d'énergie par rayonnement. Cette énergie est communiquée à l'enceinte du foyer, qui la transmet à son tour. Les flammes elles-mêmes contiennent de fines particules de charbon ardent qui rayonnent aussi sur l'enceinte du foyer.

En vertu de la relation (11.84), **le transfert d'énergie par rayonnement a pour effet de diminuer la température de combustion T_G** .

11.6 POUVOIRS EXERGÉTIQUES D'UN COMBUSTIBLE

11.6.1 Pouvoir exergetique Δk^0 (ou $\Delta \tilde{k}^0$)

Définition

Le *travail maximal massique* (ou *molaire*) pouvant être obtenu à partir d'un combustible F est donné par les grandeurs suivantes, exprimées en coenthalpie:

Pouvoir exergétique isobare massique	$\underline{\Delta k}^0 \equiv \frac{K_M^0 - K_{Gc}^0}{M_F}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right]$
Pouvoir exergétique isobare molaire	$\underline{\Delta \tilde{k}}^0 \equiv \frac{K_M^0 - K_{Gc}^0}{N_F}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right]$

(11.112)

dans lesquelles nous avons :

- K_M^0 *coenthalpie du mélange initial* M , dans les conditions de référence P^0 et T^0 (en général, valeurs standard (11.3))
- K_{Gc}^0 *coenthalpie des produits de combustion* Gc , résultant d'une *combustion complète*, dans les conditions définies par les conventions vues plus haut
- M_F (ou N_F) *masse* (ou *quantité*) *de combustible* F , en $\text{kg } F$ (ou $\text{kmol } F$)

Le tableau 11.1 donne le pouvoir exergétique $\underline{\Delta \tilde{k}}^0$ d'un certain nombre de combustibles simples.

Conventions

Etant donné que la coenthalpie fait intervenir l'entropie, il convient de préciser dans quel état thermodynamique se trouve chaque constituant du mélange M et des produits de combustion Gc . En effet, il faut décider s'il se présente séparément, dans les conditions standard P^0 et T^0 ou s'il se présente mélangé physiquement à d'autres constituants. Afin de nous rapprocher le plus possible des conditions réelles dans lesquelles s'effectuent les combustions techniques, nous adopterons les trois **conventions** qui suivent.

- Dans le mélange initial M , le combustible F et le comburant A (en général l'air) se présentent *séparément*. Cela signifie que, dans le cas d'un combustible gazeux, l'air ne se présente pas mélangé préalablement au combustible.
- Dans les produits finaux de combustion Gc , chaque constituant j se présente *mélangé physiquement à l'air*, c'est-à-dire à sa pression partielle P_i^0 , dans une atmosphère moyenne aux conditions de référence $P^0 = P_a$ et $T^0 = T_a$. Cela revient à considérer une combustion de référence avec un facteur d'air λ théoriquement infini, c'est-à-dire pratiquement avec une très grande masse d'air. Cette convention est justifiée par le fait que, dans la majorité des combustions techniques, les produits de combustion sont rejetés dans l'atmosphère. Elle fera donc apparaître dans les bilans une perte exergétique due au transfert-chaleur avec chute de température, entre les gaz de combustion et l'atmosphère, et une autre perte exergétique due à la diffusion des constituants j dans l'atmosphère (voir relation (10.154)).
- Dans les produits finaux de combustion Gc , l'eau se présente *soit sous forme de liquide, soit sous forme de vapeur à la limite de la saturation*, c'est-à-dire à la pression partielle de saturation $P_v^{\sigma 0}$ dans une atmosphère moyenne aux

conditions de référence $P^0 = P_a$ et $T^0 = T_a$. Cette convention est justifiée par la nécessité de définir pour les produits finaux de combustion G_c , un système qui soit en équilibre physique.

- Le tableau 11.8 donne les pressions partielles et les teneurs molaires des constituants principaux d'une **atmosphère moyenne**, dans l'état de référence caractérisé par les valeurs standard (relation (11.3)).

Tableau 11.8 Pressions partielles et teneurs molaires des constituants principaux d'une atmosphère moyenne à $P^0 = 1.01325$ bar et $T^0 = 25^\circ\text{C}$ [4].

Substance	P_i [bar]	\tilde{z}_i^A [kmol i / kmol A]
N ₂	0.7665	0.7565
O ₂	0.2056	0.2030
Ar	0.0091	0.0090
H ₂ O	0.0316	0.0312
CO ₂	0.0003	0.0003

Propriété

Le **pouvoir exergetique** Δk^0 coïncide avec le **travail maximal** e_{\max}^F , rapporté à l'unité de masse du combustible F , qu'il est possible d'obtenir à partir d'une transformation thermodynamique dans un **système ouvert, en régime permanent, qui est le siège d'une combustion complète, à l'aide d'opérations réversibles** (§ 11.6.7). Les produits de combustion G_c sortent dans le même état de standard P^0 et T^0 que celui dans lequel entre le mélange M , la combustion ayant été effectuée avec un très grand excès d'air.

En effet, considérons à nouveau la combustion complète dans le système ouvert, en régime permanent, représenté par la figure 11.2.

En vertu de la relation (10.104), la puissance maximale est, si nous négligeons les variations des énergies cinétique et potentielle :

$$\dot{E}_{\max}^- = \dot{E}_y^+ = \dot{K}_M^0 - \dot{K}_{G_c}^0 \quad (11.113)$$

En divisant par le débit-masse de combustible \dot{M}_F , nous obtenons le travail maximal massique :

$$e_{\max}^F = \frac{\dot{E}_{\max}^-}{\dot{M}_F} = \frac{\dot{K}_M^0 - \dot{K}_{G_c}^0}{\dot{M}_F} \quad (11.114)$$

La comparaison de (11.112) et (11.114) montre bien l'égalité :

$$e_{\max}^F = \Delta k^0 \quad (11.115)$$

Détermination théorique

Si nous tenons compte de la propriété d'extensivité de l'enthalpie et de l'entropie, la définition (11.112) donne :

$$\begin{aligned}\underline{\Delta K}^0 &= M_F k_F^0 + M_A k_A^0 - M_{Gc} k_{Gc}^0 & [\text{J}] \\ \underline{\Delta k}^0 &= k_F^0 + \frac{M_A}{M_F} k_A^0 - \left(1 + \frac{M_A}{M_F}\right) k_{Gc}^0 & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right]\end{aligned}\quad (11.116)$$

Par extension, nous obtenons le **pouvoir exergétique** $\underline{\Delta k}^0$ (ou $\underline{\Delta \tilde{k}}^0$), par la relation générale, sous forme massique (ou molaire) :

$$\begin{aligned}\underline{\Delta k}^0 &= \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} k_i^0 \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} k_j^0 \right] & \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right] \\ \underline{\Delta \tilde{k}}^0 &= \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \tilde{k}_i^0 \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \tilde{k}_j^0 \right] & \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right]\end{aligned}\quad (11.117)$$

dans laquelle k_i^0 et k_j^0 (ou \tilde{k}_i^0 et \tilde{k}_j^0) sont les *coenthalpies massiques* (ou *molaires*) des constituants i du mélange M et j des produits de combustion Gc , dans les conditions de référence définies en tenant compte des trois conventions ci-dessus.

Le bilan de masse (11.31) est toujours valable.

Remarque

Contrairement aux pouvoirs énergétiques, le **pouvoir exergétique** $\underline{\Delta k}^0$, défini par (11.112), **dépend de la forme sous laquelle se présente le comburant** (oxygène pur, air...) **ainsi que de sa quantité**. C'est pourquoi nous avons imposé comme condition supplémentaire que la combustion de référence devait être effectuée avec un facteur d'air λ théoriquement infini. Dans ces conditions, l'air en excès, qui ne participe pas à la réaction chimique, se trouve dans le même état thermodynamique dans le mélange M et dans les produits de combustion Gc . Il n'est donc pas nécessaire d'en tenir compte dans le calcul de $\underline{\Delta k}^0$ selon (11.117).

11.6.2 Pouvoir exergétique $\underline{\Delta j}^0$ (ou $\underline{\Delta \tilde{j}}^0$)

Définition

Le *travail maximal massique* (ou *molaire*) pouvant être obtenu à partir d'un combustible F est donné par les grandeurs suivantes, exprimées en coénergie :

Pouvoir exergetique isochore massique	$\Delta j^0 \equiv \frac{J_M^0 - J_{Gc}^0}{M_F}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right]$
Pouvoir exergetique isochore molaire	$\Delta \tilde{j}^0 \equiv \frac{J_M^0 - J_{Gc}^0}{N_F}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right]$
(11.118)		

dans lesquelles nous avons :

- J_M^0 *coénergie du mélange initial M*, dans les conditions standard P^0 et T^0 (en général, valeurs standard (11.3))
- J_{Gc}^0 *coénergie des produits de combustion Gc*, résultant d'une combustion complète, dans les conditions définies par les conventions ci-dessous
- M_F (ou N_F) *masse (ou quantité) du combustible F*, en kg F (ou kmol F)

Conventions

Etant donné que la coénergie fait intervenir l'entropie, il convient, comme pour la coenthalpie, de préciser dans quel état thermodynamique se trouve chaque constituant du mélange M et des produits de combustion Gc . Toujours pour nous rapprocher le plus possible des conditions réelles dans lesquelles s'effectuent les combustions techniques, nous adopterons, pour la définition du pouvoir exergetique Δj^0 , les trois **conventions** qui ont déjà été énoncées au paragraphe 11.6.1 pour la définition du pouvoir exergetique Δk^0 .

Propriété

Le **pouvoir exergetique** Δj^0 coïncide avec le **travail maximal** e_{\max}^F rapporté à l'unité de masse du combustible F , qu'il est possible d'obtenir à partir d'une transformation thermodynamique dans un **système fermé qui est le siège d'une combustion complète, à l'aide d'opérations réversibles**, les produits finaux de combustion Gc étant dans les mêmes conditions standard P^0 et T^0 que le mélange M , et la combustion ayant été effectuée avec un très grand excès d'air.

En effet, considérons à nouveau la combustion complète dans le système fermé représenté par la figure 11.3. Sans entrer dans le détail, nous pouvons imaginer qu'il existe théoriquement une combinaison de processus et de cycles réversibles permettant d'obtenir le travail maximal à partir de la transformation conduisant du mélange initial M aux produits de combustion finaux Gc . En vertu de la relation (10.95), ce travail maximal est :

$$E_{\max}^- = E_y^+ = -\Delta J^0 = J_M^0 - J_{Gc}^0 \quad (11.119)$$

En divisant par la masse de combustible M_F , nous obtenons le travail maximal massique :

$$e_{\max}^F = \frac{E_{\max}^-}{M_F} = \frac{J_M^0 - J_{Gc}^0}{M_F} \quad (11.120)$$

La comparaison de (11.118) et (11.120) montre bien l'égalité:

$$e_{\max}^F = \underline{\Delta} j^0 \quad (11.121)$$

Détermination théorique

Si nous tenons compte de la propriété d'extensivité du volume, de l'énergie interne et de l'entropie, la définition (11.118) donne:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta} J^0 &= M_F j_F^0 + M_A j_A^0 - M_{Gc} j_{Gc}^0 & [J] \\ \underline{\Delta} j^0 &= j_F^0 + \frac{M_A}{M_F} j_A^0 - \left(1 + \frac{M_A}{M_F}\right) j_{Gc}^0 & \left[\frac{J}{\text{kg } F} \right] \end{aligned} \quad (11.122)$$

Par extension, nous obtenons le **pouvoir exergétique** $\underline{\Delta} j^0$ (ou $\underline{\Delta} \tilde{j}^0$), par la relation générale, sous forme massique (ou molaire):

$$\begin{aligned} \underline{\Delta} j^0 &= \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} j_i^0 \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} j_j^0 \right] & \left[\frac{J}{\text{kg } F} \right] \\ \underline{\Delta} \tilde{j}^0 &= \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \tilde{j}_i^0 \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \tilde{j}_j^0 \right] & \left[\frac{J}{\text{kmol } F} \right] \end{aligned} \quad (11.123)$$

dans laquelle j_i^0 et j_j^0 (ou \tilde{j}_i^0 et \tilde{j}_j^0) sont les *coénergies massiques* (ou *molaires*) des constituants i du mélange M et j des produits de combustion Gc , dans les conditions de référence définies en tenant compte des trois conventions ci-dessus.

Le bilan de masse (11.31) est toujours valable.

11.6.3 Comparaison des pouvoirs exergétiques $\underline{\Delta} j^0$ et $\underline{\Delta} k^0$

Relation générale

En tenant compte des définitions (1.28), (10.52), (10.68), (11.112) et (11.118), nous pouvons écrire, en valeur absolue:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta} K^0 &= K_M^0 - K_{Gc}^0 = U_M^0 - U_{Gc}^0 + (V_M^0 - V_{Gc}^0)P^0 - T_a(S_M^0 - S_{Gc}^0) \\ &= \underline{\Delta} J^0 - (V_{Gc}^0 - V_M^0)(P^0 - P_a) \end{aligned} \quad (11.124)$$

Nous obtenons, en valeur absolue, la différence:

$$\underline{\Delta} J^0 - \underline{\Delta} K^0 = (V_{Gc}^0 - V_M^0)(P^0 - P_a) \quad [J] \quad (11.125)$$

que nous exprimons sous deux formes, suivant la nature du combustible.

Combustible solide ou liquide

Si nous négligeons le volume du combustible F par rapport au volume de l'air A , la relation (11.76) donne, selon (11.5), (11.112) et (11.118):

$$\underline{\Delta j}^0 - \underline{\Delta k}^0 = (\chi - 1) \left(1 - \frac{P_a}{P^0} \right) \frac{N_A}{M_F} \tilde{r} T^0 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } F} \right] \quad (11.126)$$

Nous constatons que la différence des pouvoirs exergetiques $\underline{\Delta j}^0$ et $\underline{\Delta k}^0$ est déterminée par le produit de la variation du nombre de molécules de gaz et de l'écart entre P^0 et P_a . Cette différence est nulle lorsque $\chi = 1$ ou lorsque $P^0 = P_a$.

Dans la majorité des problèmes relatifs aux installations thermiques, il convient de tenir compte de la convention énoncée au paragraphe 11.6.1, selon laquelle précisément $P^0 = P_a$. Dans ces circonstances, les pouvoirs exergetiques $\underline{\Delta j}^0$ et $\underline{\Delta k}^0$ sont égaux.

Combustible gazeux

$$\underline{\Delta \tilde{j}}^0 - \underline{\Delta \tilde{k}}^0 = (\chi - 1) \left(1 - \frac{P_a}{P^0} \right) \frac{N_A}{N_F} \tilde{r} T^0 \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.127)$$

Cette relation donne lieu au même commentaire que pour un combustible solide ou liquide.

11.6.4 Pouvoirs exergetiques supérieurs et inférieurs

En principe, il est possible de distinguer les pouvoirs exergetiques supérieurs et inférieurs d'un combustible. Mais nous allons montrer que cela n'est pas indispensable, car ils sont pratiquement égaux.

En ce qui concerne le pouvoir exergetique $\underline{\Delta k}^0$, la différence entre la coenthalpie de la vapeur d'eau à la limite de la saturation et celle de l'eau liquide est, selon le chapitre 7:

$$\begin{aligned} k_v^*(T^0) - k_\ell(P^0, T^0) &= h_v^*(T^0) - h_\ell(P^0, T^0) - T_a \Delta s \\ &= [h_v^*(T^0) - h'_\ell(T^0)] - [h_\ell(P^0, T^0) - h'_\ell(T^0)] - T_a \Delta s \\ &\equiv q_{vap}(T^0) - \bar{v}_\ell(P^0 - P_v^{''0}) - \frac{T_a}{T^0} q_{vap}^0 \\ &\equiv \left(1 - \frac{T_a}{T^0} \right) q_{vap}^0 - \bar{v}_\ell(P^0 - P_v^{''0}) \end{aligned} \quad (11.128)$$

D'une part, le second terme du second membre de la relation ci-dessus est négligeable. D'autre part, dans la majorité des problèmes relatifs aux installations

thermiques, il convient de tenir compte de la convention énoncée au paragraphe 11.6.1 selon laquelle précisément $T^0 = T_a$. Dans ces circonstances, les pouvoirs exergétiques supérieur $\underline{\Delta k}_s^0$ et inférieur $\underline{\Delta k}_i^0$ sont égaux.

Les pouvoirs exergétiques supérieur $\underline{\Delta j}_s^0$ et inférieur $\underline{\Delta j}_i^0$ donnent lieu à des considérations analogues.

11.6.5 Influence des conditions de référence sur le pouvoir exergétique $\underline{\Delta k}^0$

Développement

Les pouvoirs exergétiques définis pour les conditions standard P^0 et T^0 , ainsi que pour d'autres conditions de référence $P^{0'}$ et $T^{0'}$ sont, selon (11.112), en valeur absolue :

$$\begin{aligned}\underline{\Delta K}^0 &= K_M(P^0, T^0) - K_{Gc}(P^0, T^0) \\ \underline{\Delta K}^{0'} &= K_M(P^{0'}, T^{0'}) - K_{Gc}(P^{0'}, T^{0'})\end{aligned}\quad (11.129)$$

En soustrayant membre à membre les relations ci-dessus et en tenant compte de (10.68) et (11.30), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\underline{\Delta K}^{0'} - \underline{\Delta K}^0 &= [K_M(P^{0'}, T^{0'}) - K_M(P^0, T^0)] - [K_{Gc}(P^{0'}, T^{0'}) - K_{Gc}(P^0, T^0)] \\ &= \underline{\Delta H}'_0 - \underline{\Delta H}_0 - T_a \cdot \left\{ [S_M(P^{0'}, T^{0'}) - S_M(P^0, T^0)] - [S_{Gc}(P^{0'}, T^{0'}) - S_{Gc}(P^0, T^0)] \right\}\end{aligned}\quad (11.130)$$

Nous pouvons calculer les différences d'entropie comme suit.

- Pour un solide ou un liquide, nous avons, selon (5.160), la relation :

$$s(P^{0'}, T^{0'}) - s(P^0, T^0) \cong c \ln \frac{T^{0'}}{T^0} \quad (11.131)$$

où c est la chaleur spécifique du solide ou du liquide.

- Pour un gaz semi-parfait, nous avons, selon (2.66), la relation :

$$s(P^{0'}, T^{0'}) - s(P^0, T^0) \cong \bar{c}_p \ln \frac{T^{0'}}{T^0} - r \ln \frac{P^{0'}}{P^0} \quad (11.132)$$

où \bar{c}_p est la chaleur spécifique isobare moyenne du gaz entre T^0 et $T^{0'}$.

La variation du pouvoir exergétique $\underline{\Delta k}^0$ peut être exprimée de différentes manières suivant la nature du combustible, en utilisant pour les variations d'enthalpie les mêmes hypothèses qu'au paragraphe 11.4.6, et selon (11.5), (11.69), (11.130), (11.131) et (11.132).

- Dans le cas d'un **combustible solide ou liquide**, nous avons la relation :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta k}^{0'} - \underline{\Delta k}^0 \equiv & \left\{ \sum_i \left[\frac{M_i}{M_F} \bar{c}_{pi} \right] - \sum_j \left[\frac{M_j}{M_F} \bar{c}_{pj} \right] \right\} \left(T^{0'} - T^0 - T_a \ln \frac{T^{0'}}{T^0} \right) \\ & - (\chi - 1) \frac{N_A}{M_F} \tilde{r} T_a \ln \frac{P^{0'}}{P^0} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg F}} \right] \quad (11.133) \end{aligned}$$

où N_A / M_F est le rapport d'air, en kmol A/kg F;

- Dans le cas d'un **combustible gazeux**, nous avons la relation :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta k}^{0'} - \underline{\Delta k}^0 \equiv & \left\{ \sum_i \left[\frac{N_i}{N_F} \bar{c}_{pi} \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{N_F} \bar{c}_{pj} \right] \right\} \left(T^{0'} - T^0 - T_a \ln \frac{T^{0'}}{T^0} \right) \\ & - (\chi - 1) \frac{N_M}{N_F} \tilde{r} T_a \ln \frac{P^{0'}}{P^0} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol F}} \right] \quad (11.134) \end{aligned}$$

où N_M / N_F est le rapport de mélange, en kmol M/kmol F.

Conclusion

Les relations (11.133) et (11.134), ainsi que les applications numériques, conduisent aux constatations qui suivent.

- L'influence de la pression de référence P^0 sur le pouvoir exergetique $\underline{\Delta k}^0$ est *très faible*; elle dépend essentiellement de χ , c'est-à-dire de la variation du nombre de molécules de gaz.
- L'influence de la température de référence T^0 sur le pouvoir exergetique $\underline{\Delta k}^0$ est *assez faible*; elle dépend essentiellement de la différence entre les capacités calorifiques du mélange M et des produits de combustion Gc .

11.6.6 Comparaison des pouvoirs énergétiques et des pouvoirs exergetiques

Nous avons montré aux paragraphes 11.4.4 et 11.4.5 que les pouvoirs énergétiques $\underline{\Delta h}_s^0$, $\underline{\Delta h}_i^0$, $\underline{\Delta u}_s^0$ et $\underline{\Delta u}_i^0$ sont en général différents. Par contre, nous avons montré aux paragraphes 11.6.3 et 11.6.4 que les pouvoirs exergetiques $\underline{\Delta k}_s^0$, $\underline{\Delta k}_i^0$, $\underline{\Delta j}_s^0$ et $\underline{\Delta j}_i^0$ sont égaux lorsque les conditions de référence P^0 et T^0 coïncident avec l'état de l'atmosphère P_a et T_a .

Il en résulte que, en pratique, il est nécessaire de connaître les quatre pouvoirs énergétiques, alors qu'il suffit de déterminer l'un des pouvoirs exergetiques, par exemple $\underline{\Delta k}^0$.

Indépendamment de tous les avantages liés à la démarche exergetique, ce qui précède montre que **le pouvoir exergetique caractérise un combustible de façon plus satisfaisante que l'un des quatre pouvoirs énergétiques**.

Le tableau 11.9 donne l'écart relatif, en %, entre soit le pouvoir énergétique supérieur $\Delta\tilde{h}_s^0$, soit un pouvoir énergétique moyen $\Delta\tilde{h}^0 = (\Delta\tilde{h}_i^0 + \Delta\tilde{h}_s^0)/2$ et le pouvoir exergetique $\Delta\tilde{k}^0$, rapporté à $\Delta\tilde{k}^0$. Nous constatons que :

- Pour les **combustibles liquides**, l'écart entre le pouvoir énergétique supérieur et le pouvoir exergetique varie entre 1.0 et 1.7 %.
- Pour les **combustibles gazeux**, l'écart entre le pouvoir énergétique moyen et le pouvoir exergetique varie entre 0.1 et 2.8 % (avec une exception importante de 12.2 % pour l'hydrogène).

Tableau 11.9 Comparaison entre soit le pouvoir énergétique supérieur $\Delta\tilde{h}_s^0$, soit un pouvoir énergétique moyen $\Delta\tilde{h}^0$ et le pouvoir exergetique $\Delta\tilde{k}^0$, pour les conditions de référence standard $P^0 = 1.01325$ bar et $T^0 = 25^\circ\text{C}$, et pour les pressions partielles indiquées dans le tableau 11.8.

Combustible	état	$\Delta\tilde{h}_i^0$ [kJ/kmol]	$\Delta\tilde{h}_s^0$ [kJ/kmol]	$\Delta\tilde{k}^0$ [kJ/kmol]	$\Delta\tilde{h}^0$ [kJ/kmol]	$\frac{\Delta\tilde{h}_s^0 - \Delta\tilde{k}^0}{\Delta\tilde{k}^0}$ [%]	$\frac{\Delta\tilde{h}^0 - \Delta\tilde{k}^0}{\Delta\tilde{k}^0}$ [%]
graphite	solide	393 510	393 510	410 541	393 510	-4.1	-4.1
monoxyde de carbone	gaz	282 980	282 980	275 364	282 980	2.8	2.8
hydrogène	gaz	241 826	285 830	235 212	263 828	21.5	12.2
soufre	solide	296 600	296 600	[129]	296 600		
méthane	gaz	802 292	890 300	830 174	846 296	7.2	1.9
acétylène	gaz	1 255 576	1 255 576	1 265 464	1 277 578	2.7	1.0
éthylène	gaz	1 323 142	1 411 150	1 359 625	1 367 146	3.8	0.5
éthane	gaz	1 428 698	1 560 710	1 493 827	1 494 704	4.5	0.1
heptane	liquide	4 464 778	4 816 810	4 755 480	4 640 794	1.3	-2.4
octane	liquide	5 116 144	5 512 150	5 418 553	5 272 232	1.7	-1.9
méthanol	liquide	638 762	726 770	716 648	682 766	1.4	-4.7
éthanol	liquide	1 235 498	1 367 510	1 353 800	1 301 504	1.0	-3.9

Donc, pour les combustibles dont la structure chimique n'est pas suffisamment connue pour permettre la détermination de $\Delta\tilde{k}^0$, nous pourrions admettre, en première approximation pour les **combustibles solides et liquides**, la relation :

$$\Delta\tilde{k}^0 \cong \Delta\tilde{h}_s^0 \quad (11.135)$$

et pour les combustibles **gazeux** la relation :

$$\Delta\tilde{k}^0 \cong \Delta\tilde{h}^0 = \frac{\Delta\tilde{h}_i^0 + \Delta\tilde{h}_s^0}{2} \quad (11.136)$$

11.6.7 Équilibre thermochimique de mélanges de gaz

Dans tout mélange de gaz, indépendamment de sa température, certaines des molécules sont caractérisées par un niveau d'énergie (translation, rotation et vibration) supérieur à la moyenne. La collision de ces molécules avec d'autres molécules entraîne un accroissement momentané du niveau d'énergie, suffisant pour entraîner la rupture de liaisons atomiques de certaines d'entre elles, et conduire à la dissociation en de plus petites molécules ou atomes. Certains de ces produits de dissociation peuvent parallèlement entrer en collision, entre eux ou avec un autre élément (molécules, atomes, paroi du récipient), permettant d'absorber l'excédent d'énergie et d'entraîner la recombinaison partielle en molécules de base. Un équilibre s'établit alors entre les réactions de dissociation et de recombinaison, qui se traduit par une concentration moyenne constante des produits de dissociation dans le mélange de gaz. Cet équilibre, atteint à une température et une pression donnée, est appelé **équilibre thermochimique**. L'augmentation générale du niveau d'énergie des molécules et atomes, à température croissante, se traduit par un accroissement de la concentration en produits de dissociation qui conduit à un déplacement de l'équilibre thermochimique. L'équilibre thermochimique (état stable) peut généralement être déterminé par voie thermodynamique, sans la connaissance détaillée des mécanismes des réactions qui ont permis de l'atteindre. L'existence d'un tel équilibre est souvent exprimée par une double flèche \leftrightarrow dans la formulation des équations chimiques de base.

Processus réactifs réversibles

L'existence d'un équilibre thermochimique permet d'imaginer une expérience mettant en jeu des processus réactifs réversibles comme, par exemple, une combustion réversible. Considérons le système ouvert représenté à la figure 11.11, comprenant une boîte, dite **boîte de van't Hoff**, ainsi qu'un ensemble de compresseurs et de turbines, isothermes et sans dissipation, permettant d'alimenter en réactifs ou de valoriser les produits de réaction. Supposons, dans un premier temps, que chacun des réactifs provient, sans mélange préalable, d'un réservoir qui lui est propre et qui est en équilibre thermophysique avec l'environnement standard (P^0, T^0). De même, chacun des produits de réaction alimente séparément un réservoir qui lui est propre et qui est en équilibre thermophysique avec l'environnement (P^0, T^0). Cette séparation des composants, à la fois du mélange et des produits de combustion, est rendue possible grâce à l'utilisation de membranes semi-perméables analogues à celles introduites dans le paragraphe 6.2.4. Chaque membrane laisse passer un seul type de gaz, tout en s'opposant au passage de tous les autres. Le système de la figure 11.11 est tel que des transferts-chaleur ne peuvent avoir lieu qu'avec l'environnement. Conformément à la loi de Dalton, la pression dans la boîte de van't Hoff, où se produisent les réactions, est égale à la somme des pressions partielles de tous les constituants. Pour simplifier la représentation, et à titre d'exemple, la figure 11.11 illustre un cas avec deux réactifs produisant deux produits de combustion.

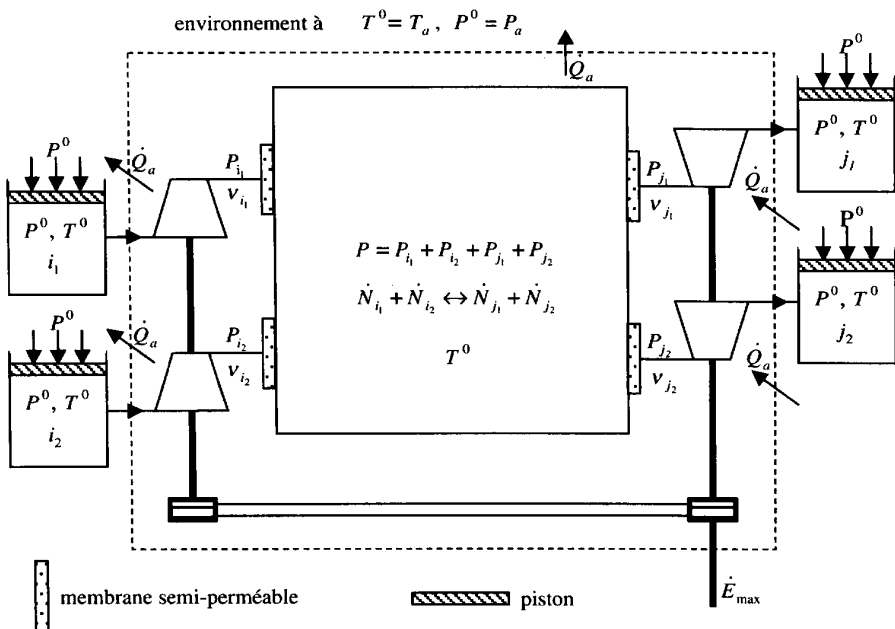


Fig. 11.11 Système ouvert en régime permanent comprenant une boîte de van't Hoff (avec 2 réactifs et 2 produits de réaction).

En vertu du Premier Principe (1.45) appliqué au système ouvert en régime permanent de la figure 11.5, et en négligeant les énergies cinétiques et potentielles, nous avons la relation :

$$\dot{E}^- = \dot{Q}_a^+ + \sum_i [\dot{M}_i h_{fi}^0] - \sum_j [\dot{M}_j h_{fj}^0] \quad (11.137)$$

dans laquelle les enthalpies de formation sont considérées comme dans la section 11.4.

En vertu du Deuxième Principe (1.95), et en admettant que toutes les opérations se produisant dans le système de la figure 11.11 sont réversibles, nous avons :

$$\dot{Q}_a^+ = T^0 \left(\sum_j \dot{M}_j s_j^0 - \sum_i \dot{M}_i s_i^0 \right) \quad (11.138)$$

En éliminant \dot{Q}_a^+ entre les équations (11.137) et (11.138), et étant donné que tous les processus considérés sont réversibles, le travail fourni est le travail maximal :

$$\begin{aligned}
 \dot{E}^- = \dot{E}_{\max}^- &= \sum_i \left[\dot{M}_i (h_{fi}^0 - T^0 s_i^0) \right] - \sum_j \left[\dot{M}_j (h_{fj}^0 - T^0 s_j^0) \right] \\
 &= \sum_i \left[\dot{M}_i g_{fi}^0 \right] - \sum_j \left[\dot{M}_j g_{fj}^0 \right]
 \end{aligned} \tag{11.139}$$

où g_f^0 est l'enthalpie libre de formation («Gibbs free energy of formation»).

Pour simplifier, admettons que nous avons affaire à des combustibles gazeux et que les propriétés des gaz semi-parfaits sont applicables, aussi bien aux composants du mélange qu'aux composants des produits de combustion.

Dans le cas de la figure 11.11, nous faisons l'hypothèse que la pression P^0 est inférieure à la plus faible des pressions partielles des composants intervenant dans la réaction.

L'hypothèse de réversibilité implique qu'il suffirait d'un petit changement pour que le sens de la réaction et des écoulements s'inversent, les membranes semi-perméables garantissant que l'écoulement dans chacune des machines correspond bien à un seul composant. En cas d'inversion, les compresseurs deviennent des turbines, et vice-versa. L'équation chimique peut s'écrire :



Conformément au tableau 8.3, le travail molaire requis pour la compression isotherme et réversible d'un gaz semi-parfait, de la pression P^0 à la pression P_i , est donné par :

$$\tilde{e}^+ = \int_{P^0}^{P_i} \tilde{v} dP = \int_{P^0}^{P_i} \tilde{r} T^0 \frac{dP}{P} = \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_i}{P^0} \right) \tag{11.141}$$

De façon similaire, le travail molaire obtenu au cours de la détente isotherme et réversible d'un gaz semi-parfait, de la pression P_j à la pression P^0 , est donné par :

$$\tilde{e}^- = - \int_{P_j}^{P^0} \tilde{v} dP = - \int_{P_j}^{P^0} \tilde{r} T^0 \frac{dP}{P} = \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_j}{P^0} \right) \tag{11.142}$$

Le travail résultant de la combustion réversible de la figure 11.11 est donc :

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_{\max}^- &= \dot{N}_{j1} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_{j1}}{P^0} \right) + \dot{N}_{j2} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_{j2}}{P^0} \right) - \dot{N}_{i1} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_{i1}}{P^0} \right) - \dot{N}_{i2} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P_{i2}}{P^0} \right)
 \end{aligned} \tag{11.143}$$

En divisant tous les termes par le débit molaire \dot{N}_{i1} , qui pourrait par exemple être le débit molaire du combustible, nous obtenons :

$$\tilde{e}^{i1} = \tilde{r}T^0 \left[\frac{\dot{N}_{j1}}{\dot{N}_{i1}} \ln \left(\frac{P_{j1}}{P^0} \right) + \frac{\dot{N}_{j2}}{\dot{N}_{i1}} \ln \left(\frac{P_{j2}}{P^0} \right) + \ln \left(\frac{P^0}{P_{i1}} \right) + \frac{\dot{N}_{i2}}{\dot{N}_{i1}} \ln \left(\frac{P^0}{P_{i2}} \right) \right] \quad (11.144)$$

Dans le cas d'une combustion stœchiométrique, les rapports de débits molaires correspondent aux facteurs stœchiométriques définis dans le paragraphe 11.3.2, et peuvent être désignés par la lettre v . A titre d'exemple, nous avons pour le composant j_1 :

$$v_{j1} = \frac{\dot{N}_{j1}}{\dot{N}_{i1}} \quad (11.145)$$

L'équation (11.144) peut alors être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{e}^{i1} &= \tilde{r}T^0 \left[v_{j1} \ln \left(\frac{P_{j1}}{P^0} \right) + v_{j2} \ln \left(\frac{P_{j2}}{P^0} \right) + v_{i1} \ln \left(\frac{P^0}{P_{i1}} \right) + v_{i2} \ln \left(\frac{P^0}{P_{i2}} \right) \right] \\ &= \tilde{r}T^0 \ln \left(\frac{(P_{j1}/P^0)^{v_{j1}} (P_{j2}/P^0)^{v_{j2}}}{(P_{i1}/P^0)^{v_{i1}} (P_{i2}/P^0)^{v_{i2}}} \right) \end{aligned} \quad (11.146)$$

Le rapport faisant intervenir les rapports de pressions partielles est appelé *constante d'équilibre*.

Constante d'équilibre	$K_P = \frac{(P_{j1}/P^0)^{v_{j1}} (P_{j2}/P^0)^{v_{j2}}}{(P_{i1}/P^0)^{v_{i1}} (P_{i2}/P^0)^{v_{i2}}} \quad (11.147)$
------------------------------	--

En vertu de la relation (6.18) entre les concentrations molaires et les pressions partielles, la constante d'équilibre peut aussi être exprimée par la relation :

$$K_P = \frac{(\tilde{c}_{j1})^{v_{j1}} (\tilde{c}_{j2})^{v_{j2}}}{(\tilde{c}_{i1})^{v_{i1}} (\tilde{c}_{i2})^{v_{i2}}} \left[\frac{P}{P^0} \right]^{(v_{j1} + v_{j2} - v_{i1} - v_{i2})} \quad (11.148)$$

dans laquelle P est la pression à laquelle ont lieu les réactions dans la boîte de van't Hoff.

Compte tenu de (11.146) et de (11.147), le travail molaire maximal qui peut être obtenu à partir du composant $i1$ vaut :

$$\tilde{e}^{i1} = \tilde{r}T^0 \ln K_P \quad (11.149)$$

L'expression (11.139) peut être écrite comme suit:

$$\dot{E}_{\max} = \sum_i [\dot{N}_i \tilde{g}_{fi}^0] - \sum_j [\dot{N}_j \tilde{g}_{fj}^0] \quad (11.150)$$

Des expressions (11.145), (11.149) et (11.150), nous tirons:

$$\tilde{e}^i = \tilde{r}T^0 \ln K_P = \nu_{i_1} \tilde{g}_{f1}^0 + \nu_{i_2} \tilde{g}_{f2}^0 - \nu_{j_1} \tilde{g}_{f1}^0 - \nu_{j_2} \tilde{g}_{f2}^0 \quad (11.151)$$

L'expression (11.150) peut être généralisée en considérant tous les flux k comprenant les flux i et j , avec une convention «positif entrant» et devient:

$$\tilde{e}^i = \tilde{r}T^0 \ln K_P = \sum_k [\nu_k \tilde{g}_{fk}^0] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.152)$$

D'où, en admettant que le flux i_1 est le flux de combustible F :

$$\ln K_P = \frac{\sum_k [\nu_k \tilde{g}_{fk}^0]}{\tilde{r}T^0} = \frac{\tilde{e}^F}{\tilde{r}T^0} \quad (11.153)$$

Il convient de rappeler que, conformément à l'expression (1.176), l'enthalpie libre partielle d'une substance coïncide avec son potentiel chimique, tel que défini par l'expression (1.134).

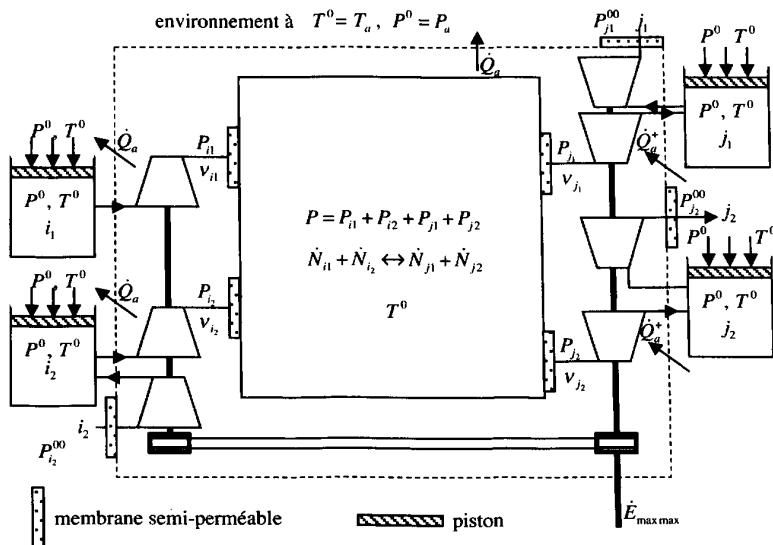


Fig. 11.12 Système ouvert en régime permanent comprenant une boîte de van't Hoff (avec 2 réactifs et 2 produits de réaction) ainsi que le compresseur et les turbines permettant de réaliser les conditions relatives aux conventions adoptées pour définir le pouvoir exergétique d'un combustible (§ 11.6.1).

Pouvoir exergetique et enthalpie libre de formation

Les expressions du travail maximal et du travail molaire maximal données par les équations (11.149) à (11.151) ne correspondent pas tout à fait au pouvoir exergetique. En effet, la condition de réservoir séparé pour chacun des constituants ne correspond pas aux conventions énoncées dans le paragraphe 11.6.1. Certes, par convention, le combustible (i_1 ou F) et le comburant (i_2) entrent séparés dans le système. Cependant l'oxygène comburant ne provient en général pas d'un réservoir d'oxygène pur, mais de l'atmosphère où il a une pression partielle correspondant à sa concentration molaire donnée au tableau 11.8. De même, les produits de combustion (j_1 et j_2) ne sont pas détendus de la pression de la boîte de van't Hoff à la pression P^0 de l'environnement, mais à une pression plus basse P_{j1}^{00} qui correspond à leur pression partielle dans l'environnement. Il s'agit donc de tenir également compte du travail supplémentaire nécessaire pour comprimer l'oxygène de sa pression partielle à la pression P^0 considérée à la figure 11.11, et du travail supplémentaire récupérable en cours de détente de chacun des gaz de combustion de P^0 à leur pression partielle P_{j2}^{00} dans l'environnement. Compte tenu des éléments ci-dessus, le travail maximal correspondant au pouvoir exergetique isobare du combustible est donné par l'extension de l'expression (11.150):

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\max}^- = & \sum_i [\dot{N}_i \tilde{g}_{fi}^0] - \sum_j [\dot{N}_j \tilde{g}_{fj}^0] + \dot{N}_{j1} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{j1}^{00}} \right) + \dot{N}_{j2} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{j2}^{00}} \right) \\ & - \dot{N}_{i2} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{i2}^{00}} \right) \end{aligned} \quad (11.154)$$

En vertu de la définition du pouvoir exergetique isobare:

$$\underline{\Delta \tilde{k}}^0 = \dot{E}_{\max}^- / \dot{N}_F \quad (11.155)$$

Nous obtenons la relation:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta \tilde{k}}^0 = & \frac{\tilde{g}_{fF}^0}{\dot{N}_F} + \frac{\dot{N}_{i2}}{\dot{N}_F} \tilde{g}_{fi}^0 - \frac{\dot{N}_{j1}}{\dot{N}_F} \tilde{g}_{fj1}^0 - \frac{\dot{N}_{j2}}{\dot{N}_F} \tilde{g}_{fj2}^0 + \frac{\dot{N}_{j1}}{\dot{N}_F} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{j1}^{00}} \right) \\ & + \frac{\dot{N}_{j2}}{\dot{N}_F} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{j2}^{00}} \right) - \frac{\dot{N}_{i2}}{\dot{N}_F} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_{i2}^{00}} \right) \end{aligned} \quad (11.156)$$

qui, en considérant les coefficients stœchiométriques, peut s'écrire:

$$\underline{\Delta \tilde{k}}^0 = \sum_i [\nu_i \tilde{g}_{fi}^0] - \sum_j [\nu_j \tilde{g}_{fj}^0] + \sum_j [\tilde{e}_{dj}^0] - \sum_i [\tilde{e}_{di}^0] = \Delta \tilde{g}_f^0 + \sum_j [\tilde{e}_{dj}^0] - \sum_i [\tilde{e}_{di}^0] \quad (11.157)$$

Les travaux de compression et de détente des composants qui correspondent aux deux dernières sommations de l'équation (11.157) sont exprimés sous la forme de termes d'*exergie-transformation de diffusion, abrégée en exergie de diffusion*:

$$\text{Exergie molaire de diffusion} \quad \tilde{e}_{dk}^0 = \frac{\dot{N}_k}{\dot{N}_F} \tilde{r} T^0 \ln \left(\frac{P^0}{P_k^0} \right) \quad (11.158)$$

Pour une molécule générique de combustible $C_v H_w O_y N_z$ (§ 11.3.2), et en tenant compte de (11.12), (11.13) et (11.26), le pouvoir exergetique isobare est donné par la relation:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{k}^0 = & \left[\tilde{g}_{f C_v H_w O_y N_z}^0 + \left(v + \frac{w}{4} - \frac{y}{2} \right) \tilde{g}_{f O_2}^0 - v \tilde{g}_{f CO_2}^0 - \frac{w}{2} \tilde{g}_{f H_2O}^0 - \frac{z}{2} \tilde{g}_{f N_2}^0 \right] \\ & + \tilde{r} T^0 \ln \left[\frac{\left(\tilde{c}_{O_2}^{Gc} \right)^{\left(v + \frac{w}{4} - \frac{y}{2} \right)}}{\left(\tilde{c}_{CO_2}^{Gc} \right)^v \left(\tilde{c}_{H_2O}^{Gc} \right)^{\frac{w}{2}} \left(\tilde{c}_{N_2}^{Gc} \right)^{\frac{z}{2}}} \right] \end{aligned} \quad (11.159)$$

Dans le cas où le combustible F est un mélange de plusieurs combustibles monomoléculaires, le calcul du pouvoir exergetique ne se résume pas simplement, comme dans le cas du pouvoir énergétique, à la somme des pouvoirs exergetiques des différents composants, pondérée par leurs concentrations respectives, mais doit prendre en compte les pertes exergetiques liées à la formation du mélange par diffusion. Dans le cas d'un mélange idéal de combustibles, le pouvoir exergetique est:

$$\Delta \tilde{k}^0 = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i \Delta \tilde{k}_i^0 + \tilde{r} T_a \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i \ln \tilde{c}_i \quad (11.160)$$

Rappelons que la plupart des combustibles techniques solides ou liquides sont des mélanges très compliqués de nombreux composés chimiques, dont la composition élémentaire est souvent inconnue. Il s'ensuit qu'un calcul exact du pouvoir exergetique est laborieux. Néanmoins, plusieurs méthodes statistiques [129] ont été développées pour évaluer celui-ci sur la base des concentrations en C, H, O, N et S du combustible. Ces méthodes sont fondées sur la relation entre le pouvoir exergetique et le pouvoir énergétique inférieur.

Dans le cas de combustibles techniques solides contenant toujours une certaine quantité d'eau, comme le charbon bitumineux, la lignite, le coke, la tourbe ou le bois, le pouvoir exergetique peut être évalué à l'aide de la relation:

$$\Delta k^0 = \beta \left(\Delta h_i^0 + q_{vap}^0 c_{H_2O} \right) + 9683 c_S + 50 c_{H_2O} \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \quad (11.161)$$

avec, pour le charbon bitumineux, la lignite, le coke et la tourbe:

$$\beta = 1.0437 + 0.1896 \frac{c_H^F}{c_C^F} + 0.0617 \frac{c_O^F}{c_C^F} + 0.0428 \frac{c_N^F}{c_C^F}$$

$$\text{valable pour } \frac{c_O^F}{c_C^F} \leq 0.667 \quad (11.162)$$

et pour le bois :

$$\beta =$$

$$\frac{1.0412 + 0.2160(c_H^F/c_C^F) - 0.2499(c_O^F/c_C^F)[1 + 0.7884(c_H^F/c_C^F)] + 0.0450(c_N^F/c_C^F)}{1 - 0.3035(c_O^F/c_C^F)}$$

$$\text{valable pour } \frac{c_O^F}{c_C^F} \leq 2.67 \quad (11.163)$$

et dans laquelle les variables c_i^F correspondent aux concentrations massiques des différents composants du combustible F . Comme précédemment la concentration massique c_H^F prend en compte uniquement l'hydrogène lié chimiquement au combustible, mais pas l'hydrogène de l'eau mélangée à ce dernier. La chaleur de vaporisation de l'eau q_{vap}^0 à la température standard $\hat{T}^0 = 25^\circ\text{C}$ vaut 2442.5 kJ/kg.

Dans le cas des combustibles techniques liquides exempts d'eau, comme les huiles de chauffage, l'essence ou le diesel pour moteur, ou encore le kérosène d'aviation, le pouvoir exergetique peut être évalué à l'aide de la relation :

$$\Delta k^0 = \beta \Delta h_i^0 \quad (11.164)$$

avec :

$$\beta = 1.0401 + 0.1728 \frac{c_H^F}{c_C^F} + 0.0432 \frac{c_O^F}{c_C^F} + 0.2169 \frac{c_S^F}{c_C^F} \left(1 - 2.0628 \frac{c_H^F}{c_C^F} \right) \quad (11.165)$$

Sur la base des valeurs données dans le tableau 11.1, et à l'aide des relations (11.61) à (11.65), il est possible d'évaluer le pouvoir exergetique moyen des principaux combustibles solides et liquides utilisés en technique.

Finalement, *lorsqu'aucune autre donnée que le pouvoir énergétique supérieur d'un combustible n'est connue* (seule grandeur directement déterminable par voie expérimentale), la valeur de celui-ci peut être utilisée, en toute première approximation, comme valeur du pouvoir exergetique, conformément à la relation (11.135).

Modèle

Afin de rendre sensible la propriété remarquable que nous avons vue pour la coénergie dans le paragraphe 10.2.3, nous utilisons le biais du *modèle humoristique* de la figure 11.13, dont l'interprétation exergetique doit se faire sur la base du code suivant :

petit bonhomme → unité de masse

altitude → coénergie massique

association d'un petit bonhomme et de son altitude → coénergie

Dans ce genre d'illustration, l'énergie chimique (combustible), l'énergie mécanique et l'électricité apparaissent au niveau supérieur d'une fosse représentant la coénergie massique en fonction de la température et de l'entropie. Lors de la combustion, l'énergie chimique initiale est dégradée et se retrouve à un niveau de coénergie inférieur qui permet soit d'alimenter directement une habitation en énergie-chaleur, soit d'alimenter un cycle moteur pouvant fournir de l'énergie électrique et éventuellement de l'énergie-chaleur (cogénération). L'énergie électrique peut également être utilisée pour le chauffage direct d'une habitation, ceci au prix d'une très grande dégradation d'énergie. L'énergie mise en jeu se retrouve inexorablement :

- en équilibre mécanique et thermique avec l'atmosphère (petit lac supérieur)
- en équilibre physico-chimique avec chacun des produits de combustion, après diffusion dans l'atmosphère.

Le motif de gauche illustre le fait qu'une substance à une température inférieure à celle de l'atmosphère possède une coénergie représentant un potentiel énergétique utilisable.

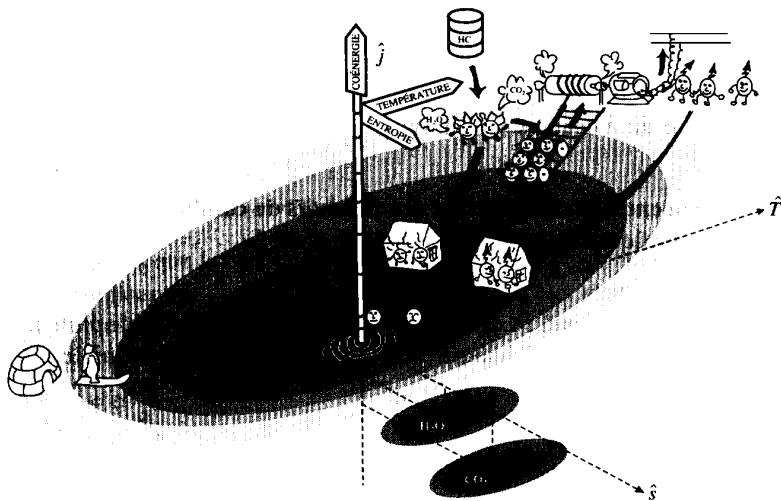


Fig. 11.13 Illustration de l'utilisation pratique du potentiel exergétique de la coénergie d'un combustible, sous forme de modèle humoristique.

11.7 COMBUSTION INCOMPLÈTE

11.7.1 Généralités

Il s'agit d'une **combustion incomplète** lorsque les produits de combustion ne sont pas tous saturés en oxygène. Ces derniers peuvent contenir par exemple les corps suivants: C, CO, H₂, CH₄ ou autres hydrocarbures.

La combustion peut être incomplète pour les raisons suivantes:

- s'il n'y a pas assez d'air
- si le mélange du combustible et du comburant n'est pas assez intime
- si les conditions de la combustion ne sont pas homogènes (exemple: couche de charbon sur une grille de chaudière).

Lorsque le but recherché est la fourniture d'énergie-chaleur (exemple: chaudière d'installation à vapeur), la combustion est optimale quand on met juste la quantité d'air nécessaire pour qu'il n'y ait pas d'imbrûlés. En effet:

- Quand on en met moins, la combustion est incomplète, ce qui provoque des pertes de nature chimique.
- Quand on en met plus, la combustion peut être complète, mais on chauffe inutilement de l'air, ce qui provoque des pertes de nature physique.

Tout compte fait, comme les pertes de nature chimique sont déterminantes, il est préférable de mettre un peu trop d'air que pas assez. C'est pourquoi on réalise la combustion en question avec un facteur d'air λ légèrement supérieur à 1, par exemple 1.1.

Lorsque le but recherché est l'obtention de gaz à une température déterminée (exemple: chambre de combustion d'installation à gaz), on réalise la combustion avec un facteur d'air λ beaucoup plus élevé, de l'ordre de 2.5 à 4.

11.7.2 Relation entre la composition des produits de combustion, les chiffres caractéristiques σ , κ et ν , et le facteur d'air λ

Généralités

Considérons à nouveau le **combustible solide ou liquide** défini par l'analyse élémentaire et les hypothèses indiquées à la section 11.3. Rappelons le bilan de masse donné au tableau 11.3:

$$c_C^F + c_{H_2}^F + c_S^F + c_{O_2}^F + c_{N_2}^F + c_{H_2O}^F + c_{Cendres}^F = 1 \quad (11.166)$$

Avant d'effectuer l'analyse des gaz de combustion, on élimine complètement l'eau, le carbone imbrûlé et les cendres. Les produits de combustion, ainsi préalablement séchés et filtrés, sont désignés par le symbole G_s .

L'analyse des gaz de combustion secs G_s donne les teneurs molaires suivantes:

- $\tilde{c}_{O_2}^{G_s}$ oxygène [kmol O_2 /kmol G_s]
- $\tilde{c}_{N_2}^{G_s}$ azote [kmol N_2 /kmol G_s]
- $\tilde{c}_{SO_2}^{G_s}$ dioxyde de soufre [kmol SO_2 /kmol G_s]
- $\tilde{c}_{CO_2}^{G_s}$ dioxyde de carbone [kmol CO_2 /kmol G_s]
- $\tilde{c}_{CO}^{G_s}$ monoxyde de carbone [kmol CO /kmol G_s]

Chiffre de carbone

A lui seul, le carbone exige au minimum, pour brûler complètement, la quantité d'oxygène :

$$\frac{N_{O_2Cst}}{M_F} = \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg } F} \right] \quad (11.167)$$

Nous définissons le *chiffre de carbone* σ comme étant le rapport entre la quantité d'oxygène stœchiométrique et la quantité d'oxygène nécessaire pour brûler le carbone seul :

$$\sigma = \frac{N_{O_2st}}{N_{O_2Cst}} = \frac{N_{O_2st}}{M_F} \frac{\tilde{m}_C}{c_C^F} \quad (11.168)$$

$$\sigma = 1 + \frac{0.5 \left(c_{H_2}^F / \tilde{m}_{H_2} \right) + \left(c_S^F / \tilde{m}_S \right) - \left(c_{O_2}^F / \tilde{m}_{O_2} \right)}{c_C^F / \tilde{m}_C} \quad (11.169)$$

Le chiffre de carbone σ est une caractéristique du combustible introduite par Mollier. Son intérêt réside dans le fait que sa valeur est à peu près la même pour les combustibles appartenant à certains groupes. Nous avons par exemple :

- carbone pur $\sigma = 1$
- charbons techniques $\sigma \cong 1.1$
- huiles lourdes $\sigma \cong 1.2$
- huiles légères $\sigma \cong 1.5$

Remarquons que le chiffre de carbone permet aussi bien pour une combustion complète que pour une combustion incomplète de calculer simplement l'oxygène et l'air stœchiométrique. Pour les combustibles solide ou liquide, nous avons :

$$\frac{N_{O_2st}}{M_F} = \sigma \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg } F} \right] \quad (11.170)$$

Et en tenant compte du fait que 1 kmol d'air contient 0.21 kmol d'oxygène :

$$\frac{N_{Ast}}{M_F} = \frac{\sigma c_C^F}{0.21 \tilde{m}_C} \left[\frac{\text{kmol } A}{\text{kg } F} \right] \quad (11.171)$$

$$\frac{N_{O_2Cst}}{N_F} = \tilde{c}_C^F = \tilde{c}_{CO}^F + \tilde{c}_{CO_2}^F + \tilde{c}_{CH_4}^F + 2\tilde{c}_{C_2H_4}^F \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.172)$$

Le chiffre de carbone est, selon (11.170) et (11.172) :

$$\sigma \equiv \frac{N_{O_2st}}{N_F \tilde{c}_C^F} = \frac{N_{O_2st}}{N_{O_2Cst}} \quad (11.173)$$

$$\sigma = \frac{0.5\tilde{c}_{\text{H}_2}^F + 0.5\tilde{c}_{\text{CO}}^F + 2\tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 3\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_4}^F - \tilde{c}_{\text{O}_2}^F}{\tilde{c}_{\text{CO}}^F + \tilde{c}_{\text{CO}_2}^F + \tilde{c}_{\text{CH}_4}^F + 2\tilde{c}_{\text{C}_2\text{H}_4}^F} \quad (11.174)$$

La quantité d'oxygène stœchiométrique est, selon le tableau 11.3:

$$\frac{N_{\text{O}_2st}}{N_F} = \sigma \frac{N_{\text{O}_2Cst}}{N_F} \quad \left[\frac{\text{kmol O}_2}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.175)$$

La quantité d'air stœchiométrique est donc:

$$\frac{N_{Ast}}{N_F} = \frac{\sigma N_{\text{O}_2Cst}}{0,21 N_F} \quad \left[\frac{\text{kmol } A}{\text{kmol } F} \right] \quad (11.176)$$

Chiffre de soufre

Nous définissons le *chiffre de soufre* κ comme étant le rapport:

$$\kappa \equiv \frac{c_{\text{S}}^F}{\tilde{m}_{\text{S}}} \frac{\tilde{m}_{\text{C}}}{c_{\text{C}}^F} \quad (11.177)$$

Le chiffre de soufre κ est en général négligeable pour les combustibles gazeux.

Chiffre d'azote

Nous définissons le *chiffre d'azote* ν comme étant le rapport:

$$\nu \equiv \frac{c_{\text{N}_2}^F}{\tilde{m}_{\text{N}_2}} \frac{\tilde{m}_{\text{C}}}{c_{\text{C}}^F} \quad (11.178)$$

Le chiffre d'azote ν est en général négligeable pour les combustibles solides et liquides. Par contre, il est important pour les combustibles gazeux.

Mise en équation

Dans ce qui suit, nous nous limitons à l'étude de la combustion incomplète d'un combustible solide ou liquide.

Le *bilan de quantité de substance*, relatif aux gaz de combustion secs G_s , est:

$$\tilde{c}_{\text{O}_2}^{Gs} + \tilde{c}_{\text{N}_2}^{Gs} + \tilde{c}_{\text{SO}_2}^{Gs} + \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{Gs} + \tilde{c}_{\text{CO}}^{Gs} = 1 \quad (11.179)$$

Pour les calculs, il est indiqué de rapporter toutes les quantités de substance à 1 kmol de gaz de combustion secs G_s . Le passage des quantités rapportées à 1 kg de combustible F à celles rapportées à 1 kmol de G_s sera effectué à l'aide du rapport:

$$\frac{N_{G_s}}{M_F} \quad \left[\frac{\text{kmol } G_s}{\text{kg } F} \right] \quad (11.180)$$

Le bilan de carbone est, selon le tableau 11.1 :

$$\frac{N_{Ci}}{N_{Gs}} = \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} - (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs}) \quad (11.181)$$

Le bilan de soufre est, selon le tableau 11.1 et (11.177) :

$$\tilde{c}_{SO_2}^{Gs} = \kappa \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} \quad (11.182)$$

Le bilan d'oxygène est, selon le tableau 11.1, et les relations (11.175) et (11.6) :

$$\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = \left(\lambda \sigma \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + \frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} + 0.5 \frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}} \right) \frac{M_F}{N_{Gs}} - (\tilde{c}_{SO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + 0.5 \tilde{c}_{CO}^{Gs} + 0.5 \frac{N_{H_2O}}{N_{Gs}}) \quad (11.183)$$

La teneur du combustible en oxygène est, selon le tableau 11.3 :

$$\frac{c_{O_2}^F}{\tilde{m}_{O_2}} = 0.5 \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} + 0.5 \frac{c_S^F}{\tilde{m}_S} - (\sigma - 1) \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \quad (11.184)$$

Le rapport d'eau est, selon le tableau 11.1

$$\frac{N_{H_2O}}{N_{Gs}} = \left(\frac{c_{H_2O}^F}{\tilde{m}_{H_2O}} + \frac{c_{H_2}^F}{\tilde{m}_{H_2}} \right) \frac{M_F}{N_{Gs}} \quad (11.185)$$

En introduisant $c_{O_2}^F$ et N_{H_2O}/N_{Gs} donnés par (11.184) et (11.185), dans (11.183), et en tenant compte de (11.177) et (11.182), nous obtenons le bilan d'oxygène sous la forme :

$$\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = [(\lambda - 1)\sigma + 1] \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} - (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + 0.5 \tilde{c}_{CO}^{Gs}) \quad (11.186)$$

Le bilan d'azote est, selon (11.175), (11.178) et (11.6) :

$$\tilde{c}_{N_2}^{Gs} = \left(\frac{79}{21} \lambda \sigma + \nu \right) \frac{c_C^F / \tilde{m}_C}{N_{Gs} / M_F} \quad (11.187)$$

Résolution

En éliminant $(c_C^F / \tilde{m}_C) / (N_{Gs} / M_F)$ et trois des teneurs $\tilde{c}_{O_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{N_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{SO_2}^{Gs}$ et $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ entre les cinq bilans de base (11.179), (11.181), (11.182), (11.186) et (11.187), nous obtenons, tous calculs faits, en fonction des chiffres caractéristiques σ , κ et ν , du facteur d'air λ , ainsi que des rapports d'imbrûlés \tilde{c}_{CO}^{Gs} et N_{Ci}/N_{Gs} , les teneurs suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{c}_{O_2}^{Gs} &= \frac{(\lambda - 1)\sigma + 0.5 \left[\frac{79}{21} \lambda \sigma + 1 + \kappa + \nu \right] \tilde{c}_{CO}^{Gs} + \left[\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu \right] \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}}}{\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu} \quad \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kmol } Gs} \right] \\ \tilde{c}_{N_2}^{Gs} &= \frac{\frac{79}{21} \lambda \sigma + \nu - 0.5 \left(\frac{79}{21} \lambda \sigma + \nu \right) \tilde{c}_{CO}^{Gs}}{\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu} \quad \left[\frac{\text{kmol } N_2}{\text{kmol } Gs} \right] \\ \tilde{c}_{SO_2}^{Gs} &= \frac{\kappa (1 - 0.5 \tilde{c}_{CO}^{Gs})}{\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu} \quad \left[\frac{\text{kmol } SO_2}{\text{kmol } Gs} \right] \\ \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} &= \frac{1 - \left[\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1.5 + \kappa + \nu \right] \tilde{c}_{CO}^{Gs} - \left[\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu \right] \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}}}{\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu} \quad \left[\frac{\text{kmol } CO_2}{\text{kmol } Gs} \right]\end{aligned}\tag{11.188}$$

A partir de la dernière des relations ci-dessus, nous pouvons expliciter le facteur d'air :

$$\lambda = \frac{1 + (\sigma - 1 - \kappa - \nu) \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + (\sigma - 1.5 - \kappa - \nu) \tilde{c}_{CO}^{Gs} + (\sigma - 1 - \kappa - \nu) \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}}}{\frac{100}{21} \sigma (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs}) + \frac{N_{Ci}}{N_{Gs}}}\tag{11.189}$$

En éliminant $\tilde{c}_{O_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{N_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{SO_2}^{Gs}$ et $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ entre les cinq bilans de base, nous obtenons le rapport de gaz de combustion secs :

$$\frac{N_{Gs}}{M_F} = \frac{\left[\left(\frac{100}{21} \lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu \right] \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C}}{1 - 0.5 \tilde{c}_{CO}^{Gs}} \quad \left[\frac{\text{kmol } Gs}{\text{kg } F} \right]\tag{11.190}$$

Cas particulier

Dans le cas où les imbrûlés CO et Ci sont en quantités relativement faibles, nous obtenons les grandeurs ci-dessus en première approximation en annulant \tilde{c}_{CO}^{Gs} et N_{Ci}/N_{Gs} , ce qui donne les relations :

$$\begin{aligned}\tilde{c}_{O_2}^{Gs} &= \frac{(\lambda - 1)\sigma}{\left(\frac{100}{21}\lambda - 1\right)\sigma + 1 + \kappa + \nu} \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kmol } Gs} \right] \\ \tilde{c}_{N_2}^{Gs} &= \frac{\frac{79}{21}\lambda\sigma + \nu}{\left(\frac{100}{21}\lambda - 1\right)\sigma + 1 + \kappa + \nu} \left[\frac{\text{kmol } N_2}{\text{kmol } Gs} \right]\end{aligned}\quad (11.191)$$

$$\tilde{c}_{SO_2}^{Gs} = \frac{\kappa}{\left(\frac{100}{21}\lambda - 1\right)\sigma + 1 + \kappa + \nu} \left[\frac{\text{kmol } SO_2}{\text{kmol } Gs} \right]$$

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = \frac{1}{\left(\frac{100}{21}\lambda - 1\right)\sigma + 1 + \kappa + \nu} \left[\frac{\text{kmol } CO_2}{\text{kmol } Gs} \right]$$

$$\lambda \equiv \frac{0.21}{\sigma} \left(\frac{1}{\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}} + \sigma - 1 - \kappa - \nu \right) \quad (11.192)$$

$$\frac{N_{Gs}}{M_F} \equiv \left[\left(\frac{100}{21}\lambda - 1 \right) \sigma + 1 + \kappa + \nu \right] \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \left[\frac{\text{kmol } Gs}{\text{kg } F} \right] \quad (11.193)$$

La relation (11.192) est très intéressante car elle permet de calculer en première approximation le **facteur d'air** λ avec lequel s'est effectuée une combustion, quand on connaît les chiffres caractéristiques σ , κ et ν , et que l'on mesure la teneur $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ par l'analyse des gaz de combustion secs.

11.7.3 Analyse des gaz de combustion

L'étude ou le contrôle expérimental d'une combustion requiert l'analyse des produits de combustion, *préalablement séchés et filtrés*.

L'élimination de l'eau peut être obtenue par condensation dans une enceinte thermostatisée, permettant d'abaisser la température des produits de combustion au-dessous de la valeur limite appelée **température du point de rosée**.

L'élimination du carbone imbrûlé et des cendres est effectuée à l'aide de membranes filtrantes, constituées par exemple de fibres de verre.

Dans l'état actuel de la technique de mesure, il est possible d'effectuer une **analyse précise et continue des gaz de combustion** à l'aide de l'appareillage suivant:

- mesure de la teneur en O_2 : appareil utilisant la propriété physique de paramagnétisme de l'oxygène, mesure basée sur la susceptibilité magnétique

- mesure des teneurs en CO_2 , CO et SO_2 : appareil utilisant la propriété physique d'absorption du rayonnement infrarouge du CO_2 , du CO et du SO_2 , mesure par comparaison avec des gaz-étalons
- mesure de la teneur en HC (hydrocarbures): appareil utilisant la propriété chimique d'ionisation d'une flamme soumise à une tension électrique, mesure du courant transporté par les ions de C
- mesure de la teneur en NO_x (oxydes d'azote): appareil utilisant la propriété chimique de chimiluminescence des oxydes d'azote, mesure du rayonnement infra-rouge émis lors de l'oxydation du NO en NO_2 par de l'ozone O_3

Lorsqu'il n'est pas possible de mettre en œuvre l'appareillage ci-dessus ou lorsque des mesures précises ne sont pas requises, il est possible d'effectuer une **analyse indicative et discontinue des produits de combustion** à l'aide de l'appareillage suivant:

- mesure des teneurs en O_2 , CO_2 , CO , SO_2 , HC , NO_x ...: appareil utilisant les propriétés chimiques de réactifs spécifiques, mesure de la coloration obtenue après passage d'une certaine quantité au travers d'un tube (pompage manuel ou électrique)
- mesure de la teneur en Ci (carbone imbrûlé): appareil utilisant la propriété physique filtrante d'un papier poreux (buvard), mesure du degré de noircissement obtenu après passage d'une certaine quantité de gaz au travers du papier (pompage manuel ou électrique)

11.7.4 Triangle d'Ostwald

Equations

En éliminant $(c_C^F/\tilde{m}_C)/(N_{Gs}/M_F)$, $\tilde{c}_{\text{SO}_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{\text{N}_2}^{Gs}$ et λ entre les cinq bilans de base (11.179), (11.181), (11.182), (11.186) et (11.187), nous obtenons l'équation:

$$\begin{aligned} \frac{100}{21} \tilde{c}_{\text{O}_2}^{Gs} + \left(\frac{79}{21} \sigma + 1 + \kappa + \nu \right) \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{Gs} + \left(\frac{79}{21} \sigma - \frac{37}{42} + \kappa + \nu \right) \tilde{c}_{\text{CO}}^{Gs} \\ + \left(\frac{79}{21} \sigma - \frac{79}{21} + \kappa + \nu \right) \frac{N_{\text{Ci}}}{N_{Gs}} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (11.194)$$

En éliminant $(c_C^F/\tilde{m}_C)/(N_{Gs}/M_F)$, $\tilde{c}_{\text{SO}_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{\text{N}_2}^{Gs}$ et $\tilde{c}_{\text{CO}}^{Gs}$ entre les cinq bilans ci-dessus, nous obtenons l'équation:

$$\begin{aligned} \left(\frac{200}{21} \lambda \sigma + 3 - 2\sigma + 2\kappa + 2\nu \right) \tilde{c}_{\text{O}_2}^{Gs} + \left(\frac{79}{21} \lambda \sigma + 1 + \kappa + \nu \right) \tilde{c}_{\text{CO}_2}^{Gs} \\ - \left(\frac{121}{21} \lambda \sigma - 2\sigma + 2 + \kappa + \nu \right) \frac{N_{\text{Ci}}}{N_{Gs}} - 2\lambda \sigma + 2\sigma - 1 = 0 \end{aligned} \quad (11.195)$$

Représentation graphique

Il est possible de représenter graphiquement les équations (11.194) et (11.195). Cette représentation est connue sous le nom de **triangle d'Ostwald**, dans le cas particulier où il n'y a pas de carbone imbrûlé (voir fig. 11.14). Nous l'avons étendue au cas où la quantité de carbone imbrûlé n'est pas négligeable.

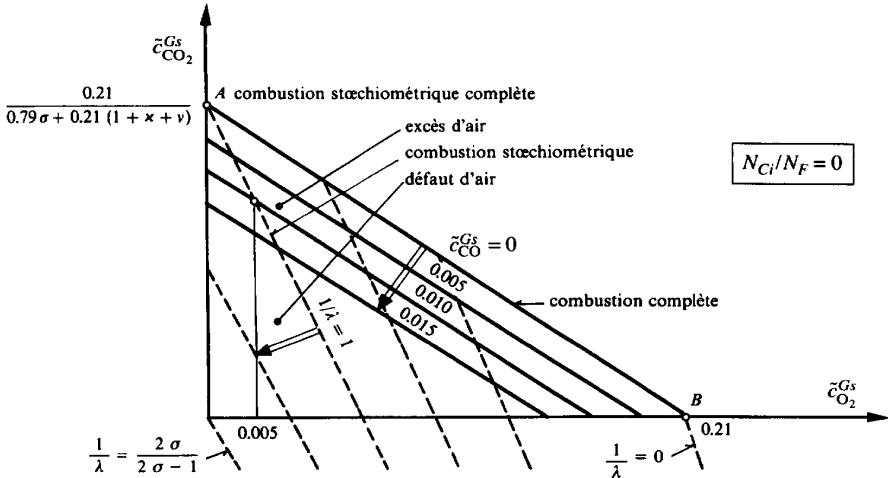


Fig. 11.14 Triangle d'Ostwald, dans le cas particulier où la combinaison ne donne pas de carbone imbrûlé.

La construction d'un triangle d'Ostwald nécessite la connaissance des chiffres σ , κ et ν , donc, en principe, l'analyse élémentaire du combustible. Etant donné que les équations (11.194) et (11.195) sont des relations linéaires entre quatre variables, elles ne sont représentables paramétriquement dans le plan qu'en fixant l'une des variables. Il convient donc d'établir une série de diagrammes, correspondant à une série de valeurs discrètes du rapport de carbone imbrûlé N_{Ci}/N_{Gs} .

Pour chaque valeur de N_{Ci}/N_{Gs} , l'équation (11.194) donne la famille de courbes:

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = f_1(\tilde{c}_{O_2}^{Gs}), \text{ avec } \tilde{c}_{CO}^{Gs} \text{ en paramètre} \quad (11.196)$$

Il s'agit d'une famille de droites parallèles de pente:

$$\left(\frac{\partial \tilde{c}_{CO_2}^{Gs}}{\partial \tilde{c}_{O_2}^{Gs}} \right)_{\tilde{c}_{CO}^{Gs}} = - \frac{1}{0.79\sigma + 0.21(1 + \kappa + \nu)} \quad (11.197)$$

Pour chaque valeur de N_{Ci}/N_{Gs} , l'équation (11.195) donne la famille de courbes:

$$\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = f_2(\tilde{c}_{O_2}^{Gs}), \text{ avec } \lambda \text{ en paramètre} \quad (11.198)$$

Propriétés

Les points représentatifs d'une combustion ne peuvent être situés qu'à l'intérieur ou aux limites du triangle d'Ostwald.

A titre d'exemple, le diagramme de la figure 11.14 a été tracé pour le cas particulier où la combustion ne donne pas de carbone imbrûlé, c'est-à-dire pour $N_{Ci}/N_{Gs} = 0$. Dans ce cas, le triangle d'Ostwald présente les propriétés qui suivent.

La droite limite, caractérisée par $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = 0$, correspond à la **combustion complète**. Elle coupe les axes de coordonnées:

- au point A, à l'ordonnée $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = 0.21/0.79\sigma + 0.21(1 + \chi + \nu)$
- au point B, à l'abscisse $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0.21$

La famille des courbes de paramètre λ est un faisceau de droites qui convergent au point de coordonnées $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 1$ et $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = -2$.

Toute droite horizontale est coupée par la famille des courbes de paramètre $1/\lambda$ suivant une graduation approximativement linéaire. C'est pourquoi on a choisi non pas λ , mais $1/\lambda$ comme paramètre caractérisant le faisceau de droites ci-dessus.

La droite caractérisée par $\lambda = 1$ correspond à une **combustion stœchiométrique**. Elle coupe les droites de la famille de paramètre \tilde{c}_{CO}^{Gs} en des points tels que $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0.5\tilde{c}_{CO}^{Gs}$. Par exemple, elle coupe la droite $\tilde{c}_{CO}^{Gs} = 0.01$ pour $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0.005$. Les points situés à droite de cette droite correspondent à une combustion avec **excès d'air** et ceux situés à gauche à une combustion avec **défaut d'air**.

Le point A, caractérisé par $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0$ et $\lambda = 1$, correspond à une **combustion stœchiométrique complète**. Lorsque le but recherché est la fourniture d'énergie-chaaleur, on cherche à se rapprocher le plus possible de ce point A.

Le point B, caractérisé par $\tilde{c}_{O_2}^{Gs} = 0.21$, $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} = 0$ et $\lambda = \infty$ correspond à une combustion avec un excès d'air tellement grand que la composition des gaz de combustion est pratiquement identique à celle de l'air.

L'intérêt du triangle d'Ostwald est de permettre un contrôle aisé et rapide de la qualité d'une combustion dès que l'analyse des gaz de combustion a donné un nombre suffisant d'informations. Par exemple, quand on a mesuré les concentrations $\tilde{c}_{O_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ et \tilde{c}_{CO}^{Gs} , il est possible de déterminer toutes les autres grandeurs, notamment le facteur d'air λ avec lequel la combustion s'est déroulée. Dans le cas où l'on sait que le rapport de carbone imbrûlé N_{Ci}/N_{Gs} est négligeable, la mesure des teneurs $\tilde{c}_{O_2}^{Gs}$ et $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ est en principe suffisante.

Quantités des produits de combustion

En éliminant $\tilde{c}_{SO_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{N_2}^{Gs}$, λ et N_{Ci}/N_{Gs} entre les cinq bilans de base (11.179), (11.181), (11.182), (11.186) et (11.187), nous obtenons le *rapport de gaz de combustion secs*:

$$\frac{N_{Gs}}{M_F} = \frac{[0.79(\sigma - 1) + 0.21(\kappa + \nu)] c_C^F / \tilde{m}_C}{0.21 - \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - \frac{1.21}{2} \tilde{c}_{CO}^{Gs}} \left[\frac{\text{kmol } Gs}{\text{kg } F} \right] \quad (11.199)$$

Il est alors possible de calculer les *rapports des constituants des produits de combustion G* par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \frac{N_{O_2G}}{M_F} &= \tilde{c}_{O_2}^{Gs} \frac{N_{Gs}}{M_F} \left[\frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{N_{N_2G}}{M_F} &= \left[\frac{79}{21} (\sigma - 1) + \nu \right] \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} + \frac{79}{21} \left(\tilde{c}_{O_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \frac{1}{2} \tilde{c}_{CO}^{Gs} \right) \frac{N_{Gs}}{M_F} \left[\frac{\text{kmol } N_2}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{N_{SO_2G}}{M_F} &= \kappa \frac{c_C^F}{\tilde{m}_C} \left[\frac{\text{kmol } SO_2}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{N_{CO_2G}}{M_F} &= \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} \frac{N_{Gs}}{M_F} \left[\frac{\text{kmol } CO_2}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{N_{COG}}{M_F} &= \tilde{c}_{CO}^{Gs} \frac{N_{Gs}}{M_F} \left[\frac{\text{kmol } CO}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{M_{CiG}}{M_F} &= c_C^F - 12 (\tilde{c}_{CO_2}^{Gs} + \tilde{c}_{CO}^{Gs}) \frac{N_{Gs}}{M_F} \left[\frac{\text{kg } Ci}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{M_{H_2OG}}{M_F} &= 9 c_{H_2}^F + c_{H_2O}^{Gs} \left[\frac{\text{kg } H_2O}{\text{kg } F} \right] \\
 \frac{M_{CendresG}}{M_F} &= c_{Cendres}^F \left[\frac{\text{kg } Cendres}{\text{kg } F} \right]
 \end{aligned} \tag{11.200}$$

Facteur d'air

En éliminant $(c_C^F / \tilde{m}_C) / (N_{Gs} / M_F)$, $\tilde{c}_{SO_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{N_2}^{Gs}$ et N_{Ci} / N_{Gs} entre les cinq bilans de base, nous obtenons le *facteur d'air* :

$$\lambda = \frac{0.21 \left[\sigma - 1 - (\sigma - 1 - \kappa - \nu) \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - (\sigma - 1 - \kappa - \nu) \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - \left(\sigma - 1 - \frac{\kappa + \nu}{2} \right) \tilde{c}_{CO}^{Gs} \right]}{\sigma \left(0.21 - \tilde{c}_{O_2}^{Gs} - \tilde{c}_{CO_2}^{Gs} - \frac{1.21}{2} \tilde{c}_{CO}^{Gs} \right)} \tag{11.201}$$

Cette relation est particulièrement intéressante, car elle permet de calculer avec précision le facteur d'air λ avec lequel s'est effectuée une combustion, quand on connaît les chiffres caractéristiques, σ , κ et ν , et que l'on mesure les teneurs $\tilde{c}_{O_2}^{Gs}$, $\tilde{c}_{CO_2}^{Gs}$ et \tilde{c}_{CO}^{Gs} par l'analyse des gaz de combustion secs.

11.8 PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES DES GAZ DE COMBUSTION

11.8.1 Généralités

Tous les calculs de combustion font intervenir les propriétés thermodynamiques des gaz de combustion. Pour les besoins de la pratique industrielle, il est indiqué de présenter ces propriétés sous forme de diagrammes thermodynamiques. En particulier, il est utile d'établir, *pour un combustible déterminé et pour une combustion complète*, ceux qui donnent la chaleur spécifique isobare, le rapport calorifique $\gamma = \tilde{c}_p / \tilde{c}_v$, l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie, en fonction de la température, avec en paramètre le facteur d'air λ , ou la teneur molaire en air φ définie ci-dessous.

Il convient de considérer les gaz de combustion Gc comme un mélange de gaz de combustion stœchiométrique Gc_{st} et d'air en excès Ag . Ce mélange est caractérisé par la *teneur molaire en air des gaz de combustion Gc* :

$$\varphi \equiv \tilde{c}_{Ag}^{Gc} = \frac{N_{Ag}}{N_{Gc}} = \frac{N_{Ag}}{N_{Gcst} + N_{Ag}} \quad (11.202)$$

La masse d'air en excès étant, en tenant compte de (11.6):

$$N_{Ag} = N_A - N_{Ast} = (\lambda - 1)N_{Ast} \quad (11.203)$$

la relation (11.202) prend la forme:

$$\varphi = \frac{(\lambda - 1)N_{Ast}}{N_{Gcst} + (\lambda - 1)N_{Ast}} = \frac{(\lambda - 1)}{(N_{Gcst} / N_{Ast}) + (\lambda - 1)} \quad (11.204)$$

Les masses, en unité molaire, des gaz de combustion stœchiométrique N_{Gcst} et d'air stœchiométrique N_{Ast} étant données au tableau 11.3, la relation (11.204) permet de passer aisément du facteur d'air λ à la teneur molaire en air φ , cela pour un combustible déterminé. Elle donne lieu aux remarques qui suivent.

- Pour la combustion stœchiométrique, $\lambda = 1$ et $\varphi = 0$ (pas d'excès d'air).
- Pour une combustion avec une masse d'air infinie, $\lambda = \infty$ et $\varphi = 1$ (air pur).
- Les calculs numériques montrent que la parenthèse qui figure au dénominateur de la seconde des relations (11.204) a une valeur assez faible, de l'ordre de quelques pourcent seulement. Il en résulte que cette relation donne, en première approximation, la relation simple:

$$\varphi \cong 1 - \frac{1}{\lambda} \quad (11.205)$$

C'est pourquoi, en pratique, le paramètre utilisé dans les diagrammes pour caractériser les gaz de combustion est soit ϕ , soit $1/\lambda$.

Nous allons calculer les propriétés thermodynamiques des gaz de combustion Gc en utilisant les relations établies dans le chapitre 6, concernant les mélanges de gaz semi-parfaits ou parfaits.

Tout d'abord, nous admettons que tous les gaz qui interviennent se comportent comme des **gaz semi-parfaits**.

Afin de bénéficier de la simplification due à l'existence de la constante universelle \tilde{r} , nous travaillons en grandeurs molaires. Dans ces conditions, l'**équation d'état** des gaz de combustion Gc est indépendante de leur composition. Elle est, selon (5.69):

$$\tilde{v}P = \tilde{r}T \quad (11.206)$$

La figure 11.15 montre un diagramme $T\text{-}\tilde{s}$ dans lequel nous avons tracé les familles des courbes isochores et isobares, en admettant tout d'abord qu'il s'agit d'air pur. Nous avons établi au paragraphe 8.3.3 que ces courbes sont des exponentielles qui se déduisent toutes l'une de l'autre par des translations selon l'axe \tilde{s} . Pour un gaz qui n'est pas de l'air pur, il faudra modifier l'échelle de l'entropie \tilde{s} , mais, conformément à (11.206), la connexion des isochores \tilde{v} , des isobares P et de l'axe de la température T reste toujours valable.

11.8.2 Chaleurs spécifiques

La **chaleur spécifique isochore molaire** des gaz de combustion Gc est donnée, selon (6.61), par la relation:

$$\tilde{c}_v = \phi \tilde{c}_{vA} + (1-\phi)\tilde{c}_{vGcst} = \tilde{c}_{vGcst} - \phi(\tilde{c}_{vGcst} - \tilde{c}_{vA}) \quad (11.207)$$

dans laquelle \tilde{c}_{vGcst} et \tilde{c}_{vA} sont respectivement les chaleurs spécifiques isochores molaires des gaz de combustion stœchiométriques $Gcst$ et d'air A , ces grandeurs étant elles-mêmes calculées à l'aide de (6.64) à partir des chaleurs spécifiques des gaz de base. Remarquons que, étant donné l'hypothèse du gaz semi-parfait, toutes ces chaleurs spécifiques ne dépendent que de la température T .

La **chaleur spécifique isobare molaire** des gaz de combustion s'obtient aisément à l'aide de l'équation de Mayer (2.72):

$$\tilde{c}_p = \tilde{c}_v + \tilde{r} \quad (11.208)$$

La figure 11.16 montre l'évolution de \tilde{c}_p en fonction de \hat{T} , avec ϕ en paramètre. Cette figure fait bien apparaître le caractère linéaire de (11.207). La figure 11.16 montre aussi l'évolution de l'inverse du **rapport calorifique** $\gamma^{-1} = \tilde{c}_v / \tilde{c}_p$ en fonction de \hat{T} , avec ϕ en paramètre.

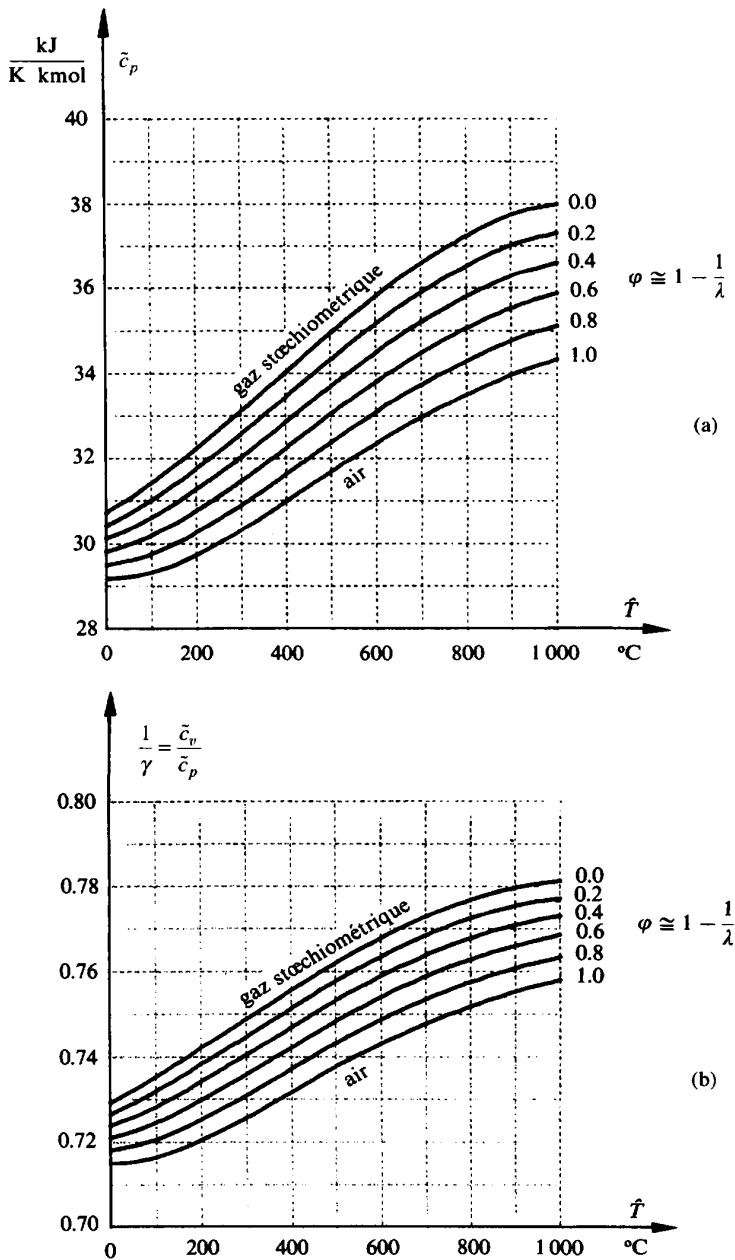


Fig. 11.16 Chaleur spécifique isobare molaire (a) et rapport calorifique (b) des gaz de combustion, en fonction la température, avec en paramètre la teneur molaire en air. Combustible liquide caractérisé par les teneurs massiques $c_C^F = 0.86$, $c_{H_2}^F = 0.13$ et $c_{N_2}^F = 0.01$.

11.8.3 Energie interne et enthalpie

La *surénergie interne molaire* des gaz de combustion Gc est donnée, selon (2.58), par la relation :

$$\hat{u} = \int_{T_0}^T \tilde{c}_v dT \quad (11.209)$$

dans laquelle nous avons choisi $T_0 = 273.15$ K, correspondant à $\hat{T}_0 = 0^\circ\text{C}$.

La *surenthalpie molaire* des gaz de combustion Gc est donnée, selon (1.28) et (11.206), par la relation :

$$\hat{h} = \hat{u} + \tilde{r}\hat{T} \quad (11.210)$$

La figure 11.15 montre l'évolution de \hat{h} en fonction de \hat{T} , avec φ en paramètre. Nous pouvons aisément représenter \hat{u} , en traçant une droite qui passe par l'origine et dont la pente est \tilde{r} . Les valeurs de \hat{u} sont alors lisibles dans le diagramme en coordonnées obliques ayant comme axe des abscisses la droite ci-dessus et comme axe des ordonnées l'axe vertical.

11.8.4 Entropie

La *surentropie molaire* des gaz de combustion Gc est donnée, selon (2.64), par l'équation :

$$d\tilde{s} = \tilde{r} \frac{d\tilde{v}}{\tilde{v}} + \tilde{c}_v \frac{dT}{T} = \tilde{r} \frac{d\tilde{v}}{\tilde{v}} + \tilde{c}_{vA} \frac{dT}{T} + (\tilde{c}_v - \tilde{c}_{vA}) \frac{dT}{T} = d\tilde{s}_A + (\tilde{c}_v - \tilde{c}_{vA}) \frac{dT}{T} \quad (11.211)$$

dans laquelle \tilde{s}_A est l'entropie de l'air A. En intégrant l'équation (11.211), entre T_0 et T , nous obtenons :

$$\hat{s} = \hat{s}_A + \int_{T_0}^T (\tilde{c}_v - \tilde{c}_{vA}) \frac{dT}{T} \quad (11.212)$$

La figure 11.15 montre que nous pouvons passer de \hat{s}_A à \hat{s} en traçant sous l'axe \hat{T} la famille de courbes de paramètre φ correspondant à l'intégrale qui figure au second membre de (11.212). Les valeurs de \hat{s} sont alors lisibles dans le diagramme en coordonnées courbes ayant comme axe des abscisses la courbe correspondant à la valeur de φ , et comme axe des ordonnées l'axe vertical.

L'équation d'une transformation *isentrope* est obtenue en donnant à \hat{s} une valeur $\hat{s}_1 = \text{cte}$ dans l'équation (11.212). Il en résulte l'équation :

$$\hat{s}_A = \hat{s}_1 - \int_{T_0}^T (\tilde{c}_v - \tilde{c}_{vA}) \frac{dT}{T} \quad (11.213)$$

qui montre que, dans le diagramme de la figure 11.15, une isentrope est une courbe déduite de la courbe repérée par la valeur φ et passant par l'origine, cela par une translation selon l'axe \hat{s} . Il est évident que si le gaz considéré est de l'air pur, $\varphi = 1$ et l'isentrope est une droite horizontale.

Les figures 11.15 et 11.16 ont été établies, à titre d'exemple, pour le combustible liquide caractérisé par les teneurs suivantes :

$$c_C^F = 0.86 \quad c_{H_2}^F = 0.13 \quad c_{N_2}^F = 0.01 \quad (11.214)$$

11.9 DÉROULEMENT D'UNE COMBUSTION

11.9.1 Température d'inflammation

L'expérience montre que pour déclencher le phénomène de combustion, il faut porter le mélange M à une certaine température appelée **température d'inflammation** (ou d'allumage).

En effet, pour que la réaction chimique s'amorce, il faut que les effets suivants interviennent :

- effet de **dissociation** : les molécules de combustible F et d'oxygène O_2 sont décomposées en radicaux ou en atomes, ou encore en groupes d'atomes (pour les molécules composées de nombreux atomes)
- effet d'**activation** : les mêmes molécules sont portées à un niveau d'énergie plus élevé

Ces deux effets augmentent avec l'agitation moléculaire, c'est-à-dire avec la température.

En pratique, il suffit d'augmenter localement la température du mélange M , soit par une flamme, soit par une étincelle électrique (allumage). La combustion peut ensuite se propager sous différentes formes, à savoir explosion, flamme, détonation ou déflagration.

11.9.2 Explosion et flamme

Description

Une **explosion** est un phénomène dont le déroulement s'explique à l'aide des mécanismes de la **conduction thermique** et de la **diffusion**. Pour qu'une combustion se propage par explosion, il faut que l'énergie mise en jeu par la réaction chimique suffise à porter à la température d'inflammation les zones voisines de la zone allumée, et ainsi de proche en proche.

Lorsque la vitesse de combustion (définie plus loin) est faible et qu'il y a émission de lumière, on parle plus volontiers de *flamme* que d'explosion.

Vitesse de combustion

Le front de la combustion se propage à une vitesse, appelée *vitesse de combustion*, qui dépend des propriétés physiques et chimiques du mélange et des parois. La vitesse de combustion est d'autant plus élevée :

- que le pouvoir énergétique du combustible F est grand
- que le coefficient de conduction du mélange M est grand
- que la vitesse de diffusion des particules dissociées et activées est élevée.

Elle est d'autant plus faible :

- que les chaleurs spécifiques du mélange M sont grandes
- que la température d'inflammation du mélange est élevée.

Enfin, elle dépend de la température et de la géométrie des parois.

Voici quelques valeurs de cette vitesse de combustion :

• $\text{H}_2 + \text{O}_2$	9-11	m/s
• $\text{H}_2 + \text{Air}$	1.8	m/s
• $\text{CO} + \text{O}_2 (+ \text{H}_2\text{O})$	0.72-1.08	m/s
• $\text{CO} + \text{Air} (+ \text{H}_2\text{O})$	0.18	m/s
• $\text{CH}_4 + \text{O}_2$	3.3-4.0	m/s
• $\text{CH}_4 + \text{Air}$	0.3-0.37	m/s

En pratique, on exploite le fait que la vitesse de combustion dépend de la température et de la géométrie des parois pour la faire varier. En général, les parois sont à une température inférieure à la température de combustion, de sorte que leur présence diminue la vitesse de combustion. Cette dernière peut même s'annuler, comme dans les exemples qui suivent.

- Si le mélange M se trouve dans un tube métallique dont on diminue progressivement le diamètre, la combustion ne se propage plus lorsque le diamètre devient inférieur à un diamètre limite.
- Dans une lampe Davy, dite de sécurité, utilisée dans les mines, une combustion qui serait déclenchée par la flamme à l'intérieur de la lampe est stoppée par la présence d'un treillis métallique.

Inversement, il est possible d'augmenter la vitesse de combustion par des actions catalytiques.

Limites d'inflammabilité

Examinons maintenant le fait que la vitesse de combustion dépend de la composition du mélange M .

- Si l'on diminue le facteur d'air λ au-dessous de la valeur 1, la combustion est de moins en moins complète et la vitesse de combustion diminue. Elle

peut même s'annuler pour une valeur λ_{inf} correspondant à une **limite inférieure d'inflammabilité**.

- Si l'on augmente le facteur d'air au-dessus de la valeur 1, la combustion est certes complète, mais elle est de moins en moins active par suite du phénomène de dilution dû à l'air en excès, et la vitesse de combustion diminue. Elle peut aussi s'annuler, cette fois-ci pour une valeur λ_{sup} correspondant à une **limite supérieure d'inflammabilité**.

Par exemple, pour un mélange de méthane et d'air, à la pression de 1 bar (dont la température d'inflammation est de 645°C pour le mélange stœchiométrique), les valeurs limites de λ sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{inf}} &= 0.6 \\ \lambda_{\text{sup}} &= 2.0\end{aligned}\tag{11.215}$$

Vitesse de combustion maximale

L'expérience montre que la vitesse de combustion maximale n'a pas lieu avec le mélange stœchiométrique, mais avec un mélange caractérisé par un excès d'air, c'est-à-dire par une valeur de λ supérieure à 1. Cet effet est d'autant plus marqué que les molécules du combustible sont stables.

Rapidité de propagation

La rapidité avec laquelle la combustion se propage dépend non seulement de la vitesse de combustion, mais aussi des mouvements de convection du mélange. Elle est fortement augmentée par la turbulence. Cette propriété est exploitée notamment dans le domaine des moteurs à combustion interne, où l'on recherche une forme de chambre de combustion et un mode de remplissage provoquant une turbulence aussi élevée que possible.

11.9.3 Détonation et déflagration

Description

Une **détonation** est un phénomène dont le déroulement s'explique à l'aide du mécanisme de la **propagation d'une onde de pression**. Pour qu'une combustion se propage par détonation, il faut que l'énergie mise en jeu par la réaction chimique suffise à provoquer une onde de pression à front raide (onde de choc) entraînant une compression très importante et extrêmement rapide des zones atteintes. A cause de cette rapidité, la compression est pratiquement adiabate, de sorte que la température atteint des valeurs très élevées, susceptibles de dépasser la température d'inflammation du mélange.

Lorsque l'onde de pression est non pas une onde de compression mais une onde de détente, on a affaire non pas à une détonation mais à une **déflagration**.

Vitesse de combustion

Il résulte de ce qui précède que le front de la combustion se propage à une vitesse dont la valeur est voisine de la célérité de propagation du son, correspondant aux très hautes pressions et températures mises en jeu.

Voici quelques valeurs de cette vitesse de combustion:

- | | | |
|--|-------------|-----|
| • hydrogène + oxygène (mélange détonant) | 2800 | m/s |
| • monoxyde de carbone + oxygène | 1750 | m/s |
| • explosifs solides | 5000 à 8000 | m/s |

Observations

Les pressions atteintes lors d'une détonation sont extrêmement élevées. Les explosifs, par exemple, provoquent des pressions de l'ordre de 10^5 bar.

Dans certains cas, la forme sous laquelle se propage la combustion dépend du mode d'allumage. Ainsi la dynamite, allumée avec une flamme, donne lieu à une explosion, mais allumée avec du fulminate de mercure, donne lieu à une détonation très violente.

Enfin, il arrive que la combustion passe de la forme explosion à la forme détonation. C'est par exemple le cas dans la chambre de combustion d'un moteur à combustion interne, lorsque se produit le phénomène appelé *cliquetis*.

11.9.4 Cliquetis

Description

Dans la chambre de combustion d'un moteur à combustion interne, la combustion débute sous forme d'explosion. Mais comme il s'agit d'une enceinte fermée, la dilatation de la partie du mélange qui a brûlé provoque une brusque compression du reste du mélange qui n'a pas encore brûlé. Cette compression se propage à la vitesse du son, c'est-à-dire plus vite que le front de la combustion. Etant très rapide, elle est pratiquement adiabate, de sorte qu'elle provoque un échauffement intense. Si la température d'inflammation est dépassée, et après un court décalage dans le temps, appelé *délai d'inflammation*, il y a *auto-inflammation* du reste du mélange. Ce dernier, qui était déjà très comprimé, subit instantanément une augmentation de pression extrêmement forte, c'est-à-dire une détonation qui se manifeste sous forme d'ondes de pression à front raide et de grande amplitude. Ces ondes de choc donnent lieu à un martèlement très dur des parois de la chambre de combustion et à un bruit métallique caractéristique. C'est le phénomène de *cliquetis*. Il en résulte d'une part la détérioration rapide des éléments mobiles et d'autre part l'augmentation du coefficient de convection gaz-parois, c'est-à-dire la surchauffe des éléments les moins bien refroidis.

Normalement, grâce au délai d'inflammation, le cognement ne se produit pas. Il suffit pour cela que l'ensemble du mélange soit brûlé par explosion avant que n'intervienne l'auto-inflammation, c'est-à-dire la détonation.

Le délai d'inflammation dépend de la nature du combustible et de l'état thermodynamique du mélange.

Paramètres déterminants

L'intensité du phénomène de cliquetis augmente lorsque augmentent:

- le rapport de compression du moteur (rapport entre le volume maximal et le volume minimal de la chambre de combustion)
- la précompression du mélange ou de l'air d'admission (suralimentation)
- le préchauffage du mélange
- la charge du moteur.

Elle dépend aussi:

- de la nature du combustible
- du rapport d'air λ
- de la forme du cylindre (elle augmente avec la dimension du cylindre et elle diminue avec une forme ramassée de la chambre de combustion)
- du mode de fonctionnement du moteur (elle diminue lorsque augmentent la turbulence du mélange, l'intensité du refroidissement et la vitesse de rotation du moteur).

Indice d'octane

Le comportement d'un combustible à l'égard du cliquetis est caractérisé par l'**indice d'octane** (ou pouvoir antidétonant).

L'indice d'octane est la teneur volumique en octane, exprimée en %, d'un mélange de référence composé d'octane C_8H_{18} , qui est antidétonant, et d'heptane C_7H_{16} , qui est détonant.

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer le caractère antidétonant d'un carburant, et donc plusieurs indices d'octane de référence. Les deux indices les plus connus sont l'indice d'octane recherche (RON) et l'indice d'octane moteur (MON). La détermination de l'indice d'octane caractérisant un combustible consiste à trouver en laboratoire le mélange de référence qui présente, du point de vue du cliquetis, un comportement équivalent à celui de ce combustible. Elle est effectuée à l'aide d'un moteur d'essai normalisé dont il est possible de faire varier le rapport de compression. Les essais consistent à augmenter progressivement le rapport de compression, cela dans des conditions bien déterminées, en expérimentant successivement le combustible et divers mélanges de référence. L'indice d'octane du combustible est la teneur en octane du mélange de référence qui commence à avoir du cliquetis pour le même rapport de compression que le combustible. Les conditions expérimentales utilisées pour la détermination de l'indice d'octane moteur sont plus sévères que pour l'indice d'octane recherche, ce qui fait que l'indice d'octane moteur pour le même carburant a une valeur plus basse.

Au lieu de prendre le rapport de compression comme indicateur de cliquetis, il est possible d'utiliser d'autres paramètres, par exemple la pression de l'air d'admission.

Il est possible d'augmenter l'indice d'octane des carburants par l'addition de très petites quantités de composés organiques et métalliques. L'un des plus efficaces est le tétraéthyle de plomb $\text{Pb}(\text{C}_2\text{H}_5)_4$. Mais ce dernier est malheureusement très toxique, notamment à cause des vapeurs de plomb qu'il dégage. De plus il affecte négativement le fonctionnement des catalyseurs. Il a été progressivement remplacé par d'autres additifs, notamment à base de composés organiques comme le méthyl tertiobutyl ether (MTBE) [69].

En Europe, tous les véhicules à moteur à allumage commandé (cycle Otto ou Beau-de-Rochas) sont désormais conçus pour fonctionner avec les carburants sans plomb 95 (RON95-MON85) ou 98 (RON98-MON90). En Amérique du Nord, l'indice d'octane utilisé est une moyenne entre l'indice recherche et l'indice moteur.

Il est possible de fabriquer des carburants qui sont plus antidétonants que l'octane pur. Ces carburants sont caractérisés par un indice d'octane supérieur à 100%, dont la valeur est obtenue par une méthode d'extrapolation.

Indice de cétane

Les hydrocarbures pour moteurs Diesel sont caractérisés également par d'autres indicateurs, par exemple l'**indice de cétane**, qui dépend du délai l'inflammation, et dont la valeur est comprise entre 40 et 80%. L'usage de carburants à indice de cétane élevé permet de limiter le phénomène de cognement qui est un phénomène d'autoinflammation brutale dans les moteurs Diesel.

11.10 PILES À COMBUSTIBLE

11.10.1 Introduction

Il existe une forme d'oxydation particulière permettant une conversion directe d'énergie chimique en énergie électrique. Elle s'appuie sur des processus électrochimiques dans des systèmes appelés **piles à combustible**. Toute oxydation implique des échanges d'électrons entre combustible et comburant. Dans le cas d'une pile à combustible, le flux d'électrons est directement exploité sous forme de courant continu. Comme le montre schématiquement la figure 11.17, une pile à combustible se compose de deux électrodes (anode et cathode) et d'un conducteur ionique (électrolyte). L'anode est alimentée en combustible, alors que la cathode est alimentée en comburant. Selon le type de pile à combustible considéré, les produits de réaction sont formés soit à l'anode, soit à la cathode.

La figure 11.17 montre, en superposition sur le même schéma, les flux ioniques relatifs aux cinq types principaux de **piles à combustible** suivants:

- **piles à combustible à électrolyte polymère** (ou à échange de protons) (PEMFC) dont la température de fonctionnement est de l'ordre de 80 à 100°C, et dans lesquelles les protons d'hydrogène H^+ transitent à travers l'électrolyte
- **piles à combustible alcalines** (AFC), dont la température de fonctionnement est de l'ordre de 50 à 200°C, et dans lesquelles des ions hydroxydes OH^- transitent à travers l'électrolyte composé d'hydrate de potassium (KOH)

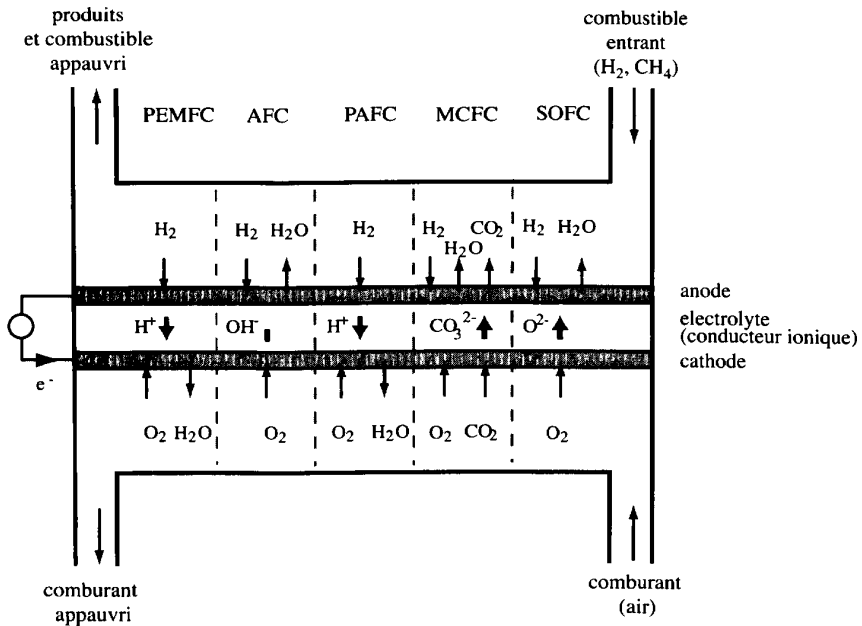


Fig. 11.17 Principe de fonctionnement d'une pile à combustible.

- *piles à combustible à acide phosphorique (PAFC)*, dont la température de fonctionnement est de l'ordre de 220°C, et dans lesquelles des protons d'hydrogène H^+ transigent à travers l'électrolyte composé d'acide phosphorique
- *piles à combustible à carbonates fondus (MCFC)*, dont la température de fonctionnement est de l'ordre de 650°C, et dans lesquelles des ions carbonates CO_3^{2-} transigent à travers l'électrolyte composé de carbonate fondu
- *piles à combustibles à oxyde solide (SOFC)*, dont la température de fonctionnement est de l'ordre de 700 à 1000°C, et dans lesquelles transigent des ions d'oxygène O^{2-} à travers l'électrolyte de type céramique

Le principe d'une pile à combustible n'est pas nouveau, puisqu'une première expérimentation est attribuée à Grove en 1839. Toutefois, les principaux développements pratiques datent seulement des années 1960 avec le fort développement des activités spatiales (avec des piles de type AFC). Ce développement s'est accéléré à la fin du 20^e siècle dans le but de développer des unités de cogénération et des systèmes d'entraînement de véhicules plus efficaces et moins polluants.

Outre l'avantage de ne pas comporter de parties mobiles (absence de bruit), la conversion d'énergie chimique en énergie électrique étant directe, les performances ne sont pas liées à de grands écarts de température, comme dans les cycles moteurs thermiques. Ces derniers impliquent un passage d'énergie chimique (pouvoir

exergétique $\Delta\dot{K}^0$) en énergie thermique (exergie-chaleur \dot{E}_q) avant la conversion en énergie mécanique (\dot{E}). L'efficacité des cycles thermiques est donc dépendante du facteur de Carnot de l'expression de l'exergie-chaleur \dot{E}_q qui, comme nous l'avons vu dans le chapitre 10, a une valeur d'autant plus élevée que l'écart de température entre la source chaude et la source froide est élevé.

Toutes les réflexions faites au paragraphe 11.6.7 restent valables, de sorte qu'une pile à combustible idéale peut être représentée par le système considéré à la figure 11.11. En faisant abstraction des exergies-diffusion qui ne peuvent aisément être exploitées dans la pile, le travail maximal correspond à la différence entre les enthalpies libres de formation du mélange et des produits de réaction.

Une kilomole de substance gazeuse comporte un nombre de molécules correspondant au *nombre d'Avogadro* \mathbf{Na} , c'est-à-dire à $6.022 \cdot 10^{26}$ molécules. Nous pouvons également parler d'une kilomole d'électrons qui comporte $6.022 \cdot 10^{26}$ électrons. Sachant que la charge e d'un électron est de $1.602 \cdot 10^{-19}$ [C], la charge d'une kilomole d'électrons est donnée par la *constante de Faraday*:

$\text{Constante de Faraday} \quad \mathbf{F} = \mathbf{Na} \cdot e = 96485 \cdot 10^3 \text{ [C/kmol d'électrons]} \quad (11.216)$

Si, comme dans le cas de la réaction (11.217) d'une pile à électrolyte polymère:



deux électrons sont transmis par molécule d'hydrogène H_2 , de sorte que la charge en jeu est:

$$Q_e = -2\mathbf{Na} \cdot e = -2F \quad [\text{C}] \quad (11.218)$$

Le travail électrique correspondant est:

$$E^- = Q_e U_e = -2F U_e \quad [\text{J}] \quad (11.219)$$

Si le système est réversible, le travail électrique correspond à la variation d'enthalpie libre à la température considérée, ce qui donne la relation:

$$\Delta\tilde{g}_f = -2F U_e \quad [\text{J}] \quad (11.220)$$

Nous pouvons en déduire l'équation fondamentale donnant la force électromotrice ou la tension de circuit ouvert (OCV) d'une pile à combustible à hydrogène:

$$U_e = \frac{-\Delta\tilde{g}_f}{2F} \quad [\text{V}] \quad (11.221)$$

A titre d'exemple, une pile à combustible à hydrogène, en fonctionnement réversible à 200°C, admet une différence d'enthalpie libre de -220 000 kJ/kmole, ce qui donne une tension de circuit ouvert :

$$U_e = \frac{220\,000}{2 \cdot 96\,485} \frac{10^3}{10^3} = 1.14 \quad [\text{V}] \quad (11.222)$$

Pour un autre combustible que l'hydrogène, dont chaque molécule émet un nombre n d'électrons, l'équation (11.221) devient :

$$U_e = \frac{-\Delta \tilde{g}_f}{n F} \quad [\text{V}] \quad (11.223)$$

Si, seule l'électricité produite par conversion directe est considérée, l'**efficacité électrochimique maximale** $\epsilon_{ec,s}^*$ relative au pouvoir énergétique supérieur du combustible d'une pile à combustible parfaite (réversible) est exprimée par :

$$\epsilon_{ec,s}^* = \frac{\tilde{g}_{elec}^{F-}}{\Delta \tilde{h}_s^0} = \frac{\Delta \tilde{g}}{\Delta \tilde{h}_s^0} \quad (11.224)$$

11.10.2 Influence de la température et de la pression

Etant donné que la différence d'enthalpie libre de combustibles comme l'hydrogène diminue avec la température de fonctionnement, l'efficacité électrique maximale, même en l'absence d'irréversibilités, tend à décroître. A titre d'exemple, l'efficacité électrique maximale d'une pile à combustible alimentée en hydrogène et en oxygène décroît d'une valeur de 83 % à la température standard T^0 à une valeur de 62 % à 1000°C. Cette sensibilité n'est cependant pas la même pour tous les combustibles. Par ailleurs, cet effet est pondéré par le fait que la chaleur produite en cours d'oxydation dans la pile, et non considérée dans ce type d'efficacité, est d'autant mieux valorisable à haute qu'à basse température.

Les performances idéales d'une pile à combustible peuvent être définies par le **potentiel de Nernst**, qui est le potentiel électrique idéal U_e à l'équilibre sous n'importe quelles conditions de pression et de température en relation avec le potentiel standard idéal U_e^0 sous les conditions standard.

Reprenons l'exemple de la figure 11.11 et admettons que les réservoirs sont à une pression $P > P^0$. Le travail maximal fourni par le système est, conformément à l'expression (11.139) :

$$\dot{E}_{\max}^- = \sum_i [\dot{M}_i g_{fi}] - \sum_j [\dot{M}_j g_{fj}] \quad (11.225)$$

qui, par unité molaire de combustible (i_1) devient :

$$\tilde{e}_{\max}^{i-} = \sum_i \left[v_i \tilde{g}_{fi} \right] - \sum_j \left[v_j \tilde{g}_{fj} \right] = \sum_k \left[v_k \tilde{g}_{fk} \right] \quad (11.226)$$

où le signe de v_k découle de la convention positif entrant.

Or, en vertu de la relation (1.154), la variation, à température constante de l'enthalpie libre de chaque composant k assimilable à un gaz parfait, peut être exprimée par :

$$d\tilde{g}_k = \tilde{v}_k dP_k = \tilde{r}T \ln \frac{P_k}{P_k^0} \quad (11.227)$$

Il en découle que :

$$\Delta\tilde{g}_f = \Delta\tilde{g}_f^0 + \sum_k v_k \tilde{r}T \ln \frac{P_k}{P_k^0} \quad (11.228)$$

Nous avons défini l'activité a_k d'un gaz parfait par l'équation (1.137) :

$$a_k = \frac{P_k}{P_k^0} \quad (11.229)$$

Pour le système de la figure 11.11, avec deux réactifs et deux produits d'oxydation, et compte tenu de la relation (11.229), la relation (11.228) devient :

$$\Delta\tilde{g}_f = \Delta\tilde{g}_f^0 + \tilde{r}T \ln \left(\frac{a_{j1}^{v_{j1}} a_{j2}^{v_{j2}}}{a_{i1}^{v_{i1}} a_{i2}^{v_{i2}}} \right) \quad (11.230)$$

Tableau 11.10 Potentiel de Nernst associé à différentes réactions.

Réactions	Potentiel de Nernst
$\text{H}_2 + 0.5\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}$	$U_e = U_e^0 + \frac{\tilde{r}T}{2F} \left[\ln \left(\frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{H}_2\text{O}}} \right) + \ln \left(\sqrt{P_{\text{O}_2}} \right) \right]$
$\text{H}_2 + 0.5\text{O}_2 + \text{CO}_{2(c)} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_{2(a)}$	$U_e = U_e^0 + \frac{\tilde{r}T}{2F} \left[\ln \left(\frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{H}_2\text{O}} P_{\text{CO}_{2(a)}}} \right) + \ln \left(\sqrt{P_{\text{O}_2}} P_{\text{CO}_{2(c)}} \right) \right]$
$\text{CO} + 0.5\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$	$U_e = U_e^0 + \frac{\tilde{r}T}{2F} \left[\ln \left(\frac{P_{\text{CO}}}{P_{\text{CO}_2}} \right) + \ln \left(\sqrt{P_{\text{O}_2}} \right) \right]$
$\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$	$U_e = U_e^0 + \frac{\tilde{r}T}{8F} \left[\ln \left(\frac{P_{\text{CH}_4}}{P_{\text{H}_2\text{O}}^2 P_{\text{CO}_2}} \right) + \ln \left(P_{\text{O}_2}^2 \right) \right]$

L'équation (11.223), compte tenu de la relation (11.230), peut être écrite sous la forme générale suivante, appelée *équation de Nernst*:

$$\text{Equation de Nernst} \quad U_e = U_e^0 + \frac{\bar{r}T}{nF} \ln \frac{\prod_i (a_i)^{\nu_i}}{\prod_j (a_j)^{\nu_j}} \quad [\text{V}] \quad (11.231)$$

A titre d'exemple, le tableau 11.10 présente, pour quatre réactions représentatives, les expressions du potentiel de Nernst en fonction des pressions partielles.

11.10.3 Principales irréversibilités

Lorsque la pile débite de l'énergie électrique, l'intensité est non nulle et des surtensions apparaissent aux électrodes ainsi que dans l'électrolyte. Il en résulte notamment des phénomènes de transferts de charges et de diffusion des substances conduisant à une réduction du potentiel électrique. Ces phénomènes se traduisent par des irréversibilités que nous pouvons classer sous le terme \dot{S}^x de la relation (1.195) du bilan d'entropie. La figure 11.18 représente schématiquement ces phénomènes, dont le résultat net est indiqué par la chute de potentiel observable dans un diagramme potentiel électrique-densité de courant (fig. 11.19) caractérisant une pile à combustible.

Bien que le matériau de l'électrolyte soit choisi pour ses qualités de conducteur ionique, il est susceptible de permettre le passage de faibles quantités d'électrons, ainsi que la diffusion de combustible. Ces deux phénomènes réduisent la tension observée, même à courant nul, comme illustré à la figure 11.19 par un saut de tension à courant nul.

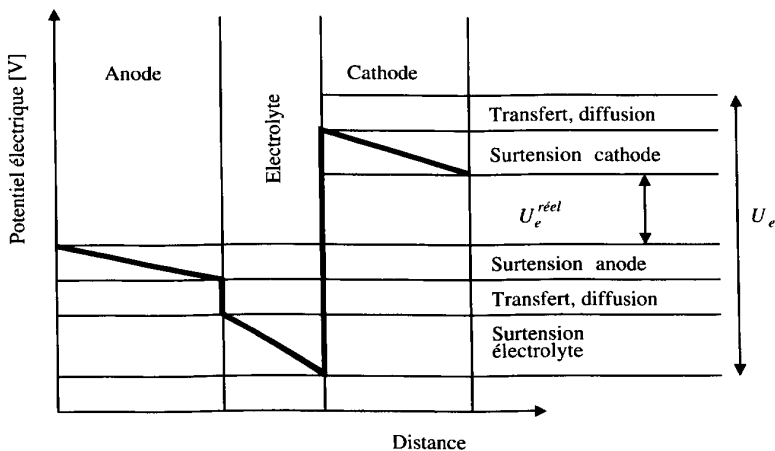


Fig. 11.18 Représentation schématique des surtensions au passage du courant dans une pile à combustible.

A faible densité de courant, ce sont les **pertes par transfert de charges**, aussi appelées **pertes d'activation**, qui jouent un rôle croissant. Ces pertes sont liées à la cinétique des phénomènes de transfert de charges, qui sont relativement lents et consomment une partie de la différence de potentiel générée.

A densité de courant moyenne, les **pertes ohmiques** (par résistance électrique dans les électrodes et par résistance au passage des ions dans l'électrolyte) jouent un rôle croissant.

A haute densité de courant, les concentrations de réactifs et de produits tendent à se modifier, de sorte que les pertes par transport de masse ou pertes de diffusion deviennent prédominantes, voire excessives pour un bon fonctionnement de la pile à combustible. C'est à cause de ces mêmes pertes qu'il n'est pas possible de convertir sous forme électrochimique la totalité du combustible. On parle de coefficient d'utilisation du combustible, variant de l'ordre de 85 à 95%. Les formules détaillées permettant d'analyser les irréversibilités et les méthodes de diagnostics peuvent notamment être trouvées à la référence [86].

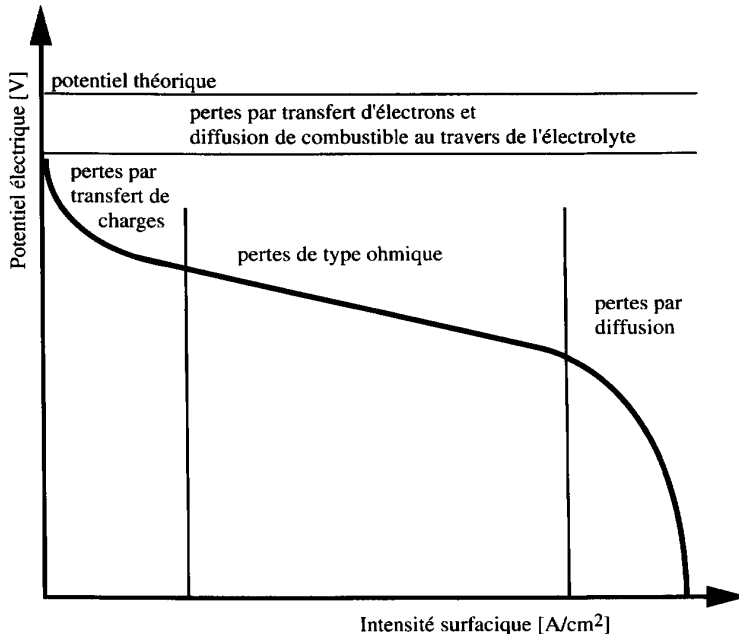


Fig. 11.19 Représentation des pertes dans une pile à combustible réelle.

11.11 SYNTHÈSE DES APPROCHES ÉNERGÉTIQUE ET EXERGETIQUE (AVEC PROCESSUS RÉACTIFS)

11.11.1 Approche énergétique

Bilan énergétique (avec des termes comprenant des valeurs positives, négatives ou nulles):

$$\sum_k [\dot{E}^+ + \sum_i [\dot{Q}^+] + \dot{Y}^+_{comb} + \sum [\dot{Y}^+] + \dot{Q}^+_a = 0 \quad (11.232)$$

$$\dot{Y}^+_{comb} = \dot{M}_F (\underline{\Delta h}^0_s + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G - \sum [\dot{M}_i \underline{\Delta h}^0_{sl}] - (\dot{M}_{H_2Op} - \dot{M}_{cond}) q^0_{vap} \quad (11.233)$$

$$\text{ou } \dot{Y}^+_{comb} = \sum_i \left[\dot{N}_i (\hat{h}^0_i + \hat{h}_i) \right] - \sum_j \left[\dot{N}_j (\hat{h}^0_j + \hat{h}_j) \right] \quad (11.234)$$

avec des réactifs i, des gaz de combustion j, et des imbrûlés l

Pouvoir énergétique isobare massique supérieur d'un combustible
(aussi appelé pouvoir calorifique supérieur PCS):

$$\underline{\Delta h}^0 = \sum_i \left[\frac{N_i}{M_F} \tilde{h}^0_i \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{M_F} \tilde{h}^0_j \right] \quad \text{en J/(kg}_F\text{)} \quad (11.235)$$

avec l'hypothèse que toute l'eau produite pendant la combustion \dot{M}_{H_2Op} est entièrement condensée aux conditions standard ($\dot{M}_{H_2Op} = \dot{M}_{cond}$).

Pouvoir énergétique isobare massique inférieur d'un combustible
(aussi appelé pouvoir calorifique inférieur PCI):

$$\underline{\Delta h}^0_i = \underline{\Delta h}^0_s - \dot{M}_{H_2Op} q^0_{vap} \quad (11.236)$$

Bilan énergétique (avec des termes comprenant des valeurs seulement positives ou nulles), à l'exception de \dot{Q}^+_a :

$$\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{Q}^+] + \dot{Y}^+_{comb} + \sum [\dot{Y}^+] - \dot{Q}^+_a = \sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{Q}^-] + \sum [\dot{Y}^-] \quad (11.237)$$

11.11.2 Approche exergetique

Bilan exergetique (avec des termes comprenant des valeurs positives, négatives ou nulles):

$$\sum_k [\dot{E}^+_k] + \sum_i [\dot{E}^+_{qi}] + \dot{E}^+_{ycomb} + \sum [\dot{E}^+] = \dot{L} \geq 0 \quad (11.238)$$

$$\dot{E}^+_{ycomb} = \dot{M}_F (\underline{\Delta k}^0 + \hat{k}_F) + \dot{M}_A \hat{k}_A - \dot{M}_G \hat{k}_G - \sum [\dot{M}_i \underline{\Delta k}^0_i] \quad (11.239)$$

$$\dot{E}^+_{ycomb} = \sum_i \left[\dot{N}_i (\tilde{k}^0_i + \hat{k}_i) \right] - \sum_j \left[\dot{N}_j (\tilde{k}^0_j + \hat{k}_j) \right] \quad (11.240)$$

où $\tilde{k}^0 = \tilde{h}^0 - T_a s^{00}$ sont les coenthalpies de formation et l'entropie est basée sur l'entropie absolue et l'équilibre physicochimique avec l'atmosphère moyenne (tab. 11.8)

Pouvoir exergetique isobare massique d'un combustible:

$$\underline{\Delta k}^0 = \sum_i \left[\frac{N_i}{M_F} \tilde{k}^0_i \right] - \sum_j \left[\frac{N_j}{M_F} \tilde{k}^0_j \right] \quad \text{en J/(kg}_F\text{)} \quad (11.241)$$

$$\text{ou } \underline{\Delta k}^0 = \underline{\Delta g}^0_f + \sum_j [\dot{e}^0_{dj}] - \sum_i [\dot{e}^0_{di}] \quad \text{avec } \dot{e}^0_{dk} = \frac{\dot{N}_k}{\dot{N}_F} \tilde{T} T^0 \ln \left(\frac{p^0}{p^0_k} \right) \quad (11.242)$$

où $\underline{\Delta g}^0_f$ est l'enthalpie libre basée sur les entropies absolues et \dot{e}^0_d est l'exergie molaire de diffusion.

Bilan exergetique (avec des termes comprenant des valeurs seulement positives ou nulles):

$$\sum [\dot{E}^+] + \sum [\dot{E}^+_q] + \dot{E}^+_{ycomb} + \sum [\dot{E}^+] - \dot{L} = \sum [\dot{E}^-] + \sum [\dot{E}^-_q] + \sum [\dot{E}^-_y] \quad (11.243)$$

Exemples d'application des chapitres 10 et 11

12.1 CHAMBRE DE COMBUSTION

12.1.1 Généralités

La figure 12.1 représente schématiquement une *chambre de combustion industrielle*, par exemple celle qui équipe la centrale à gaz faisant l'objet de la figure 14.25.

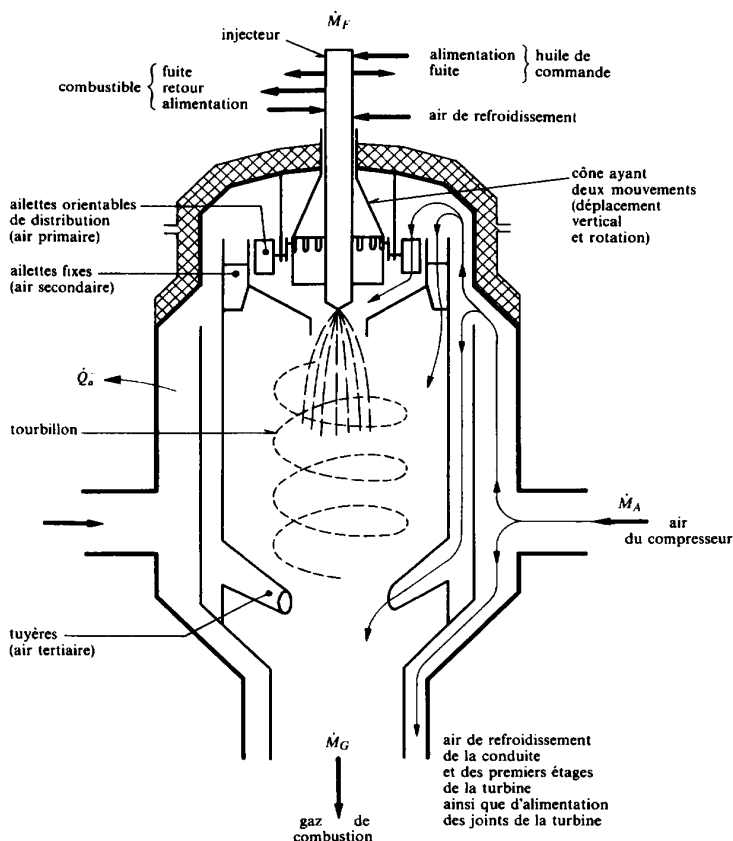


Fig. 12.1 Schéma d'une chambre de combustion de centrale à gaz (voir schéma d'installation à la figure 14.25).

La figure 12.2 représente le schéma simplifié d'une telle chambre de combustion. Il s'agit d'un système ouvert, recevant les débits-masse \dot{M}_F de combustible F et \dot{M}_A d'air A , et donnant le débit-masse $\dot{M}_G = \dot{M}_A + \dot{M}_F$ de gaz de combustion G . L'isolation de la chambre n'étant pas parfaite, une puissance-chaleur \dot{Q}_a^- est transférée à l'atmosphère par conduction, convection et rayonnement.

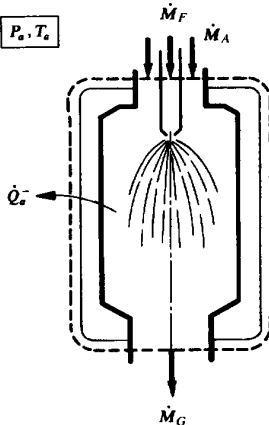


Fig. 12.2 Schéma d'une chambre de combustion industrielle.

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles qui ont été indiquées au début du paragraphe 11.5.1. De plus, nous admettons que les imbrûlés se réduisent au monoxyde de carbone CO, dont le débit-masse est \dot{M}_{co} , et que le régime est permanent.

12.1.2 Efficacité

Bilan énergétique

Les relations (1.53) et (11.77) donnent le *bilan énergétique* :

$$\dot{Y}_{comb}^+ - \dot{Q}_a^- = 0 \quad (12.1)$$

où \dot{Y}_{comb}^+ est la *puissance-transformation du réseau de combustion*.

Comme il n'y a qu'un réseau, il n'est en principe pas possible de déterminer une efficacité. Toutefois, nous pouvons quand même le faire en décomposant le terme \dot{Y}_{comb}^+ conformément à (11.81) et (11.88) ce qui donne la relation :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{comb}^+ &= \dot{M}_F(\Delta h_s^0 + \hat{h}_F) + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0 \\ &\quad - (\dot{M}_{H_2Op} - \dot{M}_{cond}) q_{vap}^0 = (\dot{M}_F \Delta h_s^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0) \\ &\quad + (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) - (\dot{M}_{H_2Op} - \dot{M}_{cond}) q_{vap}^0 \\ &= (\dot{M}_F \Delta h_s^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0) + \hat{Y}_s^+ \end{aligned} \quad (12.2)$$

dans laquelle nous avons :

- $(\dot{M}_F \underline{\Delta h}_s^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0)$ pouvoir énergétique supérieur consommé, exprimé en puissance (12.3)

- $\underline{\Delta h}_s^0$ pouvoir énergétique supérieur du combustible F
- $\underline{\Delta h}_{CO}^0$ pouvoir énergétique du CO
- \hat{Y}_s^+ *puissance-transformation relative du réseau de combustion par rapport au pouvoir énergétique supérieur :*

$$\hat{Y}_s^+ = (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) - (\dot{M}_{H_2Op} - \dot{M}_{cond}) q_{vap}^0 \quad (12.4)$$

Le dernier terme de l'équation (12.4) tient compte de la différence de chaleur latente de condensation entre l'eau produite en cours de combustion \dot{M}_{H_2Op} et l'eau qui est effectivement condensée \dot{M}_{cond} si l'on refroidit les gaz de combustion jusqu'à la température standard T^0 , comme c'est implicitement le cas dans le terme \hat{h}_G .

Sachant que :

$$\dot{M}_F \underline{\Delta h}_s^0 - \dot{M}_{H_2Op} q_{vap}^0 = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 \quad (12.5)$$

l'expression (12.4) exprimée par rapport au pouvoir énergétique inférieur donne la relation :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{comb}^+ &= (\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0) + (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \\ &= (\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0) + \hat{Y}_i^+ \end{aligned} \quad (12.6)$$

relation dans laquelle nous avons :

- $(\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta h}_{CO}^0)$ pouvoir énergétique inférieur consommé, exprimé en puissance (12.7)

- $\underline{\Delta h}_i^0$ pouvoir énergétique inférieur du combustible
- $\underline{\Delta h}_{CO}^0$ pouvoir énergétique du CO
- \hat{Y}_i^+ *puissance-transformation relative du réseau de combustion par rapport au pouvoir énergétique inférieur :*

$$\hat{Y}_i^+ = (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \quad (12.8)$$

En tenant compte de (12.6), nous obtenons le bilan énergétique (12.1) sous la forme:

$$\hat{Y}_i^- = \dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0 - \dot{Q}_a^- \quad (12.9)$$

Première définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, l'*efficacité de la chambre de combustion*, exprimée par rapport au pouvoir énergétique inférieur, peut être définie par la relation:

$$\varepsilon_i = \frac{\hat{Y}_i^-}{(\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0)} = 1 - \frac{\dot{Q}_a^-}{(\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0)} = 1 - \varphi_a \quad (12.10)$$

où φ_a est la *perte énergétique due à \dot{Q}_a^-* , en valeur relative.

En tenant compte de (12.7), (12.8) et (11.6), nous obtenons aussi

$$\varepsilon_i = \frac{\dot{M}_G \hat{h}_G - \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 - \dot{M}_F \hat{h}_F - \dot{M}_A \hat{h}_A}{\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0} \quad (12.11)$$

$$\varepsilon_i = \frac{(1 + \lambda \dot{M}_{Ast} / \dot{M}_F) \hat{h}_G - (\dot{M}_{cond} / \dot{M}_F) q_{vap}^0 - \hat{h}_F - (\lambda \dot{M}_{Ast} / \dot{M}_F) \hat{h}_A}{\Delta h_i^0 - (\dot{M}_{CO} / \dot{M}_F) \Delta h_{CO}^0} \quad (12.12)$$

où \hat{h}_F , \hat{h}_A et \hat{h}_G sont respectivement les surenthalpies massiques du combustible F , de l'air A et des produits de combustion G .

Deuxième définition

Remarquons que nous avons traité les gaz de combustion G sortant de la chambre sans préjuger de leur utilisation en aval, c'est-à-dire en admettant que la potentialité chimique des imbrûlés ne constitue pas une perte. En effet, il est possible que la combustion se poursuive dans un autre élément de l'installation. Quand cela n'est pas le cas, nous pouvons judicieusement faire apparaître le pouvoir énergétique du CO comme une perte, en écrivant le bilan (12.9) sous la forme:

$$\hat{Y}_i^- = \dot{M}_F \Delta h_i^0 - (\dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0 + \dot{Q}_a^-) \quad (12.13)$$

L'*efficacité de la chambre de combustion* est alors donnée par la relation:

$$\varepsilon'_i = \frac{\hat{Y}_i^-}{\dot{M}_F \Delta h_i^0} = 1 - \frac{\dot{M}_{CO} \Delta h_{CO}^0 + \dot{Q}_a^-}{\dot{M}_F \Delta h_i^0} = 1 - (\varphi'_{CO} + \varphi'_a) \quad (12.14)$$

où φ'_{CO} et φ'_a sont les *pertes énergétiques dues à l'imbrûlé CO et à la déperdition \dot{Q}_a^-* , en valeurs relatives.

12.1.3 Rendement exergetique

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne le *bilan exergetique*:

$$0 = \dot{E}_{ycomb}^+ - \dot{L} \quad (12.15)$$

où \dot{E}_{ycomb}^+ est l'*exergie-transformation du réseau de combustion*.

Comme il n'y a qu'un réseau, il n'est, de nouveau en principe, pas possible de déterminer un rendement. Il s'agit en effet d'un système qui n'est le siège que d'une consommation de coenthalpie, c'est-à-dire que d'une perte exergetique. Toutefois, nous pouvons quand même le faire en décomposant le terme \dot{E}_{ycomb}^+ comme nous l'avons fait pour \dot{Y}_{comb}^+ (relation (12.6)) ce qui donne la relation:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ycomb}^+ &= (\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0) + (\dot{M}_F \hat{k}_F + \dot{M}_A \hat{k}_A - \dot{M}_G \hat{k}_G) \\ &= (\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0) + \hat{E}_y^+ \end{aligned} \quad (12.16)$$

dans laquelle nous avons:

- $\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0$ pouvoir exergetique consommé, exprimé en puissance (12.17)
- $\underline{\Delta k}^0$ pouvoir exergetique du combustible F
- $\underline{\Delta k}_{CO}^0$ pouvoir exergetique du CO
- \hat{E}_y^+ *exergie-transformation relative du réseau de combustion*

En tenant compte de (12.16) et (12.17), nous obtenons le bilan exergetique (12.15) sous la forme:

$$\hat{E}_y^- = (\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0) - \dot{L} \quad (12.18)$$

Première définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, le *rendement exergetique de la chambre de combustion* peut être défini par la relation:

$$\eta = \frac{\hat{E}_y^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0} = 1 - \psi \quad (12.19)$$

où ψ est la *perte exergetique globale, en valeur relative*.

En tenant compte de (12.16), (12.17), (12.18) et (11.6), nous obtenons aussi les relations:

$$\eta = \frac{\dot{M}_G \hat{k}_G - \dot{M}_F \hat{k}_F - \dot{M}_A \hat{k}_A}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{M}_{CO} \underline{\Delta k}_{CO}^0} \quad (12.20)$$

$$\eta = \frac{(1 + \lambda \dot{M}_{Ast} / \dot{M}_F) \hat{k}_G - \hat{k}_F - (\lambda \dot{M}_{Ast} / \dot{M}_F) \hat{k}_A}{\Delta k^0 - (\dot{M}_{CO} / \dot{M}_F) \Delta k_{CO}^0} \quad (12.21)$$

où \hat{k}_F , \hat{k}_A et \hat{k}_G sont respectivement les surcoenthalpies massiques du combustible F , de l'air A et des produits de combustion G .

Pertes exergetiques

La *perte exergetique globale* \dot{L} est, selon (10.16) et (12.18):

$$\dot{L} = \dot{M}_F (\Delta k^0 + \hat{k}_F) - \dot{M}_{CO} \Delta k_{CO}^0 + \dot{M}_A \hat{k}_A - \dot{M}_G \hat{k}_G \quad (12.22)$$

où \hat{k}_G est défini par les conventions du paragraphe 11.6.1.

Elle est égale à la somme de trois *pertes exergetiques*, suivant la relation:

$$\dot{L} = \dot{L}_{ch} + \dot{L}_r + \dot{L}_{ta} \quad (12.23)$$

dans laquelle figurent les pertes exergetiques suivantes:

- \dot{L}_{ch} réaction chimique
- \dot{L}_r dissipation dans le réseau de combustion
- \dot{L}_{ta} transfert-chaleur \dot{Q}_a^- , de la température T du fluide à la température T_a de l'atmosphère

Deuxième définition

En partant de la remarque qui a déjà été faite au sujet des imbrûlés, nous pouvons judicieusement faire apparaître le pouvoir exergetique du CO comme une perte, en écrivant le bilan exergetique (12.18) sous la forme:

$$\hat{E}_y^- = \dot{M}_F \Delta k^0 - (\dot{M}_{CO} \Delta k_{CO}^0 + \dot{L}) \quad (12.24)$$

Le *rendement exergetique de la chambre de combustion* est alors donné par les relations:

$$\eta' = \frac{\hat{E}_y^-}{\dot{M}_F \Delta k^0} = 1 - \frac{\dot{M}_{CO} \Delta k_{CO}^0 + \dot{L}}{\dot{M}_F \Delta k^0} = 1 - (\psi'_{CO} + \psi') \quad (12.25)$$

où les ψ' sont les *pertes exergetiques*, en valeurs relatives.

12.1.4 Remarques

Les ordres de grandeur des efficacités et des rendements exergetiques sont très différents. Par exemple, pour une grande chambre de combustion industrielle de centrale à gaz, nous pouvons avoir les valeurs:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 99.2\% & \varepsilon' &= 99\% \\ \eta &= 56.1\% & \eta' &= 56\% \end{aligned} \quad (12.26)$$

Ces valeurs correspondent au fait que, contrairement aux efficacités, les rendements exergetiques tiennent compte de la dégradation de l'énergie due aux irréversibilités. Il est donc clair que seuls les rendements exergetiques expriment la qualité thermodynamique des processus considérés.

Pour améliorer les *performances d'une chambre de combustion*, il faut évidemment diminuer les pertes.

D'une part, il faut diminuer le débit-masse de monoxyde de carbone \dot{M}_{CO} en soignant la combustion. On obtient les conditions optimales en échelonnant les entrées d'air (air primaire, secondaire, tertiaire) et en créant un mouvement tourbillonnaire à l'aide d'un système distributeur comportant des ailettes orientables. Ce système permet en outre de régler la longueur de la flamme (fig. 12.1).

D'autre part, il faut diminuer la fuite \dot{Q}_a^- en améliorant l'isolation de la chambre de combustion. Une excellente solution consiste à prévoir une double enveloppe, dans laquelle on fait circuler l'air d'alimentation, comme le montre la figure 12.1.

12.2 CHAUDIÈRE À VAPEUR

12.2.1 Généralités

La figure 12.3 représente schématiquement une *chaudière à vapeur industrielle*, par exemple celle qui équipe la centrale à vapeur faisant l'objet de la figure 14.11. Afin de traiter un cas assez général, nous avons choisi une chaudière bivalente, c'est-à-dire pouvant être alimentée soit par du charbon, soit par du fuel. Il s'agit d'un système ouvert, recevant des puissances électriques, recevant et donnant des puissances-chaleur, ainsi que des puissances-transformation.

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles qui ont été indiquées au début du paragraphe 11.5.1. De plus, nous admettons que :

- les conditions de référence P^0 et T^0 coïncident avec l'état de l'atmosphère, caractérisé par P_a et T_a
- le régime est permanent.

Afin de conférer au développement la plus grande généralité, nous admettons que le réseau de combustion cumule toutes les opérations relatives aussi bien au charbon qu'au fuel. Pour l'utilisation pratique des résultats, il conviendra évidemment d'annuler les termes relatifs à l'un ou l'autre de ces deux combustibles.

12.2.2 Efficacité de l'installation (frontière F)

Conventions

Considérons le système contenu à l'intérieur de la *frontière F* (fig. 12.3) qui enveloppe l'installation, c'est-à-dire la chaudière, y compris ses auxiliaires (pompes, ventilateurs, moteurs et préchauffeurs).

Remarquons que si nous faisons passer la frontière par la section de sortie de la cheminée, toutes les potentialités contenues dans les gaz de combustion (imbrûlés, surenthalpies et gaz non dilués) ne constituent pas des pertes. En effet, on peut imaginer que la combustion se poursuive dans une autre machine thermique, que les gaz donnent de l'énergie-chaleur en se refroidissant et de l'énergie-travail en se détendant jusqu'à leur pression partielle dans l'atmosphère. Comme cela n'est pas le cas, nous ferons apparaître ces potentialités comme des pertes, et cela systématiquement en repoussant la frontière suffisamment haut pour pouvoir formuler les hypothèses suivantes :

- La combustion se poursuit dans le panache sortant de la cheminée, jusqu'à devenir complète.
- Les produits de combustion se refroidissent jusqu'à la température T_a , par transfert-chaleur à l'atmosphère.
- Les constituants gazeux diffusent jusqu'à leur pression partielle dans une atmosphère moyenne (tab. 11.8).

Le phénomène de diffusion des constituants gazeux dans l'atmosphère est schématisé dans la figure 12.3 par l'injection dans le panache d'un débit-masse d'air $\dot{M}_{A\infty}$ extrêmement grand par rapport au débit-masse de gaz de combustion \dot{M}_G .

Pour la clarté du raisonnement, nous admettons que les trois opérations ci-dessus se font, non pas simultanément, mais successivement.

Nous formulons les mêmes hypothèses pour tous les produits solides de combustion contenant encore des imbrûlés et extraits de la chaudière à une température supérieure à T_G .

Bilan énergétique

La relation (1.53) donne le *bilan énergétique* :

$$\dot{Y}_E^- = \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{Q}_F^+ + \dot{Q}_A^+ - \dot{Q}_G^- - \dot{Q}_{ad}^- - \dot{Q}_{ac}^- - \dot{Q}_{ae}^- - \dot{Q}_{af}^- - \dot{Q}_{aa}^- - \dot{Q}_{ag}^- + \dot{Y}_{comb}^+ \quad (12.27)$$

dans lequel nous avons :

- \dot{E}_F^+ , \dot{E}_A^+ , et \dot{E}_G^+ puissances électriques des moteurs de la pompe à combustible (ou du système d'alimentation en charbon), du ventilateur de soufflage et du ventilateur de tirage
- \dot{Q}_F^+ et \dot{Q}_A^+ puissances-chaleur de préchauffage du combustible F et de l'air A
- \dot{Q}_G^- puissance-chaleur transférée à l'atmosphère par les gaz G , après combustion des imbrûlés et refroidissement jusqu'à T_a
- \dot{Q}_{ad}^- puissances-chaleur transférées à l'atmosphère par les résidus de combustion D (déchets), après combustion des imbrûlés et refroidissement jusqu'à T_a

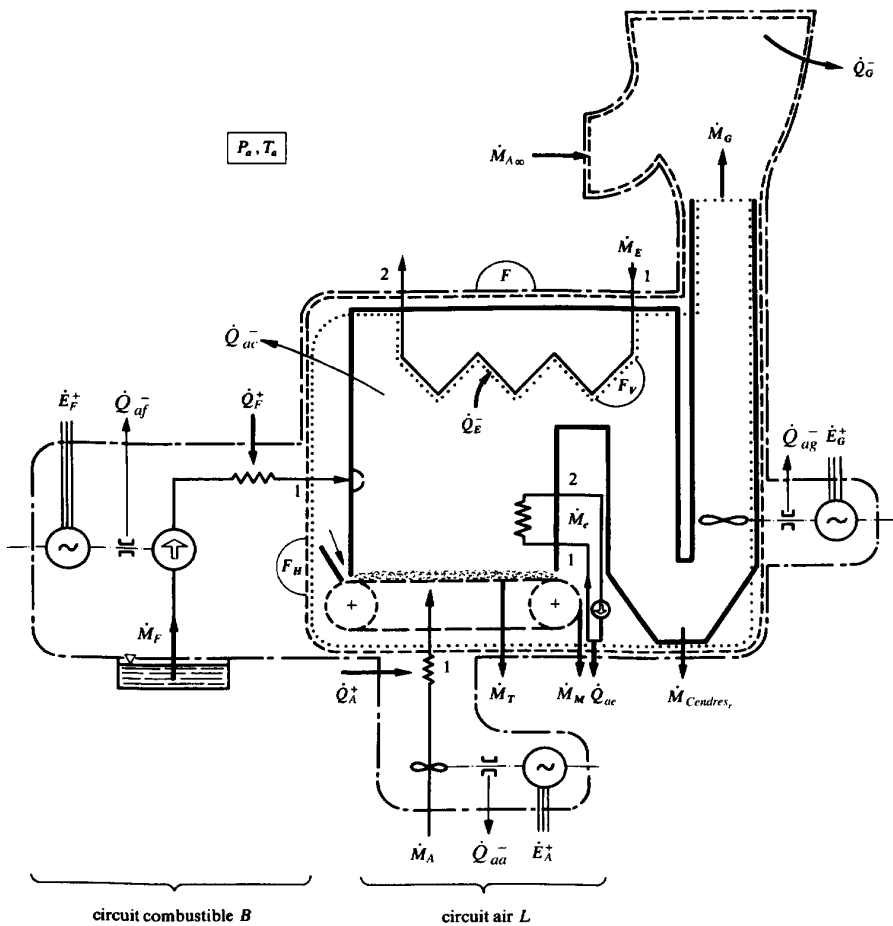


Fig. 12.3 Schéma d'une chaudière de centrale à vapeur (voir schéma d'installation à la figure 14.11); --- frontière F de l'installation; --- frontière F_H de la chaudière; ... frontière F_V du réseau de combustion.

- \dot{Q}_{ac}^- puissance-chaleur transférée à l'atmosphère par les structures de la chaudière (déperdition)
- \dot{Q}_{ae}^- puissance-chaleur transférée à l'atmosphère par le réseau d'eau de refroidissement des parties de la chaudière les plus sollicitées au point de vue thermique
- $\dot{Q}_{af}^-, \dot{Q}_{aa}^-, \dot{Q}_{ag}^-$ puissances-chaleur transférées à l'atmosphère par les moteurs et les paliers des pompes et des ventilateurs

Le terme \dot{Y}_E^- est la puissance-transformation du réseau d'eau principal. Elle est donnée, selon (1.52), par la relation:

$$\dot{Y}_E^- = \dot{M}_E (h_{E2} - h_{E1}) \quad (12.28)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M}_E débit-masse de l'eau
- h_{E1} et h_{E2} enthalpies massiques de l'eau, à l'entrée et à la sortie du réseau

Le terme \dot{Y}_{comb}^+ est la *puissance-transformation du réseau de combustion de l'installation* qui, exprimée par rapport au pouvoir énergétique inférieur (relation (12.6)), est donné par la relation :

$$\dot{Y}_{comb}^+ = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \hat{Y}_i^+ \quad (12.29)$$

dans laquelle nous avons :

- $\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0$ pouvoir énergétique inférieur, exprimé en puissance (12.30)
- $\underline{\Delta h}_i^0$ pouvoir énergétique inférieur du combustible
- \hat{Y}_i^+ *puissance-transformation relative du réseau de combustion par rapport au pouvoir énergétique inférieur :*

$$\hat{Y}_i^+ = (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \quad (12.31)$$

Pour la frontière F , la *puissance-transformation relative* \hat{Y}_i^+ est réduite à la valeur de l'énergie latente de condensation de tout ou partie de la vapeur des gaz de combustion, car nous avons :

$$\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G = 0 \quad (12.32)$$

où tous les termes sont nuls, puisque le combustible F , l'air A et les produits de combustion G sont respectivement pris et rejetés en équilibre avec l'état de l'atmosphère P_a et T_a , c'est-à-dire par hypothèse dans les conditions standard P^0 et T^0 .

En tenant compte des relations ci-dessus, nous obtenons le bilan (12.27) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{M}_E (h_{E2} - h_{E1}) = & \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{Q}_F^+ + \dot{Q}_A^+ \\ & - (\dot{Q}_G^- + \dot{Q}_{ad}^- + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^- + \dot{Q}_{af}^- + \dot{Q}_{aa}^- + \dot{Q}_{ag}^-) \end{aligned} \quad (12.33)$$

Définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, l'*efficacité de l'installation* peut être donnée, selon (10.14), par les relations :

$$\varepsilon = \frac{\dot{M}_E (h_{E2} - h_{E1})}{\dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{Q}_F^+ + \dot{Q}_A^+} \quad (12.34)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\dot{Q}_G^- + \dot{Q}_{ad}^- + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^- + \dot{Q}_{af}^- + \dot{Q}_{aa}^- + \dot{Q}_{ag}^-}{\dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{Q}_F^+ + \dot{Q}_A^+} \quad (12.35)$$

$$\varepsilon = 1 - (\varphi_G + \varphi_{ad} + \varphi_{ac} + \varphi_{ae} + \varphi_{af} + \varphi_{aa} + \varphi_{ag}) \quad (12.36)$$

où les φ sont les *pertes énergétiques, en valeurs relatives*.

La relation (12.34) donne lieu à ce que l'on appelle la **méthode directe** de détermination de l'efficacité, tandis que la relation (12.35), ou (12.36), donne lieu à la **méthode indirecte**, basée sur le calcul des pertes énergétiques.

Pertes énergétiques

Les pertes \dot{Q}_{ad}^- , dues aux déchets de combustion D, sont données par la somme :

$$\dot{Q}_{ad}^- = \dot{Q}_T^- + \dot{Q}_M^- + \dot{Q}_{Cendres_r}^- + \dot{Q}_{Cendres_{nr}}^- \quad (12.37)$$

dans laquelle figurent les *pertes énergétiques* suivantes :

- \dot{Q}_T^- tamisages de grille
- \dot{Q}_M^- résidus de chauffe (mâchefer)
- $\dot{Q}_{Cendres_r}^-$ cendres volantes récoltées (par exemple dans des cyclones)
- $\dot{Q}_{Cendres_{nr}}^-$ cendres volantes non récoltées

Nous pouvons calculer chacune des pertes ci-dessus en déterminant le bilan énergétique du système partiel allant de la section d'extraction de chaque produit de combustion à la frontière choisie avec les précautions indiquées plus haut. A ces pertes, liées aux résidus solides, s'ajoute la perte dans les gaz, dite **perte cheminée** :

$$\dot{Q}_G^- = \dot{Y}_{GA\infty}^+ = \sum \dot{M}_I \Delta h_{il}^0 + (\dot{M}_G \hat{h}_G + \dot{M}_{A\infty} \hat{h}_{A\infty} - \dot{M}_{GA\infty} \hat{h}_{GA\infty}) \quad (12.38)$$

En vertu des hypothèses admises, les surenthalpies $\hat{H}_{A\infty}$ de l'air de dilution et $\hat{H}_{GA\infty}$ du mélange final sont nulles, de sorte que nous obtenons la relation :

$$\dot{Q}_G^- = \sum \dot{M}_I \Delta h_{il}^0 + \dot{M}_G \hat{h}_G \quad (12.39)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M}_G et \dot{M}_I débits-masse des gaz de combustion G et d'un imbrûlé I (essentiellement CO)

- \hat{h}_G surenthalpie des gaz de combustion G , dans la section de sortie de la cheminée
- $\underline{\Delta h_{il}^0}$ pouvoir énergétique inférieur d'un imbrûlé I

Nous constatons que la perte $\dot{Q}_{\bar{G}}$ provient de deux potentialités non utilisées qui sont, d'une part, la surenthalpie \hat{H}_G des gaz de combustion G et, d'autre part, le pouvoir énergétique $\underline{\Delta h_{il}^0}$ des imbrûlés I qu'ils contiennent encore, comme le monoxyde de carbone CO . Il en est de même des autres produits de combustion.

La perte $\dot{Q}_{\bar{ac}}$, due aux déperditions d'énergie-chaleur par conduction, convection et rayonnement, est difficile à calculer. C'est pourquoi on préfère l'évaluer par une approche statistique de résultats expérimentaux.

La perte $\dot{Q}_{\bar{ae}}$, due au refroidissement, est donnée, si l'on néglige la puissance de la pompe de circulation de l'eau, par la relation :

$$\dot{Q}_{\bar{ae}} = \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) \quad (12.40)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M}_e débit-masse de l'eau de refroidissement
- h_{e1} et h_{e2} enthalpies massiques de l'eau, à l'entrée et à la sortie du réseau

Nous calculons les pertes $\dot{Q}_{\bar{af}}$, $\dot{Q}_{\bar{aa}}$, et $\dot{Q}_{\bar{ag}}$ dues aux échauffements dans les moteurs et les paliers en tenant compte des performances de ces éléments. Par exemple, la perte $\dot{Q}_{\bar{ag}}$, due au ventilateur de tirage, est donnée par la relation :

$$\dot{Q}_{\bar{ag}} = (1 - \varepsilon_g) \dot{E}_G^+ \quad (12.41)$$

où ε_g est le produit des efficacités du moteur électrique et des paliers du ventilateur de tirage.

12.2.3 Rendement exergetique de l'installation (frontière F)

Conventions

Nous adoptons les mêmes conventions que celles énoncées aux paragraphes 11.6.1 et 12.2.2.

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne le *bilan exergetique* :

$$\dot{E}_{yE}^- = \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{E}_{qF}^+ + \dot{E}_{qA}^+ + \dot{E}_{ycomb}^+ - \dot{L} \quad (12.42)$$

dans lequel \dot{E}_{qF}^+ et \dot{E}_{qA}^+ sont respectivement les exergies-chaleur de préchauffage du combustible F et de l'air A .

Le terme \dot{E}_{yE}^- est l'exergie-transformation du réseau d'eau principal. Elle est donnée, selon (10.40), par la relation :

$$\dot{E}_{yE}^- = \dot{M}_E(k_{E2} - k_{E1}) \quad (12.43)$$

où k_{E1} et k_{E2} sont respectivement les coenthalpies massiques de l'eau, à l'entrée et à la sortie du réseau.

Le terme \dot{E}_{ycomb}^+ est l'*exergie-transformation du réseau de combustion de l'installation*. Elle peut être décomposée conformément à la relation (12.16):

$$\dot{E}_{ycomb}^+ = \underline{\Delta K}^0 + \hat{E}_y^+ \quad (12.44)$$

où $\underline{\Delta K}^0$ est le pouvoir exergetique, exprimé en puissance, selon (11.112), par la relation:

$$\underline{\Delta K}^0 = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 \quad (12.45)$$

dans laquelle $\underline{\Delta k}^0$ est le pouvoir exergetique massique du combustible F .

L'exergie-transformation relative \hat{E}_y^+ est nulle, car elle est donnée, selon (10.111), par la relation:

$$\hat{E}_y^+ = \dot{M}_F \hat{k}_F + \dot{M}_A \hat{k}_A - \dot{M}_G \hat{k}_G = 0 \quad (12.46)$$

où tous les termes sont nuls.

En tenant compte des relations ci-dessus, nous obtenons le bilan (12.42) sous la forme:

$$\dot{M}_E(k_{E2} - k_{E1}) = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{E}_{qF}^+ + \dot{E}_{qA}^+ - \dot{L} \quad (12.47)$$

Définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, le **rendement exergetique de l'installation** peut être donné, conformément à la définition générale (10.165), par les relations:

$$\eta = \frac{\dot{M}_E(k_{E2} - k_{E1})}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{E}_{qF}^+ + \dot{E}_{qA}^+} \quad (12.48)$$

$$\eta = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_G^+ + \dot{E}_{qF}^+ + \dot{E}_{qA}^+} \quad (12.49)$$

Pertes exergetiques

La *perte exergetique globale* \dot{L} est la somme d'un grand nombre de *pertes exergetiques*, suivant la relation:

dans laquelle figurent les *pertes exergetiques principales* suivantes :

- \dot{L}_{ch} réaction chimique
- \dot{L}_{rf} , \dot{L}_{ra} et \dot{L}_{rg} dissipation dans les moteurs et les paliers
- \dot{L}_r et \dot{L}_{rE} dissipation dans le réseau de combustion et le réseau d'eau principal
- \dot{L}_{tF} et \dot{L}_{tA} transferts-chaleur \dot{Q}_F^+ et \dot{Q}_A^+
- \dot{L}_{tE}^c transfert-chaleur \dot{Q}_E^-
- \dot{L}_{ta}^G , \dot{L}_{ta}^D et \dot{L}_{ta} transferts-chaleurs \dot{Q}_G^- , \dot{Q}_{ad}^- et \dot{Q}_{ac}^-
- \dot{L}_d diffusion du panache dans l'atmosphère

Les pertes exergetiques les plus grandes sont, par ordre décroissant: \dot{L}_{ch} , \dot{L}_{tE}^c et \dot{L}_{ta}^G .

12.2.4 Efficacité de la chaudière (frontière F_H)

Conventions

Considérons le système contenu à l'intérieur de la **frontière** F_H (fig. 12.3), qui enveloppe la chaudière, non compris les auxiliaires.

Bilan énergétique

La relation (1.53) donne le *bilan énergétique* :

$$\dot{Y}_E^- = \varepsilon_g \dot{E}_G^+ + \dot{Y}_{combH}^+ - \dot{Q}_G^- - \dot{Q}_{ad}^- - \dot{Q}_{ac}^- - \dot{Q}_{ae}^- \quad (12.51)$$

Le terme \dot{Y}_{combH}^+ est la *puissance-transformation du réseau de combustion de la chaudière* qui, selon (12.6), est donné par la relation :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{combH}^+ &= \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} \\ &= \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + c_F (T_{F1} - T^0) + v_F \hat{P}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \bar{c}_{pA} (T_{A1} - T^0) \end{aligned} \quad (12.52)$$

dans laquelle nous avons, à la frontière F_H :

- \hat{h}_{F1} et \hat{P}_{F1} surenthalpie et surpression du combustible F
- \dot{M}_A et \hat{h}_{A1} débit-masse et surenthalpie de l'air A

En tenant compte de (12.28) et (12.52), nous obtenons le bilan (12.51) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{M}_E (h_{E2} - h_{E1}) &= \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+ \\ &\quad - (\dot{Q}_G^- + \dot{Q}_{ad}^- + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^-) \end{aligned} \quad (12.53)$$

Définitions

Grâce à l'artifice ci-dessus, l'*efficacité de la chaudière* peut être donnée, selon (10.14), par les relations :

$$\varepsilon_H = \frac{\dot{M}_E(h_{E2} - h_{E1})}{\dot{M}_F(\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond}q_{vap}^0 + \dot{M}_A\hat{h}_{A1} + \varepsilon_g\dot{E}_G^+} \quad (12.54)$$

$$\varepsilon_H = 1 - \frac{\dot{Q}_G^- + \dot{Q}_{ad}^- + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^-}{\dot{M}_F(\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond}q_{vap}^0 + \dot{M}_A\hat{h}_{A1} + \varepsilon_g\dot{E}_G^+} \quad (12.55)$$

$$\varepsilon_H = 1 - (\varphi_{GH} + \varphi_{acH} + \varphi_{aeH}) \quad (12.56)$$

où les φ_H sont les *pertes énergétiques, en valeurs relatives*.

Pertes énergétiques

La perte la plus grande est toujours la perte cheminée \dot{Q}_G^- .

Comparaison

Afin de comparer les efficacités ε et ε_H , déterminons les bilans énergétiques des systèmes partiels constitués par les auxiliaires. Nous obtenons les relations :

$$\begin{aligned} \dot{M}_F\hat{h}_{F1} &= \dot{E}_F^+ + \dot{Q}_F^+ - \dot{Q}_{af}^- \\ \dot{M}_A\hat{h}_{A1} &= \dot{E}_A^+ + \dot{Q}_A^+ - \dot{Q}_{aa}^- \\ \varepsilon_g\dot{E}_G^+ &= \dot{E}_G^+ - \dot{Q}_{ag}^- \end{aligned} \quad (12.57)$$

En tenant compte de ces relations, nous constatons que si les numérateurs de ε et ε_H sont identiques, le dénominateur de ε_H est en revanche inférieur à celui de ε , exactement de la somme des pertes ($\dot{Q}_{af}^- + \dot{Q}_{aa}^- + \dot{Q}_{ag}^-$). Il en résulte que l'*efficacité ε_H de la chaudière est plus élevée que l'efficacité ε de l'installation*.

12.2.5 Rendement exergetique de la chaudière (frontière F_H)

Conventions

Nous adoptons les mêmes conventions que celles énoncées au paragraphe 12.2.4.

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne le *bilan exergetique* :

$$\dot{E}_{yE}^- = \varepsilon_g\dot{E}_G^+ + \dot{E}_{ycombH}^+ - \dot{L}_H \quad (12.58)$$

Le terme \dot{E}_{ycombH}^+ est l'*exergie-transformation du réseau de combustion* qui, selon (12.16), est donné par la relation:

$$\dot{E}_{ycombH}^+ = \dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} \quad (12.59)$$

dans laquelle \hat{k}_{F1} et \hat{k}_{A1} sont respectivement les surcoenthalpies du combustible F et de l'air A , à la frontière F_H .

En tenant compte de (12.43) et (12.59), nous obtenons le bilan (12.58) sous la forme:

$$\dot{M}_E(k_{E2} - k_{E1}) = \dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+ - \dot{L}_H \quad (12.60)$$

Définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, le **rendement exergetique de la chaudière** est, conformément à la définition générale (10.165):

$$\eta_H = \frac{\dot{M}_E(k_{E2} - k_{E1})}{\dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.61)$$

$$\eta_H = 1 - \frac{\dot{L}_H}{\dot{M}_F(\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.62)$$

Pertes exergetiques

Les pertes exergetiques les plus grandes sont toujours \dot{L}_{ch} , \dot{L}_{tE} et \dot{L}_{ta}^G .

Comparaison

Afin de comparer les rendements η et η_H , déterminons les *bilans exergetiques des systèmes partiels constitués par les auxiliaires*. Nous obtenons les relations:

$$\begin{aligned} \dot{M}_F \hat{k}_{F1} &= \dot{E}_F^+ + \dot{E}_{qF}^+ - (\dot{L}_{tF}^+ + \dot{L}_{rF}^+) \\ \dot{M}_A \hat{k}_{A1} &= \dot{E}_A^+ + \dot{E}_{qA}^+ - (\dot{L}_{tA}^+ + \dot{L}_{rA}^+) \\ \varepsilon_g \dot{E}_G^+ &= \dot{E}_G^+ - \dot{L}_{rg} \end{aligned} \quad (12.63)$$

où \dot{L}_{rF} et \dot{L}_{rA} sont les *pertes exergetiques dues à la dissipation dans les circuits du combustible F et de l'air A* .

En tenant compte de ces relations, nous constatons que si les numérateurs de η et η_H sont identiques, le dénominateur de η_H est en revanche inférieur à celui de η . Il en résulte que le **rendement η_H de la chaudière est plus élevé que le rendement η de l'installation**.

12.2.6 Efficacité de la combustion (frontière F_V)

Conventions

Considérons le système contenu à l'intérieur de la *frontière* F_V (fig. 12.3) qui enveloppe le réseau de combustion. Précisons que cette frontière est située à la limite de l'écoulement des gaz de combustion G , de façon à mettre en évidence le refroidissement de ces derniers depuis la température maximale $T_{c\max}$ jusqu'à la température T_G .

Bilan énergétique

La relation (1.53) donne un *bilan énergétique* analogue au bilan de la chaudière. La différence réside dans le fait que les prestations du système sont la puissance-chaleur \dot{Q}_E^- et la surenthalpie \dot{H}_G . Il est intéressant de faire apparaître le pouvoir énergétique des imbrûlés I comme une perte. Nous avons donc le bilan :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G = & \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+ \\ & - (\dot{Q}_T^- + \dot{Q}_M^- + \dot{Q}_{Cendres_r}^- + \dot{Q}_{Cendres_{nr}}^- + \sum (\dot{M}_I \Delta h_{il}^0) + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^-) \end{aligned} \quad (12.64)$$

Définition

L'*efficacité de la combustion* peut être donnée, selon (10.14), par les relations :

$$\varepsilon'_{iv} = \frac{\dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G}{\dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.65)$$

$$\varepsilon'_{iv} = 1 - \frac{\dot{Q}_T^- + \dot{Q}_M^- + \dot{Q}_{Cendres_r}^- + \dot{Q}_{Cendres_{nr}}^- + \sum (\dot{M}_I \Delta h_{il}^0) + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^-}{\dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.66)$$

$$\varepsilon'_{iv} = 1 - (\varphi'_{TV} + \varphi'_{MV} + \varphi'_{Cerv} + \varphi'_{Cenrv} + \varphi'_{IV} + \varphi'_{acv} + \varphi'_{aev}) \quad (12.67)$$

où les φ'_v sont les *pertes énergétiques, en valeurs relatives*.

Pour calculer la température maximale $T_{c\max}$ des gaz de combustion G , nous admettons que la combustion réelle est terminée avant le début du transfert-chaleur \dot{Q}_E^- et que le point de rosée des gaz est inférieur à la température standard. Nous obtenons alors, selon (11.83), le bilan :

$$\begin{aligned} \dot{M}_{GpG} (T_{c\max} - T^0) = & \dot{M}_F (\Delta h_i^0 + \hat{h}_{F1}) - \sum (\dot{M}_I \Delta h_{il}^0) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \\ & + \dot{M}_A \hat{h}_{A1} - (\dot{Q}_T^- + \dot{Q}_M^- + \dot{Q}_{ac}^- + \dot{Q}_{ae}^-) \end{aligned} \quad (12.68)$$

La puissance $\varepsilon_g \dot{E}_G^+$ reçue du ventilateur de tirage n'est pas très élevée, et les pertes \dot{Q}_{ac}^- et \dot{Q}_{ae}^- sont relativement faibles. Dans ces conditions, la comparaison de (12.64) et (12.68) donne la relation approchée :

$$\dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G \equiv \dot{M}_G \bar{c}_{pG} (T_{c \max} - T_a) \quad (12.69)$$

qui montre que la somme $(\dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G)$ correspond à peu près au refroidissement des gaz de combustion G de $T_{c \max}$ à T_a .

Pertes énergétiques

Remarquons que la perte énergétique la plus grande est la perte cheminée \dot{Q}_G^- qui n'intervient plus, de sorte que la valeur de l'efficacité ε'_V n'est pas très éloignée de 100 %.

12.2.7 Rendement exergetique de la combustion (frontière F_V)

Conventions

Nous adoptons les mêmes conventions que celles énoncées aux paragraphes 11.6.1 et 12.2.6.

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne un *bilan exergetique* analogue au bilan (12.60) de la chaudière. La différence réside dans le fait que les prestations du système sont l'exergie-chaleur \dot{E}_{qE}^- calculée à la température des gaz de combustion, qui varie de $T_{c \max}$ à T_G et la surcoenthalpie $(\dot{M}_G \hat{k}_G)$. Nous avons donc le bilan :

$$\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G = \dot{M}_F (\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+ - \left(\sum (\dot{M}_I \Delta k_I^0) + \dot{L}_V \right) \quad (12.70)$$

Définition

Le *rendement exergetique de la combustion* est, conformément à la définition générale (10.165) :

$$\eta'_V = \frac{\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G}{\dot{M}_F (\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.71)$$

$$\eta'_V = 1 - \frac{\sum (\dot{M}_I \Delta k_I^0) + \dot{L}_V}{\dot{M}_F (\Delta k^0 + \hat{k}_{F1}) + \dot{M}_A \hat{k}_{A1} + \varepsilon_g \dot{E}_G^+} \quad (12.72)$$

La somme $(\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G)$ correspond au refroidissement des gaz de combustion G de $T_{c \max}$ à T_a et à leur diffusion dans l'atmosphère. En négligeant cette dernière, nous avons, selon (10.90) :

$$\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G \equiv \dot{M}_G \int_{T_{c \max}}^{T_a} \left(1 - \frac{T_a}{T_c} \right) \delta q_c^- \quad (12.73)$$

Mais nous avons, selon (2.60) et (4.57) :

$$\delta q_c^- = -dh_c = -\bar{c}_{pG}dT_c \quad (12.74)$$

de sorte que l'intégrale (12.73) donne :

$$\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G \equiv \dot{M}_G \bar{c}_{pG} \left(T_{c \max} - T_a - T_a \ln \frac{T_{c \max}}{T_a} \right) \quad (12.75)$$

Comme les valeurs de Δk^0 et Δh_i^0 , sont du même ordre de grandeur, le dénominateur de (12.71) est voisin de celui de (12.65) et, comme la valeur de ε'_V est proche de 1, il est également voisin de la somme $(\dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G)$. Selon (12.69) et (12.75), nous avons donc, en première approximation, la relation :

$$\eta'_V \equiv \frac{\dot{E}_{qE}^- + \dot{M}_G \hat{k}_G}{\dot{Q}_E^- + \dot{M}_G \hat{h}_G} \equiv 1 - \frac{T_a}{T_{c \max} - T_a} \ln \frac{T_{c \max}}{T_a} \quad (12.76)$$

La relation ci-dessus est intéressante, car elle permet de déterminer très rapidement l'ordre de grandeur du rendement exergetique de la combustion η'_V . Pour cela, il faut au préalable évaluer la température maximale des gaz de combustion $T_{c \max}$, notamment à l'aide de la relation (12.67).

Le rendement η'_V indique dans quelle mesure la potentialité énergétique contenue dans le combustible F est réduite, à cause de l'irréversibilité importante et inéluctable liée au phénomène de la combustion.

Pour des températures $\hat{T}_{c \max} = 2100^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$, la relation (12.76) donne $\eta'_V \equiv 72\%$.

Pertes exergetiques

Remarquons que, parmi les pertes exergetiques les plus grandes, les pertes \dot{L}_{te}^c et \dot{L}_{ta}^G n'interviennent plus, et que la seule qui reste est \dot{L}_{ch} , due à l'irréversibilité liée à la réaction chimique.

12.2.8 Remarques

Les ordres de grandeur des efficacités et des rendements exergetiques sont très différents. Par exemple, pour une grande chaudière industrielle de centrale à vapeur, nous pouvons avoir les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll} \varepsilon = 93.6\% & \varepsilon_H = 93.7\% & \varepsilon'_V = 99.8\% \\ \eta = 53.3\% & \eta_H = 53.7\% & \eta'_V = 73.7\% \end{array} \quad (12.77)$$

Ces valeurs expriment le fait que, contrairement aux efficacités ε et ε_H , les rendements η et η_H tiennent compte notamment des irréversibilités liées à la réaction chimique et aux transferts-chaaleur \dot{Q}_G^- , et que, contrairement à l'efficacité ε'_V , le rendement η'_V tient compte notamment de l'irréversibilité liée à la combustion. Il

est donc clair que seuls les rendements exergetiques expriment la qualité thermodynamique des processus considérés.

Pour améliorer les *performances d'une chaudière*, il faut évidemment diminuer les pertes.

D'une part, il faut diminuer les débits-masse des imbrûlés en soignant la combustion. On obtient les conditions optimales en choisissant la géométrie de la chambre de combustion, en créant un mouvement tourbillonnaire (chauffe tangentielle), en réglant les paramètres de chauffe (hauteur de la couche de charbon, vitesse de la grille et répartition de l'air de soufflage), en préchauffant le combustible F et l'air A , et en optimisant le facteur d'air λ .

D'autre part, il faut abaisser autant que possible la température T_G de sortie des gaz de combustion G . Malheureusement, on est limité par le danger de corrosion provenant conjointement de la présence de soufre dans le combustible F et de la condensation de la vapeur d'eau contenue dans les gaz de combustion G . Ce danger est dû à la formation éventuelle d'acide sulfurique H_2SO_4 . A moins d'investir dans des matériaux résistants à la corrosion, il convient donc impérativement d'éviter la condensation de l'eau dans les conduites de sortie de la chaudière, c'est-à-dire de ne pas abaisser la température T_G au-dessous d'une valeur limite appelée température du point de rosée.

Enfin, il faut réduire autant que possible le transfert-chaaleur \dot{Q}_{ac}^- . On atteint ce but en soignant l'isolation de la chaudière et en tapissant les parois intérieures de la chambre de combustion avec des tubes vaporiseurs (effet d'écran thermique). Il est aussi possible de récupérer une partie de \dot{Q}_{ac}^- en aspirant l'air A à l'intérieur de la centrale.

12.3 MOTEUR À COMBUSTION INTERNE

12.3.1 Généralités

La figure 12.4 représente schématiquement un *moteur à combustion interne*. Nous avons choisi le cas d'un *moteur Diesel*, c'est-à-dire d'un moteur dans lequel le combustible, injecté à l'aide d'une pompe, s'enflamme spontanément dans la chambre de combustion, la température d'inflammation étant obtenue par un taux de compression suffisamment élevé. Il s'agit d'un système ouvert, donnant la puissance-travail \dot{E}^- à l'accouplement, la puissance-chaaleur \dot{Q}_{ac}^- à l'atmosphère, et recevant et donnant des puissances-transformation.

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles qui ont été indiquées au début du paragraphe 11.5.1. De plus, nous admettons que:

- les conditions standard P^0 et T^0 coïncident avec l'état de l'atmosphère, caractérisé par P_a et T_a
- le régime est permanent.

Remarquons qu'en fait *le régime est périodique*. Mais il suffit de considérer un nombre élevé de cycles, c'est-à-dire un temps suffisant, pour pouvoir raisonner avec des valeurs moyennes, calculées comme si le régime était permanent.

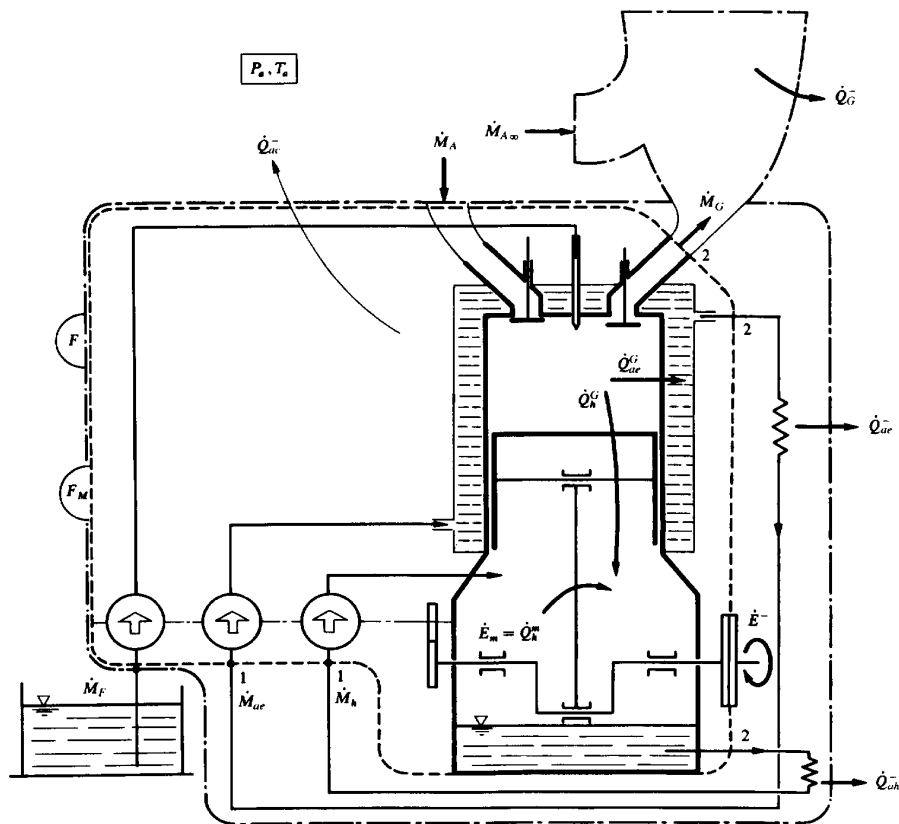


Fig. 12.4 Schéma d'un moteur Diesel; -.- frontière F de l'installation, --- frontière F_M du moteur.

12.3.2 Efficacité de l'installation (frontière F)

Conventions

Considérons le système contenu à l'intérieur de la **frontière** F (fig. 12.4), qui enveloppe le moteur, y compris ses auxiliaires (pompes, réseau de préparation du combustible, réseau de refroidissement, réseau d'huile, chaîne cinématique de transmission d'énergie).

Afin de faire apparaître comme pertes toutes les potentialités contenues dans les gaz de combustion G (imbrûlés, surenthalpies et gaz non dilués), nous repoussons la frontière suffisamment haut. Cela donne lieu exactement aux mêmes considérations que celles qui ont été faites au paragraphe 12.2.2 pour la chaudière.

De même, afin de faire apparaître les pertes dues au refroidissement du moteur, nous admettons que les radiateurs d'eau et d'huile sont à l'intérieur de la frontière F .

Bilan énergétique

La relation (1.53) donne le *bilan énergétique*:

$$\dot{E}^- = \dot{Y}_{comb}^+ - \dot{Q}_G^- - \dot{Q}_{ae}^- - \dot{Q}_{ah}^- - \dot{Q}_{ac}^- \quad (12.78)$$

Le terme \dot{Y}_{comb}^+ est la *puissance-transformation du réseau de combustion de l'installation*. En raisonnant comme pour la chaudière (§ 12.2.2), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{comb}^+ &= \dot{M}_F \Delta h_i^0 + \hat{Y}_i^+ = \dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 + (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) \\ &= \dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \end{aligned} \quad (12.79)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{M}_F débit-masse du combustible F
- Δh_i^0 pouvoir énergétique inférieur du combustible F

En tenant compte de (12.79), nous obtenons le bilan (12.78) sous la forme:

$$\dot{E}^- = \dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 - \dot{Q}_G^- - \dot{Q}_{ae}^- - \dot{Q}_{ah}^- - \dot{Q}_{ac}^- \quad (12.80)$$

Définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, l'*efficacité de l'installation* est donnée, selon (10.14), par les relations:

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}^-}{\dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} = 1 - \frac{\dot{Q}_G^- - \dot{Q}_{ae}^- - \dot{Q}_{ah}^- - \dot{Q}_{ac}^-}{\dot{M}_F \Delta h_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} \quad (12.81)$$

$$\varepsilon = 1 - (\varphi_G + \varphi_{ae} + \varphi_{ah} + \varphi_{ac}) \quad (12.82)$$

où les φ sont les *pertes énergétiques, en valeurs relatives*.

Pertes énergétiques

La perte \dot{Q}_G^- , due aux gaz de combustion G , est calculée, comme au paragraphe 12.2.2 pour la chaudière, par la relation:

$$\dot{Q}_G^- = \sum [\dot{M}_I \Delta h_{il}^0] + \dot{M}_G \hat{h}_{G2} \quad (12.83)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{M}_G et \dot{M}_I débits-masse des gaz de combustion G et d'un imbrûlé I (notamment CO)
- \hat{h}_{G2} surenthalpie des gaz de combustion G dans la section de sortie de la tubulure d'échappement
- Δh_{il}^0 pouvoir énergétique inférieur de l'imbrûlé I

Les pertes \dot{Q}_{ae}^- et \dot{Q}_{ah}^- sont dues respectivement au refroidissement de l'eau et de l'huile des réseaux de refroidissement et de lubrification du moteur.

La perte \dot{Q}_{ac}^- est due à la déperdition d'énergie-chaleur par conduction, convection et rayonnement, vers l'atmosphère.

12.3.3 Rendement exergetique de l'installation (frontière F)

Conventions

Nous adoptons les mêmes conventions que celles énoncées aux paragraphes 11.6.1 et 12.3.2.

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne le *bilan exergetique*:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{ycomb}^+ - \dot{L} \quad (12.84)$$

Le terme \dot{E}_y^+ est l'*exergie-transformation du réseau de combustion de l'installation*. En raisonnant comme pour la chaudière (§ 12.2.3), nous obtenons:

$$\dot{E}_{ycomb}^+ = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 + \hat{E}_y^+ = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 + (\dot{M}_F \hat{k}_F + \dot{M}_A \hat{k}_A - \dot{M}_G \hat{k}_G) = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 \quad (12.85)$$

où $\underline{\Delta k}^0$ est le pouvoir exergetique du combustible F .

En tenant compte de (12.85), nous obtenons le bilan (12.84) sous la forme:

$$\dot{E}^- = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \dot{L} \quad (12.86)$$

Définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, le **rendement exergetique de l'installation** est, conformément à la définition générale (10.165):

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0} \quad (12.87)$$

Pertes exergetiques

La *perte exergetique globale* \dot{L} est la somme d'une grande quantité de pertes exergetiques, suivant la relation:

$$\dot{L} = \dot{L}_{ch} + \dot{L}_{rm} + \dot{L}_r + \dot{L}_{re} + \dot{L}_{rh} + \dot{L}_{te}^G + \dot{L}_{th}^G + \dot{L}_{th}^m + \dot{L}_{IG} + \dot{L}_{te} + \dot{L}_{th} + \dot{L}_{ta} + \dot{L}_d + \dots \quad (12.88)$$

dans laquelle figurent les *pertes exergetiques principales* suivantes:

- \dot{L}_{ch} réaction chimique
- \dot{L}_{rm} dissipation dans la chaîne cinématique de transmission d'énergie

- $\dot{L}_r, \dot{L}_{re}, \dot{L}_{rh}$ dissipation dans le réseau de combustion, ainsi que dans les réseaux d'eau et d'huile
- $\dot{L}_{te}^G, \dot{L}_{th}^G, \dot{L}_{th}^m$ transferts-chaleur $\dot{Q}_e^G, \dot{Q}_h^G, \dot{Q}_h^m$
- $\dot{L}_{tG}, \dot{L}_{te}, \dot{L}_{th}, \dot{L}_{ta}$ transferts-chaleur à l'atmosphère $\dot{Q}_G^-, \dot{Q}_{ae}^-, \dot{Q}_{ah}^-, \dot{Q}_{ac}^-$
- \dot{L}_d diffusion du panache dans l'atmosphère

12.3.4 Efficacité du moteur (frontière F_M)

Conventions

Considérons le système contenu à l'intérieur de la **frontière** F_M (fig. 12.4), qui enveloppe le moteur, non compris ses auxiliaires. Dans ce cas, les potentialités contenues dans les gaz de combustion, l'eau de réfrigération et l'huile apparaissent comme des prestations du système. En effet, ces potentialités sont susceptibles d'être utilisées dans des installations de cogénération fournissant non seulement de l'énergie mécanique ou électrique, mais aussi de l'énergie thermique destinée au chauffage des bâtiments.

Bilan énergétique

La relation (1.53) donne le **bilan énergétique** :

$$\dot{E}^- + \dot{Y}_e^- + \dot{Y}_h^- = \dot{Y}_{combM}^+ - \dot{Q}_{ac}^- \quad (12.89)$$

Le terme \dot{Y}_{combM}^+ est la *puissance-transformation du réseau de combustion du moteur*. En raisonnant comme pour la chaudière (§ 12.2.4), nous obtenons la relation:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{combM}^+ &= (\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_I \Delta h_{il}^0) + \hat{Y}_M^+ \\ &= (\dot{M}_F \Delta h_i^0 - \dot{M}_I \Delta h_{il}^0) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 - \dot{M}_G \hat{h}_{G2} \end{aligned} \quad (12.90)$$

dans laquelle nous avons :

- \dot{M}_G, \hat{h}_{G2} débit-masse et surenthalpie des gaz de combustion G , à la frontière F_M

Les termes \dot{Y}_e^- et \dot{Y}_h^- sont respectivement les puissances-transformation de l'eau de refroidissement et de l'huile, données par les relations :

$$\begin{aligned} \dot{Y}_e^- &= \dot{Q}_e^- = \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) \\ \dot{Y}_h^- &= \dot{Q}_h^- = \dot{M}_h (h_{h2} - h_{h1}) \end{aligned} \quad (12.91)$$

dans lesquelles nous avons :

- \dot{M}_e et \dot{M}_h débits-masse de l'eau et de l'huile
- h_{e1}, h_{e2} et h_{h1}, h_{h2} enthalpies massiques de l'eau et de l'huile, à l'entrée et à la sortie des circuits

En tenant compte de (12.90) et (12.91), nous obtenons le bilan (12.89) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{h}_{G2} + \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) + \dot{M}_h (h_{h2} - h_{h1}) \\ = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_I \underline{\Delta h}_{il}^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 - \dot{Q}_{ac}^- \end{aligned} \quad (12.92)$$

Première définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, l'*efficacité du moteur* est donnée, selon (10.14), par la relation :

$$\varepsilon_{iM} = \frac{\dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{h}_{G2} + \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) + \dot{M}_h (h_{h2} - h_{h1})}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_I \underline{\Delta h}_{il}^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} \quad (12.93)$$

$$\varepsilon_{iM} = 1 - \frac{\dot{Q}_{ac}^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_I \underline{\Delta h}_{il}^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} = 1 - \varphi_{acM} \quad (12.94)$$

où φ_{acM} est la *perte énergétique due à la déperdition* \dot{Q}_{ac}^- , en valeur relative.

Deuxième définition

Il est intéressant de faire apparaître le pouvoir énergétique des imbrûlés I comme une perte en écrivant le bilan (12.92) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{h}_{G2} + \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) + \dot{M}_h (h_{h2} - h_{h1}) \\ = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 - (\sum [\dot{M}_I \underline{\Delta h}_{il}^0] + \dot{Q}_{ac}^-) \end{aligned} \quad (12.95)$$

L'*efficacité du moteur* est alors donnée par les relations :

$$\varepsilon'_{iM} = \frac{\dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{h}_{G2} + \dot{M}_e (h_{e2} - h_{e1}) + \dot{M}_h (h_{h2} - h_{h1})}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} \quad (12.96)$$

$$\varepsilon'_{iM} = 1 - \frac{\sum [\dot{M}_I \underline{\Delta h}_{il}^0] + \dot{Q}_{ac}^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0} = 1 - (\varphi'_{iM} \varphi'_{acM}) \quad (12.97)$$

où φ'_{iM} et φ'_{acM} sont respectivement les *pertes énergétiques dues aux imbrûlés I et à la déperdition* \dot{Q}_{ac}^- , en valeurs relatives.

Comparaison

Il est clair que les *efficacités* ε_M et ε'_M du moteur sont plus élevées que l'*efficacité* ε de l'installation.

12.3.5 Rendement exergetique du moteur (frontière F_M)

Conventions

Nous adoptons les mêmes conventions que celles énoncées aux paragraphes 11.6.1 et 12.3.4.

Bilan exergetique

La relation (10.43) donne le *bilan exergetique*:

$$\dot{E}^- + \dot{E}_{ye}^- + \dot{E}_{yh}^- = \dot{E}_{ycombM}^+ - \dot{I}_M \quad (12.98)$$

Le terme \dot{E}_{ycombM}^+ est l'*exergie-transformation du réseau de combustion du moteur*. En raisonnant comme pour la chaudière (§ 12.2.5), nous obtenons:

$$\dot{E}_{ycombM}^+ = (\dot{M}_F \Delta k^0 - \dot{M}_I \Delta k_I^0) + \hat{E}_{yM}^+ = (\dot{M}_F \Delta k^0 - \dot{M}_I \Delta k_I^0) - \dot{M}_G \hat{k}_{G2} \quad (12.99)$$

Les termes \dot{E}_{ye}^- et \dot{E}_{yh}^- sont respectivement les exergies-transformation de l'eau de refroidissement et de l'huile, données par les relations:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ye}^- &= \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) \\ \dot{E}_{yh}^- &= \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1}) \end{aligned} \quad (12.100)$$

où k_{e1} , k_{e2} et k_{h1} , k_{h2} sont respectivement les coenthalpies massiques de l'eau et de l'huile, à l'entrée et à la sortie des circuits.

En tenant compte de (12.99) et (12.100), nous obtenons le bilan (12.98) sous la forme:

$$\dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{k}_{G2} + \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) + \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1}) = \dot{M}_F \Delta k^0 - \dot{M}_I \Delta k_I^0 - \dot{I}_M \quad (12.101)$$

Première définition

Grâce à l'artifice ci-dessus, le **rendement exergetique du moteur** est donné, conformément à la définition générale (10.165), par la relation:

$$\eta_M = \frac{\dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{k}_{G2} + \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) + \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1})}{\dot{M}_F \Delta k^0 - \dot{M}_I \Delta k_I^0} \quad (12.102)$$

$$\eta_M = 1 - \frac{\dot{I}_M}{\dot{M}_F \Delta k^0 - \dot{M}_I \Delta k_I^0} \quad (12.103)$$

Il est possible de comparer les rendements η et η_M en tenant compte des relations:

$$\left. \begin{aligned} \dot{M}_G k_{G2} &= \dot{I}_{rG} + \dot{I}_{tG} + \dot{I}_d \\ \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) &= \dot{I}_{reM} + \dot{I}_{te} \\ \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1}) &= \dot{I}_{rhM} + \dot{I}_{th} \end{aligned} \right\} \quad (12.104)$$

où \dot{I}_{rG} , \dot{I}_{reM} et \dot{I}_{rhM} sont respectivement les pertes exergetiques dues à la dissipation dans le panache et dans les portions des circuits d'eau et d'huile extérieures à la frontière F_M .

Deuxième définition

Il est intéressant de faire apparaître le pouvoir exergétique des imbrûlés I comme une perte en écrivant le bilan (12.101) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{k}_{G2} + \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) + \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1}) \\ = \dot{M}_F \underline{\Delta k}^0 - \left(\sum \left[\dot{M}_I \underline{\Delta k}_I^0 \right] + \dot{L}_M \right) \end{aligned} \quad (12.105)$$

Le **rendement exergétique du moteur** est alors :

$$\eta'_M = \frac{\dot{E}^- + \dot{M}_G \hat{k}_{G2} + \dot{M}_e (k_{e2} - k_{e1}) + \dot{M}_h (k_{h2} - k_{h1})}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0} \quad (12.106)$$

$$\eta'_M = 1 - \frac{\dot{L}_M}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0} \quad (12.107)$$

Comparaison

Il est clair que *les rendements η_M et η'_M du moteur sont plus élevés que le rendement η de l'installation.*

12.3.6 Remarques

Les **ordres de grandeur des efficacités et des rendements exergétiques** sont très différents. Par exemple, pour un grand moteur Diesel industriel, nous pouvons avoir les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll} \varepsilon = 50\% & \varepsilon_M = 80\% & \varepsilon'_M = 79\% \\ \eta = 49\% & \eta_M = 58.8\% & \eta'_M = 58.1\% \end{array} \quad (12.108)$$

Ces valeurs correspondent au fait que, contrairement aux efficacités, les rendements exergétiques tiennent compte de la dégradation d'énergie due aux irréversibilités. Il est donc clair que seuls les rendements exergétiques expriment la qualité thermodynamique des processus considérés.

Pour améliorer les *performances d'un moteur à combustion interne*, il faut évidemment diminuer les pertes.

D'une part, il faut soigner la combustion. On obtient les conditions optimales en choisissant un grand nombre de paramètres qu'il n'est pas possible d'examiner dans le cadre du présent ouvrage. Rappelons seulement l'opportunité, mentionnée au paragraphe 11.9.2, de choisir la géométrie de la chambre de combustion (culasse et piston), afin d'obtenir une turbulence aussi élevée que possible.

D'autre part, il faut exploiter autant que possible les potentialités contenues dans les gaz de combustion, l'eau de réfrigération et l'huile. C'est le cas dans les

installations de cogénération fournissant non seulement de l'énergie mécanique ou électrique, mais aussi de l'énergie thermique destinée au chauffage. Une solution intéressante consiste à utiliser un moteur à combustion interne pour entraîner une pompe à chaleur de chauffage (thermopompe) (§ 14.3.1).

Cycles thermodynamiques

13.1 GÉNÉRALITÉS

13.1.1 Source thermique

On appelle **source thermique** un corps susceptible de donner ou de recevoir de l'énergie-chaleur à une température déterminée.

En pratique, une source thermique est réalisée soit par un corps (réservoir d'énergie interne (§1.5.3)) de dimensions suffisamment grandes pour que les transferts-chaleur n'affectent pas sa température (exemple: l'atmosphère, la mer), soit par un corps maintenu à température constante par un autre transfert-chaleur de signe contraire (exemples: tube de chaudière, de radiateur ou de réfrigérant).

Dans ce qui suit, la source constituée par l'**atmosphère** va jouer un rôle très important. En effet, la réalisation des installations thermiques est liée à l'impérieuse nécessité de fonctionner dans le milieu naturel constitué par l'atmosphère. Sur terre, il n'est pas possible d'échapper à cet impératif, car il y a toujours un endroit de l'installation, ou un instant, où celle-ci donne lieu à un transfert-chaleur avec l'atmosphère.

13.1.2 Machine thermique

Au cours d'une transformation thermodynamique d'un état 1 à un état 2, un système est susceptible de mettre en jeu des transferts-travail, des transferts-chaleur et des transferts de masse. On appelle **machines thermiques** les appareils dans lesquels ces différentes opérations peuvent être réalisées, de façon simultanée ou non, périodique ou non. Une série d'exemples de machines thermiques a été donnée dans la figure 1.1.

13.1.3 Cycle thermodynamique

Pour qu'une machine thermique travaille de façon ininterrompue, il faut adjoindre à la transformation thermodynamique 1-2 la transformation inverse 2-1.

Le chemin parcouru dans la transformation 2-1 ne peut être exactement l'inverse du chemin 1-2 que si toutes les opérations sont réversibles. Il s'agit d'un cas limite qui, d'ailleurs, ne présenterait aucun intérêt pratique. En général, le

chemin 2-1 n'est pas exactement l'inverse du chemin 1-2. Nous avons vu à la section 1.4 que, dans ce cas, l'intégrale curviligne d'une forme différentielle le long du contour fermé 1-2-1 est en général non nulle. En particulier, nous avons, pour l'énergie-travail et l'énergie-chaleur :

$$\left. \begin{aligned} \oint \delta a^+ &= a^+ \neq 0 \\ \oint \delta e^+ &= e^+ \neq 0 \\ \oint \delta q^+ &= q^+ \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

C'est grâce à cette propriété remarquable qu'il est possible de transférer de l'énergie-travail et de l'énergie-chaleur de façon ininterrompue à l'aide d'un système qui repasse indéfiniment par les mêmes états. Cette possibilité de mettre en jeu du travail et de la chaleur afin de servir nos intentions est liée au fait mathématique que a^+ , e^+ et q^+ sont non pas des fonctions d'état, mais des **grandeurs de parcours**, et que δa^+ , δe^+ et δq^+ sont non pas des différentielles totales, mais des **formes différentielles**. On peut même dire que si δa^+ , δe^+ et δq^+ étaient des différentielles totales, les cycles thermodynamiques ne présenteraient aucun intérêt pour l'ingénieur, car leurs intégrales le long de n'importe quel contour fermé seraient nulles.

On appelle **cycle thermodynamique** la succession des états thermodynamiques par lesquels un système repasse indéfiniment, soit dans le temps (système *sans transvasement*) soit dans l'espace (système *avec transvasement*).

Un cycle thermodynamique peut en général être représenté dans un diagramme thermodynamique par une **courbe fermée**, ainsi que le montre la figure 13.1.

13.2 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES CYCLES

13.2.1 Relation entre travail et chaleur

Système fermé, sans transvasement

Il s'agit d'un système au sein duquel les fluides ne se déplacent pratiquement pas dans l'espace. L'état thermodynamique du système évolue dans le temps, d'une part suivant les transferts-travail opérés par déplacements de certaines parois solides, et d'autre part suivant les transferts-chaleur opérés par conduction à travers d'autres parois solides. Il est important de remarquer que ces transferts d'énergie peuvent être **simultanés** ou **successifs**. Un exemple simple de système fermé, sans transvasement, est donné par la figure 13.2.

Puisque tous les cycles qui se succèdent dans le temps sont identiques, il est évident que le régime de fonctionnement d'un système sans transvasement est forcément **périodique**.

Si nous partons d'un point quelconque du cycle, caractérisé par l'énergie interne totale U_{cz1} et que nous décrivons un cycle complet, l'énergie interne totale reprend exactement la valeur U_{cz1} .

Dans ces conditions, le Premier Principe donne, selon (1.46), la relation générale:

$$\sum_k [E_k^+] + E_a^+ + \sum_i [Q_i^+] + Q_a^+ = 0 \quad (13.2)$$

dans laquelle nous avons:

- E_k^+ énergie-travail reçue par le système au niveau d'une machine k
- E_a^+ énergie-travail reçue par le système au niveau de l'atmosphère
- Q_i^+ énergie-chaleur reçue d'une source thermique à température T_i
- Q_a^+ énergie-chaleur reçue de l'atmosphère

Système fermé, avec transvasement et en régime permanent

Il s'agit d'un système au sein duquel les fluides se déplacent dans l'espace. Ils circulent de manière ininterrompue et traversent successivement les divers éléments qui composent le système. L'état thermodynamique des fluides évolue dans l'espace, d'une part suivant les transferts-travail effectués dans les machines telles que turbines, compresseurs ou pompes, et d'autre part suivant les transferts-chaleur effectués dans les éléments tels que chaudières, réchauffeurs, condenseurs ou refroidisseurs. Il est important de remarquer que ces transferts-travail sont **simultanés**. Des exemples simples de systèmes fermés, avec transvasement et en régime permanent, sont donnés par les figures 13.4, 13.9 et 13.14.

Les propriétés d'un régime de fonctionnement **permanent** ont été décrites au chapitre 3. Rappelons que, si l'on suit une particule fluide déterminée, son état thermodynamique évolue simultanément dans l'espace et dans le temps, et les grandeurs qui le caractérisent sont appelées **grandeurs particulières**. En revanche, si l'on considère la succession des particules fluides qui passent par un point géographique déterminé, l'état thermodynamique attaché à ce point est indépendant du temps, et les grandeurs qui le caractérisent sont appelées **grandeurs locales**. Toutes les dérivées, par rapport au temps, des grandeurs locales, sont nulles. C'est le cas, en particulier, de la dérivée de l'énergie interne totale dU_{cz}/dt .

Dans ces conditions, le Premier Principe donne, selon (1.45), la relation générale:

$$\sum_k [\dot{E}_k^+] + \dot{E}_a^+ + \sum_i [\dot{Q}_i^+] + \dot{Q}_a^+ = 0 \quad (13.3)$$

dans laquelle nous avons:

- \dot{E}_k^+ puissance-travail reçue par le système au niveau d'une machine k
- \dot{E}_a^+ puissance-travail reçue par le système au niveau de l'atmosphère
- \dot{Q}_i^+ puissance-chaleur reçue d'une source thermique à température T_i
- \dot{Q}_a^+ puissance-chaleur reçue de l'atmosphère

13.2.2 Relation entre les différentes énergies

Système fermé, sans transvasement et monophasé

Un exemple simple d'un tel système est donné par la figure 13.2. Le cycle thermodynamique correspondant est représenté, d'une façon tout à fait générale, par les courbes fermées tracées dans les diagrammes P - v et T - s de la figure 13.1.

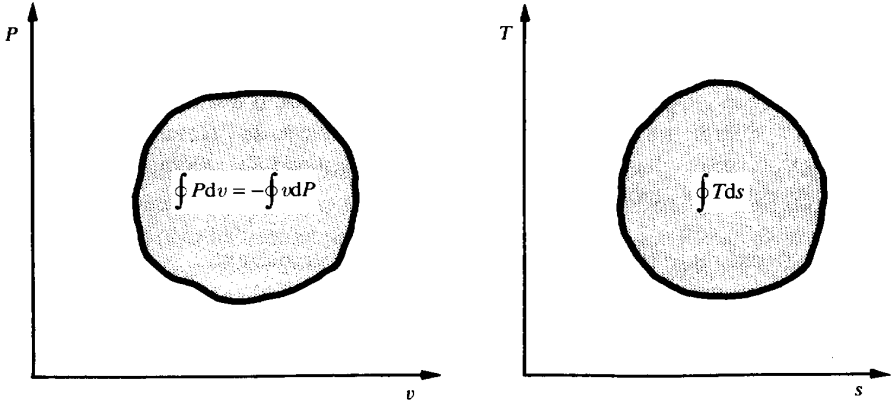


Fig. 13.1 Représentation d'un cycle thermodynamique dans les diagrammes P - v et T - s .

Les équations fondamentales (2.3) donnent, par intégration dans le temps, le long du cycle complet:

$$\oint \delta a^- + \oint d \frac{C^2}{2} + g \oint d \bar{Z} + \oint \delta r = \oint P dv = - \oint du + \oint \delta q^+ + \oint \delta r = - \oint du + \oint T ds \quad (13.4)$$

En tenant compte du fait que les intégrales curvilignes des différentielles totales le long d'un contour fermé sont nulles (sect. 1.4), nous obtenons les relations:

$$\begin{aligned} a^- + r &= q^+ + r = \oint P dv = \oint T ds \\ a^- &= q^+ = \oint P dv - r = \oint T ds - r \end{aligned} \quad (13.5)$$

Système fermé avec transvasement et en régime permanent, parcouru par un écoulement unidimensionnel

Des exemples simples de tels systèmes sont donnés par les figures 13.4, 13.9 et 13.14. Le cycle thermodynamique correspondant est encore représenté, d'une façon tout à fait générale, par les courbes fermées tracées dans les diagrammes P - v et T - s de la figure 13.1.

Si nous considérons un élément du circuit, par exemple celui qui est indiqué dans la figure 13.4, nous avons affaire, non plus à un système fermé, mais à un système ouvert. Les équations fondamentales (4.57) donnent alors, par intégration dans l'espace, le long du cycle complet :

$$\oint \delta e^- + \oint d \frac{C^2}{2} + g \oint dZ + \oint \delta r = - \oint v dP = - \oint dh + \oint \delta q^+ + \oint \delta r = - \oint dh + \oint T ds \quad (13.6)$$

Nous obtenons ainsi les relations *en énergie massique* :

$$\begin{aligned} e^- + r &= q^+ + r = - \oint v dP = \oint T ds \\ e^- &= q^+ = - \oint v dP - r = \oint T ds - r \end{aligned} \quad (13.7)$$

Propriété générale

Remarquons que les intégrales curvilignes :

- $\oint P dv$ énergie Pv , massique
- $-\oint v dP$ énergie vP , massique
- $\oint T ds$ énergie Ts , massique

sont égales et mesurées par les surfaces du cycle, c'est-à-dire par les surfaces intérieures aux courbes fermées tracées dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$ de la figure 13.1. Ces surfaces doivent être considérées algébriquement. Elles sont positives ou négatives suivant que le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique négatif ou positif.

Donc, tout cycle thermodynamique est caractérisé par la **propriété générale** suivant laquelle :

L'énergie-travail donnée et l'énergie-chaleur reçue, en valeurs massiques, sont égales à la surface du cycle dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$, diminuée de la dissipation r .

Remarque

Les relations (13.7) sont relatives à l'unité de masse décrivant une fois le circuit complet. En multipliant tous les termes de ces relations par le débit-masse \dot{M} du fluide en circulation, nous obtenons les relations *en puissance* :

$$\dot{E}^- = \dot{Q}^+ = - \dot{M} \oint v dP - \dot{R} = \dot{M} \oint T ds - \dot{R} \quad (13.8)$$

13.3 CYCLES MONOTHERMES

13.3.1 Définition

*On appelle **cycle monotherme** tout cycle thermodynamique relatif à un système tel que les transferts-chaleur mis en jeu ne le sont qu'avec une seule **source thermique**.*

13.3.2 Propriétés générales

Système fermé, sans transvasement

En vertu de (13.2), nous avons le bilan énergétique :

$$E^+ + Q^+ = 0 \quad (13.9)$$

où Q^+ est l'énergie-chaleur reçue d'une source thermique caractérisée par une température T_b . Le terme E_a^+ n'est pas considéré, car l'intégrale de dV sur un cycle complet est nulle.

Nous pouvons maintenant utiliser soit le bilan d'entropie, soit le bilan exergétique. Introduisons ici le premier. En vertu de (1.94) et par intégration dans le temps le long du cycle complet, nous obtenons le bilan d'entropie :

$$\oint dS = \oint \frac{\delta Q^+}{T_b} + \oint \delta S^i \quad (13.10)$$

dans lequel δS^i est la création d'entropie due aux irréversibilités internes, qui est toujours positive ou nulle selon le Deuxième Principe.

L'intégrale du premier membre étant nulle, nous avons la relation :

$$0 = \frac{Q^+}{T_b} + S^i \quad (13.11)$$

L'énergie-chaleur reçue est donc :

$$Q^+ = -T_b S^i \leq 0 \quad (13.12)$$

En éliminant Q^+ entre (13.9) et (13.12), nous obtenons finalement l'énergie-travail :

$$E^+ = T_b S^i \geq 0 \quad (13.13)$$

Système fermé, avec transvasement et en régime permanent

En vertu de (13.3), nous avons le bilan énergétique :

$$\dot{E}^+ + \dot{Q}^+ = 0 \quad (13.14)$$

où \dot{Q}^+ est la puissance-chaleur reçue d'une source thermique caractérisée par une température T_b quelconque.

Introduisons cette fois-ci la démarche exergetique.

En vertu de (10.43), nous avons le bilan exergetique:

$$\dot{E}^+ + \dot{E}_{qb}^+ = \dot{L} \quad (13.15)$$

Le terme \dot{E}_{qb}^+ est l'exergie-chaleur reçue de la source thermique. Elle est définie, selon (10.38), par la relation:

$$\dot{E}_{qb}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_b}\right) \dot{Q}^+ \quad (13.16)$$

Le terme \dot{E}^+ est la puissance-travail reçue par le système. Comme le régime de fonctionnement est permanent, le volume V du système est invariable, de sorte que la puissance-travail transférée avec l'atmosphère est nulle:

$$\dot{E}_a^+ = -\oint P_a dV = 0 \quad (13.17)$$

Le terme \dot{L} est la perte exergetique, en puissance.

Finalement, le bilan (13.15) donne, compte tenu de (10.114), (13.14) et (13.16), la relation:

$$\dot{E}^+ = \frac{T_b}{T_a} \dot{L} = T_b \dot{S}^i \geq 0 \quad (13.18)$$

Conclusion

Les relations (13.13) et (13.18) mettent en évidence ce qui suit.

- Il est **impossible** d'obtenir de l'énergie-travail (ou de la puissance-travail) à l'aide d'un système fermé, réalisant un **cycle monotherme**.
- Un tel système ne peut que recevoir de l'énergie-travail (ou de la puissance-travail) et donner de l'énergie-chaleur (ou de la puissance-chaleur) à la source thermique.
- Dans le cas limite où toutes les opérations seraient **réversibles**, l'énergie-travail et l'énergie-chaleur (ou la puissance-travail et la puissance-chaleur) mises en jeu seraient **nulles**.

13.3.3 Exemples

Système fermé, sans transvasement

Considérons le système faisant l'objet de la figure 13.2. Il s'agit d'une machine comprenant un cylindre fermé par un piston et contenant un gaz. A la partie inférieure du système, nous situons la frontière à la limite de la source thermique, de

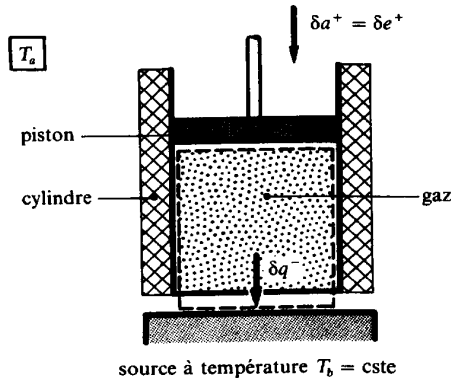


Fig. 13.2 Système fermé, sans transvasement, en contact avec une seule source thermique.

façon que l'énergie-chaleur mise en jeu avec la source le soit à la température constante T_b de cette source. Nous admettons aussi que la paroi inférieure du cylindre est relativement mince, de sorte que son énergie interne peut être négligée dans le calcul.

Le fluide décrit le cycle 1-2-3-1 représenté dans la figure 13.3. Rappelons que les opérations irréversibles 1-2 et 2-3 ont déjà été décrites dans le paragraphe 1.5.1.

Le tronçon 1-2 correspond à un déplacement rapide du piston dans le sens d'une réduction du volume, c'est-à-dire à une compression adiabate irréversible. Conformément aux équations fondamentales (2.3) et au Deuxième Principe, nous avons, en valeurs massiques, la relation :

$$ds = \frac{\delta r}{T} \geq 0 \quad (13.19)$$

qui montre que l'entropie s augmente de 1 à 2 à cause de la dissipation r . Au cours de cette compression, le système reçoit le travail $a_c^+ = e_c^+$ (cette égalité provient du fait qu'il n'y a pas de travail de transvasement).

Le tronçon 2-3 correspond à un déplacement rapide en sens inverse du précédent, c'est-à-dire à une détente adiabate irréversible. Un raisonnement analogue montre que l'entropie continue à augmenter de 2 à 3, toujours à cause de la dissipation. Au cours de cette détente, le système donne le travail $a_d^- = e_d^-$.

Le tronçon 3-1 correspond à un temps d'arrêt du piston, pendant lequel une énergie-chaleur q^- est transférée du fluide à la source thermique, en traversant la paroi inférieure du cylindre. Il s'agit d'un refroidissement isochore, tel que le fluide reprend l'état initial 1.

Conformément aux relations (13.5) et (10.33), nous obtenons, entre les grandeurs énergétiques du fluide et exergétiques du système, les relations suivantes :

$$e^+ = e_c^+ - e_d^- = q^- = r - \oint Pd v = r - \oint T d s \quad (13.20)$$

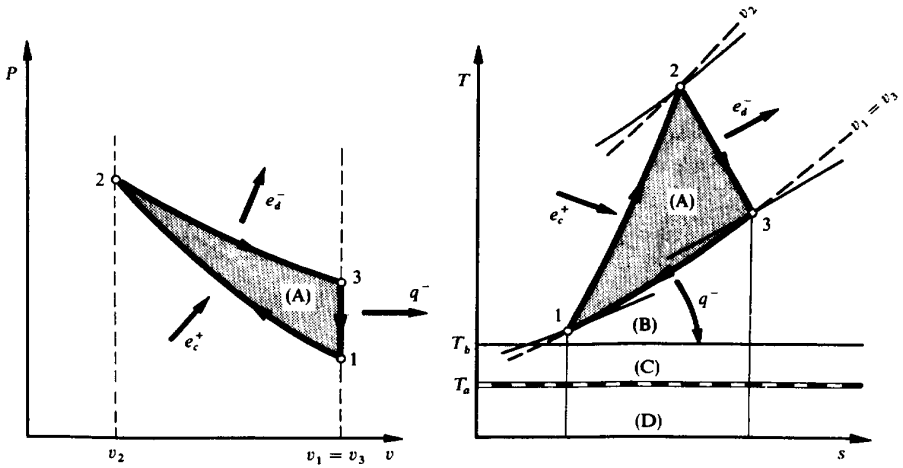


Fig. 13.3 Cycle thermodynamique réalisé à l'aide du système de la figure 13.2.

$$e^+ = e_c^+ - e_d^- = e_{qb}^- + \ell = e_{qb}^- + (\ell_r + \ell_t) \quad (13.21)$$

Les énergies massiques mentionnées ci-dessus sont mesurées, dans les diagrammes P - v et T - s de la figure 13.3, par les surfaces positives suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \oint P dv &= \oint T ds = (A) \\ e^+ = q^- &= - \int_3^1 T ds = (B) + (C) + (D) \\ r &= \int_1^2 T ds + \int_2^3 T ds = (A) + (B) + (C) + (D) \end{aligned} \right\} \quad (13.22)$$

L'exergie-chaleur e_{qb}^- donnée par le système à la source thermique est bien, selon (10.37) :

$$\begin{aligned} e_{qb}^- &= \int_3^1 \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) \delta q^- = - \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) \int_3^1 T ds \\ &= \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) (B) + (C) + (D) - \frac{T_a}{T_b} [(C) + (D)] = \left(1 - \frac{T_a}{T_b} \right) (B) + (C) \end{aligned} \quad (13.23)$$

La perte exergétique ℓ_r , due à la dissipation de 1 à 2 et de 2 à 3, est bien, selon (10.41) et en énergie massique :

$$\ell_r = T_a \int_1^3 \delta s^i = T_a \int_1^3 ds = T_a (s_3 - s_1) = (D) \quad (13.24)$$

La perte exergétique ℓ_t , due au transfert-chaaleur q^- de T à T_b , est bien, selon (10.139) et en énergie massique :

$$\begin{aligned} \ell_t &= T_a \int_3^1 \delta s^i = T_a \int_3^1 \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T} \right) \delta q^- = - \int_3^1 \left(\frac{T_a}{T_b} - \frac{T_a}{T} \right) T ds = - \frac{T_a}{T_b} \int_3^1 T ds - T_a (s_3 - s_1) \\ &= \frac{T_a}{T_b} (B) + \frac{T_a}{T_b} [(C) + (D)] - (D) = \frac{T_a}{T_b} (B) \end{aligned} \quad (13.25)$$

La perte exergétique globale est la somme des différentes pertes exergétiques :

$$\ell = \ell_r + \ell_t = \frac{T_a}{T_b} (B) + (D) \quad (13.26)$$

Système fermé, avec transvasement et en régime permanent

Considérons le système faisant l'objet de la figure 13.4 et admettons que l'écoulement soit *unidimensionnel*. Il s'agit d'une installation comprenant un gaz traversant un compresseur, une turbine et un refroidisseur, ainsi que les conduites

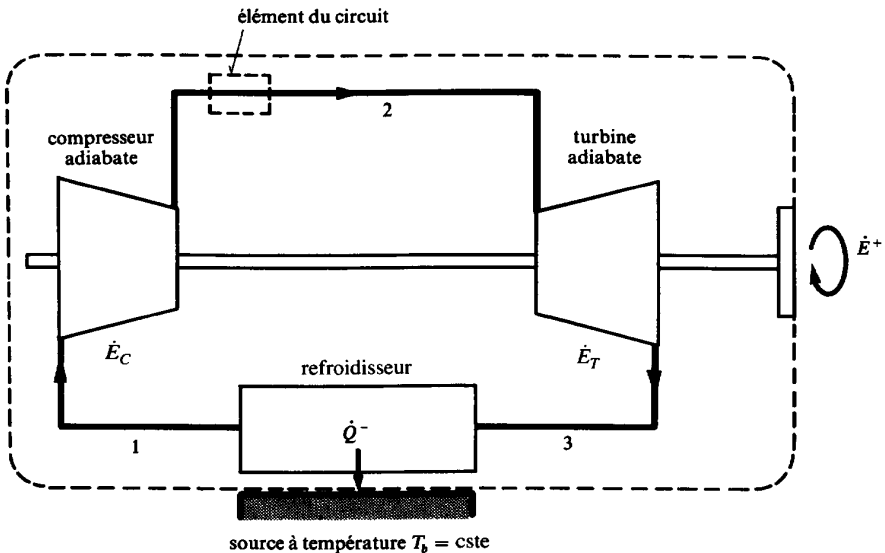


Fig. 13.4 Système fermé, avec transvasement et en régime permanent, en contact avec une seule source thermique.

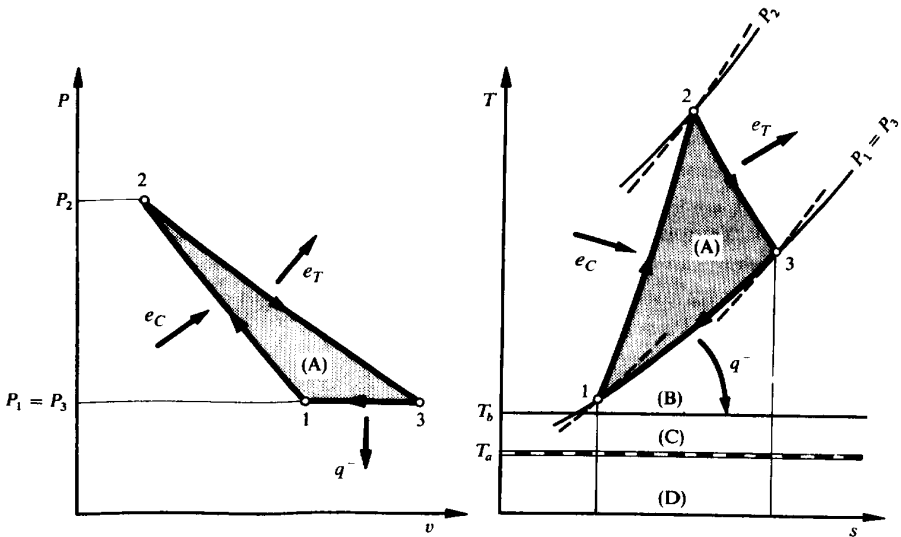


Fig. 13.5 Cycle thermodynamique réalisé à l'aide du système de la figure 13.4.

qui les relient. Dans le voisinage du refroidisseur, nous situons de nouveau la frontière à la limite de la source thermique.

Le gaz circulant dans le système décrit le cycle 1-2-3-1 représenté dans la figure 13.5. Admettons qu'il ne subit de la dissipation que dans les turbomachines.

Le tronçon 1-2 correspond au passage du gaz dans le compresseur, c'est-à-dire à une compression adiabate irréversible au cours de laquelle le système reçoit le travail massique e_C .

Le tronçon 2-3 correspond au passage du gaz dans la turbine, c'est-à-dire à une détente adiabate irréversible au cours de laquelle le système donne le travail massique e_T .

Le tronçon 3-1 correspond au passage du gaz dans le refroidisseur, c'est-à-dire à un refroidissement isobare au cours duquel le système donne l'énergie-chaleur massique q^- à la source thermique. En effet, si l'on admet qu'il n'y a ni variation de vitesse et d'altitude, ni dissipation, les équations fondamentales (4.57) donnent;

$$\delta e^- + d \frac{C^2}{2} + g dZ + \delta r = -v dP = 0 \quad (13.27)$$

$$dP = 0 \quad P = \text{cste}$$

L'analyse de ce cycle avec transvasement donne lieu aux mêmes considérations que celles qui ont été faites pour le cycle sans transvasement de la figure 13.3. La différence essentielle concerne la transformation 3-1 qui est isobare, au lieu

d'être isochore. Mais les équations (13.20) et (13.21) restent valables, à condition de remplacer respectivement e_c^+ et e_d^- par e_c^+ et e_f^- .

Remarques

Il est possible de passer des énergies massiques aux puissances correspondantes en multipliant tous les termes des relations (13.20) et (13.21) par le débit-masse \dot{M} du fluide.

Les deux exemples traités ci-dessus confirment le fait que les cycles monothermes, qu'ils soient sans transvasement ou avec transvasement, ne peuvent que recevoir de l'énergie-travail et donner de l'énergie-chaleur, ce qui est l'une des implications du Deuxième Principe de la thermodynamique.

13.4 CYCLES BITHERMES

13.4.1 Définition

On appelle **cycle bitherme** tout cycle thermodynamique relatif à un système tel que les transferts-chaleur mis en jeu le sont avec **deux sources thermiques**.

En vertu de ce qui a été dit plus haut sur le rôle prépondérant joué par l'atmosphère, nous admettons que l'une des deux sources est constituée par l'atmosphère. Dans ce qui suit, l'indice a sera relatif à l'*atmosphère* et l'indice b à l'autre source.

13.4.2 Propriétés générales

Système fermé, sans transvasement

En vertu de (13.2), nous avons le bilan énergétique :

$$E^- + E_a^+ + Q^+ + Q_a^+ = E^- + E_a^+ + Q_a^+ + Q_b^+ = 0 \quad (13.28)$$

où Q_a^+ et Q_b^+ sont respectivement les énergies-chaleur reçues par le système, de l'atmosphère, à la température T_a , et de l'autre source, à la température T_b .

Nous pouvons maintenant utiliser soit le bilan d'entropie, soit le bilan exergétique. Introduisons ici le premier. En vertu de (1.94) et par intégration dans le temps le long du cycle complet, nous obtenons le bilan d'entropie :

$$\oint dS = \oint \frac{\delta Q_a^+}{T_a} + \oint \frac{\delta Q_b^+}{T_b} + \oint \delta S^i \quad (13.29)$$

dans lequel S^i est la création d'entropie due aux irréversibilités internes, qui est toujours positive ou nulle selon le Deuxième Principe.

L'intégrale du premier membre étant nulle, nous avons la relation :

$$0 = \frac{\delta Q_a^+}{T_a} + \frac{\delta Q_b^+}{T_b} + \delta S^i \quad (13.30)$$

En éliminant Q_a^+ entre (13.28) et (13.30), et sachant que l'intégrale circulaire de E_a^+ est nulle, nous obtenons finalement l'énergie-travail :

$$E^- = \left(1 - \frac{T_a}{T_b}\right) Q_b^+ - T_a S^i = E_{qb}^+ - L \quad (13.31)$$

où l'expression $T_a S^i$ n'est pas autre chose que la perte exergetique L .

Système fermé avec transvasement et en régime permanent

Par un raisonnement analogue à celui du paragraphe 13.3.2, nous obtenons le bilan exergetique :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{qb}^+ - \dot{L} = \left(1 - \frac{T_a}{T_b}\right) \dot{Q}_b^+ - \dot{L} = \left(1 - \frac{T_a}{T_b}\right) \dot{Q}_b^+ - T_a \dot{S}^i \quad (13.32)$$

où \dot{Q}_b^+ et \dot{E}^- sont respectivement la puissance-chaleur reçue de la source à température T_b et la puissance-travail donnée par le système.

Pour fixer les idées, admettons que la température T_b soit supérieure à la température T_a .

Les relations (13.31) et (13.32) conduisent aux mêmes propriétés, l'une en énergie et l'autre en puissance. Par exemple, la relation (13.31), compte tenu de (13.28), montre que :

- si Q_b^+ est positif et que la création d'entropie n'est pas trop importante, il est possible d'obtenir la relation :

$$E^- = Q_b^+ - Q_a^- > 0 \quad (13.33)$$

- si Q_b^+ est négatif, nous avons obligatoirement la relation :

$$\begin{aligned} E^- &= Q_b^+ - Q_a^- < 0 \\ E^+ &= Q_b^- - Q_a^+ > 0 \end{aligned} \quad (13.34)$$

Conclusion

Les résultats obtenus ci-dessus mettent en évidence ce qui suit.

- Un système fermé, réalisant un **cycle bitherme**, est susceptible de recevoir de l'énergie-chaleur (ou de la puissance-chaleur) et de donner de l'énergie-travail (ou de la puissance-travail). Un tel cycle est appelé **cycle moteur**.
- Un système fermé, réalisant un **cycle bitherme**, peut également recevoir de l'énergie-travail (ou de la puissance-travail) et donner de l'énergie-chaleur (ou de la puissance-chaleur). Un tel cycle est appelé **cycle de pompe à chaleur**.

Relations générales

Les relations (10.113), (13.28) et (13.31) donnent, sous forme massique, les relations générales suivantes :

$$\begin{aligned} e^- &= e_{qb}^+ - \ell = \Theta_b q_a^- - \ell \\ &= \frac{1}{1 - \Theta_b} (\Theta_b q_a^- - \ell) \end{aligned} \quad (13.35)$$

$$q_a^- = \frac{1}{\Theta_b} [(1 - \Theta_b) e^- + \ell] \quad (13.36)$$

$$q_b^+ = \frac{1}{\Theta_b} (e^- + \ell)$$

$$\frac{q_a^-}{T_a} = \frac{q_b^+}{T_b} + \frac{\ell}{T_a} = \frac{q_b^+}{T_b} + s^i \quad (13.37)$$

dans lesquelles nous avons :

- Θ_b *facteur de Carnot*, relatif à la température T_b de la source thermique, défini, selon (10.36), par la relation :

$$\Theta_b = 1 - \frac{T_a}{T_b} \quad (13.38)$$

- s^i *création d'entropie due aux irréversibilités du système*, positive ou nulle selon le Deuxième Principe ($s^i \geq 0$)

13.5 CYCLES BITHERMES MOTEURS

13.5.1 Cycles utilisant l'atmosphère comme source froide

Propriétés générales

En général, les cycles bithermes moteurs travaillent entre l'atmosphère à température T_a , constituant la source froide, et une source à température T_h plus élevée, constituant la source chaude.

Dans la pratique, on réalise souvent les sources chaudes en exploitant le phénomène de combustion qui conduit à des élévations de température par rapport à l'atmosphère.

Nous avons les relations :

$$T_b = T_h > T_a \quad (13.39)$$

$$0 < \Theta_b = \Theta_h = 1 - \frac{T_a}{T_h} < 1 \quad (13.40)$$

Dans ce cas, le facteur de Carnot Θ_h est compris entre 0 et 1, comme le montre la figure 13.11, de sorte que (13.33) et (13.36) donnent, sous forme massique, les relations :

$$\begin{aligned} e^- &= q_h^+ - q_a^- > 0 \\ q_h^+ &> 0 \\ q_a^- &> 0 \end{aligned} \quad (13.41)$$

Un cycle bitherme moteur est donc caractérisé par le fait que, globalement, il consomme de l'énergie-chaleur et fournit de l'énergie-travail. Il reçoit de l'énergie-chaleur de la source chaude et en donne obligatoirement à la source froide.

La figure 13.6 représente, dans les diagrammes P - v et T - s , un cycle bitherme moteur quelconque, avec l'atmosphère comme source froide.

Le bilan énergétique (13.41) peut être représenté par le schéma de la figure 13.7.

En vertu de (13.5) et (13.7), nous avons :

$$e^- + r = \oint P dv = -\oint v dP = \oint T ds = (A) > 0 \quad (13.42)$$

Il en résulte qu'un **cycle moteur** est forcément parcouru dans le **sens trigonométrique négatif**, aussi bien dans le diagramme P - v que dans le diagramme T - s .

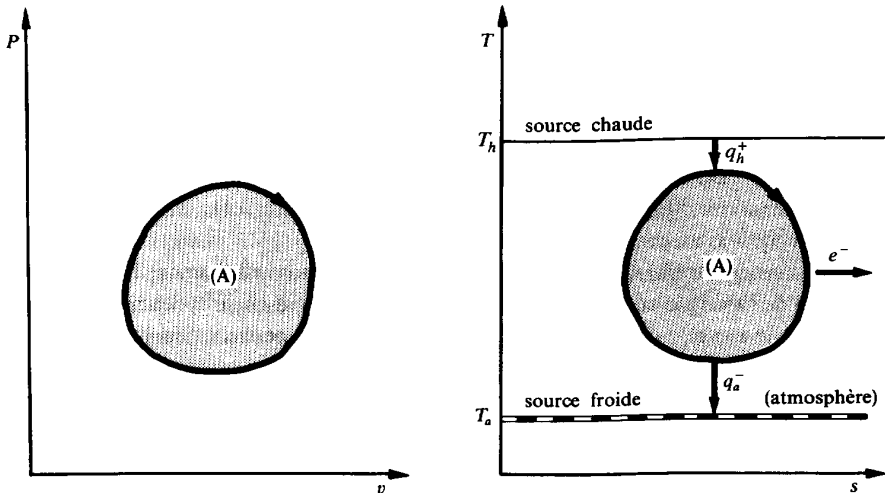


Fig. 13.6 Représentation, dans les diagrammes P - v et T - s , d'un cycle bitherme moteur quelconque, avec l'atmosphère comme source froide.

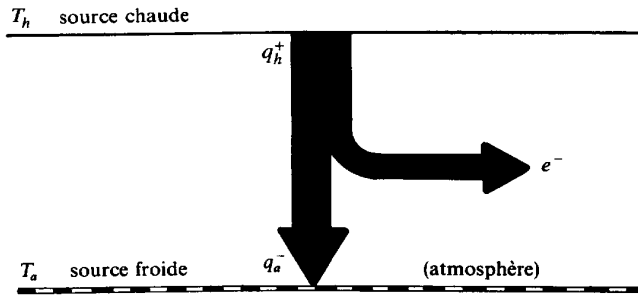


Fig. 13.7 Schéma représentant le bilan énergétique du cycle moteur de la figure 13.6.

Remarquons qu'il s'agit d'une condition nécessaire, mais non suffisante. En effet, nous avons montré au paragraphe 13.3.3 qu'il existe des cycles très dissipatifs qui sont parcourus dans ce sens et qui ne sont pas moteurs (fig. 13.3, 13.5 et 13.32), cas *E* et *F*.

Modèle mécanique

Afin de rendre sensibles les limitations, liées au Deuxième Principe, de la transformation d'énergie thermique en énergie mécanique, nous utilisons le biais du **modèle mécanique humoristique** de la figure 13.8, dont l'interprétation exergétique doit se faire, comme au paragraphe 10.3.1, sur la base du code suivant :

- petits bonshommes (tous de même poids) → unités d'énergie-chaleur
- altitude → facteur de Carnot Θ_i
- association d'un petit bonhomme et de son altitude → exergie-chaleur

Dans ce genre de modèle, le transfert d'énergie-travail, comme tout transfert d'énergie dite noble, est assimilé à un transfert d'énergie-chaleur à température infinie. Dans ce cas, le facteur de Carnot Θ est égal à 1, de sorte que l'exergie-chaleur est égale à l'énergie-travail. D'ailleurs, il n'aura pas échappé au lecteur que la noblesse d'un transfert d'énergie est symbolisée par des auréoles, et que ces dernières sont acquises au cours du processus.

En introduisant la **vitesse de déplacement** des petits bonshommes, il est possible de passer de l'exergie-chaleur, exprimée en Joule à l'exergie-chaleur exprimée en Watt.

Dans le modèle de la figure 13.8, les bonshommes peuvent changer d'altitude à l'aide d'une corde sans fin qui s'enroule autour de deux poulies en tournant dans le même sens que le cycle de la figure 13.6. La condition pour que certains bonshommes se fassent monter de $\Theta_h = 0.6$ à $\Theta = 1$ en s'agrippant à la partie gauche de la corde est que d'autres bonshommes descendent de $\Theta_h = 0.6$ à $\Theta = 0$ en s'agrippant à la partie droite de la corde. Cela illustre le fait que l'ennoblissement d'une partie de l'énergie-chaleur en énergie-travail se paie par la dévalorisation de l'autre partie.

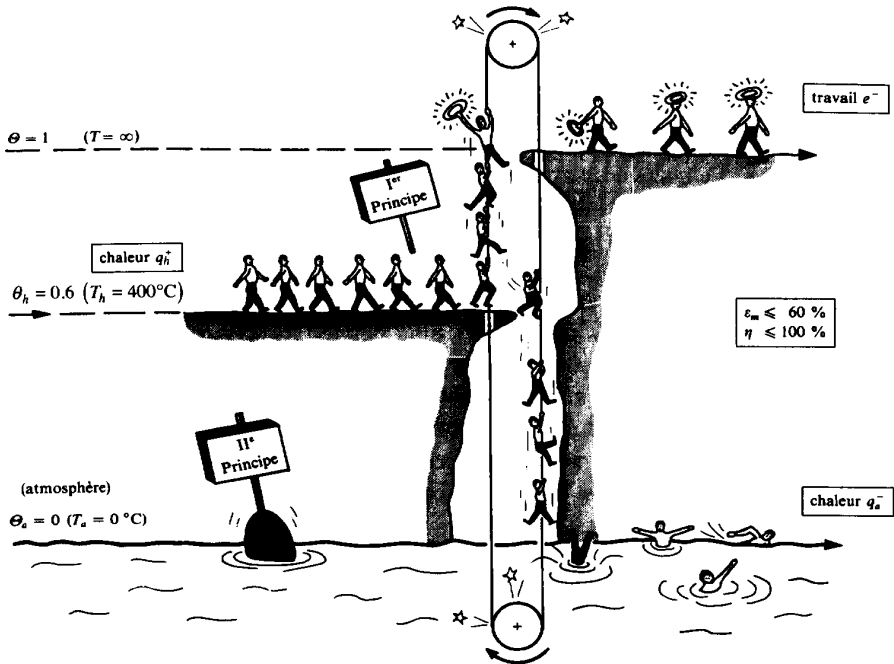


Fig. 13.8 Interprétation exergetique du cycle moteur de la figure 13.6, sous forme de modèle mécanique humoristique.

On obtient le modèle d'un cycle moteur *réversible* en admettant qu'il n'y a aucun frottement. Dans ce cas, il faut que le nombre de bonshommes soit le même sur les parties gauche et droite de la corde.

On obtient le modèle d'un cycle moteur *irréversible* en introduisant des frottements dans les paliers des arbres supportant les deux poulies. Dans ce cas, il faut que le nombre des bonshommes qui descendent soit supérieur au nombre de ceux qui montent. Cela correspond au fait que, pour une même énergie-chaleur q_h^+ reçue de la source chaude, l'énergie-chaleur q_a^- donnée à la source froide est d'autant plus élevée, et, corrélativement, l'énergie-travail e^- fournie d'autant plus faible que l'irréversibilité est importante. Le modèle permet donc bien d'illustrer l'influence de l'irréversibilité sur les performances d'un cycle moteur.

Le modèle mécanique présenté ci-dessus peut sembler puéril aux yeux des lecteurs déjà initiés aux subtilités de la thermodynamique. Il est vrai que nous l'avons imaginé pour les besoins d'une conférence de vulgarisation. Si nous nous hasardons à le présenter dans le cadre d'un ouvrage scientifique, c'est que l'expérience a montré qu'il possédait certaines vertus pédagogiques. D'ailleurs, tous ceux qui sont chargés d'enseigner la thermodynamique savent combien il est difficile de donner un aspect concret au Deuxième Principe.

13.5.2 Efficacité motrice

Conformément à la définition (10.14), l'efficacité du cycle moteur décrit au paragraphe 13.5.1, appelée **efficacité motrice** ε_m , est le rapport entre l'énergie-travail e^- fournie et l'énergie-chaleur q_h^+ reçue **de la source chaude**. Elle est définie, sous forme massique, par la relation:

$$\varepsilon_m \equiv \frac{e^-}{q_h^+} \quad (13.43)$$

En vertu de (13.35) et (13.41), nous avons aussi les relations:

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{q_a^-}{q_h^+} = \Theta_h - \frac{\ell}{q_h^+} \leq \Theta_h < 1 \quad (13.44)$$

Nous constatons que lorsque la température T_h est supérieure à la température T_a , l'efficacité motrice ε_m est toujours inférieure à 1.

13.5.3 Rendement exergétique

Conformément à la définition générale (10.165), le **rendement exergétique** η **du cycle moteur** décrit au paragraphe 13.5.1 est le rapport entre l'énergie-travail e^- donnée et l'exergie-chaleur consommée, qui est égale à e_{qh}^+ (puisque e_{qa}^+ est nul). Il est défini, sous forme massique, par la relation:

$$\eta \equiv \frac{e^-}{e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.45)$$

En vertu de (13.35), nous avons aussi la relation:

$$\eta = 1 - \frac{\ell}{e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.46)$$

13.5.4 Cycle de Carnot

Définition

Un cycle de Carnot est un cycle bitherme moteur réversible, sans transfert-chaleur interne, constitué de deux isothermes et de deux isentropes (§ 1.5.3).

Le caractère de réversibilité exige, d'une part, qu'il n'y ait pas de dévalorisation, c'est-à-dire pas de transfert-chaleur avec chute de température. Donc, les tronçons du cycle où il y a transfert-chaleur ne peuvent être que des **isothermes** correspondant aux températures T_h et T_a des sources. Les tronçons du cycle où la température du système varie ne peuvent être qu'**adiabates**.

Le caractère de réversibilité exige, d'autre part, qu'il n'y ait *pas de dissipation*, c'est-à-dire pas de frottements internes. Donc, les tronçons du cycle où la température varie, devant être à la fois adiabates et sans dissipation, ne peuvent être que des *isentropes*.

Il en résulte qu'un cycle bitherme moteur *réversible*, sans transfert-chaleur interne, ne peut être constitué que de deux transformations isothermes et de deux transformations isentropes. Un tel cycle est appelé *cycle de Carnot*.

Réalisation

Il est théoriquement possible de réaliser un cycle de Carnot à l'aide du *système fermé, sans transvasement*, comme nous l'avons vu à la figure 1.19. Les quatre transformations sont alors obtenues par quatre opérations effectuées de façon successive. Notamment, on obtient les transformations isothermes en mettant alternativement le système en contact avec la source chaude, à température T_h , et la source froide, à température T_a (atmosphère).

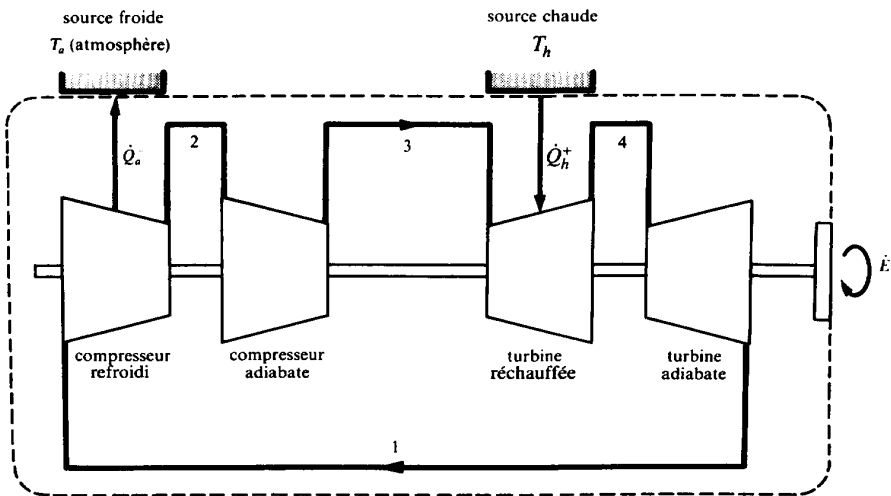


Fig. 13.9 Système bitherme moteur, avec l'atmosphère comme source froide, avec transvasement, en régime permanent.

Il est aussi théoriquement concevable de réaliser un cycle de Carnot à l'aide du *système fermé, avec transvasement*, faisant l'objet de la figure 13.9. Il s'agit d'une installation comprenant un compresseur refroidi, un compresseur adiabate, une turbine réchauffée et une turbine adiabate, ainsi que les conduites qui les relient. Les quatre transformations sont alors obtenues, de façon simultanée, par la circulation d'un gaz en régime permanent dans le circuit.

Représentation

Dans la figure 13.10, nous avons représenté un *cycle de Carnot* 1-2-3-4-1 réalisé avec un gaz parfait et comportant les quatre transformations suivantes :

- Le tronçon 1-2 correspond à une compression isotherme, au cours de laquelle le gaz reçoit de l'énergie-travail et donne l'énergie-chaleur q_a^- , à la température T_a .
- Le tronçon 2-3 correspond à une compression isentrope, au cours de laquelle le gaz reçoit seulement de l'énergie-travail.
- Le tronçon 3-4 correspond à une détente isotherme, au cours de laquelle le gaz donne de l'énergie-travail et reçoit l'énergie-chaleur q_h^+ , à la température T_h .
- Le tronçon 4-1 correspond à une détente isentrope, au cours de laquelle le gaz donne seulement de l'énergie-travail.

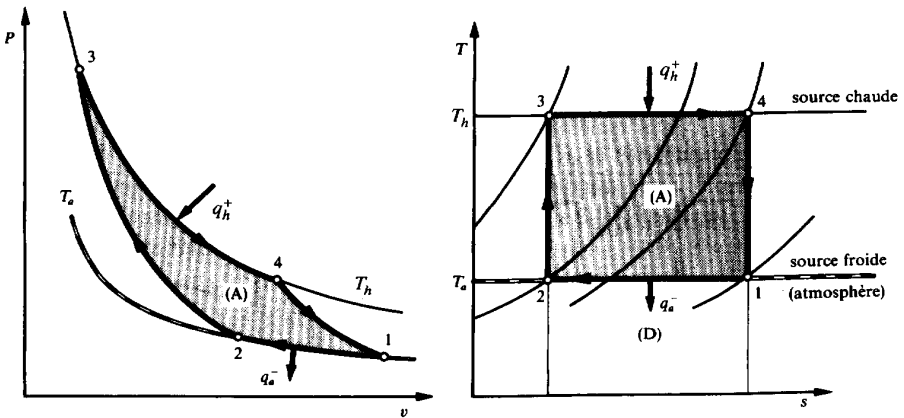


Fig. 13.10 Cycle de Carnot, réalisé avec le système de la figure 13.2 ou celui de la figure 13.9, et avec un gaz parfait.

Propriétés

Le cycle de Carnot étant **réversible**, la dissipation r et la perte exergétique ℓ sont nulles, de sorte que, conformément aux relations (13.35), (13.41) et (13.42), les bilans énergétique et exergétique sont :

$$e^- = q_h^+ - q_a^- = \oint T ds \quad (13.47)$$

$$e^- = e_{qh}^+ \quad (13.48)$$

Les énergies massiques mentionnées ci-dessus sont mesurées, dans le diagramme T - s de la figure 13.10, par les surfaces positives suivantes :

$$\begin{aligned}
 e^- &= e_{qh}^+ = (T_h - T_a)(s_4 - s_3) = (A) \\
 q_h^+ &= T_h(s_4 - s_3) = (A) + (D) \\
 q_a^- &= T_a(s_1 - s_2) = (D)
 \end{aligned} \tag{13.49}$$

Nous avons également, selon (13.37), la relation :

$$\frac{q_a^-}{T_a} = \frac{q_h^+}{T_h} \tag{13.50}$$

L'**efficacité motrice du cycle de Carnot** est, selon (13.44) :

$$\varepsilon_m^* = \Theta_h = 1 - \frac{T_a}{T_h} \tag{13.51}$$

Le **rendement exergetique du cycle de Carnot** est, selon (13.46) :

$$\eta^* = 1 \tag{13.52}$$

Ces relations montrent qu'un cycle de Carnot possède les propriétés suivantes :

- L'énergie-travail donnée e^- est rigoureusement égale à la surface du cycle, dans les diagrammes $P-v$ et $T-s$.
- Les énergies-chaleur q_a^- et q_h^+ sont respectivement proportionnelles aux températures T_a et T_h des sources thermiques.
- L'efficacité motrice ε_m^* coïncide avec le facteur de Carnot Θ_h , relatif à la température T_h de la source chaude; elle est indépendante de la nature du fluide utilisé (l'exposant * précise le caractère de réversibilité).
- L'énergie-travail donnée e^- est égale à l'exergie-chaleur e_{qh}^+ reçue de la source chaude, à température T_h .
- Le rendement exergetique η^* est égal à 1.

Rappelons que la réversibilité constitue le plus haut degré de qualité d'un processus, c'est-à-dire la perfection du point de vue thermodynamique. Les valeurs Θ_h et 1 sont respectivement les valeurs limites de ε_m et η , qu'il est impossible de dépasser.

La figure 13.11 représente le rendement exergetique $\eta^* = 1$ et la variation de l'efficacité ε_m^* , donc aussi du facteur de Carnot Θ_h , en fonction de la température T_h de la source chaude, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère. Nous constatons que l'efficacité ε_m^* :

- est toujours inférieure à 1
- varie de façon hyperbolique en fonction de T_h
- est nulle pour $T_h = T_a$
- tend vers 1 lorsque T_h tend vers l'infini
- diminue lorsque T_a augmente, cela pour une valeur déterminée de T_h

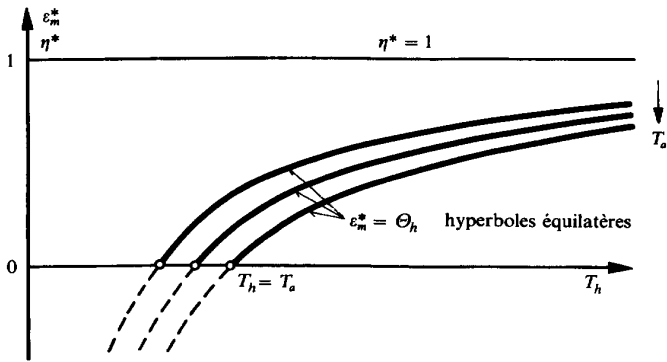


Fig. 13.11 Efficacité et rendement exergétique des cycles bithermes moteurs, réversibles, en fonction de la température T_h de la source chaude, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

Etant donné qu'un cycle de Carnot est parfait au point de vue thermodynamique, les observations faites ci-dessus confirment les assertions faites aux paragraphes 10.1.2 et 10.2.8, selon lesquelles la qualité thermodynamique d'un processus n'est pas exprimée par la notion d'efficacité. Cette dernière doit être considérée comme un *chiffre caractéristique*, et non pas comme un rendement.

13.5.5 Cycle de Stirling

Définition

Un cycle de Stirling est un cycle bitherme moteur réversible, avec transfert-chaaleur interne, constitué de deux isothermes et de deux isochores.

Réalisation

Il est théoriquement possible de réaliser un cycle de Stirling à l'aide du *système fermé, avec déplacement*, faisant l'objet de la figure 13.12. Il s'agit d'une

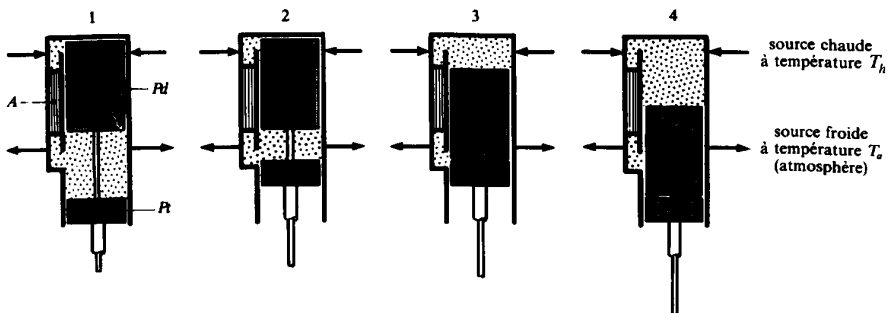


Fig. 13.12 Schéma de fonctionnement d'un moteur Stirling. *Pd* piston de déplacement, *Pt* piston de travail, *A* accumulateur d'énergie.

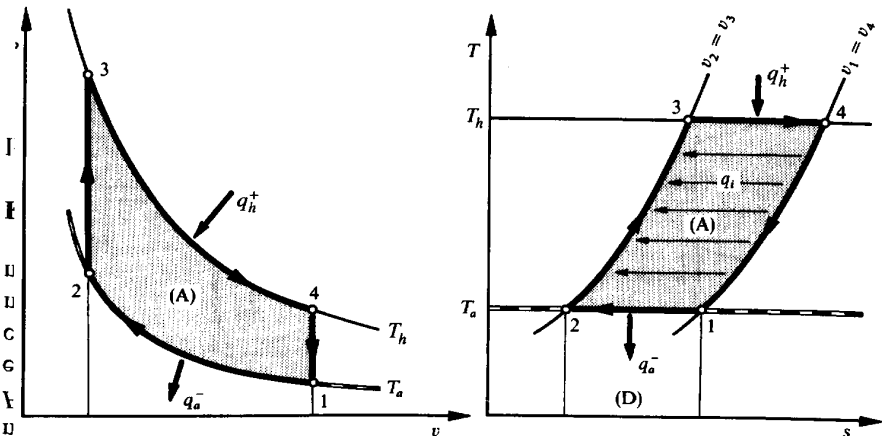
machine comprenant un cylindre, un piston de déplacement Pd , un piston de travail Pt , ainsi qu'un accumulateur d'énergie A , et contenant un gaz. Sa partie supérieure est en contact avec la source chaude, à température T_h , et sa partie inférieure est en contact avec la source froide, à température T_a . Les tiges des pistons Pd et Pt communiquent leur énergie-travail à l'arbre du moteur par l'intermédiaire d'un mécanisme très ingénieux qu'il n'est pas utile de décrire ici.

Représentation

Dans la figure 13.13, nous avons représenté un *cycle de Stirling* 1-2-3-4-1 réalisé avec un gaz parfait. Nous avons les quatre transformations suivantes :

- Le tronçon 1-2 correspond à une compression isotherme, réalisée par la montée du piston Pt , au cours de laquelle le gaz reçoit de l'énergie-travail et donne l'énergie-chaleur q_a^- , à la température T_a .
- Le tronçon 2-3 correspond à un chauffage isochore, réalisé par la descente du piston Pd , au cours de laquelle le gaz traverse l'accumulateur A , de bas en haut, et reçoit de ce dernier l'énergie-chaleur q_i , à une température variant de T_a à T_h .
- Le tronçon 3-4 correspond à une détente isotherme, réalisée par la descente des deux pistons, au cours de laquelle le gaz donne de l'énergie-travail et reçoit l'énergie-chaleur q_h^+ , à la température T_h .
- Le tronçon 4-1 correspond à un refroidissement isochore, réalisé par la montée du piston Pd , au cours de laquelle le gaz retraverse l'accumulateur A , cette fois-ci de haut en bas, et donne à ce dernier l'énergie-chaleur q_i , à une température variant de T_h à T_a .

Remarquons que le transfert d'énergie-chaleur q_i du tronçon 4-1 au tronçon 2-3 est effectué à l'aide d'opérations qui sont décalées dans le temps, cela par stockage interposé, à l'aide de l'accumulateur A . Théoriquement, ce transfert est



– Fig. 13.13 Cycle de Stirling réalisé à l'aide du système de la figure 13.12 et avec un gaz parfait.

caractérisé par le fait qu'une énergie-chaleur δq_i est donnée par le tronçon 4-1 à une certaine température T , stockée dans l'accumulateur A sous forme d'énergie interne à la même température T , et reçue par le tronçon 2-3 encore à la même température T . Il s'agit donc d'un **transfert-chaleur réversible**. C'est une limite exigeant, en principe, que la matière de l'accumulateur A ait soit une masse infinie, soit une chaleur spécifique infinie et qu'elle présente en permanence le même gradient de température.

Propriétés

Le cycle de Stirling possède exactement les mêmes propriétés que le cycle de Carnot. En particulier, les relations (13.47) à (13.52) restent intégralement valables. Donc, le cycle de Stirling est caractérisé par la même efficacité motrice $\varepsilon_m^* = \Theta_h$ et le même rendement exergétique $\eta^* = 1$ que le cycle de Carnot.

13.5.6 Cycle de Ericsson

Définition

Un cycle de Ericsson est un cycle bitherme moteur réversible, avec transfert-chaleur interne, constitué de deux isothermes et de deux isobares.

Réalisation

Il est théoriquement possible de réaliser un cycle de Ericsson à l'aide du **système fermé, avec transvasement et en régime permanent**, faisant l'objet de la figure 13.14. Il s'agit d'une installation comprenant un compresseur refroidi, une turbine réchauffée et un transmetteur d'énergie thermique, ainsi que les conduites qui les relient, et contenant un gaz qui circule en régime permanent dans le

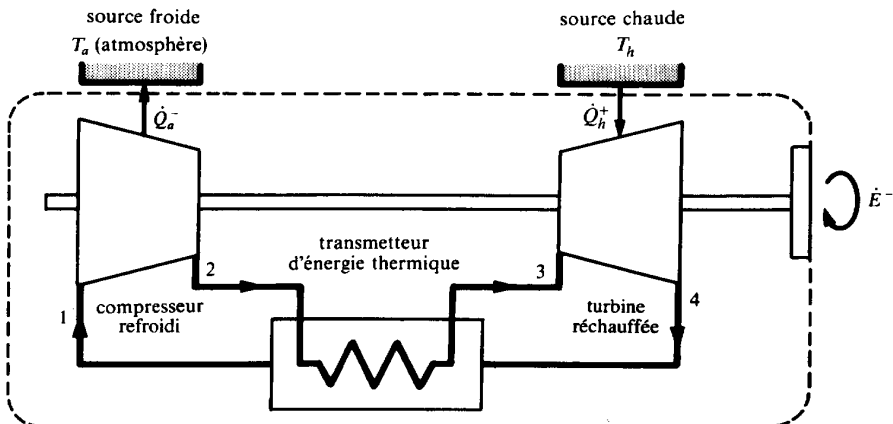


Fig. 13.14 Système bitherme fermé, avec l'atmosphère comme source froide, avec transvasement et transfert-chaleur interne, en régime permanent.

circuit. Le système est en contact avec la source froide, à température T_a , au niveau du compresseur, et avec la source chaude, à température T_h , au niveau de la turbine.

Comme dans le refroidisseur du système de la figure 13.4, les transformations du gaz dans le transmetteur d'énergie sont isobares.

Représentation

Dans la figure 13.15 nous avons représenté un *cycle de Ericsson* 1-2-3-4-1, réalisé avec un gaz parfait. La description de ce cycle est analogue à celle du cycle de Stirling. La seule différence réside dans le fait que les tronçons isochores 2-3 et 4-1 sont remplacés par des tronçons isobares.

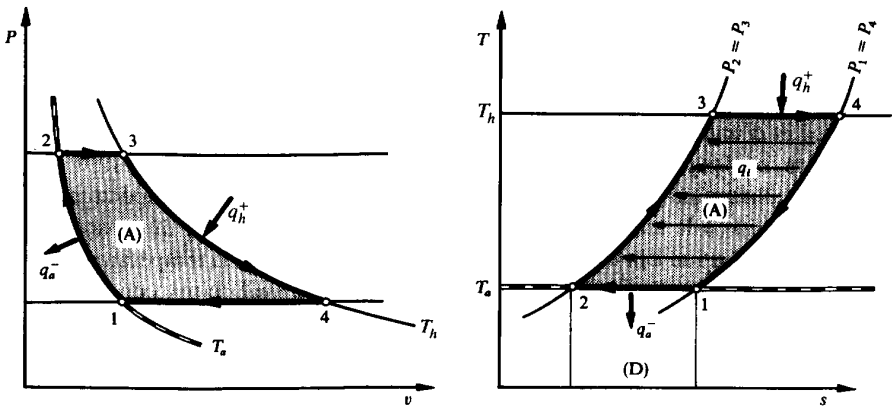


Fig. 13.15 Cycle de Ericsson, réalisé à l'aide du système de la figure 13.14 et avec un gaz parfait.

Remarquons que, cette fois-ci, le transfert-chaleur q_i du tronçon 4-1 au tronçon 2-3 s'effectue de façon permanente. Théoriquement, ce transfert est réalisé dans un transmetteur d'énergie à contre-courant, sans dissipation et sans chute de température. Il s'agit donc d'un **transfert-chaleur réversible**. C'est une limite qu'il est possible d'approcher parce que le produit $\dot{M}c_p$ du débit-masse \dot{M} de gaz par sa chaleur spécifique c_p est le même pour les deux tronçons. Cette limite exige aussi, en principe, que le transmetteur d'énergie thermique ait soit une surface infinie, soit un coefficient de transmission d'énergie-chaleur infini.

Propriétés

Le cycle de Ericsson possède exactement les mêmes propriétés que les cycles de Carnot et de Stirling. En particulier, les relations (13.47) à (13.52) restent intégralement valables. Donc, le cycle de Ericsson est caractérisé par la même efficacité $\varepsilon_m^* = \Theta_h$ et le même rendement exergetique $\eta^* = 1$ que les cycles de Carnot et de Stirling.

13.5.7 Cycles bithermes moteurs à cogénération

Définition

Un cycle **bitherme moteur à cogénération** est un cycle bitherme moteur dont la source froide est à une température T_h' supérieure à la température T_a de l'atmosphère.

Un tel système fournit non seulement une énergie-travail e^- , mais encore une énergie-chaleur q_h^- , susceptible d'être utilisée pour le chauffage. Le principe de la fourniture simultanée d'énergie mécanique et d'énergie thermique de chauffage est appelé **cogénération**.

Représentation

Considérons, à titre d'exemple théorique, le **cycle bitherme moteur à cogénération** 1-2-3-4-1 représenté par la figure 13.16, constitué de deux isothermes, d'une isentrope et d'une polytrophe. Cet exemple simple est destiné à montrer clairement l'influence, sur les performances du système, des irréversibilités suivantes :

- dévalorisation à basse température: transfert-chaleur de la température T_h' du fluide à la température T_h' , de la source froide, le long du tronçon 1-2
- dévalorisation à haute température: transfert-chaleur de la température T_h de la source chaude à la température T_h' du fluide, le long du tronçon 3-4
- dissipation: frottement au cours de la détente adiabate, le long du tronçon 4-1

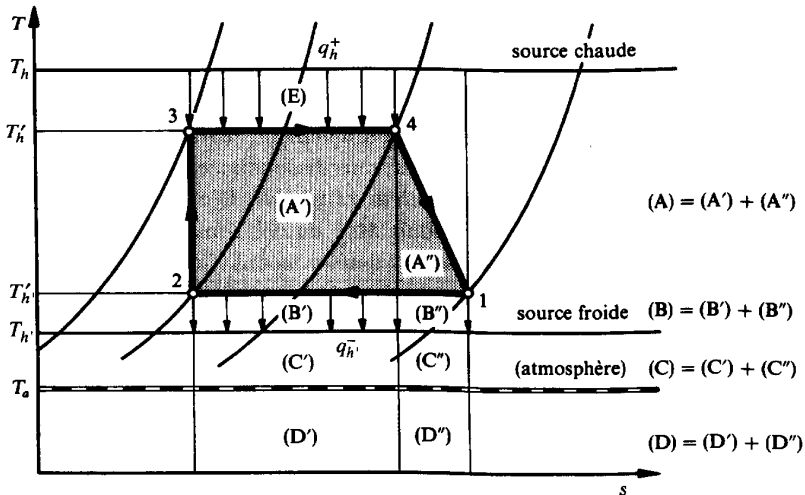


Fig. 13.16 Cycle bitherme moteur à cogénération, avec une dévalorisation à basse température, une dévalorisation à haute température et une dissipation.

Propriétés

Conformément aux relations (10.43), (13.2) et (13.7), les grandeurs énergétiques et exergetiques donnent lieu aux relations:

$$e^- = q_h^+ - q_{h'}^- = \oint T ds - r \quad (13.53)$$

$$e^- + e_{qh'}^- = e_{qh}^+ - \ell = e_{qh}^+ - (\ell_{th'} + \ell_{th} + \ell_r) \quad (13.54)$$

Les énergies massiques mentionnées ci-dessus sont mesurées, dans le diagramme T - s de la figure 13.16, par les surfaces positives suivantes:

$$\begin{aligned} \oint T ds &= (A) \\ e^- &= (T_h' - T_{h'}')(s_4 - s_3) - T_{h'}'(s_1 - s_4) = (A') - (B'') - (C'') - (D'') \\ q_h^+ &= T_h'(s_4 - s_3) = (A') + (B') + (C') + (D') \\ q_{h'}^- &= T_{h'}'(s_1 - s_2) = (B) + (C) + (D) \\ r &= \int_4^1 T ds = (A'') + (B'') + (C'') + (D'') \\ e_{qh}^+ &= \left(T_h' - \frac{T_h'}{T_h} T_a \right) (s_4 - s_3) = (A') + (B') + (C') + \frac{T_a}{T_h} (E) \quad (13.55) \\ e_{qh'}^- &= \left(T_{h'}' - \frac{T_{h'}'}{T_{h'}} T_a \right) (s_1 - s_2) = (B) + (C) - \frac{T_a}{T_{h'}} (B) \\ \ell_{th'} &= \frac{T_a}{T_{h'}} (T_{h'}' - T_{h'}')(s_1 - s_2) = \frac{T_a}{T_{h'}} (B) \\ \ell_{th} &= \frac{T_a}{T_h} (T_h - T_h')(s_4 - s_3) = \frac{T_a}{T_h} (B) \\ \ell_r &= T_a (s_1 - s_4) = (D'') \end{aligned}$$

L'**efficacité** du cycle *bitherme moteur à cogénération* est, selon la définition (10.14):

$$\varepsilon_{mh} = \frac{e^- + q_{h'}^-}{q_h^+} = 1 \quad (13.56)$$

Le **rendement exergetique** du cycle *bitherme moteur à cogénération* est, selon la définition générale (10.165):

$$\eta = \frac{e^- + e_{qh'}^-}{e_{qh}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.57)$$

Les exergies-chaleur e_{qh}^+ reçue de la source chaude et $e_{qh'}^-$ donnée à la source froide sont:

$$\begin{aligned} e_{qh}^+ &= \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) q_h^+ \\ e_{qh'}^- &= \left(1 - \frac{T_a}{T_{h'}}\right) q_{h'}^+ \end{aligned} \quad (13.58)$$

Les énergies-chaleur q_h^+ reçue de la source chaude et $q_{h'}^-$ donnée à la source froide sont:

$$\begin{aligned} q_h^+ &= T_h'(s_4 - s_3) \\ q_{h'}^- &= T_{h'}'(s_1 - s_2) \end{aligned} \quad (13.59)$$

En tenant compte des relations (13.53) à (13.59), nous obtenons le rendement exergetique:

$$\eta = 1 - \frac{T_a}{T_h - T_a} \left[\frac{T_h' T_h (s_1 - s_3)}{T_{h'} T_h' (s_4 - s_3)} - 1 \right] \leq 1 \quad (13.60)$$

En posant:

$$\begin{aligned} \Delta T_{h'} &= T_{h'}' - T_{h'} \\ \Delta T_h &= T_h - T_h' \\ \Delta s &= s_1 - s_4 \end{aligned} \quad (13.61)$$

nous pouvons lui donner la forme:

$$\eta = 1 - \frac{T_a}{T_h - T_a} \left[\frac{1 + \frac{\Delta T_{h'}}{T_{h'}}}{1 - \frac{\Delta T_h}{T_h}} \left(1 + \frac{\Delta s}{s_4 - s_3} \right) - 1 \right] \leq 1 \quad (13.62)$$

Cette relation montre clairement l'influence des différentes irréversibilités sur le rendement exergetique du système.

Cas particuliers

1. Cas avec dissipation, mais sans dévalorisation

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{h'} &= 0 & T_{h'}' &= T_{h'} \\ \Delta T_h &= 0 & T_h' &= T_h \\ \eta &= 1 - \frac{T_a \Delta s}{(T_h - T_a)(s_4 - s_3)} < 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.63)$$

2. Cas sans dissipation ni dévalorisation à haute température, mais avec dévalorisation à basse température (pseudo-cycle de Carnot)

$$\left. \begin{aligned} \Delta s &= 0 \\ \Delta T_h &= 0 \quad T'_h = T_h \\ \eta &= 1 - \frac{T_a \Delta T_h'}{(T_h - T_a) T_h'} < 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.64)$$

3. Cas sans dissipation ni dévalorisation à basse température, mais avec dévalorisation à haute température (pseudo-cycle de Carnot)

$$\left. \begin{aligned} \Delta s &= 0 \\ \Delta T_{h'} &= 0 \quad T'_{h'} = T_{h'} \\ \eta &= 1 - \frac{T_a \Delta T_h}{(T_h - T_a)(T_h - \Delta T_h)} < 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.65)$$

4. Cas sans dissipation mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot)

$$\left. \begin{aligned} \Delta s &= 0 \\ \eta &= 1 - \frac{T_h \left(T'_h - \frac{T'_{h'}}{T_{h'}} T_a \right)}{T'_h (T_h - T_a)} < 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.66)$$

5. Cas sans dissipation ni dévalorisation (cycle de Carnot)

$$\left. \begin{aligned} \Delta s &= 0 \\ \Delta T_{h'} &= 0 \quad T'_{h'} = T_{h'} \\ \Delta T_h &= 0 \quad T'_h = T_h \\ \eta &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.67)$$

6. Cas sans cogénération (source froide = atmosphère) ni dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot)

$$\Delta s = 0 \quad T_{h'} = T_a \quad T'_h = T'_a \quad (13.68)$$

Les relations (13.44) et (13.59) donnent l'efficacité motrice :

$$\varepsilon_m = \frac{T'_h - T'_a}{T'_h} \leq \Theta_h \quad (13.69)$$

La relation (13.66) donne le rendement exergetique :

$$\eta = \frac{T_h (T'_h - T'_a)}{T'_h (T_h - T_a)} < 1 \quad (13.70)$$

Remarques

Dans les cas 2, 3 et 4, les cycles ont la forme d'un cycle de Carnot. On pourrait considérer qu'ils sont réversibles par rapport aux températures T_{h0}' et T_h' du fluide. Mais ils sont irréversibles par rapport aux températures T_{h0} et T_h des sources. C'est pourquoi nous les appelons **pseudo-cycles de Carnot**.

Dans le cas 5, le cycle est un véritable cycle de Carnot.

Dans le cas général, la relation (13.56) montre que l'efficacité ε_{mh} est toujours égale à 1. Cette définition est inintéressante, car elle ne fait qu'exprimer le Premier Principe.

Dans les cas 2 et 3, les relations (13.64) et (13.65) donnant les rendements exergetiques montrent que, pour une même chute de température $\Delta T_h = \Delta T_{h0}$, le transfert-chaieur à haute température a une influence plus petite qu'à basse température. Cette influence est d'autant plus faible que la température T_h est élevée. Cela correspond à l'observation générale suivant laquelle une dévalorisation à haute température est moins gênante qu'à basse température.

Dans le cas 6, les relations (13.69) et (13.70) montrent que, lorsque T_h' tend vers T_a' , la hauteur du cycle tend vers 0 et aussi bien l'efficacité ε_m que le rendement exergetique η tendent vers 0.

Dans le cas 6 les relations (13.69) et (13.70) montrent que, contrairement au rendement exergetique η , l'efficacité motrice ε_m (définissable seulement lorsque la source froide est l'atmosphère), **ne tient pas compte** des températures T_a et T_h des sources.

13.5.8 Généralisation

Introduction

Jusqu'ici, nous avons admis que la source froide était à une température égale ou supérieure à la température T_a de l'atmosphère et que la source chaude était à une

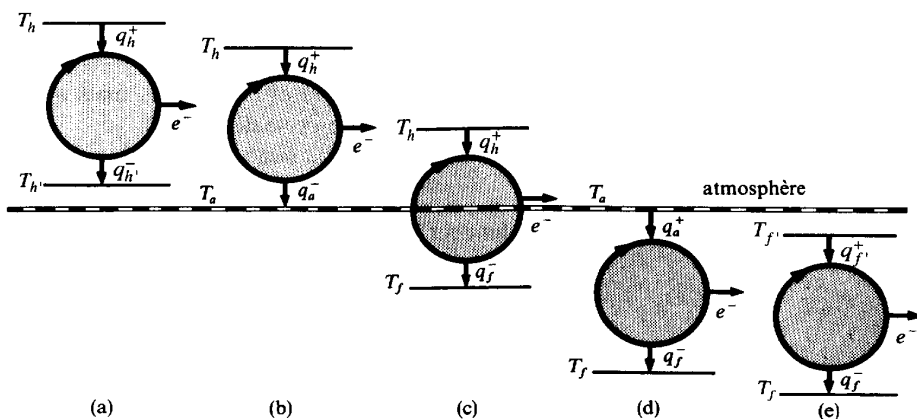


Fig. 13.17 Cas typiques de cycles bithermes moteurs.

température T_h supérieure à T_a . Admettons maintenant que les températures des sources soient quelconques par rapport à T_a . La figure 13.17 représente schématiquement les cinq cas typiques de cycles bithermes moteurs qu'il est possible de réaliser.

Déterminons l'**efficacité motrice** ε_m et le **rendement exergetique** η relatifs à ces cinq cas.

Cas (a) : cycle à cogénération (moteur et chauffage)

L'installation donne non seulement l'énergie-travail e^- , mais encore l'énergie-chaleur q_h^- à la température T_h (cogénération).

Dans ce cas, la seule définition possible de l'efficacité est, selon (13.56):

$$\varepsilon_{mh} = \frac{e^- + q_h^-}{q_h^+} = 1 \quad (13.71)$$

Nous avons déjà remarqué au paragraphe 13.5.7 que cette définition est *inintéressante*.

Le rendement exergetique est, selon (13.57):

$$\eta = \frac{e^- + e_{qh}^-}{e_{qh}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.72)$$

Cas (b) : cycle moteur

L'efficacité et le rendement exergetique sont, selon (13.43) à (13.46):

$$\varepsilon_m = \frac{e^-}{q_h^+} = \Theta_h - \frac{\ell}{q_h^+} \leq \Theta_h < 1 \quad (13.73)$$

$$\eta = \frac{e^-}{e_{qh}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.74)$$

Cas (c) : cycle moteur

L'installation donne l'énergie-chaleur q_f^- à la source froide, mais c'est à une température T_f inférieure à T_a . Comme il s'agit de l'inverse d'une réfrigération, cette énergie ne saurait être comptabilisée comme une prestation de chauffage. Elle peut, au mieux, être comptabilisée comme une consommation.

Dans ce cas, la définition de l'efficacité serait:

$$\varepsilon_m = \frac{e^-}{q_h^+ + q_f^-} \quad ? \quad (13.75)$$

Il est clair que cette définition, quoique étant la meilleure possible, est *absurde*, car il est inadmissible d'additionner sans autre une énergie-chaleur reçue et une énergie-chaleur donnée.

La relation (10.45) donne le bilan exergetique :

$$e^- = e_{qh}^+ + e_{qf}^+ - \ell \quad (13.76)$$

où e_{qf}^+ est l'exergie-chaleur reçue de la source froide, définie, selon (10.88), par la relation :

$$e_{qf}^+ = -\Theta_f q_f^- = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) q_f^- > 0 \quad (13.77)$$

Cette grandeur exprime bien la consommation correspondant à l'inverse d'un effet frigorifique.

Nous en déduisons le rendement exergetique :

$$\eta = \frac{e^-}{e_{qh}^+ + e_{qf}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qh}^+ + e_{qf}^+} \leq 1 \quad (13.78)$$

Cas (d) : cycle moteur

D'une part, l'installation reçoit l'énergie-chaleur q_a^+ de la source chaude, mais c'est à la température T_a . Comme une telle énergie n'a pas été comptabilisée comme une prestation dans le cas (b), elle ne saurait l'être comme une consommation dans le cas présent.

D'autre part, l'installation donne l'énergie-chaleur q_f^- à la source froide. Comme dans le cas (c), cette énergie peut, au mieux, être comptabilisée comme une consommation.

Dans ce cas, la définition de l'efficacité est :

$$\varepsilon_m = \frac{e^-}{q_f^-} \quad (13.79)$$

En tenant compte de (13.35), avec $q_b^+ = -q_f^-$, nous obtenons les relations :

$$\varepsilon_m = (-\Theta_f) - \frac{\ell}{q_f^-} \leq (-\Theta_f) \quad \geq 1 \quad (13.80)$$

Cette définition, quoique étant la meilleure possible, est *déconcertante*, car elle peut conduire à des valeurs supérieures à 1, pour des valeurs de T_f inférieures à $T_a / 2$.

La relation (10.45) donne le bilan exergetique :

$$e^- = e_{qf}^+ - \ell \quad (13.81)$$

Nous en déduisons le rendement exergetique :

$$\eta = \frac{e^-}{e_{qf}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qf}^+} \leq 1 \quad (13.82)$$

Cas (e) : cycle à cogénération (moteur et réfrigération)

D'une part, l'installation reçoit l'énergie-chaleur $q_{f'}^+$ de la source chaude, mais c'est à une température $T_{f'}$ inférieure à T_a . Comme il s'agit d'une réfrigération, cette énergie ne saurait être comptabilisée comme une consommation. Elle peut, au mieux, être comptabilisée comme une prestation de réfrigération.

D'autre part, l'installation donne l'énergie-chaleur q_f^- à la source froide. Comme dans les cas (b) et (c), cette énergie peut, au mieux, être comptabilisée comme une consommation.

Dans ce cas, la définition de l'efficacité serait :

$$\varepsilon_{mf} = \frac{e^- + q_{f'}^+}{q_f^-} \quad ? \quad (13.83)$$

Il est clair que cette définition, quoique étant la meilleure possible, est de nouveau *absurde*, car il est inadmissible d'additionner sans autre une énergie-travail donnée et une énergie-chaleur reçue.

La relation (10.45) donne le bilan exergétique :

$$e^- + e_{qf'}^- = e_{qf}^+ - \ell \quad (13.84)$$

où $e_{qf'}^-$ est l'exergie-chaleur donnée à la source chaude, définie, selon (10.88), par la relation :

$$e_{qf'}^- = -\Theta_{f'} q_{f'}^+ = \left(\frac{T_a}{T_{f'}} - 1 \right) q_{f'}^+ > 0 \quad (13.85)$$

Cette grandeur exprime bien la prestation exergétique correspondant à un effet frigorifique.

Nous en déduisons le rendement exergétique :

$$\eta = \frac{e^- + e_{qf'}^-}{e_{qf}^+} = 1 - \frac{\ell}{e_{qf}^+} \leq 1 \quad (13.86)$$

Analyse critique

L'étude des cinq cas typiques de cycles bithermes moteurs a montré qu'il *n'est pas possible* de trouver une définition générale de l'efficacité des cycles bithermes moteurs.

La logique basée uniquement sur le Premier Principe conduit à des *définitions spécifiques*, dont la plupart sont soit inintéressantes, soit déconcertantes, soit même *absurdes*.

La définition (13.43) de l'efficacité motrice ε_m est néanmoins très utilisée par les praticiens pour les cycles moteurs. Elle donne, certes, une information précieuse quant au rapport des énergies mises en jeu dans un processus moteur. Mais elle est trompeuse parce qu'elle conduit à des valeurs inférieures à 1, ce qui donne l'illusion qu'il s'agit d'un rendement. Or, c'est la définition qui correspond au cas où la source froide est l'atmosphère, c'est-à-dire au cas le plus simple et le plus fréquemment utilisé en pratique. C'est cette circonstance qui a amené les praticiens à généraliser abusivement cette définition, en oubliant ou en négligeant le fait qu'elle n'est intéressante que dans le cas particulier mentionné ci-dessus.

Il est certain que, dans les autres cas, même les détracteurs les plus acharnés de la théorie de l'exergie auront beau retourner le problème en tous sens, ils seront dans l'impossibilité de proposer une définition acceptable de l'efficacité.

Il en résulte que *l'efficacité motrice ε_m doit être considérée comme un chiffre caractéristique, et non pas comme un rendement.*

En revanche, la logique basée non seulement sur le Premier, mais également sur le Deuxième Principe (*théorie de l'exergie*) conduit à une **définition générale de rendement** donnant des valeurs qui reflètent parfaitement la qualité thermodynamique des processus moteurs.

13.6 CYCLES BITHERMES DE POMPE À CHALEUR

13.6.1 Cycles de pompe à chaleur de chauffage (thermopompes)

Propriétés générales

Considérons les cycles bithermes de pompe à chaleur, destinés au chauffage, utilisant l'atmosphère à température T_a comme source froide, et une source à température T_h plus élevée comme source chaude. Les machines utilisant de tels cycles sont appelées **pompes à chaleur de chauffage** ou **thermopompes**.

Nous avons les relations :

$$\begin{aligned} T_b &= T_h > T_a \\ 0 < \Theta_b = \Theta_h &= 1 - \frac{T_h}{T_c} < 1 \end{aligned} \quad (13.87)$$

Dans ce cas, le facteur de Carnot Θ_h est compris entre 0 et 1, comme le montre la figure 13.11, de sorte que (13.34) et (13.36) donnent, sous forme massique :

$$\begin{aligned} e^+ &= q_h^- - q_a^+ > 0 \\ q_a^+ &> 0 \\ q_h^- &> 0 \end{aligned} \quad (13.88)$$

Il est intéressant de mettre le bilan ci-dessus sous la forme :

$$q_h^- = e^+ + q_a^+ \quad (13.89)$$

Un cycle bitherme de thermopompe est donc caractérisé par le fait que, globalement, il consomme de l'énergie-travail et fournit de l'énergie-chaleur. Il prend de l'énergie-chaleur à la source froide et en fournit à la source chaude.

La figure 13.18 représente, dans les diagrammes P - v et T - s , un cycle bitherme de thermopompe quelconque, avec l'atmosphère comme source froide.

Le bilan énergétique (13.89) peut être représenté par le schéma de la figure 13.19.

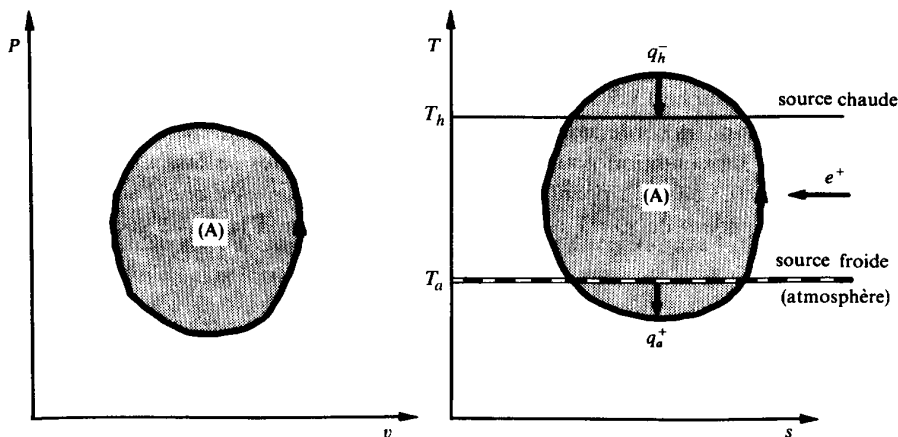


Fig. 13.18 Représentation dans les diagrammes P - v et T - s d'un cycle de thermopompe quelconque, avec l'atmosphère comme source froide.

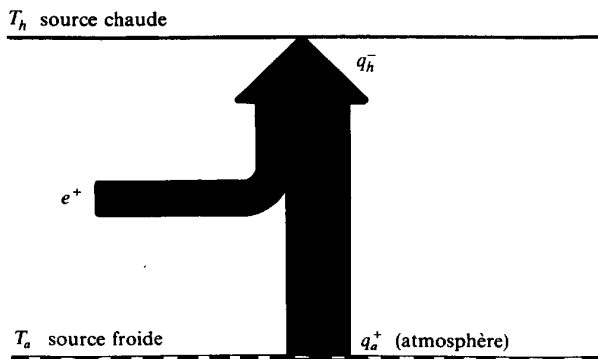


Fig. 13.19 Schéma représentant le bilan énergétique du cycle de thermopompe de la figure 13.18.

En vertu de (13.5) et (13.7), nous avons, en admettant que la dissipation r n'est pas trop importante :

$$e^+ - r = -\oint P dv = \oint v dP = (A) > 0 \quad (13.90)$$

Il en résulte qu'un **cycle bitherme de thermopompe** est en général parcouru dans le **sens trigonométrique positif**, aussi bien dans le diagramme $P-v$ que dans le diagramme $T-s$.

Modèle mécanique

Afin de rendre sensibles les possibilités, liées au Deuxième Principe, d'élever le niveau de température de l'énergie thermique, nous utiliserons le biais du **modèle mécanique humoristique** de la figure 13.20, dont l'interprétation doit se faire comme au paragraphe 13.5.1.

Cette fois-ci, la corde sans fin tourne dans le même sens que le cycle de la figure 13.18. La condition pour que certains bonshommes se fassent monter de $\Theta = 0$ à $\Theta_h = 0.3$ en s'agrippant à la partie droite de la corde est que d'autres bonshommes descendent de $\Theta = 1$ à $\Theta_h = 0.3$ en s'agrippant à la partie gauche de la

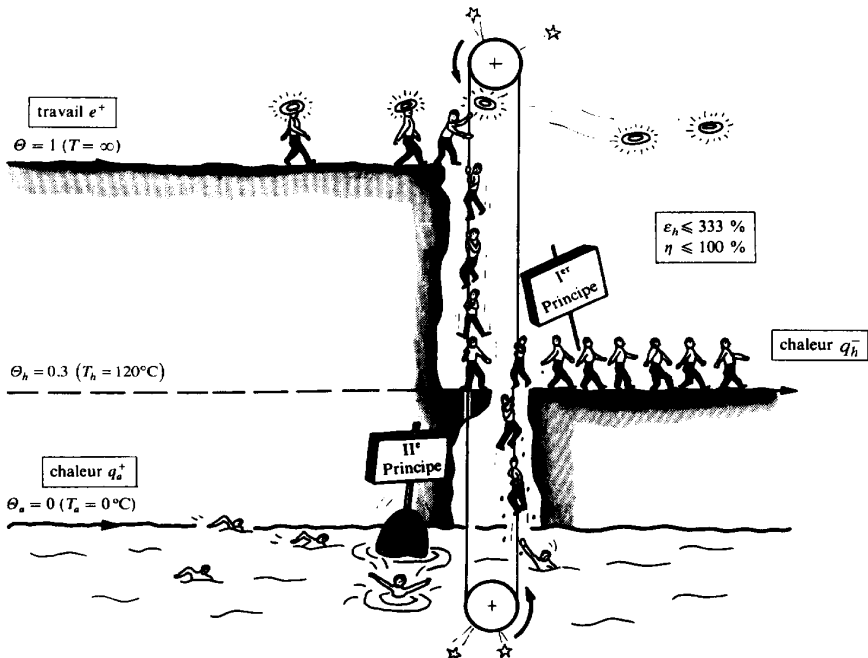


Fig. 13.20 Interprétation exergetique du cycle de thermopompe de la figure 13.18, sous forme de modèle mécanique humoristique.

corde, et en perdant leur auréole. Cela illustre le fait que la valorisation d'énergie-chaleur se paie par la dégradation d'énergie-travail en énergie-chaleur.

On obtient le modèle d'un cycle de thermopompe **réversible** en admettant qu'il n'y a aucun frottement. Dans ce cas, il faut que le nombre de bonshommes soit le même sur les parties gauche et droite de la corde.

On obtient le modèle d'un cycle de thermopompe **irréversible** en introduisant des frottements dans les paliers des arbres supportant les deux poulies. Dans ce cas, il faut que le nombre des bonshommes qui descendent soit supérieur au nombre de ceux qui montent. Cela correspond au fait que, pour une même énergie-travail e^+ consommée, l'énergie-chaleur q_a^+ prise à la source froide est d'autant plus faible, et, corrélativement, l'énergie-chaleur q_h^- fournie à la source chaude d'autant plus petite que l'irréversibilité est importante. Le modèle permet donc bien d'illustrer l'influence de l'irréversibilité sur les performances d'un cycle de thermopompe.

13.6.2 Efficacité de chauffage (coefficient de performance de chauffage)

Conformément à la définition (10.20), l'efficacité du cycle de thermopompe décrit au paragraphe 13.6.1, appelée **efficacité de chauffage** ε_h , est le rapport entre l'énergie-chaleur q_h^- fournie à la source chaude et l'énergie-travail e^+ consommée. Elle est définie, sous forme massique, par la relation :

$$\varepsilon_h = \frac{q_h^-}{e^+} (= COP_h) \quad (13.91)$$

En vertu de (13.36) et (13.88), nous avons aussi les relations :

$$\varepsilon_h = 1 + \frac{q_a^+}{e^+} = \frac{1}{\Theta_h} \left(1 - \frac{\ell}{e^+} \right) \leq \frac{1}{\Theta_h} \quad (13.92)$$

Nous constatons que lorsque les irréversibilités sont faibles, l'efficacité de chauffage est supérieure à 1. Elle peut devenir inférieure à 1 lorsque les irréversibilités deviennent très importantes.

13.6.3 Rendement exergetique d'un cycle de thermopompe

Conformément à la définition générale (10.168), le **rendement exergetique** η du cycle de thermopompe décrit au paragraphe 13.6.1 est le rapport entre l'exergie-chaleur fournie, qui est égale à e_{qh}^- (puisque e_{qa}^- est nul), et l'énergie-travail e^+ consommée. Il est défini, sous forme massique, par la relation :

$$\eta \equiv \frac{e_{qh}^-}{e^+} \leq 1 \quad (13.93)$$

En vertu de (13.35), nous avons aussi la relation :

$$\eta \equiv 1 - \frac{\ell}{e^+} \leq 1 \quad (13.94)$$

13.6.4 Cycles de Carnot, de Stirling et de Ericsson inversés, utilisés comme cycles de thermopompes

Définition

*Les cycles de Carnot, de Stirling et de Ericsson **inversés** sont des cycles bithermes de pompe à chaleur **réversibles**, définis de la même manière que les cycles moteurs de même nom.*

La différence réside dans le fait qu'ils sont parcourus, cette fois-ci, dans le *sens trigonométrique positif*, aussi bien dans le diagramme P - v que dans le diagramme T - s .

Propriétés

Comme il s'agit de cycles réversibles, toutes les relations établies aux paragraphes 13.5.4, 13.5.5 et 13.5.6 pour les cycles moteurs de même nom sont valables. Il suffit de changer le signe de toutes les énergies massiques qui interviennent.

La seule différence concerne l'**efficacité de chauffage** ε_h des cycles bithermes de thermopompes, réversibles, qui est, selon (13.92) :

$$\varepsilon_h^* = \frac{1}{\Theta_h} = \frac{T_h}{T_h - T_a} > 1 \quad (13.95)$$

Le **rendement exergétique** de ces cycles est, selon (13.94) :

$$\eta^* = 1 \quad (13.96)$$

La figure 13.21 représente le rendement exergétique η^* et la variation de l'efficacité ε_h^* , en fonction de la température T_h de la source chaude, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère. Nous constatons que l'efficacité ε_h^* :

- est toujours supérieure à 1
- varie de façon hyperbolique en fonction de T_h
- tend vers l'infini lorsque T_h tend vers T_a
- tend vers 1 lorsque T_h tend vers l'infini
- augmente lorsque T_a augmente, cela pour une valeur déterminée de T_h

Remarquons que l'efficacité ε_h^* peut prendre des valeurs très grandes. Elle peut même devenir infinie pour $T_h = T_a$, alors même qu'il s'agit d'une opération absurde.

En effet, dans ce cas, la thermopompe, ayant pris l'énergie-chaleur q_a^+ à la température T_a , rejette cette même énergie à la même température. La définition (13.91) de l'efficacité de chauffage ε_h est donc *déconcertante*.

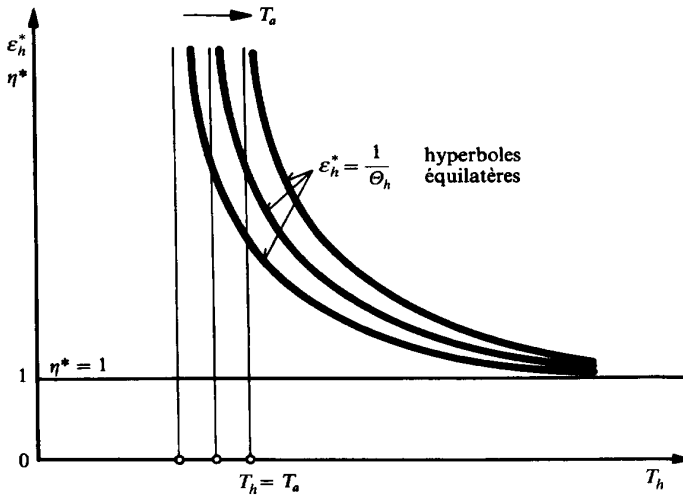


Fig. 13.21 Efficacité et rendement exergétique des cycles de thermopompe, réversibles, en fonction de la température T_h de la source chaude, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

13.6.5 Cycles de pompe à chaleur de réfrigération (frigopompes)

Propriétés générales

Considérons les cycles bithermes de pompe à chaleur, destinés à la réfrigération, utilisant l'atmosphère à température T_a comme source chaude, et une source à température T_f plus basse, comme source froide. Les machines utilisant de tels cycles sont appelées **pompes à chaleur de réfrigération**, **frigopompes**, **réfrigérateurs** ou **unités de réfrigération**.

Nous avons les relations :

$$\begin{aligned} T_b &= T_f < T_a \\ \Theta_b &= \Theta_f = 1 - \frac{T_a}{T_f} < 0 \end{aligned} \quad (13.97)$$

Dans ce cas, le facteur de Carnot Θ_f est compris entre $-\infty$ et 0, comme le montre la figure 13.11, de sorte que (13.34) et (13.36) donnent, sous forme massique :

$$\begin{aligned} e^+ &= q_a^- - q_f^+ > 0 \\ q_a^- &> 0 \\ q_f^+ &> 0 \end{aligned} \quad (13.98)$$

Il est intéressant de mettre le bilan ci-dessus sous la forme:

$$q_f^+ = q_a^- - e^+ \quad (13.99)$$

Un cycle bitherme de frigopompe est donc analogue à un cycle bitherme de thermopompe. La différence réside dans le fait que l'atmosphère constitue, cette fois-ci, la source chaude.

La figure 13.22 représente, dans les diagrammes P - v et T - s , un cycle bitherme de frigopompe quelconque, avec l'atmosphère comme source chaude.

Le bilan énergétique (13.98) peut être représenté par le schéma de la figure 13.23.

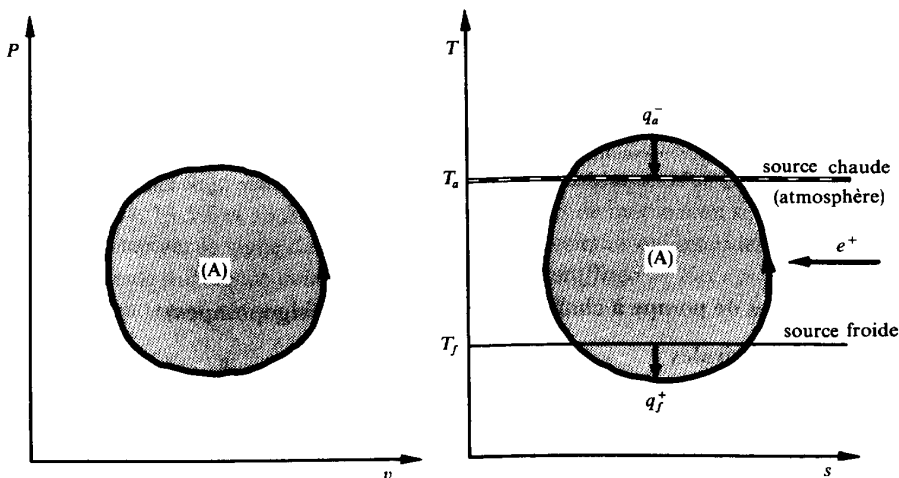


Fig. 13.22 Représentation, dans les diagrammes P - v et T - s d'un cycle de frigopompe quelconque, avec l'atmosphère comme source chaude.

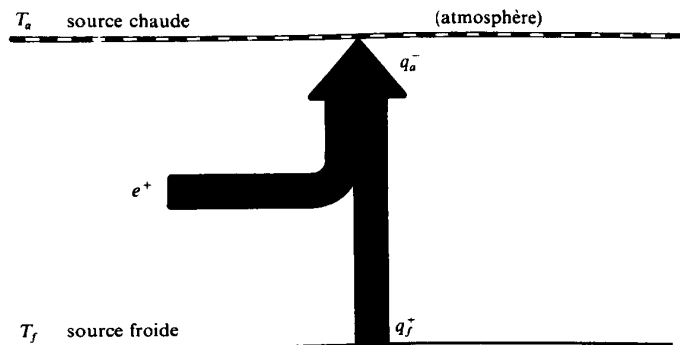


Fig. 13.23 Schéma représentant le bilan énergétique du cycle de frigopompe de la figure 13.22.

Modèle mécanique

Afin de rendre sensibles les possibilités, liées au Deuxième Principe, d'extraire de l'énergie thermique à basse température, nous utilisons le biais du *modèle mécanique humoristique* de la figure 13.24, dont l'interprétation doit se faire comme au paragraphe 13.5.1.

13.6.6 Efficacité de réfrigération (coefficient de performance de réfrigération)

Conformément à la définition (10.34), l'efficacité du cycle de frigopompe décrit au paragraphe 13.6.5, appelée *efficacité de réfrigération* ε_f , est le rapport entre l'énergie-chaleur q_f^+ extraite de la source froide et l'énergie-travail e^+ consommée. Elle est définie, sous forme massique, par la relation:

$$\varepsilon_f \equiv \frac{q_f^+}{e^+} (= COP_f) \quad (13.100)$$

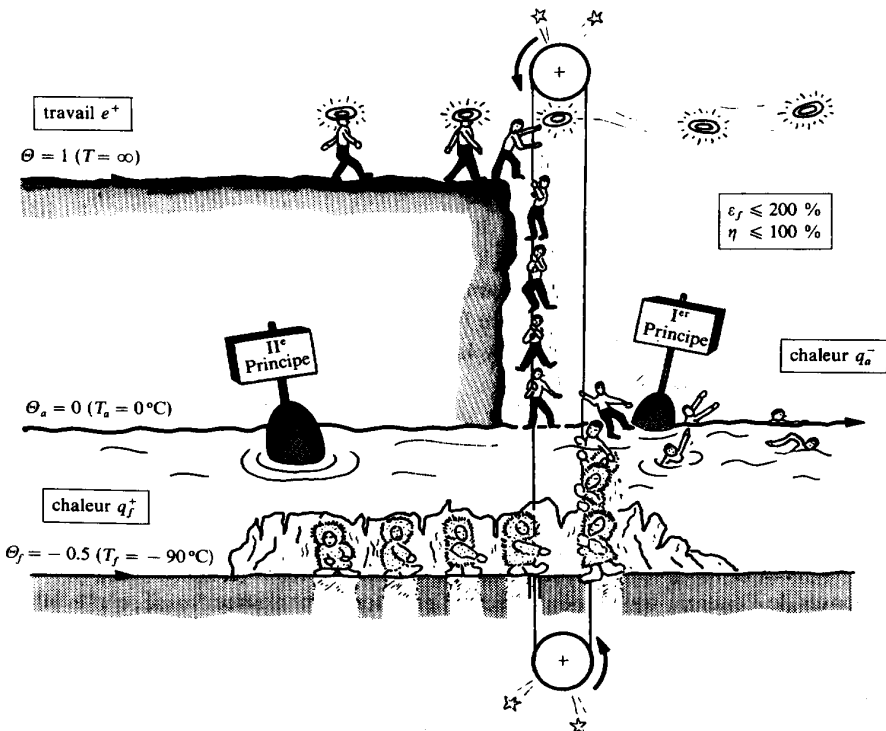


Fig. 13.24 Interprétation exergétique du cycle de frigopompe, de la figure 13.22, sous forme de modèle mécanique humoristique.

En vertu de (13.36) et (13.98), nous avons aussi les relations:

$$\varepsilon_f \equiv \frac{q_a^+}{e^+} - 1 = -\frac{1}{\Theta_f} \left(1 - \frac{\ell}{e^+} \right) \leq -\frac{1}{\Theta_f} \quad (13.101)$$

Nous constatons que l'efficacité de réfrigération peut être supérieure ou inférieure à 1. Cette définition, quoique étant la meilleure possible, est déconcertante, car elle comptabilise comme prestation du système une énergie-chaleur q_f^+ qui est reçue par ce système.

13.6.7 Rendement exergetique d'un cycle de frigopompe

Conformément à la définition générale (10.168), le **rendement exergetique** η du cycle de frigopompe décrit au paragraphe 13.6.5 est le rapport entre l'exergie-chaleur fournie, qui est égale à e_{qf}^- (puisque e_{qa}^- est nul), et l'énergie-travail e^+ consommée. Il est défini, sous forme massique, par la relation:

$$\eta \equiv \frac{e_{qf}^-}{e^+} \leq 1 \quad (13.102)$$

En vertu de (13.35), nous avons aussi la relation:

$$\eta = 1 - \frac{\ell}{e^+} \leq 1 \quad (13.103)$$

Remarquons que, comme le facteur de Carnot Θ_f est négatif, l'exergie-chaleur e_{qf}^- fournie par le cycle à la source froide est positif, alors que le cycle reçoit la chaleur q_f^+ de cette même source. A la lumière de la théorie de l'exergie, cela signifie que:

Le fait de recevoir de l'énergie-chaleur à une température inférieure à T_a équivaut à donner une exergie-chaleur.

Ce résultat est parfaitement cohérent, car les praticiens savent bien qu'il faut dépenser de l'énergie-travail pour créer ou entretenir une source froide, c'est-à-dire pour produire un *effet frigorifique*. Au paragraphe 10.2.5, nous avons exprimé cette propriété en disant que, *lors d'une action frigorifique, et par rapport au sens du transfert-chaleur, les rôles de fournisseur et de client sont permutés*. Cette circonstance peut être illustrée par l'histoire du «voleur de froid». Supposons qu'un individu, ayant accès à une centrale de réfrigération, gratte furtivement l'isolation d'une conduite située entre la vanne de détente et l'évaporateur, c'est-à-dire traversée par

un fluide à température plus basse que celle de l'atmosphère, puis construis un petit transmetteur d'énergie-chaleur, dans le but de refroidir en cachette ses provisions personnelles. S'il est découvert, il se défendra peut être en prétendant qu'il a fait un cadeau au propriétaire de la centrale, puisqu'il a fourni de l'énergie-chaleur au système. En fait, c'est bel et bien le propriétaire qui lui a fourni une prestation. Cette prestation n'est autre que l'exergie-chaleur fournie par le système aux provisions de l'individu, malgré le fait que ce sont les provisions qui ont donné de l'énergie-chaleur au système. Soit dit en passant, cette histoire montre que la théorie de l'exergie est un outil de transparence, permettant, dans certains cas, de démasquer les tentatives éventuelles de déguiser un profit personnel en philanthropie. (Ne pas écrire philentropie!).

De toute façon, il est évident que, dans la technique moderne, il devient de plus en plus indispensable de clairement distinguer les notions d'énergie-chaleur et d'exergie-chaleur.

13.6.8 Cycles de Carnot, de Stirling et de Ericsson inversés, utilisés comme cycles de frigopompes

Définition

*Les cycles de Carnot, de Stirling et de Ericsson **inversés**, utilisés comme cycles de frigopompe, sont analogues à ceux utilisés comme cycles de thermopompe.*

La différence réside dans le fait que l'atmosphère, cette fois-ci, constitue la source chaude.

Propriétés

L'**efficacité de réfrigération** des cycles bithermes de frigopompe, réversibles, est, selon (13.101):

$$\varepsilon_f^* = -\frac{1}{\Theta_f} = -\frac{T_f}{T_a - T_f} \leq 1 \quad (13.104)$$

Le **rendement exergétique** de ces cycles est, selon (13.103):

$$\eta^* = 1 \quad (13.105)$$

La figure 13.25 représente le rendement exergétique η^* et la variation de l'efficacité ε_f^* , en fonction de la température T_f de la source froide, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère. Nous constatons que l'efficacité ε_f^* :

- est supérieure ou inférieure à 1
- varie de façon hyperbolique en fonction de T_f
- tend vers l'infini lorsque T_f tend vers T_a
- tend vers 0 lorsque T_f tend vers 0
- diminue lorsque T_a augmente, cela pour une valeur déterminée de T_f

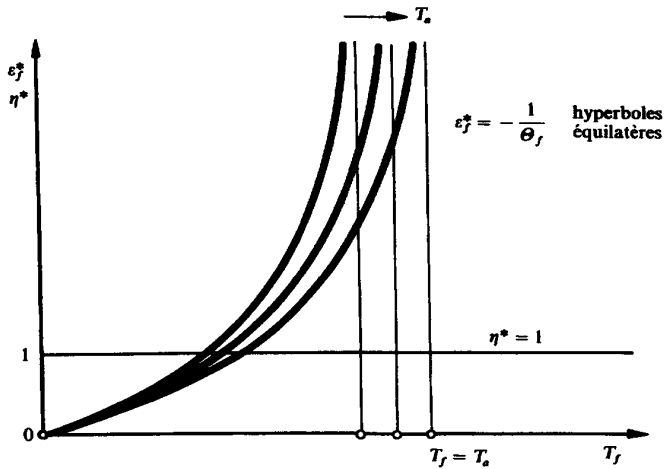


Fig. 13.25 Efficacité et rendement exergetique des cycles de frigopompe réversibles, en fonction de la température T_f de la source froide, avec en paramètre la température T_a de l'atmosphère.

Remarquons que l'efficacité ε_f^* peut prendre des valeurs très grandes. Elle peut même devenir infinie pour $T_f = T_a$, alors même qu'il s'agit d'une opération absurde. En effet, dans ce cas, la frigopompe, ayant extrait l'énergie-chaleur q_f^+ à la température T_a , rejette cette même énergie à la même température. La définition (13.100) de l'efficacité de réfrigération ε_f est donc *déconcertante*.

13.6.9 Cycles de pompe à chaleur de chauffage et de réfrigération (thermo-frigopompe)

Définition

Un cycle de thermo-frigopompe est un cycle de pompe à chaleur dont les sources froide et chaude sont respectivement à des températures T_f inférieure et T_h supérieure à la température T_a de l'atmosphère.

Un tel système non seulement fournit une énergie-chaleur q_h^- , mais extrait une énergie-chaleur q_f^+ . Il est utilisé simultanément pour le chauffage et pour la réfrigération, par exemple dans les installations assurant simultanément le chauffage d'une piscine et la réfrigération d'une patinoire.

Représentation

Considérons à titre d'*exemple théorique*, le cycle de thermo-frigopompe 1-2-3-4-1 représenté par la figure 13.26, constitué de deux isothermes, d'une isentrope et d'une polytrophe. Comme le cycle moteur de cogénération analysé au paragraphe 13.5.7, il donne lieu à une dévalorisation à basse température, une dissipation et une dévalorisation à haute température.

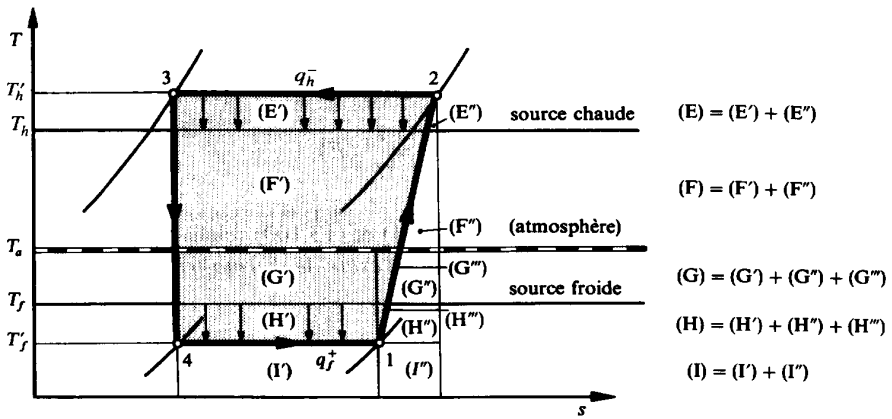


Fig. 13.26 Cycle de thermo-frigopompe, avec une dévalorisation à basse température, une dissipation et une dévalorisation à haute température.

Propriétés

Conformément aux relations (10.45), (13.2) et (13.7), les grandeurs énergétiques et exergetiques donnent lieu aux relations :

$$q_h^- - q_f^+ = e^+ = r - \oint T ds \quad (13.106)$$

$$e_{qh}^- + e_{qf}^- = e^+ - \ell = e^+ - (\ell_{tf} + \ell_r + \ell_{th}) \quad (13.107)$$

Les énergies massiques mentionnées ci-dessus sont mesurées, dans le diagramme T - s de la figure 13.26, par les surfaces positives suivantes :

$$-\oint T ds = (E') + (F') + (G') + (G'') + (H') + (H'')$$

$$e^+ = (T_h' - T_f')(s_2 - s_3) + T_f'(s_2 - s_1) = (E) + (F) + (G) + (H) + (I')$$

$$q_f^+ = T_f'(s_1 - s_4) = (I')$$

$$q_h^- = T_h'(s_2 - s_3) = (E) + (F) + (G) + (H) + (I)$$

$$\begin{aligned}
 \ell_{tf} &= \frac{T_a}{T_f} (T_f - T'_f)(s_1 - s_4) = \frac{T_a}{T_f} (H') \\
 \ell_r &= T_a (s_2 - s_1) = (G'') + (G''') + (H'') + (H''') + (I'') \\
 \ell_{th} &= \frac{T_a}{T_h} (T'_h - T_h)(s_2 - s_3) = \frac{T_a}{T_h} (E)
 \end{aligned}$$

Si nous combinons les définitions (13.91) et (13.100) relatives aux cycles de thermopompe et de frigopompe, l'**efficacité du cycle de thermo-frigopompe** devrait être définie par la relation :

$$\varepsilon_{hf} = \frac{q_h^- + q_f^+}{e^+} \quad ? \quad (13.109)$$

Il est clair que cette définition, quoique étant la meilleure possible, est absurde, car il est inadmissible d'additionner sans autre une énergie-chaleur reçue et une énergie-chaleur donnée.

Le **rendement exergetique du cycle de thermo-frigopompe** est, selon (13.107):

$$\eta = \frac{e_{qf}^- + e_{qh}^-}{e^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+} \quad (13.110)$$

Les cotravaux-chaleur e_{qf}^- et e_{qh}^- donnés respectivement aux sources froide et chaude sont :

$$\begin{aligned}
 e_{qf}^- &= \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) q_f^+ \\
 e_{qh}^- &= \left(1 - \frac{T_a}{T_h} \right) q_h^-
 \end{aligned} \quad (13.111)$$

Les énergies-chaleurs q_f^+ reçue de la source froide et q_h^- donnée à la source chaude sont :

$$\begin{aligned}
 q_f^+ &= T'_f (s_1 - s_4) \\
 q_h^- &= T'_h (s_2 - s_3)
 \end{aligned} \quad (13.112)$$

En tenant compte de (13.106) à (13.112), nous obtenons le rendement exergetique :

$$\eta = 1 - \frac{T_a}{T_h} \left[1 - \frac{\frac{T_h}{T_f} - 1}{\frac{T'_h (s_2 - s_4)}{T'_f (s_1 - s_4)} - 1} \right] \leq 1 \quad (13.113)$$

En posant :

$$\begin{aligned}\Delta T_f &= T_f - T'_f \\ \Delta T_h &= T'_h - T_h \\ \Delta s &= s_2 - s_1\end{aligned}\tag{13.114}$$

nous pouvons lui donner la forme :

$$\eta = 1 - \frac{T_a}{T_h} \left[1 - \frac{\frac{T_h}{T_f} - 1}{\frac{T_h + \Delta T_h}{T_f - \Delta T_f} \left(1 + \frac{\Delta s}{s_1 - s_4} \right) - 1} \right] \leq 1\tag{13.115}$$

Cette relation montre clairement l'influence des différentes irréversibilités sur le rendement exergetique du système. Il est aisé d'en déduire différents cas particuliers. Ces derniers donnent lieu aux mêmes remarques que celles qui ont été faites au paragraphe 13.5.7, concernant le cycle bitherme moteur à cogénération. C'est pourquoi nous nous limiterons à l'étude des trois cas les plus intéressants.

Cas particuliers

1. Cas sans dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot inversé)

En faisant $s_2 = s_1$, et $\Delta s = 0$, dans (13.113) et (13.115), nous obtenons le rendement exergetique :

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{T'_h(T_h - T_a)}{T_h(T'_h - T'_f)} + \frac{T'_f(T_a - T_f)}{T_f(T'_h - T'_f)} \leq 1 \\ &= \frac{\left(1 + \frac{\Delta T_h}{T_h}\right)(T_h - T_a) + \left(1 - \frac{\Delta T_f}{T_f}\right)(T_a - T_f)}{T_h - T_f + \Delta T_h + \Delta T_f} < 1\end{aligned}\tag{13.116}$$

2. Cas d'un cycle de thermopompe, sans dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot inversé)

La figure 13.27 représente un tel cycle, obtenu à partir de celui de la figure 13.26, avec $T_f = T_a$, $T'_f = T'_a$ et $\Delta s = 0$.

La définition (13.95) et les relations (13.114) donnent l'efficacité de chauffage :

$$\epsilon_h = \frac{T'_h}{T'_h - T'_a} = \frac{T_h + \Delta T_h}{T_h - T_a + \Delta T_h + \Delta T_a} \geq 1\tag{13.117}$$

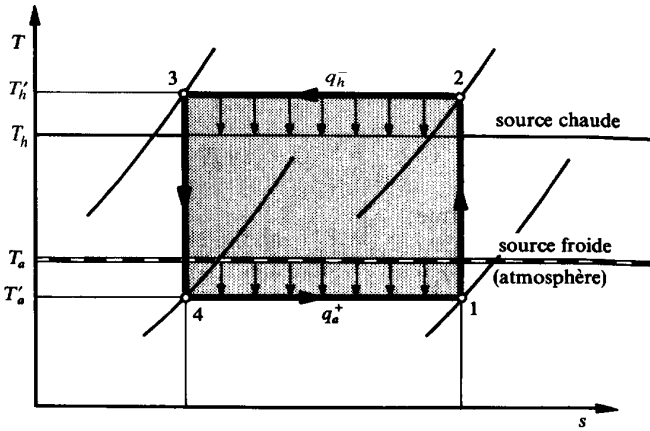


Fig. 13.27 Cycle de thermopompe, sans dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot inversé).

La relation (13.116) donne le rendement exergetique:

$$\eta = \frac{T'_h(T_h - T_a)}{T_h(T'_h - T'_a)} = \frac{(T_h + \Delta T_h)(T_h - T_a)}{T_h(T_h - T_a + \Delta T_h + \Delta T_a)} < 1 \quad (13.118)$$

La figure 13.28 représente les variations de l'efficacité ε_h et du rendement exergetique η , en fonction de \hat{T}_h (ou de $\hat{T}_h - \hat{T}_a$), pour $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$ et $\Delta T_a = 10^\circ\text{C}$, avec en paramètre $\Delta T_h = 5, 10$ et 15°C .

3. Cas d'un cycle de frigopompe, sans dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot inversé)

La figure 13.29 représente un tel cycle, obtenu à partir de celui de la figure 13.26, avec $T_h = T_a$, $T'_h = T'_a$ et $\Delta s = 0$.

La définition (13.104) et les relations (13.114) donnent l'efficacité de réfrigération:

$$\varepsilon_f = \frac{T'_f}{T'_a - T'_f} = \frac{T_f - \Delta T_f}{T_a - T_f + \Delta T_a + \Delta T_f} \cong 1 \quad (13.119)$$

La relation (13.116) donne le rendement exergetique:

$$\eta = \frac{T'_f(T_a - T_f)}{T_f(T'_a - T'_f)} = \frac{(T_f - \Delta T_f)(T_a - T_f)}{T_f(T_a - T_f + \Delta T_a + \Delta T_f)} < 1 \quad (13.120)$$

La figure 13.30 représente les variations de l'efficacité ε_f et du rendement exergetique η , en fonction de \hat{T}_f (ou de $\hat{T}_a - \hat{T}_f$), pour $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ et $\Delta T_a = 10^\circ\text{C}$, avec en paramètre $\Delta T_f = 5, 10$ et 15°C .

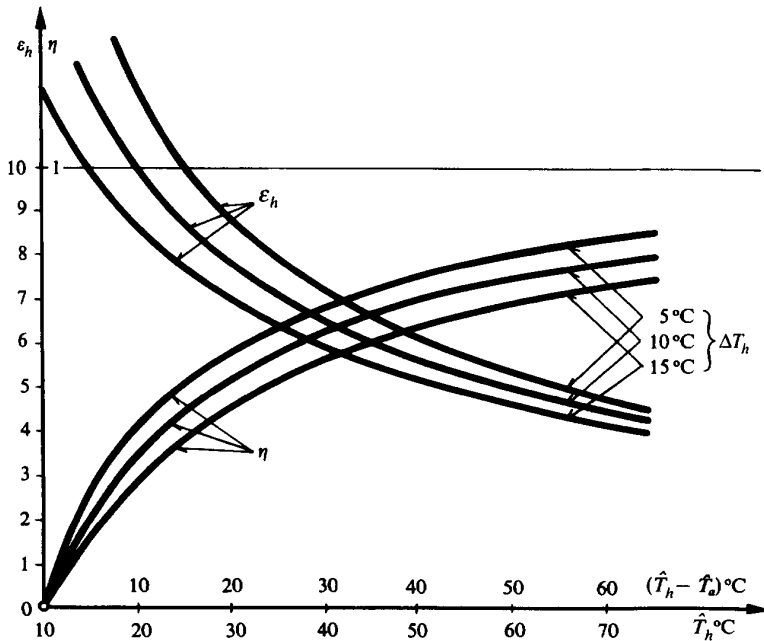


Fig. 13.28 Variation de l'efficacité et du rendement exergetique du cycle de thermopompe de la figure 13.27, en fonction de \hat{T}_h , pour $\hat{T}_a = 10^\circ\text{C}$ et $\Delta T_a = 10^\circ\text{C}$, avec ΔT_h en paramètre.

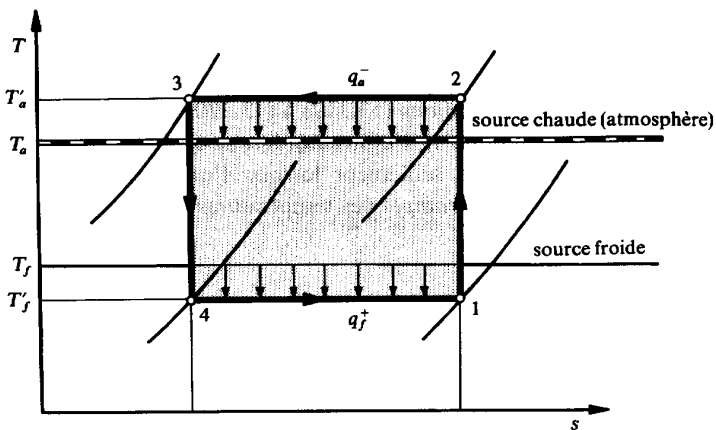


Fig. 13.29 Cycle de frigopompe, sans dissipation, mais avec dévalorisations à basse et à haute température (pseudo-cycle de Carnot inversé).

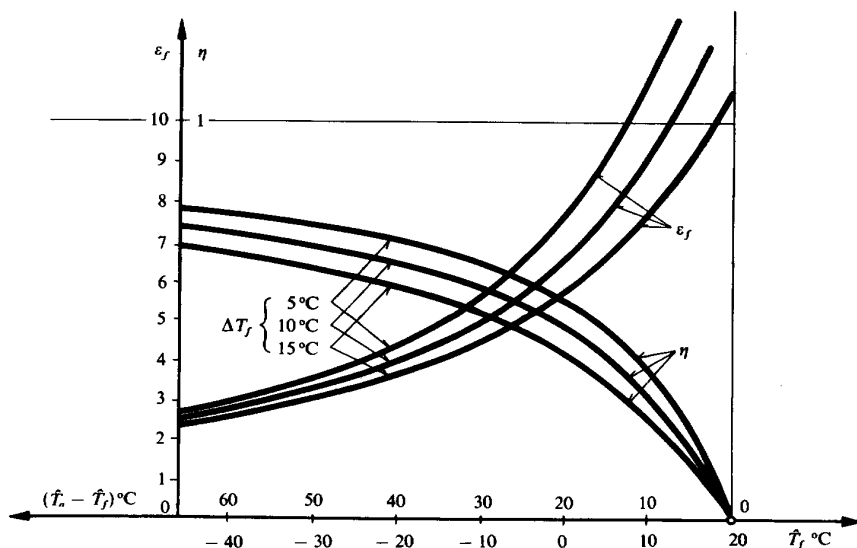


Fig. 13.30 Variation de l'efficacité et du rendement exergetique du cycle de frigopompe de la figure 13.29, en fonction de \hat{T}_f pour $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ et $\Delta T_a = 10^\circ\text{C}$, avec ΔT_f en paramètre.

Remarques

Dans les cas 2 et 3, les relations (13.117) à (13.120), ainsi que les figures 13.28 et 13.30, montrent que l'efficacité de chauffage ε_h de la thermopompe et l'efficacité de réfrigération ε_f de la frigopompe prennent respectivement des valeurs très grandes pour $T_h = T_a$ et $T_f = T_a$, alors même qu'il s'agit d'opérations absurdes. En effet, dans ces cas, la thermopompe et la frigopompe, ayant pris les énergies-chaleur q_a^+ et q_f^+ à la température T_a , rejettent ces mêmes énergies à la même température. Les définitions (13.91) et (13.100) de l'efficacité de chauffage ε_h et de l'efficacité de réfrigération ε_f sont donc déconcertantes.

Dans les cas 2 et 3, les relations (13.117) à (13.120) montrent que, contrairement au rendement exergetique η , l'efficacité de chauffage ε_h et l'efficacité de réfrigération ε_f (définissables seulement lorsque l'une des deux sources est l'atmosphère), **ne tiennent pas compte** des températures T_a , T_h et T_f des sources.

13.6.10 Généralisation

Introduction

La figure 13.31 représente schématiquement les cinq cas typiques de cycles bithermes de pompe à chaleur qu'il est possible de réaliser.

Les cycles bithermes de pompe à chaleur donnant lieu aux mêmes considérations que celles qui ont été faites au paragraphe 13.5.8 pour les cycles bithermes moteurs, nous écrivons leur **efficacité** ε et leur **rendement exergetique** η sans commentaires.

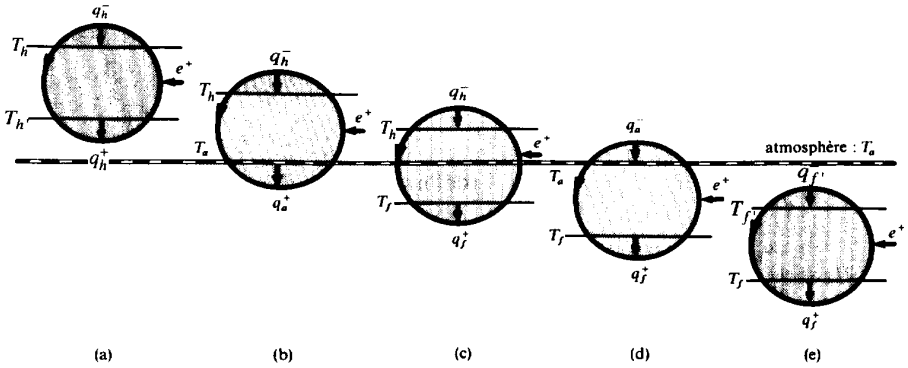


Fig. 13.31 Cas typiques de cycles bithermes de pompe à chaleur.

Cas (a): cycle de chauffage

$$\varepsilon_h = \frac{q_h^-}{e^+ + q_h^+} = 1 \quad (\text{définition inintéressante}) \quad (13.121)$$

$$\eta = \frac{e_{qh}^-}{e^+ + e_{qh}^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+ + e_{qh}^+} \leq 1 \quad (13.122)$$

Cas (b): cycle de chauffage

$$\varepsilon_h = \frac{q_h^-}{e^+} = \frac{1}{\Theta_h} \left(1 - \frac{\ell}{e^+} \right) \leq \frac{1}{\Theta_h} \quad (13.123)$$

$$\eta = \frac{e_{qh}^-}{e^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+} \leq 1 \quad (13.124)$$

Cas (c): cycle de chauffage et réfrigération

$$\varepsilon_{hf} = \frac{q_h^- + q_f^+}{e^+} \quad ? \quad (\text{définition absurde}) \quad (13.125)$$

$$\eta = \frac{e_{qh}^- + e_{qf}^-}{e^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+} \leq 1 \quad (13.126)$$

Cas (d): cycle de réfrigération

$$\varepsilon_f = \frac{q_f^+}{e^+} = -\frac{1}{\Theta_f} \left(1 - \frac{\ell}{e^+} \right) \leq -\frac{1}{\Theta_f} \quad (\text{définition déconcertante}) \quad (13.127)$$

$$\eta = \frac{e_{qf}^-}{e^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+} \leq 1 \quad (13.128)$$

Cas (e) : cycle de réfrigération

$$\varepsilon_f = \frac{q_f^+}{e^+ + q_f^-} \quad ? \quad (\text{définition absurde}) \quad (13.129)$$

$$\eta = \frac{e_{qf}^-}{e^+ + e_{qf}^+} = 1 - \frac{\ell}{e^+ + e_{qf}^+} \leq 1 \quad (13.130)$$

Analyse critique

L'étude des cinq cas typiques de cycles bithermes de pompe à chaleur a montré qu'il **n'est pas possible de trouver une définition générale de l'efficacité des cycles bithermes de pompe à chaleur.**

La logique basée uniquement sur le Premier Principe conduit à des *définitions spécifiques* dont la plupart sont soit inintéressantes, soit déconcertantes, soit même absurdes.

Les définitions (13.123) et (13.127) des efficacités de chauffage ε_h et de réfrigération ε_f sont néanmoins largement utilisées par les praticiens pour les thermopompes et les frigopompes. Elles donnent certes une information précieuse quant aux rapports des énergies mises en jeu dans un processus de pompe à chaleur. Mais elles conduisent à des valeurs qui ne reflètent pas la qualité thermodynamique du processus, puisque la valeur de référence correspondant à la réversibilité peut elle-même varier de 0 à l'infini.

Il en résulte que **les efficacités de chauffage ε_h et de réfrigération ε_f doivent être considérées comme des chiffres caractéristiques, et non pas comme des rendements.**

En revanche, la logique basée non seulement sur le Premier, mais également sur le Deuxième Principe (*théorie de l'exergie*), conduit à une **définition générale de rendement** donnant des valeurs qui reflètent parfaitement la qualité thermodynamique des processus de pompe à chaleur.

13.7 SYNTHÈSE DES CYCLES BITHERMES

13.7.1 Introduction

Considérons tous les cycles bithermes utilisant, comme sources thermiques, l'atmosphère à température T_a et une autre source à température T_b plus élevée ou plus basse.

D'une façon générale, il est possible d'exprimer l'efficacité ε et le rendement exergetique η en fonction du rapport de température T_b/T_a et du rapport $e^-/|q_b|$, selon les fonctions :

$$\varepsilon = \varepsilon \left(\frac{T_b}{T_a}, \frac{e^-}{|q_b|} \right) \quad (13.131)$$

$$\eta = \eta \left(\frac{T_b}{T_a}, \frac{e^-}{|q_b|} \right) \quad (13.132)$$

dans lesquelles nous avons :

- e^- énergie-travail massique fournie par le système
- $|q_b|$ valeur absolue de l'énergie-chaleur massique mise en jeu avec la source à température T_b

La figure 13.32 représente schématiquement les différents cycles réalisables avec les sources à température T_a et T_b .

13.7.2 Représentations planes et spatiales de l'efficacité et du rendement exergetique

Diagrammes et maquettes

La figure 13.33 représente, sous forme paramétrique, l'efficacité ε et le rendement exergetique η , conformément aux définitions données aux paragraphes 13.5.8 et 13.6.10. Tous les cycles *réversibles* correspondent à des points situés sur les deux *hyperboles équilatères* passant par le point (1, 0) et admettant comme asymptotes la verticale d'abscisse $T_b/T_a = 0$ et les horizontales d'ordonnées $e^-/|q_b| = \pm 1$.

Les domaines A à H correspondent aux cycles de la figure 13.32. Pour chaque point caractéristique, il est possible de lire les énergies massiques e, q_a, q_b, e_{qb} et ℓ , rapportées à q_b , comme le montrent, à titre d'exemple, les vecteurs associés aux points M et P.

Les figures 13.34(a), 13.34(b), 13.35(a) et 13.35(b) sont les photographies de deux maquettes représentant respectivement dans l'espace l'efficacité ε et le rendement exergetique η , en fonction de T_b/T_a et de $e^-/|q_b|$. Il s'agit de deux surfaces que nous allons décrire.

Efficacité

Pour l'*efficacité* ε , les domaines A à I présentent les caractéristiques suivantes :

- Cycles moteurs, avec l'atmosphère comme source froide*: selon (13.43), plan incliné à 45° .
Cycles moteurs *réversibles*: selon (13.51), ligne de crête dont la cote ε varie de 0 à 1 lorsque T_b varie de T_a à l'infini.
- Cycles moteurs, avec l'atmosphère comme source chaude*: selon (13.79), même plan que pour A.
Cycles moteurs *réversibles*: selon (13.80), ligne de crête dont la cote ε varie de 0 à l'infini lorsque T_b varie de T_a à 0.

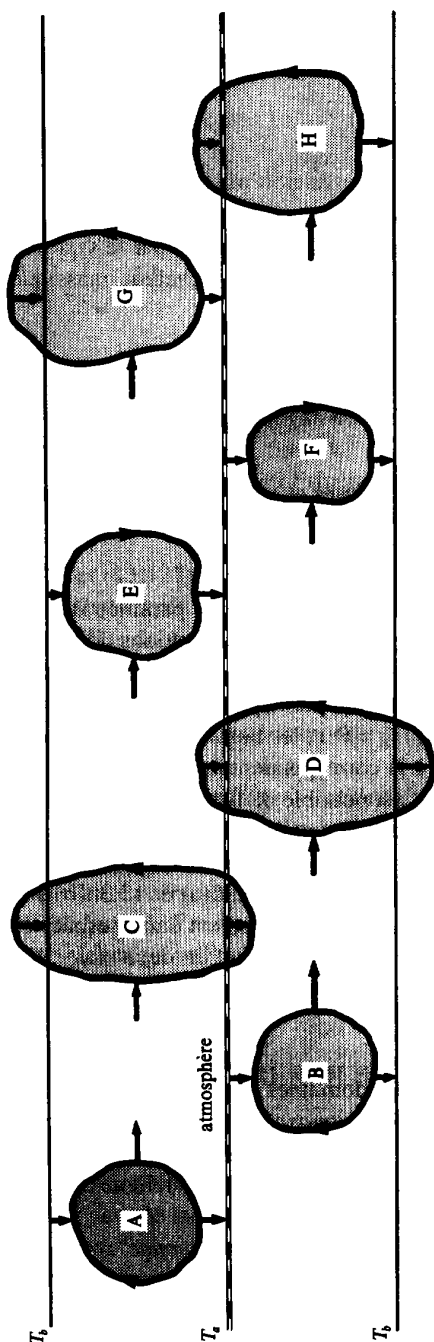
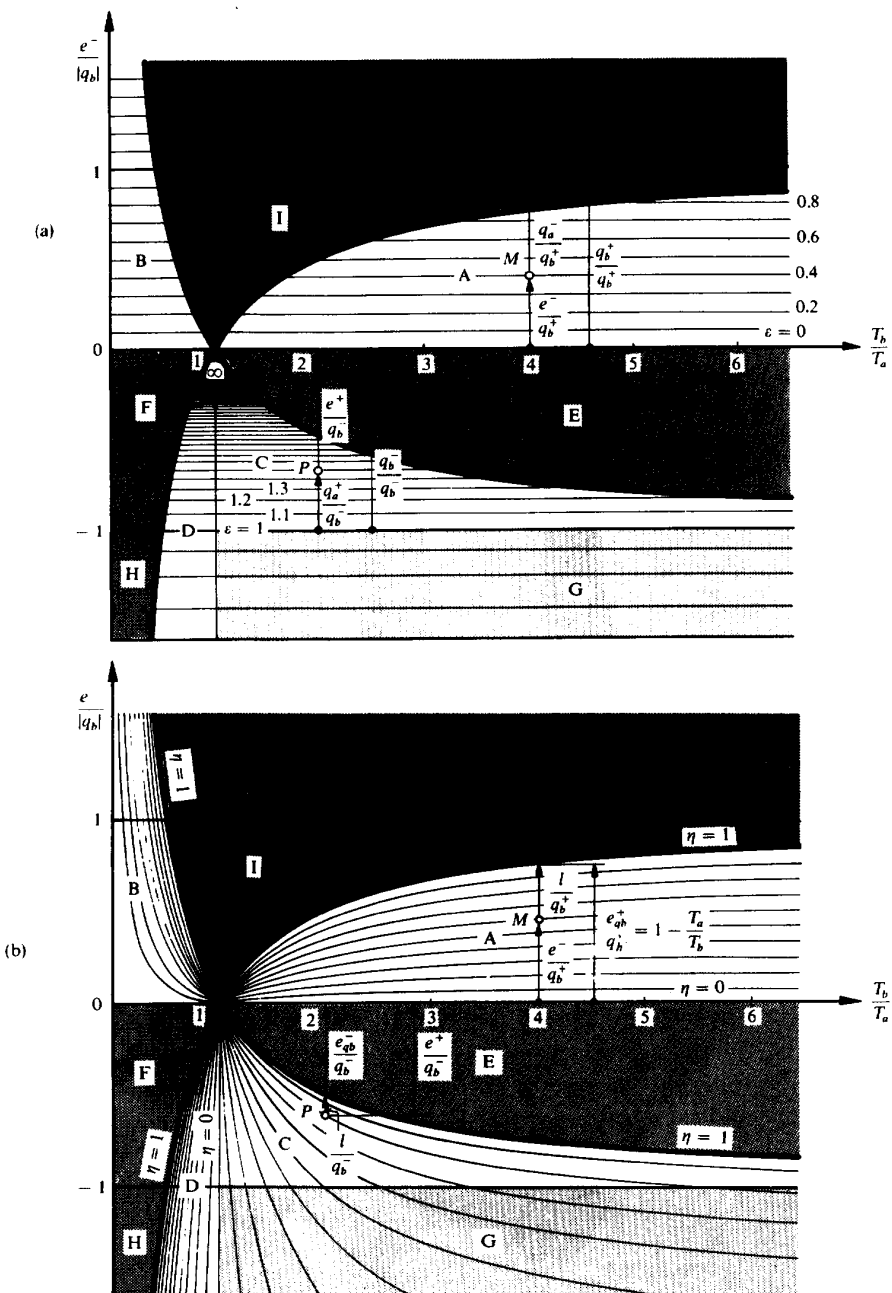


Fig. 13.32 Cas typiques de cycles bithermes travaillant entre l'atmosphère et une autre source à température plus élevée ou plus basse.



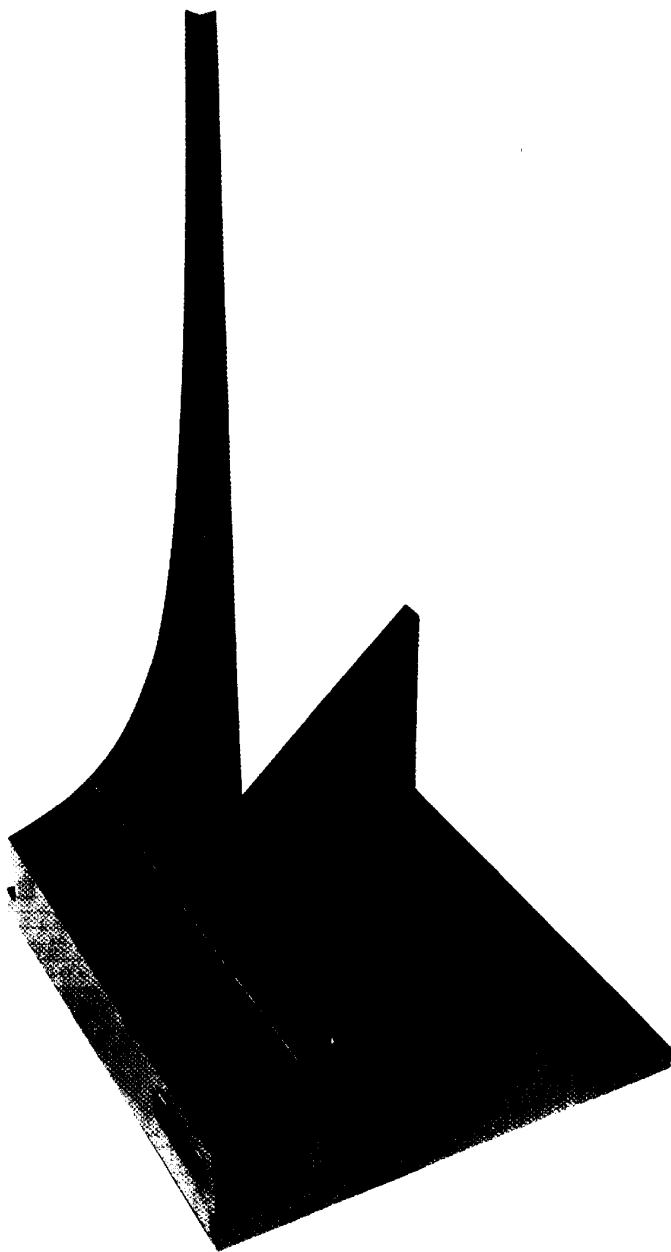


Fig. 13.34 (a) Maquette représentant l'efficacité ε des cycles bithermes. En vert: cycles moteurs; en rouge: cycles de thermopompes; en bleu: cycles de frigopompes; en brun: cycles dissipatifs; en noir: domaine inatteignable.

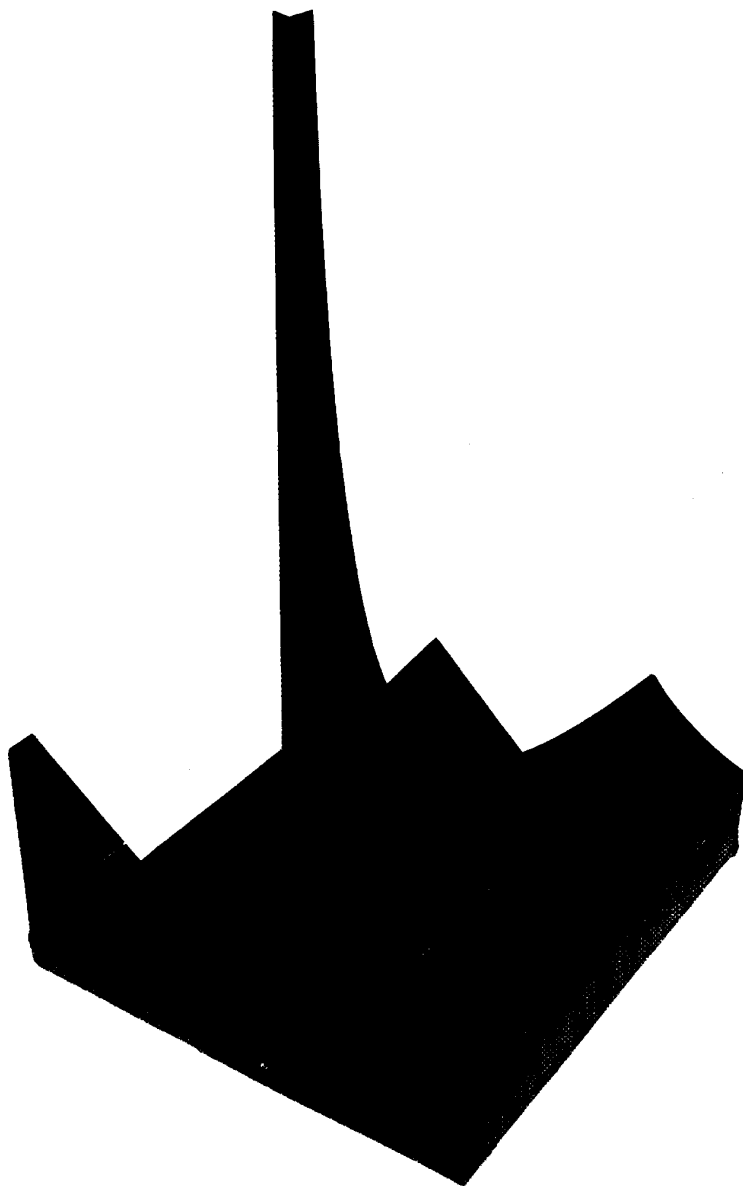


Fig. 13.34 (b) Maquette représentant l'efficacité ε des cycles bithermes. En vert: cycles moteurs; en rouge: cycles de thermopompes; en bleu: cycles de frigopompes; en brun: cycles dissipatifs; en noir: domaine inatteignable.

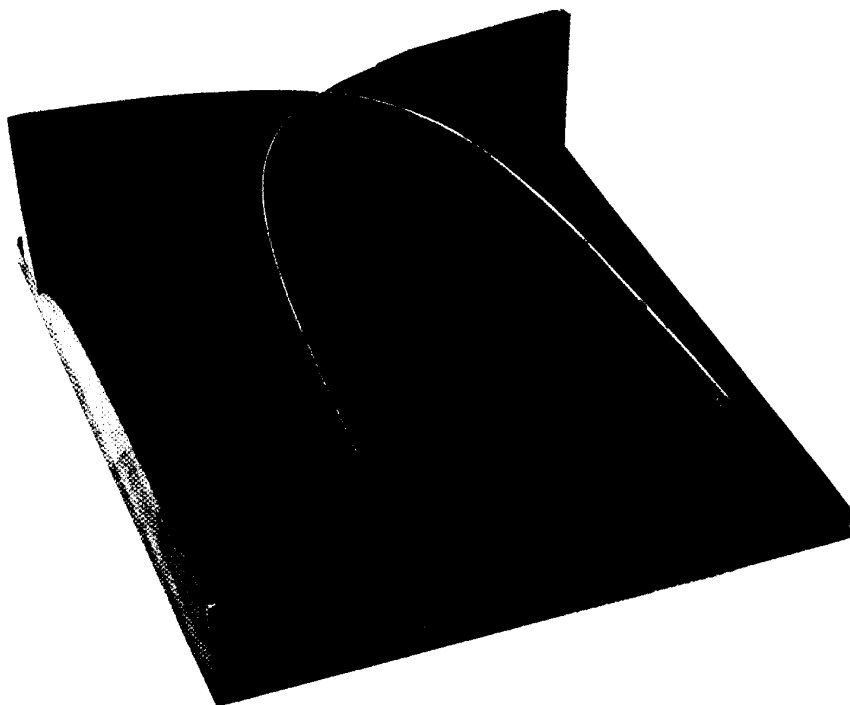


Fig. 13.35 (a) Maquette représentant le rendement exergetique η des cycles bithermes. En vert: cycles moteurs; en rouge: cycles de thermopompes; en bleu: cycles de frigopompes; en brun: cycles dissipatifs; en noir: domaine inatteignable.

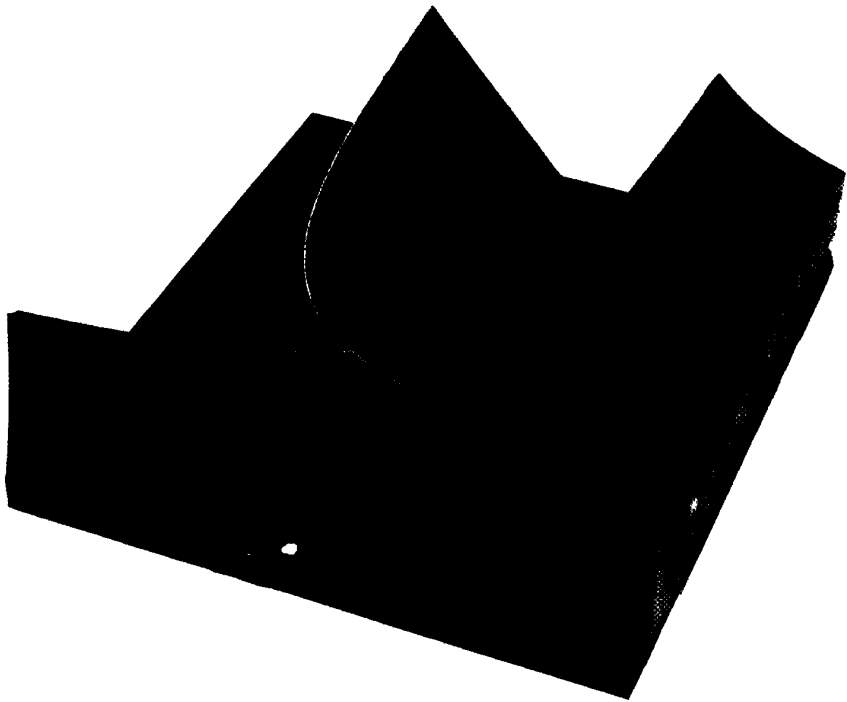


Fig. 13.35 (b) Maquette représentant le rendement exergetique η des cycles bithermes. En vert: cycles moteurs; en rouge: cycles de thermopompes; en bleu (invisible): cycles de frigopompes; en brun: cycles dissipatifs; en noir: domaine inatteignable.

- C. *Cycles de thermopompes*: selon (13.91), surface cylindro-hyperbolique, de génératrices parallèles à l'axe des abscisses, asymptotique au plan horizontal $\varepsilon = 0$.
Cycles de thermopompes *réversibles*: selon (13.95), ligne de crête dont la cote ε varie de l'infini à 1 lorsque T_b varie de T_a à l'infini.
- D. *Cycles de frigopompes*: selon (13.100), même surface que pour C; la limite entre C et D est une hyperbole équilatère dont la cote ε varie de 0 à l'infini pour $T_b = T_a$.
Cycles de frigopompes *réversibles*: selon (13.104), ligne de crête dont la cote ε varie de l'infini à 0 lorsque T_b varie de T_a à 0.
- E. *Cycles dissipatifs*: plan horizontal $\varepsilon = 0$; le domaine F s'étend également sous les surfaces C et G.
- F. *Cycles dissipatifs*: plan horizontal $\varepsilon = 0$; le domaine F s'étend également sous la partie supérieure de la surface D, limitée à l'ordonnée $e^-/|q_b| = -1$.
- G. *Cycles de chauffage dissipatifs*: selon (13.91), même surface que pour C; la limite entre C et G est l'horizontale d'ordonnée $e^-/|q_b| = -1$ et de cote $\varepsilon = 1$; cette limite correspond au chauffage par énergie mécanique ou électrique étudié à la section 10.3.
- H. *Cycles dissipatifs*: plan horizontal $\varepsilon = 0$; le domaine H s'étend également sous la partie inférieure de la surface D, limitée à l'ordonnée $e^-/|q_b| = -1$.
- I. *Domaine impossible à atteindre*, en vertu du Deuxième Principe.

Rendement exergetique

Pour le **rendement exergetique** η , les lignes de crête correspondant aux cycles réversibles sont toutes à la cote $\eta = 1$, et les domaines A à I présentent les caractéristiques suivantes:

- A et B surfaces réglées, dont le plan directeur est le plan vertical $T_b/T_a = 0$ et dont les génératrices s'appuient sur les lignes de crête et sur l'axe des abscisses.
- C, D et G surfaces hyperboliques, dont les hyperboles, situées dans des plans verticaux $T_b/T_a = \text{Cste}$, s'appuient sur les lignes de crête et sont asymptotiques au plan horizontal $\eta = 0$.
- E, F, H et I plan horizontal $\eta = 0$.

13.7.3 Conclusion

La synthèse des cycles bithermes confirme d'une façon extrêmement claire les remarques qui ont été faites aux paragraphes 13.5.8 et 13.6.10, concernant les réserves à faire au sujet de la notion d'efficacité. Cette synthèse montre notamment que l'efficacité ε est susceptible de prendre toutes les valeurs possibles entre 0 et l'infini, même pour les cycles réversibles. Les cas les plus troublants sont ceux relatifs aux thermopompes ou frigopompes qui consommeraient de l'énergie-travail pour fournir de l'énergie-chaleur à la température T_a de l'atmosphère. On constate en effet

que l'efficacité ε de telles installations peut varier de 0 à l'infini, bien qu'il s'agisse d'une opération absurde (hyperbole de séparation des domaines C et D).

Il convient donc de reconnaître que la notion d'efficacité conduit à un système d'évaluation des performances des installations thermiques qui est chaotique. Elle est insuffisante quand il s'agit de caractériser la qualité thermodynamique d'un processus. Bref, elle est incapable d'exprimer correctement la dégradation de l'énergie.

Il en résulte que *l'efficacité ε ne saurait être exprimée comme un véritable rendement thermodynamique et qu'elle doit être considérée seulement comme un chiffre caractéristique.*

Par contre, la synthèse des cycles bithermes confirme le fait que le rendement exergétique ne peut prendre que des valeurs raisonnables comprises entre 0 et 1, la valeur 1 constituant la référence caractérisée par la réversibilité, c'est-à-dire par la perfection thermodynamique. Cette synthèse montre que la notion de rendement exergétique conduit à un système d'évaluation des performances des installations thermiques qui est harmonieux. Elle donne la qualité thermodynamique d'un processus et exprime la dégradation de l'énergie de façon irréprochable.

Il en résulte que *le rendement exergétique η constitue un véritable rendement thermodynamique.*

Pour terminer, nous souhaitons que ces conclusions ne soient pas interprétées de façon excessive. Nous ne prétendons nullement que la notion d'efficacité doit être abandonnée et remplacée systématiquement par celle de rendement exergétique. Nous disons simplement, mais avec fermeté, qu'il ne faut pas lui attribuer des vertus qu'elle n'a pas. Certes, elle est intéressante, car elle donne une information précieuse au point de vue énergétique, mais il est certain que la notion de rendement exergétique donne une information indispensable pour une saine approche des problèmes énergétiques.

Exemples d'application des chapitres 10 à 13

14.1 INSTALLATIONS MOTRICES À VAPEUR

14.1.1 Introduction

L'*utilisation de l'eau comme fluide moteur* présente l'avantage d'exploiter un corps très répandu dans la nature et non polluant. En outre, ce corps est facilement vaporisable ou condensable dans le domaine des pressions et des températures industrielles. Ce changement de phase constitue une sorte d'accident thermodynamique se traduisant par l'existence de la courbe de saturation et de toutes les propriétés qui en découlent (§ 5.5.2).

Il convient tout d'abord de se demander s'il est possible de réaliser un cycle de Carnot à l'aide d'un fluide condensable. Pour répondre à cette question, considérons les cycles de Carnot tracés dans le diagramme T - s de l'eau, représenté par la figure 14.1.

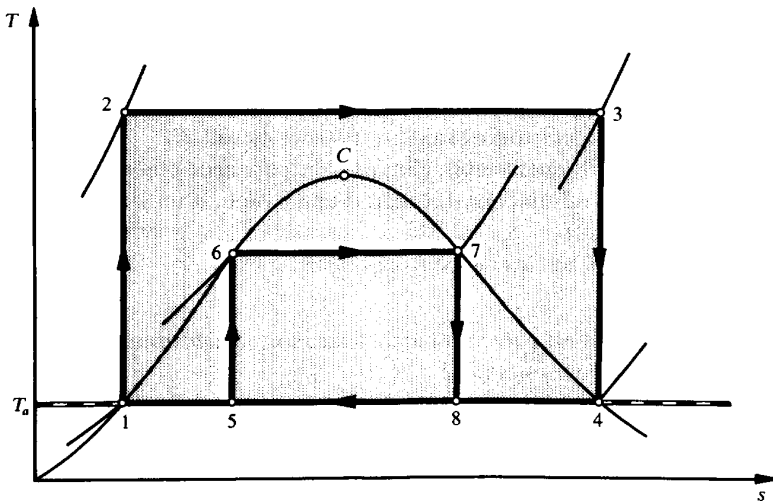


Fig. 14.1 Représentation de cycles de Carnot, dans le diagramme T - s de l'eau.

Sous la courbe de saturation, les isothermes sont aussi des isobares. Cette propriété est favorable à la réalisation du tronçon 6-7 de vaporisation, ainsi qu'à celle des tronçons 8-5 et 4-1 de condensation des cycles de Carnot du genre 5-6-7-8-5 et du genre 1-2-3-4-1.

Toujours sous la courbe de saturation, les compressions adiabates du genre 5-6, ainsi que les détentes adiabates du genre 7-8 mettent en jeu un fluide biphasique. Cette circonstance exclut la réalisation du compresseur/pompe d'alimentation (coups de bélier, cavitation) et conduit à une mauvaise turbine (freinage des aubes mobiles par les gouttelettes d'eau, érosion, etc).

Dans le cycle de Carnot du genre 1-2-3-4-1, la pression P_2 atteint des valeurs extrêmement élevées (de l'ordre de 20 000 bar, pour $\hat{T}_1 = 0^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_2 = 500^\circ\text{C}$) Cette caractéristique exclut la réalisation de la pompe d'alimentation.

Toujours dans le cycle de Carnot du genre 1-2-3-4-1, la transformation isotherme 2-3 met en jeu non seulement un transfert-travail, mais encore un transfert-chaleur. Ces opérations ne sont actuellement pas réalisables simultanément pour des raisons techniques, comme nous l'avons expliqué au paragraphe 8.4.1.

Les considérations ci-dessus montrent qu'il n'est pas possible de réaliser pratiquement un cycle de Carnot. Afin de ne pas perdre les avantages liés à l'utilisation de l'eau, il convient de s'accommoder de l'accident thermodynamique du changement de phase, cela en jouant avec les propriétés qui en découlent.

14.1.2 Installation simple

Généralités

La figure 14.2 représente le schéma d'une *installation motrice à vapeur, simple*. Il s'agit d'un système fermé comprenant:

- une *pompe d'alimentation* consommant la puissance-travail \dot{E}_p
- un *générateur de vapeur* (chaudière, réacteur nucléaire, récupérateur...) consommant la puissance-chaleur \dot{Q}_E^+
- une *turbine à vapeur* fournissant la puissance-travail \dot{E}_T
- un *condenseur* (liquéfacteur) éliminant la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à l'aide d'un réseau de refroidissement (eau d'une rivière, d'un lac, d'une tour de refroidissement...)
- des *conduites* reliant les éléments ci-dessus.

Le réseau principal est parcouru par de l'eau, soit sous forme liquide, soit sous forme vapeur, avec le débit-masse \dot{M} .

Les figures 14.3 et 14.4 représentent le cycle simple 1-2-3-4-1 dans les diagrammes T - s et h - s de l'eau. Il s'agit d'un cycle bitherme moteur (sect. 13.5), dont la source chaude est constituée par l'élément chauffant à température T_h (gaz de combustion, combustible nucléaire, fluide intermédiaire...), et dont la source froide est l'atmosphère à température T_a .

Mentionnons que le cycle théorique 1-2-3'-4"-1 est appelé *cycle de Rankine* et que le cycle théorique 1-2-3-4'-1 était originalement appelé *cycle de Hirn*. En fait, l'appellation cycle de Rankine tend maintenant à être appliquée également au cycle de Hirn.

Nous formulons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La pompe d'alimentation et la turbine à vapeur sont adiabates.
- La dissipation est faible dans le générateur de vapeur, le condenseur et les conduites.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont petites.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.

Etant donné ces hypothèses, les équations fondamentales (4.57) montrent que les transformations 2-3 dans le générateur de vapeur et 4-1 dans le condenseur sont approximativement isobares. L'ensemble du cycle thermodynamique est donc inscrit entre l'isobare inférieure $P_1 \equiv P_4$ et l'isobare supérieure $P_2 \equiv P_3$. Il est déterminé par les contraintes techniques suivantes :

- L'isobare inférieure est fixée par la température de saturation correspondante, cette dernière devant être légèrement supérieure à la température T_a de l'atmosphère, afin de permettre le transfert-chaaleur \dot{Q}_A^- .
- Le point 1 est fixé par l'intersection entre l'isobare P_1 et la courbe de saturation, puisqu'il s'agit de condensat.
- Le point 4 est fixé de façon empirique; s'il est trop à droite, l'isobare supérieure sera trop basse pour une température maximale admissible donnée, et l'irréversibilité liée au transfert-chaaleur \dot{Q}_E^+ sera trop grande; s'il est trop à gauche, la condensation dans les derniers étages de la turbine augmentera et le rendement de cette dernière sera mauvais.

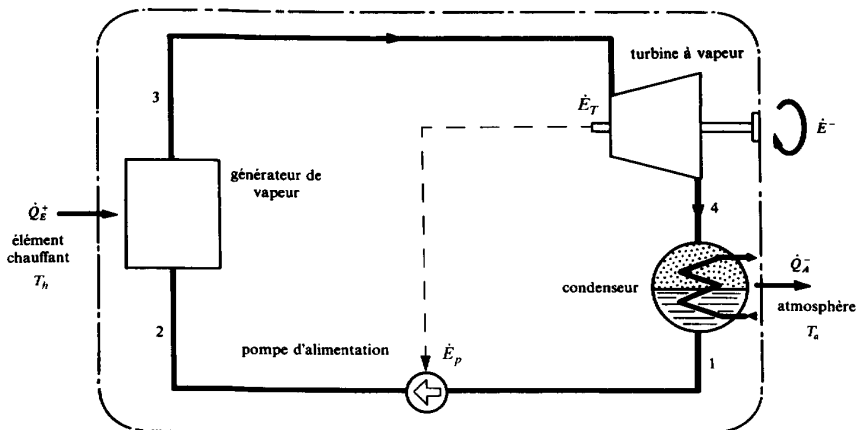


Fig. 14.2 Schéma d'une installation motrice à vapeur, simple.

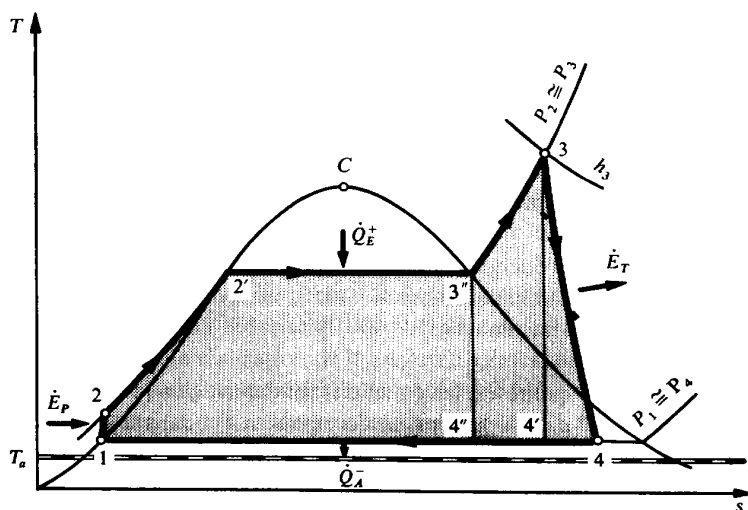


Fig. 14.3 Représentation, dans le diagramme $T-s$ de l'eau, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à vapeur, simple, de la figure 14.2.

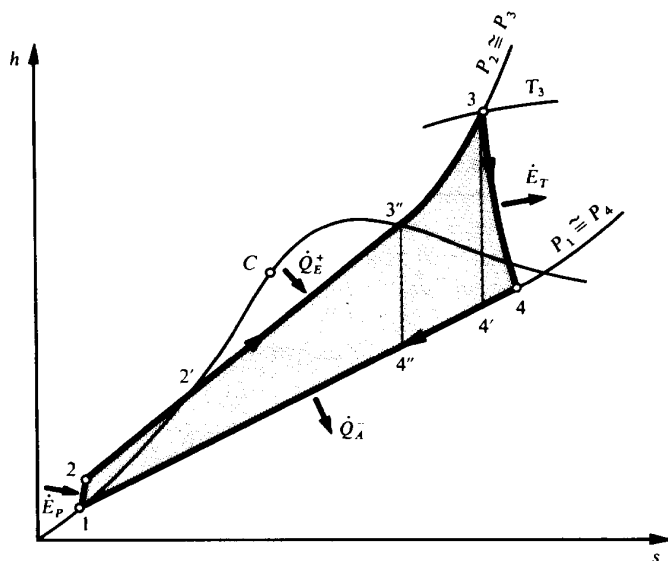


Fig. 14.4 Représentation, dans le diagramme $h-s$ de l'eau, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à vapeur, simple, de la figure 14.2.

- Le point 3 est fixé par l'intersection entre l'isotherme T_3 correspondant à la température maximale admissible et la courbe de détente dans la turbine, qui doit atteindre le point 4, et dont l'inclinaison dépend de la performance de cette turbine.
- Le point 2 est fixé par l'intersection entre l'isobare supérieure et la courbe de pressurisation dans la pompe d'alimentation, qui part du point 1.

Efficacité motrice

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = E_T - E_P = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_A^- \quad (14.1)$$

dans lequel nous avons les puissances :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_P &= \dot{M}(h_{cz2} - h_{cz1}) \\ \dot{Q}_E^+ &= \dot{M}(h_{cz3} - h_{cz2}) \\ \dot{E}_T &= \dot{M}(h_{cz3} - h_{cz4}) \\ \dot{Q}_A^- &= \dot{M}(h_{cz4} - h_{cz1}) \end{aligned} \right\} \quad (14.2)$$

où les h_{cz} sont les enthalpies totales de l'eau aux différents points du cycle.

L'**efficacité motrice de l'installation simple** est définie, selon (10.14), (14.1) et (14.2), par la relation :

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+} = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_P}{\dot{Q}_E^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Q}_E^+} \quad (14.3)$$

$$\varepsilon_m = \frac{h_{cz3} - h_{cz4} - (h_{cz2} - h_{cz1})}{h_{cz3} - h_{cz2}} = 1 - \frac{h_{cz4} - h_{cz1}}{h_{cz3} - h_{cz2}} \quad (14.4)$$

Remarquons que cette définition a déjà été indiquée au paragraphe 10.1.2 par la relation (10.17), et que, en général, la puissance \dot{E}_P est très petite par rapport à \dot{Q}_E^+ .

Rendement exergétique

La relation (10.43) donne le bilan exergétique :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - \dot{E}_P = \dot{E}_{qE}^+ - \dot{L} \quad (14.5)$$

Le terme \dot{E}_{qE}^+ est l'exergie-chaleur reçue. Elle est exprimée, selon (10.88), par la relation :

$$\dot{E}_{qE}^+ = \int_{T_h \max}^{T_h \min} \left(1 - \frac{T_a}{T_h} \right) \delta \dot{Q}_E^+ \quad (14.6)$$

où T_h , $T_{h\max}$ et $T_{h\min}$ sont respectivement la température variable, la température maximale et la température minimale de l'élément chauffant, par exemple des gaz de combustion d'une chaudière.

Le terme \dot{L} est la perte exergétique globale.

Le **rendement exergétique de l'installation simple** est défini, selon (10.165) et (14.5), par la relation :

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_P}{\dot{E}_{qE}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{qE}^+} \quad (14.7)$$

Remarques

Le fait que la puissance de pressurisation de l'eau \dot{E}_P soit beaucoup plus petite que la puissance de détente de la vapeur \dot{E}_T est un avantage découlant de l'utilisation d'un fluide condensable. En effet, la puissance de la turbine \dot{E}_T ne doit être que très peu supérieure à la puissance utile ($\dot{E}_T - \dot{E}_P$) fournie globalement par l'installation. Il convient cependant de relever que l'eau est un fluide remarquable, avec une différence d'enthalpie massique de vaporisation importante comparée à la différence d'enthalpie massique de pompage. D'autres fluides, comme les composés organiques utilisés dans des cycles de conversion d'énergie thermique à basse température (géothermique, solaire, etc.), nécessitent une puissance relative de pompage plus importante que l'eau.

Les ordres de grandeur de l'efficacité ε_m et du rendement exergétique η sont très différents. Par exemple, pour une installation alimentée par une chaudière et caractérisée par $P_3 = 100$ bar, $\hat{T}_3 = 530^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 12^\circ\text{C}$, nous pouvons avoir les valeurs suivantes :

$$\varepsilon_m = 34\% \quad \eta = 45\% \quad (14.8)$$

Malgré le fait que les pertes liées à la combustion dans la chaudière n'interviennent pas à l'intérieur du système considéré, ces valeurs sont faibles. Notamment, la faible valeur de η est due essentiellement à l'énorme perte exergétique liée au transfert-chaleur \dot{Q}_E^+ de la température T_h des gaz de combustion de la chaudière à la température T_e , (variant de T_2 à T_3), de l'eau dans le réseau tubulaire de cette chaudière. Pour améliorer la valeur de η , il est donc primordial de diminuer l'irréversibilité entraînée par le transfert-chaleur \dot{Q}_E^+ . C'est le but poursuivi par l'introduction de la *resurchauffe* et des *soutirages*.

14.1.3 Installation avec resurchauffe

Généralités

La figure 14.5 représente le schéma d'une **installation motrice à vapeur, avec resurchauffe**. Il s'agit d'un système analogue à celui de la figure 14.2, mais comprenant en plus un *resurchauffeur* intercalé entre le corps de turbine haute pression (HP) et le corps de turbine basse pression (BP).

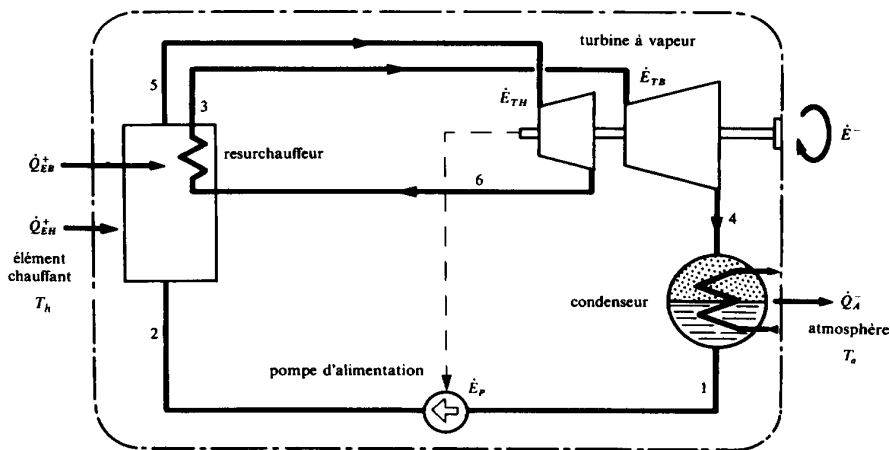


Fig. 14.5 Schéma d'une installation motrice à vapeur, avec resurchauffe.

La figure 14.6 représente le cycle à resurchauffe 1-2-5-6-3-4-1 dans le diagramme T - s de l'eau. Le resurchauffeur est destiné à remonter la température de la vapeur de T_6 à une température T_3 voisine de la température maximale du cycle, la puissance-chaleur consommée étant \dot{Q}_{EH}^+ .

L'introduction de la resurchauffe conduit à une amélioration des performances de l'installation. Cela est dû au fait qu'elle permet d'augmenter la pression maximale du cycle, donc d'élever la température de vaporisation de l'eau, c'est-à-dire finalement de diminuer la perte exergétique relative, due au transfert-chaleur \dot{Q}_E^+ .

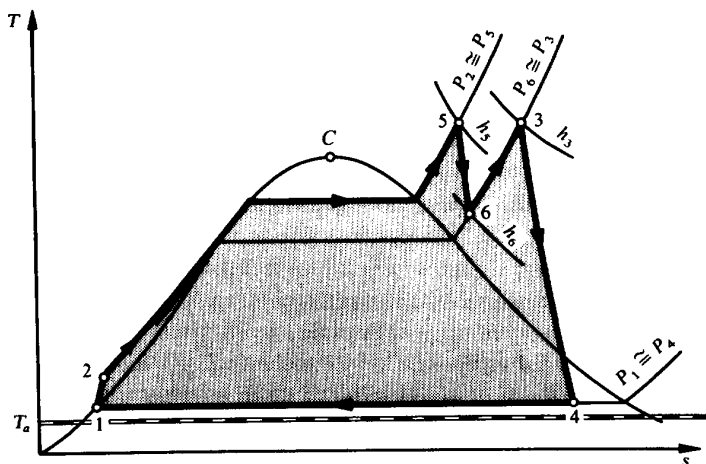


Fig. 14.6 Représentation, dans le diagramme T - s de l'eau, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à vapeur, avec resurchauffe, de la figure 14.5.

Efficacité motrice

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P = \dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+ - \dot{Q}_A^- \quad (14.9)$$

dans lequel nous avons les puissances :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_P &= \dot{M}(h_{cz2} - h_{cz1}) \\ \dot{Q}_{EH}^+ &= \dot{M}(h_{cz5} - h_{cz2}) \\ \dot{E}_{TH} &= \dot{M}(h_{cz5} - h_{cz6}) \\ \dot{Q}_{EB}^+ &= \dot{M}(h_{cz3} - h_{cz6}) \\ \dot{E}_{TB} &= \dot{M}(h_{cz3} - h_{cz4}) \\ \dot{Q}_A^- &= \dot{M}(h_{cz4} - h_{cz1}) \end{aligned} \right\} \quad (14.10)$$

L'*efficacité motrice de l'installation avec resurchauffe* est définie, selon (10.14), (14.9) et (14.10), par les relations :

$$\varepsilon_{mR} = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+} = \frac{\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P}{\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+} \quad (14.11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mR} &= \frac{(h_{cz5} - h_{cz6}) + (h_{cz3} - h_{cz4}) - (h_{cz2} - h_{cz1})}{(h_{cz5} - h_{cz2}) + (h_{cz3} - h_{cz6})} \\ &= 1 - \frac{h_{cz4} - h_{cz1}}{(h_{cz5} - h_{cz2}) + (h_{cz3} - h_{cz6})} \end{aligned} \quad (14.12)$$

Nous pouvons écrire la dernière relation sous la forme :

$$\varepsilon_{mR} = 1 - \frac{h_{cz4} - h_{cz1}}{(h_{cz3} - h_{cz2}) + (h_{cz5} - h_{cz6})} \quad (14.13)$$

La comparaison de (14.4) et (14.13) montre clairement que l'efficacité ε_{mR} de l'installation avec resurchauffe est *plus élevée* que l'efficacité ε_m de l'installation simple.

Rendement exergetique

La relation (10.43) donne le bilan exergetique :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P = \dot{Q}_{qE}^+ - \dot{L} \quad (14.14)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qE}^+ est encore exprimée par la relation (14.6), étant bien entendu que la puissance-chaleur \dot{Q}_E^+ reçue est égale à la somme $\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+$.

Le *rendement exergetique de l'installation avec resurchauffe* est défini, selon (10.165) et (14.14), par la relation :

$$\eta_R = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P}{\dot{E}_{qE}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{qE}^+} \quad (14.15)$$

Etant donné la diminution de la perte exergétique relative \dot{L} / \dot{E}_{qE}^+ , le rendement exergétique η_R de l'installation avec resurchauffe est *plus élevé* que le rendement exergétique η de l'installation simple.

Remarques

Pour une installation alimentée par une chaudière et caractérisée par $P_5 = 180 \text{ bar}$, $P_3 = 28 \text{ bar}$, $\hat{T}_5 = \hat{T}_3 = 530^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 12^\circ\text{C}$, nous pouvons avoir les valeurs suivantes :

$$\varepsilon_{mR} = 39\% \quad \eta_R = 51\% \quad (14.16)$$

qui sont à comparer avec les valeurs $\varepsilon_m = 34\%$ et $\eta = 45\%$ indiquées au paragraphe 14.1.2.

L'introduction de la resurchauffe permet en outre d'augmenter la puissance-travail fournie par l'installation, cela pour un même débit-masse \dot{M} . En effet, la puissance-travail passe de la valeur $\dot{E}_T - \dot{E}_P = \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P$ à la somme $(\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB} - \dot{E}_P)$. Corrélativement, la resurchauffe permet de réduire la taille de l'installation, cela pour une puissance-travail déterminée.

Dans les grandes centrales industrielles, il est possible d'améliorer encore les performances de l'installation par l'introduction de plusieurs resurchauffes.

14.1.4 Installation avec soutirage

Généralités

La figure 14.7 représente le schéma d'une *installation motrice à vapeur, avec soutirage*. Il s'agit d'un système analogue à celui de la figure 14.2, mais comprenant en plus un *réchauffeur à surface* alimenté par un *soutirage* de vapeur à la turbine, permettant de réchauffer l'eau d'alimentation.

La figure 14.8 représente le cycle à soutirage 1-2-10-11-12-3-7-4-1 dans le diagramme T - s de l'eau. Dans le réchauffeur, la vapeur de soutirage 7, avec le débit-masse \dot{M}_5 , est désurchauffée, condensée et légèrement sous-refroidie jusqu'au point 8, puis le condensat est comprimé dans la pompe de reprise jusqu'au point 9, et enfin réinjecté dans le circuit principal. Corrélativement, l'eau d'alimentation 2, avec le débit-masse \dot{M} , est réchauffée jusqu'au point 10, la puissance-chaleur mise en jeu étant \dot{Q}_5 . Le mélange 10 + 9, donnant le point 11, est pressurisé dans la pompe d'alimentation jusqu'au point 12.

L'introduction d'un soutirage conduit à une augmentation des performances de l'installation. Cela est dû au fait qu'il permet de remplacer une partie du transfert-chaleur \dot{Q}_E^+ avec forte chute de température par le *transfert-chaleur interne* \dot{Q}_5 avec faible chute de température, c'est-à-dire finalement de diminuer la perte

exergétique due au transfert-chaaleur \dot{Q}_E^+ . Ce procédé est analogue au transfert-chaaleur interne introduit dans les cycles de Stirling et de Ericsson étudiés aux paragraphes 13.5.5 et 13.5.6.

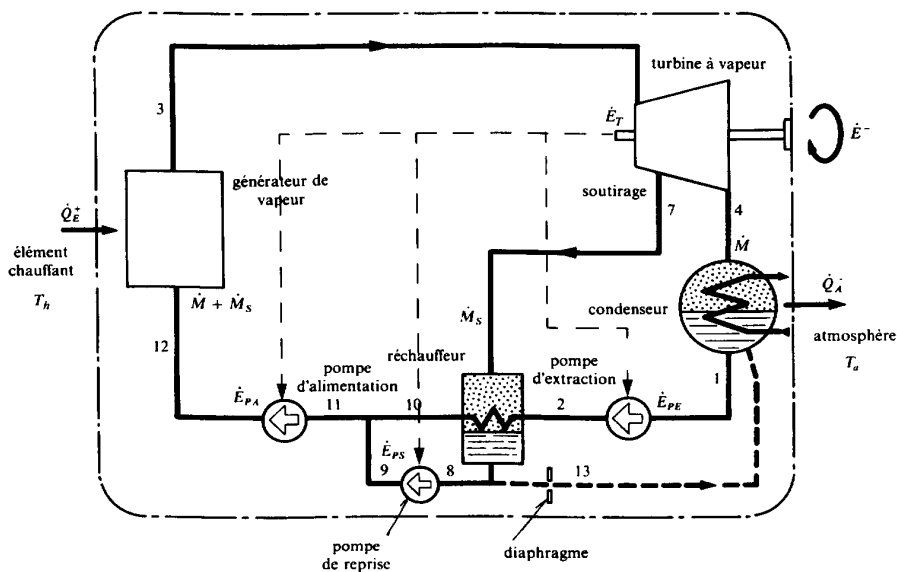


Fig. 14.7 Schéma d'une installation motrice à vapeur, avec soutirage.

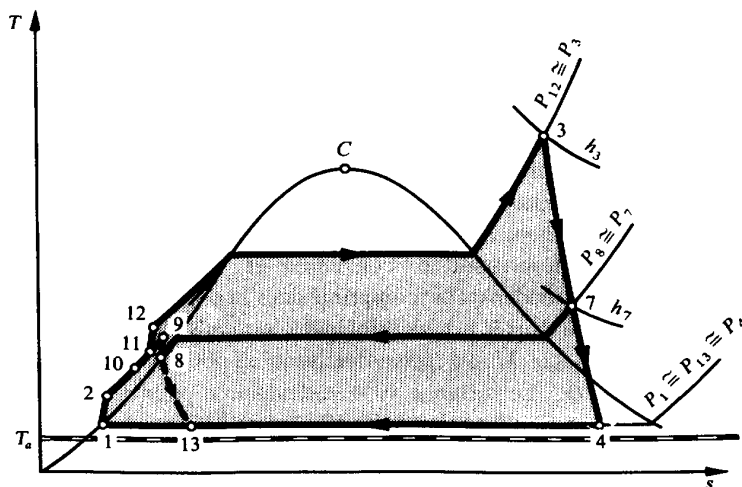


Fig. 14.8 Représentation, dans le diagramme T - s de l'eau, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à vapeur, avec soutirage, de la figure 14.7.

Efficacité motrice

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PS} + \dot{E}_{PA}) = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_A^- \quad (14.17)$$

dans lequel nous avons les puissances :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{PE} &= \dot{M}(h_{cz2} - h_{cz1}) \\ \dot{E}_{PS} &= \dot{M}_S(h_{cz9} - h_{cz8}) \\ \dot{E}_{PA} &= (\dot{M} + \dot{M}_S)(h_{cz12} - h_{cz11}) \\ \dot{Q}_E^+ &= (\dot{M} + \dot{M}_S)(h_{cz3} - h_{cz12}) \\ \dot{E}_T &= (\dot{M} + \dot{M}_S)(h_{cz3} - h_{cz7}) + \dot{M}(h_{cz7} - h_{cz4}) \\ \dot{Q}_A^- &= \dot{M}(h_{cz4} - h_{cz1}) \end{aligned} \right\} \quad (14.18)$$

L'*efficacité motrice de l'installation avec soutirage* est définie, selon (10.14) et (14.17), par la relation :

$$\varepsilon_{mS} = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PS} + \dot{E}_{PA})}{\dot{Q}_E^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Q}_E^+} \quad (14.19)$$

Le bilan énergétique du réchauffeur, admis adiabate, est :

$$\dot{M}(h_{cz10} - h_{cz2}) = \dot{M}_S(h_{cz7} - h_{cz8}) \quad (14.20)$$

Le bilan énergétique du mélange 10 + 9 est :

$$(\dot{M} + \dot{M}_S)h_{cz11} = \dot{M}h_{cz10} + \dot{M}_Sh_{cz9} \quad (14.21)$$

En tenant compte de (14.18), (14.20) et (14.21), nous pouvons écrire le numérateur figurant dans (14.19) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PS} + \dot{E}_{PA}) &= \dot{M}(h_{cz3} - h_{cz4}) + \dot{M}_S(h_{cz3} - h_{cz7}) \\ &\quad - \dot{M}(h_{cz2} - h_{cz1}) - \dot{M}_S(h_{cz9} - h_{cz8}) - (\dot{M} + \dot{M}_S)(h_{cz12} - h_{cz11}) \end{aligned} \quad (14.22)$$

Nous obtenons donc l'efficacité motrice :

$$\varepsilon_{mS} = 1 - \frac{h_{cz4} - h_{cz1}}{(1 + m_S)(h_{cz3} - h_{cz12})} \quad (14.23)$$

dans laquelle $m_S = \dot{M}_S / \dot{M}$.

La comparaison de (14.4) et (14.23) montre clairement que l'efficacité ε_{mS} de l'installation à soutirage est *plus élevée* que l'efficacité ε_m de l'installation simple.

Rendement exergetique

La relation (10.43) donne le bilan exergetique:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PS} + \dot{E}_{PA}) = \dot{E}_{qE}^+ - \dot{I} \quad (14.24)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qE}^+ est encore exprimée par la relation (14.6).

Le **rendement exergetique de l'installation avec soutirage** est défini, selon (10.165) et (14.24), par la relation:

$$\eta_S = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PS} + \dot{E}_{PA})}{\dot{E}_{qE}^+} = 1 - \frac{\dot{I}}{\dot{E}_{qE}^+} \quad (14.25)$$

Etant donné la diminution de la perte exergetique relative, le rendement exergetique η_S de l'installation avec soutirage est *plus élevé* que le rendement exergetique η de l'installation simple.

Remarques

L'optimisation des performances de l'installation porte sur le choix de la pression de soutirage P_7 . Par exemple, en ce qui concerne l'efficacité motrice, la relation (14.23) montre qu'il convient de maximiser l'expression $m_S(h_{cz3} - h_{cz7})$. Il est clair que cette expression s'annule si le point 7 se rapproche du point 3 ou du point 4. Le point 7 optimal sera donc certainement situé entre les points 3 et 4.

La réinjection du condensat provenant du réchauffeur dans le circuit principal à l'aide de la pompe de reprise est souvent remplacée par la réinjection du condensat dans le condenseur principal, après détente du point 8 au point 13 dans un diaphragme. Ce système et la transformation correspondante sont représentés en traits pointillés dans les figures 14.7 et 14.8.

Dans les grandes centrales industrielles, il est possible d'améliorer encore les performances de l'installation par l'introduction de plusieurs soutirages, dont le nombre peut aller jusqu'à douze. Il convient de relever que l'optimisation des performances de l'installation, c'est-à-dire le choix des différentes pressions de soutirage, est une tâche délicate. Il est possible de résoudre ce problème en utilisant la *méthode de Monte-Carlo* ou d'autres méthodes d'optimisation [79], [140].

14.1.5 Installation en régime quasi permanent

Généralités

Dans la pratique, il est rare qu'une installation thermique fonctionne en régime tout à fait permanent. C'est en général lors des essais de réception de l'installation que l'on demande au système de réglage de maintenir le régime le plus près possible

du régime permanent. Mais lorsque le fluide utilisé dans le circuit subit des changements de phase, il est pratiquement impossible de maintenir tous les niveaux à des altitudes constantes dans les éléments tels que chaudière, condenseur, bache d'alimentation, réchauffeurs, séparateurs.... D'ailleurs, si le réglage est parfait, il y a obligatoirement baisse du niveau dans un élément-tampon à cause des fuites inévitables et du fait que l'introduction de fluide d'appoint destiné à compenser ces fuites est supprimée pendant les essais (§ 14.1.6).

Il y a donc en général amoindrissement du contenu énergétique de l'installation, c'est-à-dire diminution de l'énergie interne totale U_{cz} et de la coénergie totale J_{cz} du système. Il convient d'en tenir compte dans l'évaluation des performances de l'installation.

A titre d'exemple, considérons l'installation motrice à vapeur dont le schéma est donné par la figure 14.9. Il s'agit d'une *installation avec soutirage* analogue à celle de la figure 14.7, mais dont le réchauffeur à surface est remplacé par un *réchauffeur à mélange*. Cet élément, appelé *bache d'alimentation*, fonctionne non seulement comme réchauffeur, mais aussi comme tampon permettant d'encaisser les régimes transitoires (démarrages, variations de charge, arrêts), ainsi que comme dégazeur. L'installation présente des fuites, surtout le long du circuit à haute pression. Pour le calcul, nous avons groupé toutes les fuites du générateur de vapeur dans le débit-masse \dot{M}_E^- et toutes celles du turbogroupe dans le débit-masse \dot{M}_T^- , puis groupé l'ensemble des fuites dans le débit-masse $\dot{M}^- = \dot{M}_E^- + \dot{M}_T^-$.

La figure 14.10 représente le cycle 1-2-8'-9-3-7-4-1 relatif à l'installation considérée, dans le diagramme T - s de l'eau.

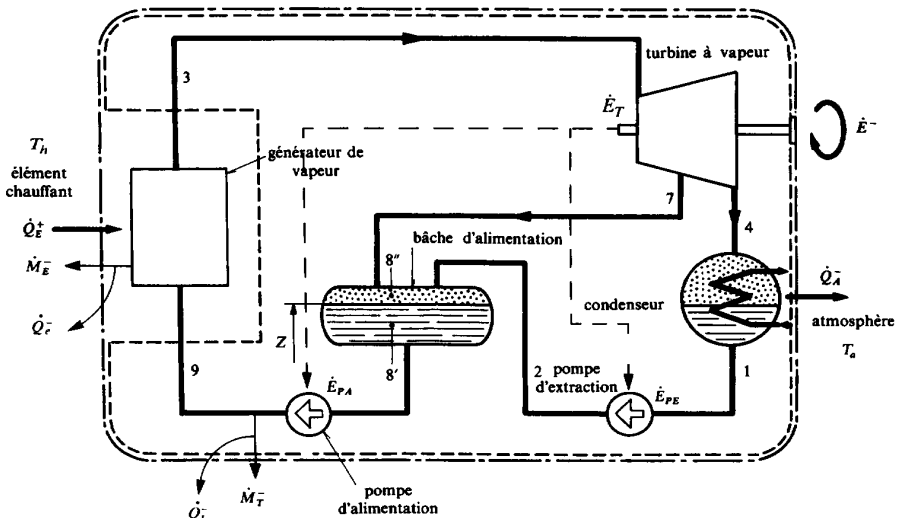


Fig. 14.9 Schéma d'une installation motrice à vapeur, avec bache d'alimentation et fuites d'eau.
 - - - - frontière F de l'installation; - - - - frontière F_T du turbogroupe.

où $h_{za} = h_a + gZ_a$ est l'enthalpie totale massique de l'eau des fuites, en équilibre avec l'atmosphère, à la pression P_a , à la température T_a , à l'altitude Z_a du point le plus bas de l'installation et à vitesse nulle. Le volume du système ne change pas par rapport à l'atmosphère, de sorte que le terme $P_a dV/dt$ qui fait partie de l'expression de la puissance-transformation est nul.

Le taux d'amoindrissement de l'énergie interne totale dU_{cz}/dt n'est pas nul à cause de la baisse du niveau de l'eau dans la bêche d'alimentation qui est compensée par une augmentation du volume de vapeur. Pour le calculer, nous déterminons le débit-volume \dot{V} correspondant à cette baisse de niveau, par la relation:

$$\dot{V} = -S \frac{dZ}{dt} > 0 \quad (14.28)$$

dans laquelle nous avons:

- S section horizontale de la bêche d'alimentation
- Z altitude du niveau de l'eau dans la bêche

Quand le niveau baisse, l'eau saturée disparaît du système avec le débit-masse:

$$\dot{M}' = \frac{\dot{V}}{v'} > 0 \quad (14.29)$$

où v' est le volume de l'eau à la limite de la saturation ($v' = v_g$).

Simultanément, la vapeur saturée apparaît dans le système avec le débit-masse:

$$\dot{M}'' = \frac{\dot{V}}{v''} > 0 \quad (14.30)$$

où v'' est le volume massique de la vapeur à la limite de la saturation ($v'' = v_{g''}$).

Le **bilan de masse** est, selon (3.46):

$$\dot{M}^- = \dot{M}_E^- + \dot{M}_T^- = \dot{M}' - \dot{M}'' \quad (14.31)$$

Etant donné l'importance de la section S , nous pouvons négliger l'énergie cinétique de l'eau dans la bêche d'alimentation. En utilisant la propriété d'extensivité (1.20), et en tenant compte de (14.29) et (14.30), nous obtenons la relation:

$$\begin{aligned} \frac{dU_{cz}}{dt} &= -u_z' \dot{M}' + u_z'' \dot{M}'' \\ &= -(u_z' + v'P) \dot{M}' + (u_z'' + v''P) \dot{M}'' + (v' \dot{M}' - v'' \dot{M}'') P = -h_z' \dot{M}' + h_z'' \dot{M}'' \end{aligned} \quad (14.32)$$

où $h_z' = u_z' + v'P$ et $h_z'' = u_z'' + v''P$ sont respectivement les enthalpies totales massiques de l'eau et de la vapeur, saturées, à la pression, à la température et à l'altitude moyennes de la bêche d'alimentation.

La puissance-transformation \dot{Y}^+ du réseau d'eau est alors, selon (14.27) à (14.32):

$$\begin{aligned}\dot{Y}^+ &= h'_z \dot{M}' - h''_z \dot{M}'' - h_{za} \dot{M}^- = (h'_z - h_{za}) \dot{M}' - (h''_z - h_{za}) \dot{M}'' \\ &= \left(\frac{h'_z - h_{za}}{v'} - \frac{h''_z - h_{za}}{v''} \right) \dot{V} = - \left(\frac{h'_z - h_{za}}{v'} - \frac{h''_z - h_{za}}{v''} \right) S \frac{dZ}{dt}\end{aligned}\quad (14.33)$$

L'efficacité motrice de l'installation en régime quasi permanent est donnée, selon (10.14) et (14.26), par la relation:

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+ + \dot{Y}^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA})}{\dot{Q}_E^+ + \dot{Y}^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Q}_E^+ + \dot{Y}^+}\quad (14.34)$$

Remarquons que, si nous négligeons les fuites \dot{M}^- , la puissance-transformation \dot{Y}^+ est nulle, de sorte que nous retombons pratiquement sur la définition (14.19).

Rendement exergetique de l'installation

La relation (10.43) donne le bilan exergetique de l'installation:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA}) = \dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+ - \dot{L}\quad (14.35)$$

L'exergie-chaleur \dot{E}_{qE}^+ est encore exprimée par la relation (14.6).

Le terme \dot{E}_y^+ est l'exergie-transformation du réseau d'eau de l'installation. Elle est donnée, selon (10.93), par la relation:

$$\dot{E}_y^+ = -k_{za} \dot{M}^- - \frac{dJ_{cz}}{dt}\quad (14.36)$$

où $k_{za} = k_a + gZ_a$ est la coenthalpie totale massique de l'eau des fuites, définie dans les mêmes conditions que h_{za} .

Le taux d'amointrissement de la coénergie totale dJ_{cz}/dt est calculé d'une façon analogue à dU_{cz}/dt . Nous obtenons la relation:

$$\frac{dJ_{cz}}{dt} = -k'_z \dot{M}' + k''_z \dot{M}''\quad (14.37)$$

où $k'_z = h'_z - T_a s'$ et $k''_z = h''_z - T_a s''$ sont respectivement les coenthalpies totales massiques de l'eau et de la vapeur, saturées, à la pression, à la température et à l'altitude moyenne de la bache d'alimentation.

L'exergie-transformation \dot{E}_y^+ du réseau d'eau est alors, selon (14.28) à (14.30), ainsi que (14.36) et (14.37):

$$\begin{aligned}\dot{E}_y^+ &= k'_z \dot{M}' - k''_z \dot{M}'' - k_{za} \dot{M}^- = (k'_z - k_{za}) \dot{M}' - (k''_z - k_{za}) \dot{M}'' \\ &= \left(\frac{k'_z - k_{za}}{v'} - \frac{k''_z - k_{za}}{v''} \right) \dot{V} = - \left(\frac{k'_z - k_{za}}{v'} - \frac{k''_z - k_{za}}{v''} \right) S \frac{dZ}{dt}\end{aligned}\quad (14.38)$$

Le terme \dot{L} est la perte exergétique globale relative à l'installation.

Le **rendement exergétique de l'installation en régime quasi permanent** est donné, selon (10.165) et (14.35), par la relation :

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA})}{\dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+} \quad (14.39)$$

Remarquons que, si nous négligeons les fuites \dot{M}^- , l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ est nulle, de sorte que nous retombons pratiquement sur la définition (14.25).

Efficacité du turbogroupe

Considérons maintenant le système contenu à l'intérieur de la **frontière** F_T qui enveloppe le **turbogroupe** (fig. 14.9). Il s'agit, cette fois, d'un **circuit ouvert**.

Le **bilan de masse** est, selon (3.46):

$$\dot{M}_9 - \dot{M}_3 + \dot{M}_T^- = \dot{M}' - \dot{M}'' \quad (14.40)$$

La relation (1.53) donne le bilan énergétique du turbogroupe:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA}) = \dot{Y}_T^+ - \dot{Q}_A^- \quad (14.41)$$

Le terme \dot{Y}_T^+ est la puissance-transformation du réseau d'eau du turbogroupe. Elle est donnée, selon (1.52), (14.32) et (14.40), par la relation:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_T^+ &= h_{cz3} \dot{M}_3 - h_{cz9} \dot{M}_9 - h_{za} \dot{M}_T^- - \frac{dU_{cz}}{dt} \\ &= h_{cz3} \dot{M}_3 - h_{cz9} \dot{M}_9 + h_z' \dot{M}' - h_z'' \dot{M}'' - h_{za} \dot{M}_T^- \\ &= (h_{cz3} - h_{za}) \dot{M}_3 - (h_{cz9} - h_{za}) \dot{M}_9 + (h_z' - h_{za}) \dot{M}' - (h_z'' - h_{za}) \dot{M}'' \end{aligned} \quad (14.42)$$

L'**efficacité du turbogroupe en régime quasi permanent** est donnée, selon (10.14) et (14.41), par la relation:

$$\varepsilon_T = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Y}_T^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA})}{\dot{Y}_T^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Y}_T^+} \quad (14.43)$$

En comparant les bilans (14.26) et (14.41), nous obtenons la relation:

$$\dot{Y}_T^+ = \dot{Q}_E^+ + \dot{Y}^+ \quad (14.44)$$

Donc, l'efficacité ε_T du turbogroupe est égale à l'efficacité ε_m de l'installation (rappelons que l'installation considérée n'englobe pas le processus de combustion).

Remarquons que la relation (1.53) donne, en négligeant la puissance-chaleur de refroidissement des fuites, le bilan énergétique de l'élément chauffant:

$$\dot{Q}_E^+ = \dot{Y}_E^- = h_{cz3}\dot{M}_3 - h_{cz9}\dot{M}_9 + h_{za}\dot{M}_E^- \quad (14.45)$$

Rendement exergetique du turbogroupe

La relation (10.43) donne le bilan exergetique du turbogroupe:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA}) = \dot{E}_{yT}^+ - \dot{L}_T \quad (14.46)$$

Le terme \dot{E}_{yT}^+ est l'exergie-transformation du réseau d'eau du turbogroupe. Elle est donnée, selon (10.93) et (14.37), par la relation:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{yT}^+ &= k_{cz3}\dot{M}_3 - k_{cz9}\dot{M}_9 - k_{za}\dot{M}_T^- - \frac{dJ_{cz}}{dt} \\ &= k_{cz3}\dot{M}_3 - k_{cz9}\dot{M}_9 + k'_z\dot{M}' - k''_z\dot{M}'' - k_{za}\dot{M}_T^- \\ &= (k_{cz3} - k_{za})\dot{M}_3 - (k_{cz9} - k_{za})\dot{M}_9 + (k'_z - k_{za})\dot{M}' - (k''_z - k_{za})\dot{M}'' \end{aligned} \quad (14.47)$$

Le terme \dot{L}_T est la perte exergetique relative au turbogroupe.

Le **rendement exergetique du turbogroupe en régime quasi permanent** est donné, selon (10.165) et (14.46), par la relation:

$$\eta_T = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{yT}^+} = \frac{\dot{E}_T - (\dot{E}_{PE} + \dot{E}_{PA})}{\dot{E}_{yT}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_T}{\dot{E}_{yT}^+} \quad (14.48)$$

En comparant les bilans (14.35) et (14.46), nous obtenons la relation:

$$\dot{E}_{yT}^+ = \dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+ - \dot{L}_E < \dot{E}_{qE}^+ + \dot{E}_y^+ \quad (14.49)$$

où \dot{L}_E est la perte exergetique relative au générateur de vapeur.

A cause de la perte exergetique \dot{L}_E , le rendement exergetique η_T du turbogroupe est plus grand que le rendement exergetique η de l'installation.

Remarquons que la relation (10.43) donne le bilan exergetique de l'élément chauffant:

$$\dot{E}_{qE}^+ = \dot{E}_{yE}^- + \dot{L}_E = k_{cz3}\dot{M}_3 - k_{cz9}\dot{M}_9 - k_{za}\dot{M}_E^- + \dot{L}_E \quad (14.50)$$

Effet des fuites d'eau

La puissance-transformation \dot{Y}^+ et l'exergie-transformation \dot{E}_y^+ du réseau d'eau de l'installation sont positives. En effet, d'une part, les termes h'_z/v' et k'_z/v' sont respectivement prépondérants dans les expressions entre parenthèses des relations (14.33) et (14.38) et, d'autre part, la vitesse dZ/dt de variation de l'altitude du niveau de l'eau dans la bache d'alimentation est négative. Corrélativement, il faut réaliser qu'une partie de la puissance fournie \dot{E}_T^- provient du fait que l'installation «se dégonfle», c'est-à-dire qu'elle est le siège d'un amoindrissement,

correspondant à la diminution de son contenu énergétique U_{cz} ou exergétique J_{cz} . Il en résulte que, si l'on ne tenait pas compte respectivement de \dot{Y}^+ et de \dot{E}_y^+ dans les relations (14.34) et (14.39), l'efficacité ε_m et le rendement exergétique η seraient surévalués.

Extension

En pratique, le réglage des niveaux d'eau n'est pas parfait, de sorte que l'altitude du niveau de l'eau est susceptible de varier non seulement dans la bache d'alimentation, mais encore dans les éléments tels que chaudière, condenseur, réchauffeurs, séparateurs... Il convient alors de traiter ces éléments comme nous avons traité ci-dessus la bache d'alimentation. Cela revient à introduire une sommation dans les expressions (14.33), (14.38), (14.42) et (14.47) des puissances-transformation \dot{Y}^+ et \dot{Y}_T^+ , ainsi que des exergies-transformation \dot{E}_y^+ et \dot{E}_{yT}^+ , ce qui donne les relations générales :

$$\begin{aligned}\dot{Y}^+ &= \sum [h'_z \dot{M}' - h''_z \dot{M}''] - h_{za} \dot{M}^- \\ \dot{E}_y^+ &= \sum [k'_z \dot{M}' - k''_z \dot{M}''] - k_{za} \dot{M}^- \end{aligned} \quad (14.51)$$

$$\begin{aligned}\dot{Y}_T^+ &= h_{cz3} \dot{M}_3 - h_{cz9} \dot{M}_9 + \sum_T [h'_z \dot{M}' - h''_z \dot{M}''] - h_{za} \dot{M}_T^- \\ \dot{E}_{yT}^+ &= k_{cz3} \dot{M}_3 - k_{cz9} \dot{M}_9 + \sum_T [k'_z \dot{M}' - k''_z \dot{M}''] - k_{za} \dot{M}_T^- \end{aligned} \quad (14.52)$$

Remarque

Comme un essai de réception fait intervenir des valeurs moyennes calculées sur un temps Δt , il conviendra de remplacer, dans les relations précédentes, l'expression SdZ/dt par $\bar{S} \Delta Z / \Delta t$.

Comparaison avec la méthode actuelle de calcul des performances

*Actuellement, la plupart des normes relatives aux essais de réception des centrales à vapeur préconisent, pour la détermination des performances, une méthode qui consiste à introduire des **corrections**.* Ces corrections ont pour but de tenir compte, d'une part, du fait que le débit-masse \dot{M}_9 de l'eau d'alimentation n'est pas égal au débit-masse \dot{M}_3 de la vapeur vive, et d'autre part, du fait que les niveaux de l'eau ne sont pas stationnaires dans les éléments mentionnés ci-dessus. Cette méthode nécessite le réajustement en chaîne de tous les débits, de tous les niveaux et de toutes les puissances. Pour cela, il faut réviser les bilans thermiques de tous les éléments de l'installation, en admettant un certain nombre d'hypothèses, notamment que toutes les fonctions d'état thermodynamiques restent stationnaires. On calcule alors, par exemple, la puissance-transformation \dot{Y}_T^+ du réseau d'eau du turbogroupe (appelée improprement «consommation de chaleur») par la relation simple :

$$\dot{Y}_T^+ = (h_{cz3} - h_{cz9})\dot{M}_3 \quad (14.53)$$

qui doit être comparée avec (14.52).

Cette méthode n'est pas satisfaisante pour les raisons suivantes :

- En principe, il est impossible de déterminer mathématiquement un nouveau régime parfaitement permanent, d'une part, à cause des fuites, et d'autre part parce que le débit d'eau de réfrigération du condenseur est en général fixé.
- Les hypothèses relatives aux changements de régime (déplacements le long des caractéristiques de fonctionnement des machines) introduisent certaines approximations.
- L'application de la méthode devient extrêmement longue et laborieuse, lorsque la complexité du cycle thermodynamique augmente.

En revanche, la méthode que nous avons développée ci-dessus présente les avantages suivants :

- L'hypothèse du régime quasi permanent est excellente.
- Les calculs sont rigoureux au point de vue thermodynamique.
- L'application de la méthode est élégante et rapide.

On pourrait objecter qu'il n'est pas équivalent de consommer de l'énergie provenant d'un niveau de température élevé, ou de l'énergie provenant d'un amoindrissement ayant lieu par exemple au niveau de température de la bûche d'alimentation. En effet, cela peut fausser quelque peu l'évaluation des efficacités motrices ε_m et ε_{mT} qui seraient atteintes si le régime était rigoureusement permanent. Mais il est important de remarquer que cela n'affecte pratiquement pas le calcul des rendements exergétiques η_T et η_T , puisque les exergies-transformation \dot{E}_y^+ et \dot{E}_{yT}^+ tiennent compte de la qualité et du niveau de l'énergie reçue.

Cette remarque montre une fois de plus l'intérêt de la démarche exergétique.

14.1.6 Installation industrielle

Généralités

La figure 14.11 représente le schéma simplifié d'une **installation motrice à vapeur, de type industriel**. Il s'agit de la centrale thermique de Chavalon (Suisse), qui comporte deux groupes de 150 MW chacun.

Cette installation comporte une resurchauffe et huit soutirages alimentant quatre systèmes de réchauffeurs à surface, à basse pression (BP), un réchauffeur à mélange (bûche d'alimentation) et trois batteries de réchauffeurs à surface, à haute pression (HP). La pompe d'alimentation principale est entraînée par une turbine à vapeur auxiliaire, alimentée par un soutirage au corps de turbine moyenne pression (MP). Le corps de turbine basse pression (BP) est subdivisé en trois corps fonctionnant en parallèle. L'énergie-chaleur provenant des pertes de l'alternateur est récupérée par un

transmetteur d'énergie traversé par le condensat. Le condenseur est refroidi par un réseau d'eau, lui-même refroidi à l'aide de deux **tours de refroidissement** fonctionnant en parallèle. Dans chacune des tours, l'eau provenant du condenseur ruisselle le long de la surface de nombreuses plaques placées verticalement. L'eau est refroidie par l'air atmosphérique circulant de bas en haut, c'est-à-dire à contre-courant entre les plaques, la circulation étant assurée par un grand ventilateur à axe vertical situé au col de la tour. Une certaine quantité d'eau est inévitablement entraînée par l'air atmosphérique, à cause de l'évaporation et du **primage** (entraînement de gouttelettes d'eau). Elle est compensée par une injection continue d'eau d'appoint.

La figure 14.12 représente, dans le diagramme T - s de l'eau, le cycle thermodynamique relatif à l'installation considérée. Les caractéristiques relatives aux points les plus importants sont indiquées dans le tableau 14.1.

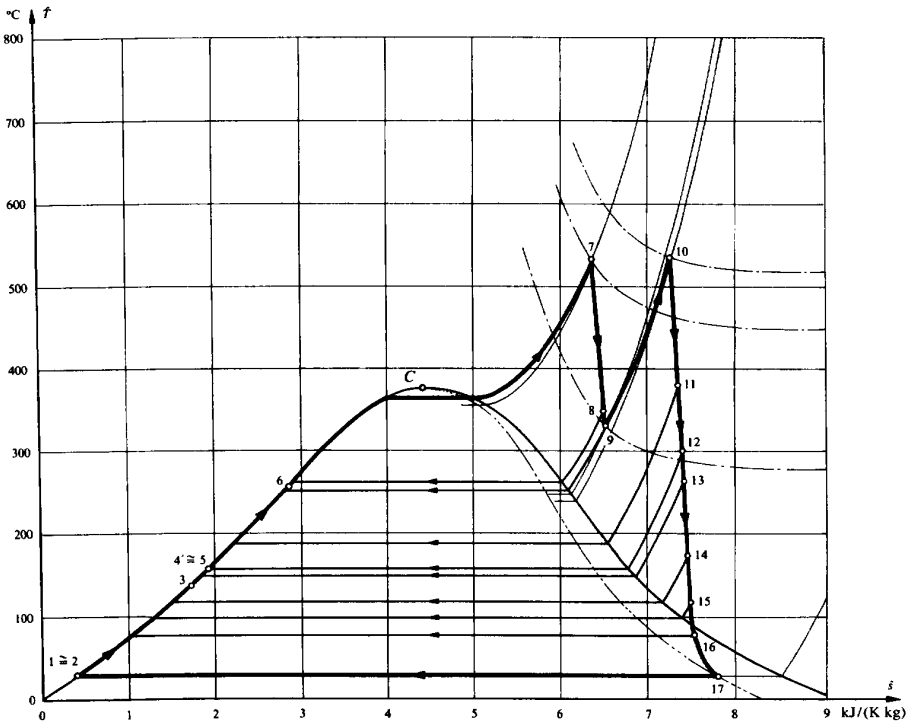


Fig. 14.12 Représentation, dans le diagramme T - s de l'eau, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à vapeur de la figure 14.11.

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles qui ont été indiquées au début du paragraphe 12.2.1 pour une chaudière à vapeur.

Tableau 14.1 Caractéristiques relatives aux points les plus importants du cycle de la figure 14.12.

Points	1	3	6	7	9	10	17	21	22
P [bar]	0.04	6	237	177	39	35	0.04	1.7	1.2
\hat{T} [°C]	28	138	257	535	330	535	28	14	23
x [-]	0.00	–	–	–	–	–	0.91	–	–
\dot{M} [kg/s]	101	101	128	128	121	105	76	4764	4764

Pour les calculs faisant intervenir la **tour de refroidissement**, nous adoptons une **convention** semblable à celle concernant la chaudière, en ce qui concerne les rejets dans l'atmosphère (§ 11.6.1 et 12.2.2). Nous repoussons la frontière suffisamment haut pour pouvoir admettre que le panache se refroidit jusqu'à la température T_a de l'atmosphère et que l'eau entraînée diffuse jusqu'à sa pression partielle dans l'atmosphère. Ce processus est schématisé dans la figure 14.11 par l'injection dans le panache de la tour d'un débit-masse d'air $\dot{M}_{A\infty}$ extrêmement grand par rapport au débit-masse du mélange rejeté par la tour. Dans ces conditions, les débits-enthalpie ou les débits-coenthalpie de l'air qui entre dans le système (tour et panache) et ceux de l'air qui sort se compensent exactement. Ainsi, selon le bilan exergetique de la tour, nous obtenons, en négligeant les variations d'énergie cinétique et potentielle, la perte exergetique relative à la tour par la relation simple :

$$\dot{L}_{TR} = \dot{E}_{PR} + \dot{E}_{VR} + \dot{M}_{21}(k_{22} - k_{21}) + \dot{M}_{19}(k_{19} - k_{20}) \quad (14.54)$$

dans laquelle nous avons :

- k_{19} , k_{21} et k_{22} coenthalpies massiques de l'eau liquide
- k_{20} coenthalpie massique de la vapeur d'eau, à la pression de saturation P_{v0}'' dans une atmosphère moyenne aux conditions standard $P^0 = P_a$ et $T^0 = T_a$ (tab. 11.8)
- \dot{M}_{21} débit-masse de l'eau de circulation
- \dot{M}_{19} débit-masse de l'eau d'appoint
- \dot{E}_{PR} puissance électrique consommée par la pompe de circulation
- \dot{E}_{VR} puissance électrique consommée par le ventilateur

Performances de l'installation

La puissance électrique fournie par l'installation, aux bornes de l'alternateur, est de 150 MW [19].

Le tableau 14.2 donne les **performances de l'installation, de la chaudière et du turbogroupe**, calculées sur la base des essais de réception de la centrale, compte tenu de la méthode décrite au paragraphe 14.1.5. Les conditions atmosphériques sont $P_a=1$ bar et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$. Les valeurs numériques sont exprimées en valeurs relatives par rapport à la puissance consommée dans chaque cas.

Tableau 14.2 Performances énergétiques et exergétiques de l'installation motrice à vapeur de la figure 14.11 [19].

ÉNERGIE				EXERGIE			
Grandeurs	Symboles	%	Grandeurs	Symboles	%		
Installation (frontière F)			Installation (frontière F)				
Pouvoir énergétique inférieur du combustible	Δh^0_f	99.90	Pouvoir exergétique du combustible	Δk^0_f	99.96		
Puissance-transf. du réseau d'eau principal	\dot{Y}_1^+	0.10	Exergie-transformation des réseaux d'eau (principal + tours)	$\dot{E}_{\text{réseaux}}^+$	0.04		
Puissance énergétique consommée (369 MW)	\sum_1	100.00	Puissance exergétique consommée (380 MW)	\sum_2	100.00		
Pertes énergétiques:			Pertes exergétiques:				
• transfert-chaleur panache-atm (imbr. + sensible)	\dot{Q}_G^-	5.7	• réaction chimique (combustion)	\dot{L}_{ch}	22.18		
			• transfert-chaleur panache-atmosphère	\dot{L}_{pa}^G	3.14		
			• diffusion du panache	\dot{L}_d	2.53		
• transfert-chaleur chaudière atmosphère	\dot{Q}_{ac}^-	0.5	• transfert-chaleur gaz de combustion-eau	\dot{L}_{GE}^G	20.66		
• auxiliaires	\dot{Q}_{ac}^-	0.10	• transfert-chaleur chaudière atmosphère	\dot{L}_{ca}^G	0.00		
			• auxiliaires	\dot{L}_{ac}	0.10		
Total chaudière (frontière FC) (23 MW)	\dot{Q}_{ac}^-	6.3	Total chaudière (frontière FC) (185MW)	\dot{L}_{ca}	48.61		
• turbines	\dot{Q}_T^-	0.03	• turbines	\dot{L}_T	5.98		
• alternateur	\dot{Q}_K^-	0.61	• alternateur	\dot{L}_G	0.61		
• paliers du turbogroupe	\dot{Q}_T^-	0.10	• paliers du turbogroupe	\dot{L}_L	0.10		
• condenseur principal	\dot{Q}_{cp}^-	0.51	• condenseur principal	\dot{L}_{CP}	1.52		
• pompes, turbine et condenseur auxiliaires	\dot{Q}_K^-	0.28	• pompes, turbine et condenseur auxiliaires	\dot{L}_K	0.04		
• réchauffeurs BP, HP et conduites de soutirage	\dot{Q}_K^-	0.13	• réchauffeurs BP, HP et conduites de soutirage	\dot{L}_K	0.51		
• bache d'alimentation et fuites d'eau	\dot{Q}_{ba}^-	0.04	• bache d'alimentation et fuites d'eau	\dot{L}_{ba}	0.10		
• transfert-chaleur panaches tours-atmosphère	\dot{Q}_T^-	17.63	• tours de refroidissement	\dot{L}_{TR}	3.44		
• puissance-transformation du réseau d'eau des tours	\dot{Y}_{TR}^-	34.35					
• autres pertes	\dot{Q}_{dt}^-	0.71	• autres pertes	\dot{L}_{XT}	0.51		
Total turbogroupe (frontière FT) (201 MW)	\sum_3	54.39	Total turbogroupe (frontière FT) (50 MW)	\dot{L}_{TG}	12.80		
Perte énergétique totale (224 MW)	\sum_4	60.69	Perte exergétique totale (235 MW)	\dot{L}	61.42		
Puissance électrique fournie par l'alternateur	\dot{E}_G^-	40.63	Puissance électrique fournie par l'alternateur	\dot{E}_G^-	39.50		
Puissance électrique des auxiliaires	\dot{E}_K^-	-1.32	Puissance électrique des auxiliaires	\dot{E}_K^-	-1.32		
Puissance énergétique fournie (145 MW)	\dot{E}^-	39.31	Puissance exergétique fournie (145 MW)	\dot{E}^-	38.18		
Efficacité motrice	ε	39.31	Rendement exergétique	η	38.18		

Tableau 14.2 Performances énergétiques et exergétiques de l'installation motrice à vapeur de la figure 14.11 [19] (suite).

Chaudière (frontière F_C)		Chaudière (frontière F_C)			
Pouvoir énergétique inférieur du combustible		ΔH_i^0	99.20	Pouvoir exergétique du combustible	Δk^0
Puissance électrique des auxiliaires		\dot{E}_X^+	0.80	Puissance électrique des auxiliaires	\dot{E}_{XC}
Puissance énergétique consommée (371 MW)		\sum_5	100.00	Puissance exergétique consommée (383 MW)	\sum_6
Perte énergétique totale (23 MW)		\dot{Q}_{nC}	6.30	Perte exergétique totale (185 MW)	\dot{L}_C
Puissance-transformation fournie au réseau d'eau principal		\dot{Y}_F^-	93.70	Exergie-transformation fournie au réseau d'eau principal	\dot{E}_{yE}
Puissance énergétique fournie (348MW)		\dot{Y}_E^-	93.70	Puissance exergétique fournie (198 MW)	\dot{E}_{yE}^+
Efficacité		ε_C	93.70	Rendement exergétique	η_C
Turbogroupe (frontière F_T)				Turbogroupe (frontière F_T)	
Puissance-transformation du réseau d'eau principal		\dot{Y}_T^+	100.00	Exergie-transformation du réseau d'eau principal	\dot{E}_{yT}^+
Puissance énergétique consommée (349 MW)		\sum_7	100.00	Puissance exergétique consommée (198 MW)	\sum_8
Perte énergétique totale (201 MW)		\sum_3	57.54	Perte exergétique totale (50MW)	\dot{L}_T
Puissance électrique fournie par l'alternateur		\dot{E}_G^-	43.06	Puissance électrique fournie par l'alternateur	\dot{E}_G^-
Puissance électrique des auxiliaires		\dot{E}_X^+	-0.60	Puissance électrique des auxiliaires	\dot{E}_X^+
Puissance énergétique fournie (148 MW)		\dot{E}^-	42.45	Puissance exergétique fournie (148 MW)	\dot{E}^-
Efficacité		ε_T	42.45	Rendement exergétique	η_T
					74.75

Remarques

Le rendement exergetique de l'installation $\eta = 39.0\%$ est du même ordre de grandeur que son efficacité motrice $\varepsilon_m = 40.1\%$. Par contre, le rendement exergetique de la chaudière $\eta_H = 51.7\%$ est beaucoup plus faible que son efficacité $\varepsilon_H = 93.7\%$. Corrélativement, le rendement exergetique du turbogroupe $\eta_T = 75.0\%$ est beaucoup plus élevé que son efficacité $\varepsilon_T = 42.8\%$. Il faut dire clairement que **la démarche exergetique permet de localiser avec précision les pertes effectives, alors que l'évaluation énergétique, qui fait apparaître indûment la chaudière comme plus performante que le turbogroupe, est trompeuse**. En effet, il est incontestable que les irréversibilités les plus importantes ont lieu dans la chaudière à cause de la réaction chimique et du transfert-chaleur avec énorme chute de température, comme le montre la liste des pertes exergetiques donnée par le tableau 14.2.

La faible valeur du rendement exergetique η_H de la chaudière explique les réticences des fabricants de chaudières à utiliser la démarche exergetique. Ils se défendent en disant que les pertes liées à la réaction chimique sont inéluctables et que les pertes liées au transfert-chaleur dépendent aussi de la température maximale de la vapeur demandée par le turbogroupe. Ces raisons ne sont toutefois pas suffisantes pour laisser attribuer tacitement au turbogroupe des pertes qui se produisent manifestement dans la chaudière.

La liste des pertes exergetiques telle que celle donnée par le tableau 14.2 constitue une information extrêmement précieuse pour les spécialistes de l'industrie chargés de la recherche et du développement. En effet, il s'agit d'un véritable **diagnostic** permettant de localiser les éléments où se produisent les pertes exergetiques les plus pénalisantes et dans lesquels il faut investir si l'on veut améliorer les performances des installations motrices à vapeur.

14.1.7 Installation de cogénération (travail-chaleur)

Généralités

La figure 14.13 représente le schéma d'une **installation de cogénération**, permettant de fournir non seulement une puissance-travail \dot{E}_T^- , mais encore une puissance-transformation \dot{Y}_D^- (cogénération). Il s'agit d'un système analogue à celui de la figure 14.11, mais comprenant en plus un **transmetteur d'énergie thermique** alimenté par un **soutirage** de vapeur à la turbine, permettant de chauffer l'eau d'un **réseau de chauffage à distance**, par exemple de 70 à 120°C en hiver et de 40 à 60°C en saison intermédiaire.

Efficacité

Par analogie avec (14.17), nous avons le bilan énergétique global :

$$\dot{E}^- + \dot{Y}_D^- = \dot{E}_T^- - \dot{E}_P + \dot{Y}_D^- = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_A^- \quad (14.55)$$

où \dot{E}_P est la somme des puissances de toutes les pompes.

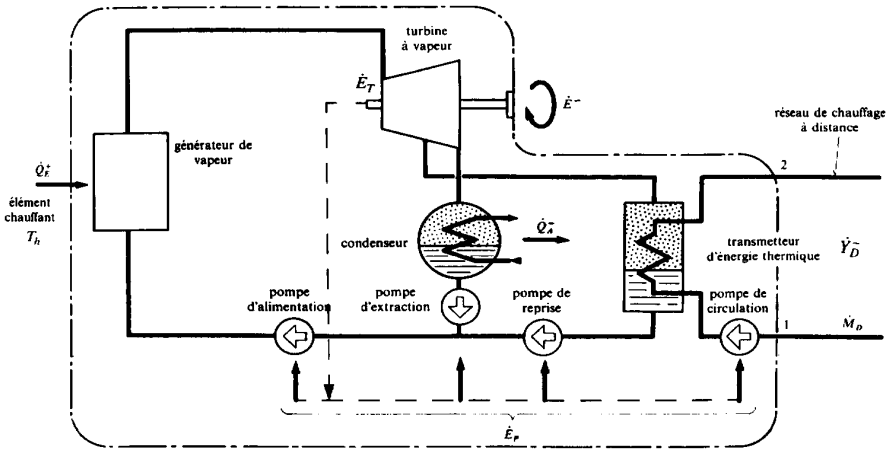


Fig. 14.13 Schéma d'une installation de cogénération (travail-chaaleur).

La puissance-transformation \dot{Y}_D^- fournie au réseau de chauffage à distance est exprimée, selon (10.12), par la relation :

$$\dot{Y}_D^- = \dot{M}_D (h_{cz2} - h_{cz1}) \quad (14.56)$$

dans laquelle nous avons :

- h_{cz1} et h_{cz2} enthalpies totales, massiques, de l'eau dans les sections de retour 1 et d'aller 2 du réseau de chauffage à distance
- \dot{M}_D débit-masse de l'eau du réseau de chauffage à distance.

L'**efficacité de l'installation de cogénération** est définie, selon (10.14) et (14.55), par la relation :

$$\varepsilon_D = \frac{\dot{E}^- + \dot{Y}_D^-}{\dot{Q}_E^+} = \frac{(\dot{E}_T - \dot{E}_P) + \dot{Y}_D^-}{\dot{Q}_E^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^-}{\dot{Q}_E^+} \quad (14.57)$$

Rendement exergetique

Par analogie avec (14.24), nous avons le bilan exergetique global :

$$\dot{E}^- + \dot{E}_{yD}^- = \dot{E}_T - \dot{E}_P + \dot{E}_{yD}^- = \dot{E}_{qE}^+ - \dot{L} \quad (14.58)$$

L'exergie-transformation \dot{E}_{yD}^- fournie au réseau de chauffage à distance est exprimée, selon (10.111), par la relation :

$$\dot{E}_{yD}^- = \dot{M}_D (k_{cz2} - k_{cz1}) \quad (14.59)$$

où k_{cz1} et k_{cz2} sont les coenthalpies totales, massiques, de l'eau du réseau de chauffage à distance.

Le **rendement exergétique de l'installation de cogénération** est défini, selon (10.165) et (14.55), par la relation:

$$\eta_D = \frac{\dot{E}^- + \dot{E}_{yD}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = \frac{(\dot{E}_T - \dot{E}_P) + \dot{E}_{yD}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{qE}^+} \quad (14.60)$$

Application

Considérons une **installation de cogénération** (électricité-chaleur) dont le générateur de vapeur est une chaudière à vapeur alimentée par un combustible liquide (fuel) et dont la turbine à vapeur entraîne un alternateur produisant une puissance électrique \dot{E}_G^- . En négligeant le terme \dot{E}_P , nous obtenons l'efficacité ainsi que le rendement exergétique de l'installation:

$$\varepsilon_{iD} = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{Y}_D^-}{\underline{\Delta\dot{H}}_i^0} = 1 - \frac{\dot{Q}_A^- + \dot{Q}_{AH}^-}{\underline{\Delta\dot{H}}_i^0} \quad (14.61)$$

$$\eta_D = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{E}_{yD}^-}{\underline{\Delta\dot{K}}^0} = 1 - \frac{\dot{L}}{\underline{\Delta\dot{K}}^0} \quad (14.62)$$

Les termes $\underline{\Delta\dot{H}}_i^0$ et $\underline{\Delta\dot{K}}^0$ sont respectivement le pouvoir énergétique inférieur et le pouvoir exergétique du combustible, exprimés en puissance (chap. 11). Le terme \dot{Q}_{AH}^- correspond aux pertes énergétiques de la chaudière.

Afin d'étudier l'influence de l'importance relative du chauffage sur les performances de l'installation, nous définissons le *taux de chauffage* par le rapport:

$$\tau \equiv \frac{\dot{Y}_D^-}{\dot{E}_G^- + \dot{Y}_D^-} \quad (14.63)$$

La figure 14.14 donne la valeur de l'**efficacité** ε_{iD} pour différentes valeurs du taux de chauffage τ . Pour $\tau = 0$, l'installation est une **centrale à condensation simple**, avec ε_{iD} de l'ordre de 40%. Pour τ croissant de 0 à 0.7 environ, la proportion d'électricité $\dot{E}_G^- / \underline{\Delta\dot{H}}_i^0$ diminue de 40 à 27% et ε_{iD} augmente de 40 à 90%. Corrélativement, la proportion de rejet thermique à l'atmosphère $\dot{Q}_A^- / \underline{\Delta\dot{H}}_i^0$ diminue de 60% à 10% (perte chaudière). Pour $\tau \equiv 0.7$, l'installation a les caractéristiques d'une **centrale à contre-pression**, caractérisée par le fait qu'il n'y a pas de condenseur principal. Si les utilisateurs demandent davantage de chauffage, il faut adjoindre une chaudière à vapeur auxiliaire. Pour τ croissant de 0.7 à 1, la proportion d'électricité $\dot{E}_G^- / \underline{\Delta\dot{H}}_i^0$ diminue de 27 à 0% et ε_{iD} reste à peu près égal à 90%. Pour $\tau = 1$, l'installation est réduite à la chaudière à vapeur auxiliaire.

La figure 14.15 donne la valeur du **rendement exergétique** η_D pour différentes valeurs du taux de chauffage τ . Pour $\tau = 0$, η_D est aussi de l'ordre de 40%. Pour τ

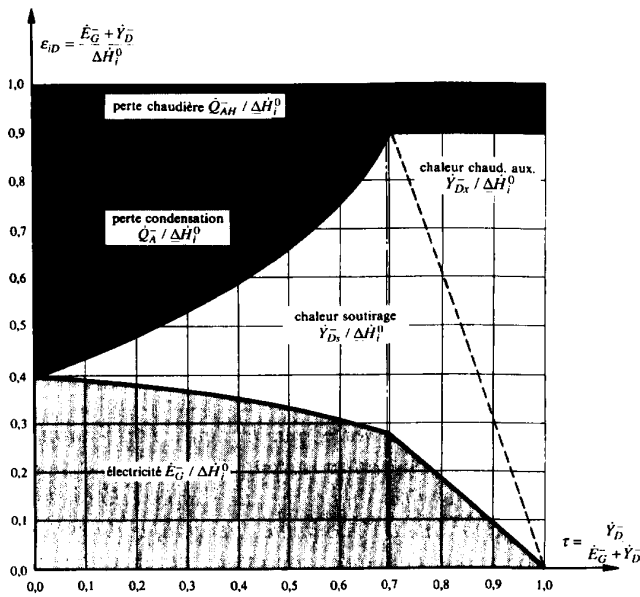


Fig. 14.14 Efficacité ε_{iD} d'installations de cogénération (électricité-chaleur), en fonction du taux de chauffage $\tau (\dot{Y}_{Ds} + \dot{Y}_{Dx})$.

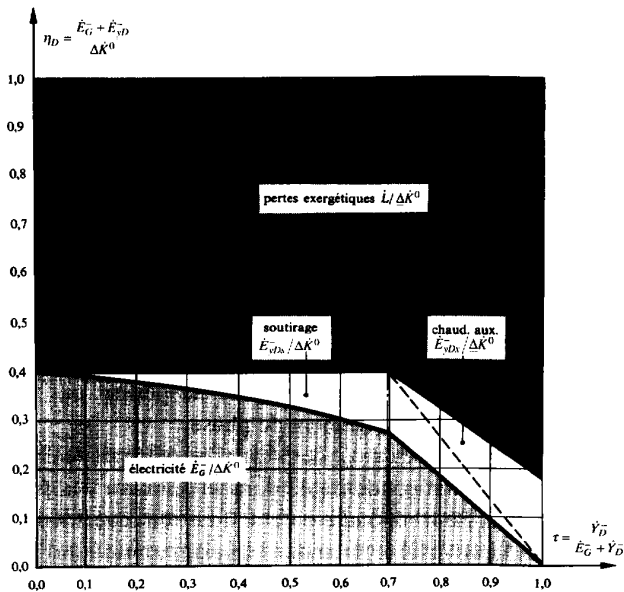


Fig. 14.15 Rendement exergetique η_D d'installations de cogénération (électricité-chaleur), en fonction du taux de chauffage $\tau (\dot{E}_{yDs} + \dot{E}_{yDx})$.

croissant de 0 à 0.7 environ, la proportion d'exergie-transformation $\dot{E}_{yD}^- / \Delta \dot{K}^0$ n'augmente que de 0 à 13 %, la proportion d'électricité $\dot{E}_G^- / \Delta \dot{K}^0$ diminue aussi de 40 à 27 %, de sorte que η_D reste à peu près égal à 40 %. Corrélativement, la proportion de pertes exergetiques reste à peu près égale à 60 %. Pour τ croissant de 0.7 à 1, la proportion d'électricité $\dot{E}_G^- / \Delta \dot{K}^0$ diminue encore de 27 à 0 %, tandis que η_D diminue de 40 à 18 %.

Analyse critique

Le bilan énergétique donné par la figure 14.14 n'est pas représentatif de l'économie énergétique du système. En effet, il porte à croire que la centrale à condensation simple est une mauvaise installation, que les performances de la centrale de cogénération sont d'autant meilleures que le soutirage est important et qu'elles restent excellentes lorsqu'on adjoint une chaudière à vapeur simple.

Par contre, le bilan exergetique donné par la figure 14.15 montre que les performances de la centrale de cogénération restent, dans ce cas, à peu près égales à celles de la centrale à condensation simple, et que l'adjonction d'une chaudière à vapeur simple est très défavorable à l'économie énergétique du système. Il apparaît alors clairement que, pour une demande importante de chauffage, la situation la meilleure est obtenue à l'aide d'une centrale de cogénération travaillant avec un soutirage voisin du maximum, c'est-à-dire près de la contre-pression ($\tau \equiv 0.7$). A noter que pour des installations de cogénération basées sur des moteurs à combustion interne, le fait de récupérer à des fins de chauffage l'énergie de refroidissement du bloc moteur, par exemple, ne pénalise pas la production d'énergie électrique. Cela permet d'augmenter le rendement exergetique en cogénération par rapport à une installation du même type ne produisant que de l'énergie électrique.

L'exemple de la cogénération montre le caractère trompeur de la notion d'efficacité et l'utilité de la notion de rendement exergetique quand il s'agit de comparer les systèmes au point de vue de l'énergie primaire.

14.2 INSTALLATIONS MOTRICES À GAZ

14.2.1 Introduction

L'utilisation d'un gaz comme fluide moteur ne permet pas d'exploiter les avantages liés au phénomène de changement de phase.

Il convient tout d'abord de se demander s'il est possible de réaliser un cycle de Carnot à l'aide d'un fluide non condensable dans le domaine des pressions et des températures industrielles. Pour répondre à cette question, considérons le cycle de Carnot 1-2-3-4-1 de la figure 14.16, tracé dans le diagramme T - s d'un gaz parfait. Etant donné la disposition des isobares, le rapport de pression P_3/P_1 est extrêmement élevé. La pression P_3 atteint des valeurs qui sont prohibitives dans l'état actuel de la technique. D'autre part, nous avons déjà expliqué au paragraphe 14.1.1 que les

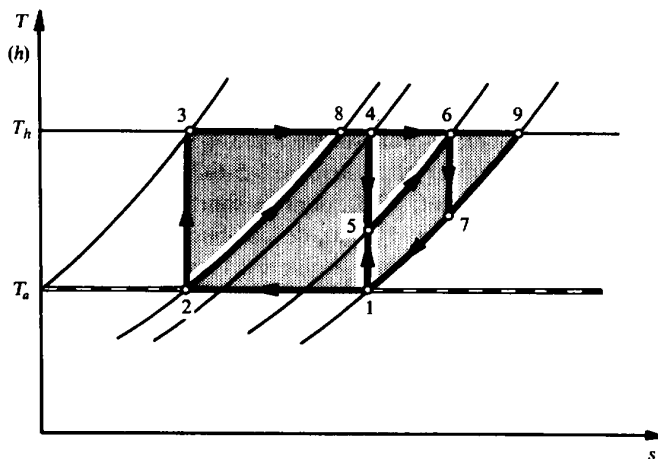


Fig. 14.16 Représentation d'un cycle de Carnot, d'un cycle simple de turbine à gaz (ou de Joule ou de Brayton) et d'un cycle de Ericsson, dans le diagramme T - s d'un gaz parfait.

transformations isothermes 1-2 et 3-4 ne sont actuellement pas réalisables, également pour des raisons techniques.

Entre les mêmes températures minimale T_a et maximale T_h , il est possible de réduire la pression maximale du cycle et d'éliminer les transformations isothermes en considérant le cycle 1-5-6-7-1, constitué de deux isentropes et de deux isobares. Ce cycle, appelé cycle simple de turbine à gaz (ou de Joule ou de Brayton), ne présente malheureusement que de médiocres performances, à cause des grandes irréversibilités liées au chauffage 5-6 et au refroidissement 7-1.

Toujours entre les mêmes températures minimale T_a et maximale T_h , il est possible de réduire la pression maximale du cycle, tout en obtenant des performances égales à celles du cycle de Carnot, en considérant le cycle de Ericsson 1-2-8-9-1 (§ 13.5.6). Ce cycle comporte malheureusement deux transformations isothermes 1-2 et 8-9, qui ne sont actuellement pas réalisables, ainsi que nous l'avons rappelé ci-dessus.

14.2.2 Installation à cycle simple de turbine à gaz, en circuit fermé

Généralités

La figure 14.17 représente le schéma d'une *installation motrice à cycle simple de turbine à gaz, en circuit fermé*. Il s'agit d'un système comprenant :

- un *compresseur* consommant la puissance-travail \dot{E}_C
- un *générateur de gaz chaud* (chaudière, réacteur nucléaire, récupérateur...) consommant la puissance-chaleur \dot{Q}_E^+
- une *turbine à gaz*, fournissant la puissance-travail \dot{E}_T et entraînant le compresseur

- un *refroidisseur*, éliminant la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à l'aide d'un réseau d'eau de réfrigération
- des *conduites* reliant les éléments mentionnés ci-dessus.

La figure 14.18 représente le cycle simple 1-2-3-4-1 dans le diagramme $h-s$ d'un gaz parfait. Ce cycle est inspiré du cycle de Joule 1-5-6-7-1 de la figure 14.16. Il s'agit d'un cycle bitherme moteur (sect. 13.5), dont la source chaude est constituée par l'élément chauffant à température T_h (gaz de combustion, combustible nucléaire, fluide intermédiaire...), et dont la source froide est l'atmosphère à température T_a .

Nous formulons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le compresseur et la turbine à gaz sont adiabates.
- La dissipation est faible dans le générateur de gaz chaud, le réfrigérant et les conduites.
- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.
- Le gaz se comporte comme un gaz parfait.

Etant donné ces hypothèses, les équations fondamentales (4.57) montrent que les transformations 2-3 et 4-1 sont approximativement isobares. L'ensemble du

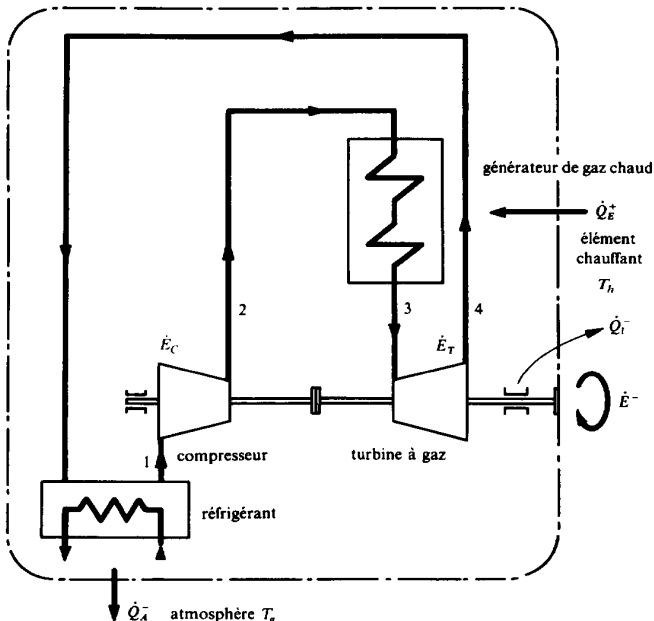


Fig. 14.17 Schéma d'une installation motrice à cycle simple de turbine à gaz, en circuit fermé.

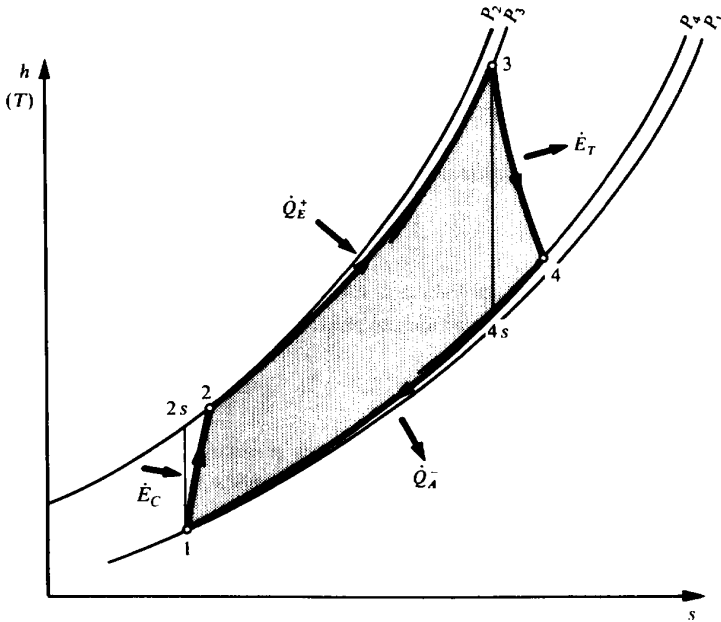


Fig. 14.18 Représentation, dans le diagramme h - s d'un gaz parfait, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à cycle simple de turbine à gaz, de la figure 14.17.

cycle thermodynamique est donc inscrit entre l'isobare inférieure P_1 et l'isobare supérieure P_2 . Il est soumis aux contraintes techniques suivantes :

- La température minimale T_1 est fixée par les conditions de refroidissement; elle ne peut être que supérieure à la température de l'eau de refroidissement, cette dernière étant voisine de la température T_a de l'atmosphère, afin de permettre le transfert-chaleur \dot{Q}_A^- .
- La température maximale T_3 est fixée par la valeur maximale admissible à l'entrée de la turbine à gaz.

La forme générale du cycle est déterminée par le choix du rapport de pression $\pi_C = P_2 / P_1$, tandis que la puissance-travail utile \dot{E}^- l'est, en plus, par le niveau de pression.

Efficacité motrice

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = \dot{Q}_E^+ - (\dot{Q}_A^- + \dot{Q}_I^-) = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.64)$$

dans lequel nous avons :

- \dot{E}^- puissance-travail utile
- \dot{Q}_ℓ^- puissance-chaleur provenant du frottement dans les paliers de l'arbre des turbomachines et transférée à l'atmosphère
- \dot{Q}_a^- puissance-chaleur totale transférée à l'atmosphère

Nous définissons l'*efficacité des paliers* par la relation :

$$\varepsilon_\ell = \frac{\dot{E}_T - \dot{Q}_\ell^-}{\dot{E}_T} = 1 - \frac{\dot{Q}_\ell^-}{\dot{E}_T} \quad (14.65)$$

Le bilan mécanique de l'arbre des turbomachines est, compte tenu de (14.65):

$$\dot{E}^- = \dot{E}_T - \dot{Q}_\ell^- - \dot{E}_C = \varepsilon_\ell \dot{E}_T - \dot{E}_C \quad (14.66)$$

En vertu de (4.213), (4.235) et (4.236), les puissances-travail fournies par la turbine et consommées par le compresseur sont données par les relations:

$$\begin{aligned} \dot{E}_T &= \dot{M}(h_3 - h_4) = \dot{M}c_p \eta_{Ts} (1 - \pi_T^F) T_3 \\ \dot{E}_C &= \dot{M}(h_2 - h_1) = \dot{M}c_p \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_C^F - 1) T_1 \end{aligned} \quad (14.67)$$

dans lesquelles nous avons :

- \dot{M} débit-masse de gaz
- η_{Ts} rendement isentrope de la turbine, défini par (4.235)
- η_{Cs} rendement isentrope du compresseur, défini par (4.236)
- $\pi_T = P_4 / P_3$ rapport de pression de la turbine
- $\pi_C = P_2 / P_1$ rapport de pression du compresseur

Nous exprimons les pertes de charge dues à la dissipation dans le générateur de gaz chaud et dans le réfrigérant par les rapports de pression :

$$\begin{aligned} \pi_E &= \frac{P_3}{P_2} \\ \pi_A &= \frac{P_1}{P_4} \end{aligned} \quad (14.68)$$

Les rapports de pression sont liés par l'équation :

$$\pi_C \cdot \pi_E \cdot \pi_T \cdot \pi_A = \pi_C \cdot \pi_T \cdot \pi_r = 1 \quad (14.69)$$

où $\pi_r = \pi_E \cdot \pi_A$.

La *puissance-travail utile* fournie par l'installation est, compte tenu de (14.66) à (14.69):

$$\dot{E}^- = \dot{M}c_p \left[\varepsilon_l \eta_{Ts} \left(1 - \frac{1}{\pi_r^\Gamma \pi_C^\Gamma} \right) T_3 - \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_C^\Gamma - 1) T_1 \right] \quad (14.70)$$

La puissance-chaleur consommée est:

$$\dot{Q}_E^+ = \dot{M}c_p \left\{ T_3 - \left[1 + \frac{1}{\eta_{Cs}} (\pi_C^\Gamma - 1) \right] T_1 \right\} \quad (14.71)$$

L'efficacité motrice de l'installation à cycle simple de turbine à gaz est donnée, selon (10.14), (14.70) et (14.71), par la relation:

$$\varepsilon_m = \frac{\dot{E}^-}{\dot{Q}_E^+} = \frac{\varepsilon_l \eta_{Ts} (1 - \pi_r^{-\Gamma} \pi_C^{-\Gamma}) T_3 - \eta_{Cs}^{-1} (\pi_C^\Gamma - 1) T_1}{T_3 - \left[1 + \eta_{Cs}^{-1} (\pi_C^\Gamma - 1) \right] T_1} \quad (14.72)$$

Rendement exergetique

La relation (10.43) donne le bilan exergetique:

$$\dot{E}^- = \dot{E}_{qE}^+ - \dot{L} \quad (14.73)$$

Le terme \dot{E}_{qE}^+ est l'exergie-chaleur reçue de l'élément chauffant, par exemple des gaz de combustion d'une chaudière. Elle est encore donnée par la relation (14.6).

Le terme \dot{L} est la perte exergetique globale.

Le rendement exergetique de l'installation à cycle simple de turbine à gaz est donné, selon (10.165) et (14.73), par la relation:

$$\eta = \frac{\dot{E}^-}{\dot{E}_{qE}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_{qE}^+} \quad (14.74)$$

Choix du rapport de pression

Considérons, à titre d'exemple, une *installation simple fonctionnant avec de l'hélium* ($c_p = 5.19 \text{ kJ} / (\text{K} \cdot \text{kg})$, $\Gamma = 0.4$) et caractérisée par les valeurs: $\hat{T}_1 = 30^\circ\text{C}$, $\hat{T}_3 = 600^\circ\text{C}$, $\eta_{Cs} = 0.85$, $\eta_{Ts} = 0.90$, $\pi_r \cong 1$ et $\varepsilon_\ell = 0.98$. La figure 14.19 représente la variation de l'énergie utile massique $e^- = \dot{E}^- / \dot{M}$ provenant de (14.70), ainsi que l'efficacité motrice ε_m donnée par (14.72), en fonction du rapport de pression $\pi_C = P_2 / P_1$.

Nous obtenons l'énergie utile massique maximale e_{max}^- en annulant la dérivée de e^- par rapport à π_C . En considérant le débit-masse \dot{M} comme constant, nous avons:

$$\frac{\partial e^-}{\partial \pi_C} = 0 \quad \frac{\partial E^-}{\partial \pi_C} = 0 \quad (14.75)$$

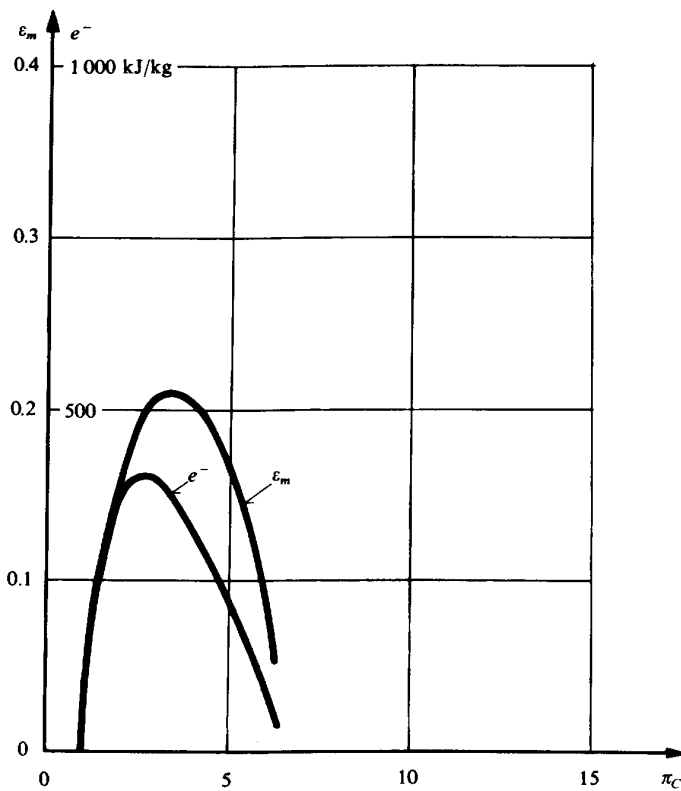


Fig. 14.19 Energie utile massique e^- et efficacité motrice ε_m , en fonction du rapport de pression π_C . Pour l'installation motrice à cycle simple de turbine à gaz de la figure 14.17.

ce qui fournit, selon (14.70), les valeurs optimales suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \pi_{Ce} &= \sqrt{\frac{1}{\pi_r} \left(\varepsilon_i \eta_{Cs} \eta_{Ts} \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{\Gamma}}} = 2.62 \\ e_{\max}^- &= 408 \text{ [kJ / kg]} \\ \varepsilon_{me} &= 19.5 \% \end{aligned} \right\} \quad (14.76)$$

Nous obtenons l'**efficacité motrice maximale** $\varepsilon_{m \max}$ en annulant la dérivée de ε_m par rapport à π_C . Nous avons :

$$\frac{\partial \varepsilon_m}{\partial \pi_C} = 0 \quad (14.77)$$

ce qui fournit, selon (14.72), les valeurs optimales suivantes :

$$\begin{aligned}\pi_{C\epsilon} &= 3.52 \\ e_{\epsilon}^{-} &= 370 \text{ [kJ / kg]} \\ \epsilon_{m \max} &= 21.2 \text{ \%}\end{aligned}\tag{14.78}$$

Le choix définitif du **rapport de pression** π_C est délicat. En effet, si nous choisissons $\pi_{C\epsilon}$, l'efficacité motrice ϵ_{me} sera mauvaise, ce qui conduira à des frais d'exploitation élevés. Si nous choisissons $\pi_{C\epsilon}$, l'énergie utile massique e_{ϵ}^{-} sera faible, ce qui, pour une puissance utile \dot{E}^{-} fixée, conduira à un grand débit-masse \dot{M} , donc à de grandes dimensions, à un poids important et finalement à des frais d'installation élevés. Il en résulte que le choix du rapport de pression π_C est conditionné par le genre d'utilisation qui est assigné à l'installation. En effet, suivant les cas, ce sont les frais d'exploitation ou les frais d'installation qui sont déterminants.

Réglage de la puissance utile

Le système étant fermé, il est possible de le faire fonctionner à différents niveaux de pression, ce qui permet de faire varier la **puissance utile** \dot{E}^{-} fournie par l'installation (charge) en maintenant la température T_3 , donc en conservant un bon rendement.

En effet, nous avons les relations :

$$\dot{E}^{-} = \dot{M} e^{-} = \rho C S e^{-} = \frac{P C S e^{-}}{r T}\tag{14.79}$$

dans lesquelles ρ , C , S , P et T sont relatives à une section quelconque du circuit.

Pour une installation donnée, les sections S sont déterminées. Les propriétés de similitude des turbomachines montrent que, pour des températures d'entrée et une vitesse de rotation déterminées, les triangles de vitesse des aubages mobiles et les rapports de pression π des turbomachines restent à peu près constants. Il en résulte que l'énergie utile massique e^{-} et les vitesses C restent à peu près constantes. Tous les cycles correspondant à des régimes de fonctionnement semblables peuvent donc se déduire du cycle tracé dans la figure 14.18 par une translation horizontale; tous les rapports de pression et toutes les températures sont conservés et seuls les niveaux de pression changent. Les relations (14.79) montrent que, dans ces circonstances, la puissance utile \dot{E}^{-} est pratiquement proportionnelle au débit-masse \dot{M} , ou à la masse volumique ρ , ou encore à la pression P .

La variation du niveau de pression du cycle est réalisée par l'adjonction d'une batterie de deux **accumulateurs de gaz**, l'un à basse pression (*BP*) et l'autre à haute pression (*HP*), ainsi que d'un **compresseur auxiliaire** servant à recharger l'accumulateur *HP* par aspiration dans l'accumulateur *BP*. Quand on veut diminuer la charge, on laisse passer une partie du gaz du circuit principal dans l'accumulateur *BP*.

Inversement, quand on veut augmenter la charge, on laisse passer du gaz de l'accumulateur *HP* dans le circuit principal.

Ce mode de réglage de la charge présente l'avantage de maintenir la température maximale T_3 du cycle, c'est-à-dire de conserver un bon rendement. Par contre, il donne lieu à des pertes exergetiques supplémentaires dues aux transvasements du gaz entre le circuit principal et les accumulateurs, ainsi qu'à une consommation supplémentaire de puissance pour l'alimentation du compresseur auxiliaire.

Remarques

Le rapport des puissances du compresseur et de la turbine est, compte tenu de (14.67) et (14.69), avec $\pi_r = 1$:

$$\frac{\dot{E}_C}{\dot{E}_T} = \frac{\pi_C^{\Gamma}}{\eta_{Cs}\eta_{Ts}} \cdot \frac{T_1}{T_3} \quad (14.80)$$

Pour la valeur optimale $\pi_{Ce} = 2.62$ du rapport de pression donné par (14.76), le rapport des puissances est, compte tenu de (14.80) :

$$\left(\frac{\dot{E}_C}{\dot{E}_T} \right)_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_l}{\eta_{Cs}\eta_{Ts}}} \cdot \frac{T_1}{T_3} = 0.67 \quad (14.81)$$

Pour la valeur optimale $\pi_{Ce} = 3.52$ du rapport de pression donné par (14.78), le rapport des puissances est, selon (14.80) :

$$\left(\frac{\dot{E}_C}{\dot{E}_T} \right)_e = 0.75 \quad (14.82)$$

Ces valeurs montrent que, quelle que soit l'optimisation choisie, la puissance \dot{E}_C du compresseur est loin d'être petite par rapport à celle de la turbine. Dans le cas présent, la puissance \dot{E}_T de la turbine peut être égale à trois ou quatre fois la puissance utile \dot{E}^- fournie par l'installation.

Contrairement à ce qui précède, nous avons remarqué au paragraphe 14.1.2 que, dans les installations motrices à vapeur, la puissance de la turbine n'est que très peu supérieure à la puissance utile fournie par l'installation.

L'exemple numérique présenté ci-dessus a conduit aux efficacités maximales $\varepsilon_{me} = 19.5\%$ et $\varepsilon_{m \max} = 21.2\%$. Nous constatons donc que, quelle que soit l'optimisation choisie, une installation motrice à cycle simple de turbine à gaz, ne conduit qu'à des performances relativement médiocres.

Pour améliorer ces performances, il est donc primordial de diminuer les irréversibilités entraînées par les transferts-chaleur \dot{Q}_E^+ et \dot{Q}_A^- . C'est le but poursuivi dans le paragraphe suivant.

14.2.3 Installation à cycle amélioré de turbine à gaz en circuit fermé

Généralités

La figure 14.20 représente le schéma d'une *installation motrice à cycle de turbine à gaz, en circuit fermé, amélioré* à l'aide de deux refroidissements intermédiaires, d'un réchauffage intermédiaire et d'une récupération. Il s'agit d'un système fermé comprenant :

- trois *compresseurs*, à basse, moyenne et haute pression, consommant respectivement les puissances-travail \dot{E}_{CB} , \dot{E}_{CM} et \dot{E}_{CH}
- un *générateur de gaz chaud* consommant les puissances-chaleur \dot{Q}_{EH}^+ et \dot{Q}_{EB}^+
- deux *turbines à gaz*, à haute et basse pression, fournissant respectivement les puissances-travail \dot{E}_{TH} et \dot{E}_{TB} et entraînant les compresseurs
- trois *refroidisseurs* éliminant respectivement les puissances-chaleur \dot{Q}_{AB}^- , \dot{Q}_{AM}^- et \dot{Q}_{AH}^-
- un *récupérateur* transférant une puissance-chaleur interne \dot{Q}_R
- des *conduites* reliant les éléments mentionnés ci-dessus.

La figure 14.21 représente le cycle 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-1 dans le diagramme $h-s$ d'un gaz parfait. Ce cycle est inspiré du cycle de Ericsson 1-2-8-9-1 de la figure 14.16. Pour des raisons techniques, les deux transformations isothermes ont été remplacées par les transformations 1-2-3-4-5-6 et 8-9-10-11 qui sont aussi proches que possible de *transformations paraïsothermes* (sect. 8.4). Le récupérateur permet simultanément de chauffer de 6 à 7 le gaz sortant du compresseur *HP* et de refroidir de 11 à 12 le gaz sortant de la turbine *BP*.

Nous formulons les mêmes hypothèses simplificatrices que pour l'installation simple du paragraphe 14.2.2. Il en résulte que le cycle est constitué de transformations voisines d'isobares et d'isentropes. Il est aussi soumis aux mêmes contraintes techniques concernant les températures minimale et maximale.

En nous inspirant des propriétés des transformations paraïsothermes théoriques, nous admettons que les températures d'entrée, les rapports de pression et les rendements des compresseurs et des turbines sont respectivement égaux, selon les relations :

$$\begin{aligned}
 T_1 &= T_3 = T_5 & T_8 &= T_{10} \\
 \pi_{CB} &= \pi_{CM} = \pi_{CH} = \pi_C & \pi_{TH} &= \pi_{TB} = \pi_T \\
 \eta_{CBs} &= \eta_{CMs} = \eta_{CHs} = \eta_{Cs} & \eta_{THs} &= \eta_{TBs} = \eta_{Ts}
 \end{aligned} \tag{14.83}$$

La forme générale du cycle est alors déterminée par le choix du rapport de pression $\pi = P_6 / P_1$, tandis que la puissance-travail utile \dot{E}^- (charge) l'est en plus, comme pour le cycle simple, par le niveau de pression.

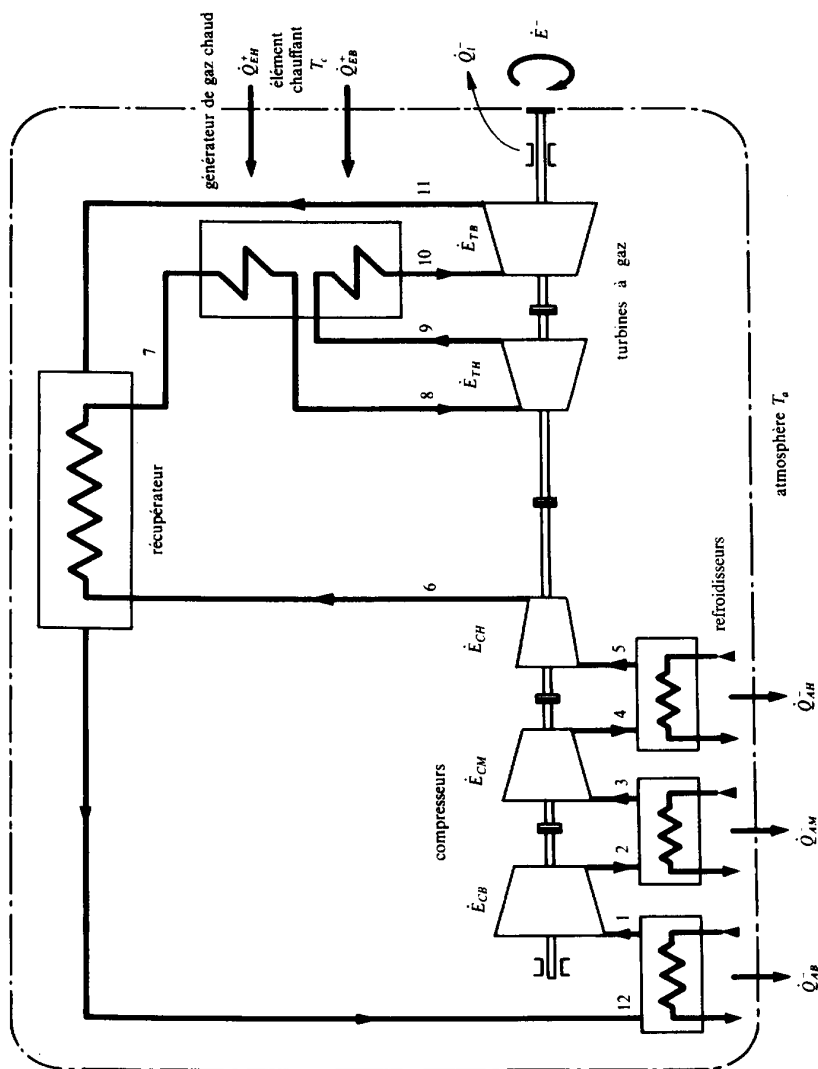


Fig. 14.20 Schéma d'une installation motrice à cycle amélioré de turbine à gaz, en circuit fermé, avec refroidissements intermédiaires, réchauffage intermédiaire et récupération.

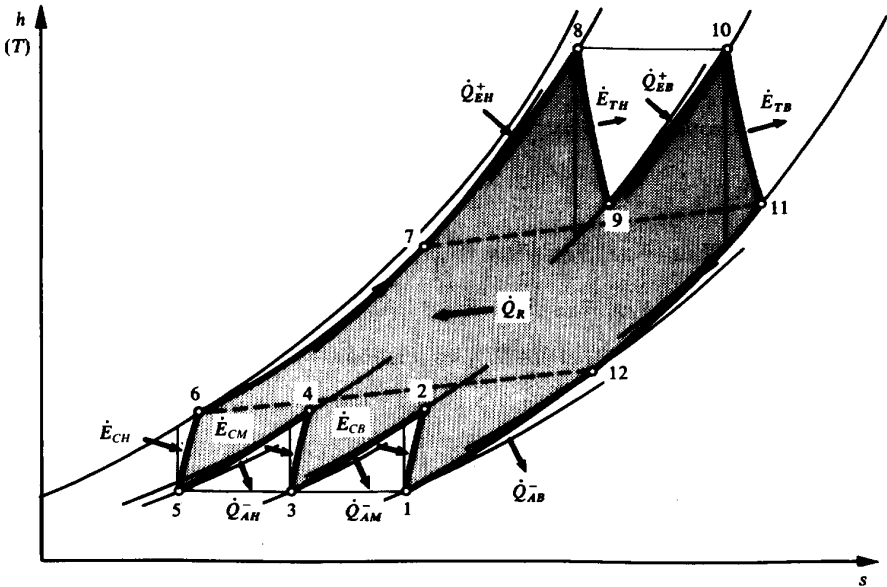


Fig. 14.21 Représentation, dans le diagramme h - s d'un gaz parfait, du cycle thermodynamique de l'installation motrice à cycle amélioré de turbine à gaz de la figure 14.20.

Efficacité motrice

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{E}^- = (\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+) - (\dot{Q}_{AB}^- + \dot{Q}_{AM}^- + \dot{Q}_{AH}^- + \dot{Q}_\ell^-) = \dot{Q}_E^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.84)$$

où \dot{Q}_E^+ et \dot{Q}_a^- sont respectivement les puissances-chaleur reçue du générateur de gaz chaud et transférée à l'atmosphère.

Nous définissons l'efficacité des paliers par la relation :

$$\varepsilon_\ell = \frac{(\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB}) - \dot{Q}_\ell^-}{(\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB})} = 1 - \frac{\dot{Q}_\ell^-}{(\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB})} \quad (14.85)$$

Le bilan mécanique de l'arbre des turbomachines est, compte tenu de (14.85) :

$$\begin{aligned} \dot{E}^- &= (\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB}) - \dot{Q}_\ell^- - (\dot{E}_{CB} + \dot{E}_{CM} + \dot{E}_{CH}) \\ &= \varepsilon_\ell (\dot{E}_{TH} + \dot{E}_{TB}) - (\dot{E}_{CB} + \dot{E}_{CM} + \dot{E}_{CH}) \end{aligned} \quad (14.86)$$

Les puissances-travail des turbomachines et la puissance-travail utile \dot{E}^- sont respectivement données par des relations analogues à (14.67) et (14.70).

Les rapports de pression sont liés par l'équation:

$$\pi_{CB} \cdot \pi_{AM} \cdot \pi_{CM} \cdot \pi_{AH} \cdot \pi_{CH} \cdot \pi_{RH} \cdot \pi_{EH} \cdot \pi_{TH} \cdot \pi_{EB} \cdot \pi_{TB} \cdot \pi_{RB} \cdot \pi_{AB} = 1 \quad (14.87)$$

où π_{RH} et π_{RB} concernent respectivement les côtés haute et basse pression du récupérateur R .

En posant:

$$\pi = \pi_{CB} \cdot \pi_{AM} \cdot \pi_{CM} \cdot \pi_{AH} \cdot \pi_{CH} = \frac{P_6}{P_1} \quad (14.88)$$

$$\pi_{rt} = \pi_{RH} \cdot \pi_{EH} \cdot \pi_{EB} \cdot \pi_{RB} \cdot \pi_{AB} \quad \pi_{rc} = \pi_{AM} \cdot \pi_{AH}$$

nous obtenons, selon (14.83) et (14.87), les relations:

$$\pi_C = \left(\frac{\pi}{\pi_{rc}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \pi_T = \left(\frac{1}{\pi_{rt}\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14.89)$$

La *puissance-travail utile*, fournie par l'installation, est, compte tenu de (14.67), (14.83) et (14.86):

$$\dot{E}^- = \dot{M}c_p \left[2\varepsilon_l \eta_{Ts} (1 - \pi_T^\Gamma) T_8 - \frac{3}{\eta_{Cs}} (\pi_C^\Gamma - 1) T_1 \right] \quad (14.90)$$

Le récupérateur est un transmetteur d'énergie-chaleur à contre-courant, caractérisé par l'*efficacité du récupérateur*:

$$\varepsilon_R = \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}_{Rmax}} = \frac{\dot{M}c_p (T_7 - T_6)}{\dot{M}c_p (T_{11} - T_6)} = \frac{T_7 - T_6}{T_{11} - T_6} \quad (14.91)$$

L'*efficacité motrice de l'installation améliorée* est donné, selon (10.14) et tous calculs faits, par la relation:

$$\varepsilon_m = \frac{2\varepsilon_l \eta_{Ts} (1 - \pi_T^\Gamma) T_8 - 3\eta_{Cs}^{-1} (\pi_C^\Gamma - 1) T_1}{\left\{ 2 - (1 + \varepsilon_R) [1 - \eta_{Ts} (1 - \pi_T^\Gamma)] \right\} T_8 - (1 - \varepsilon_R) [1 + \eta_{Cs}^{-1} (\pi_C^\Gamma - 1)] T_1} \quad (14.92)$$

Rendement exergetique

Le développement fait au paragraphe 14.2.2 pour une installation simple, ainsi que les relations (14.73) et (14.74), restent intégralement valables, étant bien entendu que la puissance-chaleur \dot{Q}_E^+ reçue est égale à la somme $(\dot{Q}_{EH}^+ + \dot{Q}_{EB}^+)$.

Choix du rapport de pression

Considérons, à titre d'exemple, une installation améliorée fonctionnant avec de l'hélium ($c_p = 5.19 \text{ kJ / (K} \cdot \text{kg)}$, $\Gamma = 0.4$) et caractérisée par les valeurs:

$\hat{T}_1 = 30^\circ\text{C}$, $\hat{T}_8 = 600^\circ\text{C}$, $\eta_{Cs} = 0.85$, $\eta_{Ts} = 0.90$, $\varepsilon_R = 0.55 - 0.65 - 0.75$, $\pi_{rc} = \pi_{rt} \cong 1$ et $\varepsilon_\ell = 0.98$. La figure 14.24 représente la variation de l'énergie utile massique $e^- = \dot{E}^- / \dot{M}$, déduite de (14.90), ainsi que l'efficacité motrice ε_m donnée par (14.92), en fonction du rapport de pression $\pi = P_6 / P_1$.

L'énergie utile massique maximale e_{\max}^- correspond aux valeurs optimales suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \pi_e &= 10.07 \\ e_{\max}^- &= 955 \text{ [kJ / kg]} \\ \varepsilon_{me} &= 28.3 - 29.0 - 29.8 \% \end{aligned} \right\} \quad (14.93)$$

L'efficacité motrice maximale $\varepsilon_{m \max}$ correspond aux valeurs optimales suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \pi_e &= 5.09 - 4.41 - 3.70 \\ e_{\max}^- &= 875 - 838 - 782 \text{ [kJ / kg]} \\ \varepsilon_{m \max} &= 30.3 - 32.0 - 34.1 \% \end{aligned} \right\} \quad (14.94)$$

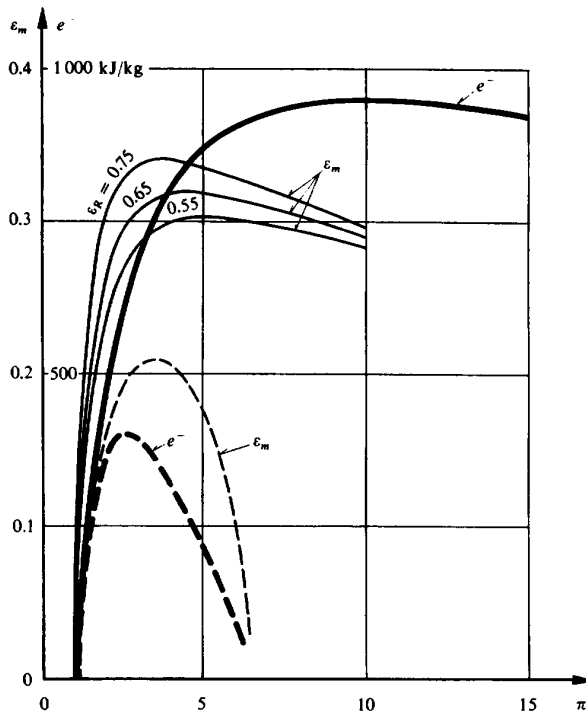


Fig. 14.22 Energie utile massique e^- et efficacité motrice ε_m , en fonction du rapport de pression $\pi = P_6 / P_1$, avec ε_R en paramètre, pour l'installation motrice à gaz, améliorée, de la figure 14.20 (les courbes en traits pointillés sont relatives à l'installation simple de la figure 14.17).

Ces résultats montrent que l'efficacité ε_R du récupérateur a une grande influence sur les performances de l'installation. Nous constatons que les optimisations de l'énergie utile massique e^- et de l'efficacité motrice ε_m conduisent à des valeurs très différentes du rapport de pression π . Le choix de ce dernier donne lieu aux mêmes considérations que celles qui ont été faites au paragraphe 14.2.2 pour une installation simple.

Choix du nombre de lignes d'arbre

Dans l'installation améliorée faisant l'objet de la figure 14.22, nous avons admis que toutes les turbomachines étaient sur la même ligne d'arbre. Mais, étant donné qu'il y a trois compresseurs et deux turbines, il est intéressant de répartir les turbomachines le long de deux, ou même de trois lignes d'arbre. Cette répartition donne lieu à un grand nombre de combinaisons possibles. Le fait d'avoir plusieurs lignes d'arbre présente les avantages suivants :

- possibilité de faire tourner les turbomachines à des vitesses différentes, ce qui augmente le degré de liberté relatif à la conception de l'installation
- couplage individuel d'un compresseur et d'une turbine à gaz, ce qui est favorable à la stabilité de la vitesse de rotation, à cause des caractéristiques de ces turbomachines
- faible inertie de rotation des différentes lignes d'arbre, ce qui augmente la promptitude de réglage (souplesse) de l'installation
- possibilité de régler la puissance utile \dot{E}^- (charge) en faisant varier la vitesse de rotation de l'une au moins des lignes d'arbre, afin de maintenir la température maximale à une valeur élevée, ce qui permet de conserver un bon rendement
- facilité de démarrage

Le choix du nombre de lignes d'arbre et de la répartition des turbomachines sera fait en fonction des caractéristiques d'utilisation de l'installation, notamment en fonction des données suivantes :

- vitesse de rotation constante ou variable
- charge constante, variable ou intermittente

Il est évident que le choix du nombre de lignes d'arbre a une incidence sur la conduite des calculs.

Réglage de la puissance utile

Le réglage de la puissance utile \dot{E}^- (charge) de l'installation donne lieu aux mêmes considérations que celles qui ont été faites au paragraphe 14.2.2 pour une installation simple.

Remarques

L'exemple numérique présenté ci-dessus a conduit aux efficacités optimales $\varepsilon_{me} = 28.3$ à 29.8% et $\varepsilon_{mmax} = 30.3$ à 34.1% , données par (14.93) et (14.94). Nous constatons que ces valeurs sont notablement plus élevées que les efficacités optimales

$\varepsilon_{me} = 19.5\%$ et $\varepsilon_{m\max} = 21.2\%$, données au paragraphe 14.2.2 par (14.76) et (14.78), pour une installation simple.

D'une façon générale, l'efficacité ε_m d'une installation motrice de turbine à gaz augmente avec le nombre de refroidissements et de réchauffages intermédiaires, ainsi qu'avec l'efficacité du récupérateur. Mais cette amélioration se paie par l'accroissement de la complexité, de l'encombrement, du poids et finalement des frais d'installation. Le choix du degré de sophistication admissible dépendra finalement du genre d'utilisation qui est assigné à l'installation.

14.2.4 Installation industrielle, en circuit ouvert

Généralités

La figure 14.23 représente le schéma simplifié d'une *installation motrice avec turbine à gaz, en circuit ouvert, de type industriel*. Il s'agit de la centrale thermique de Beznau (Suisse), qui comporte deux groupes, l'un de 13 MW et l'autre de 27 MW.

Chacun des groupes réalise un cycle amélioré dont le principe est le même que celui de l'installation améliorée en circuit fermé faisant l'objet du paragraphe 14.2.3, ainsi que des figures 14.20 et 14.21. Mais, dans le cas présent, le circuit est ouvert parce que le générateur de gaz chaud est remplacé par deux *chambres de combustion, l'une à basse pression (BP) et l'autre à haute pression (HP)*, alimentées en combustible liquide (fuel-oil). Il n'y a donc pas de refroidisseur BP. L'installation comporte deux lignes d'arbre. Sur la ligne d'arbre BP, la turbine BP entraîne les compresseurs BP et MP. Sur la ligne d'arbre HP, la turbine HP entraîne le compresseur HP et l'alternateur triphasé, par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse.

Le cycle thermodynamique relatif à l'installation considérée ne peut pas être représenté simplement dans un diagramme $h-s$ unique, à cause du changement de composition des gaz dû aux combustions. Il faut considérer séparément les tronçons suivants (comparer avec fig. 14.21):

- tronçon 1-2-3-4-5-6-7: diagramme de l'air
- tronçons 7-8 et 9-10: équations de combustion, selon le paragraphe 11.7.3
- tronçons 8-9 et 10-11-12: diagrammes des gaz de combustion, relatifs aux facteurs d'air $\lambda_H = 10.60$ et $\lambda_B = 6.52$.

Les caractéristiques relatives aux points les plus importants sont indiquées dans le tableau 14.3.

Tableau 14.3 Caractéristiques relatives aux points les plus importants de l'installation de la figure 14.23.

Points	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P [bar]	1	2.38	2.32	3.75	3.71	8.8	8.38	8.3	2.44	2.4	1.018	1
\hat{T} [°C]	5	90	25	92	25	117	408	650	455	600	462	180
\dot{M} [kg/s]	90	90	90	90	90	90	90.642	90.642	91.044	91.044	91.044	91.044

Nous formulons les mêmes hypothèses que celles qui ont été indiquées au début du paragraphe 12.2.1 pour une chaudière à vapeur.

Tableau 14.4 Performances énergétiques et exergétiques de l'installation motrice à gaz de la figure 14.25.

ÉNERGIE			EXERGIE		
Grandeurs	Symboles	%	Grandeurs	Symboles	%
<div>Installation</div> Pouvoir énergétique inférieur du combustible de la chambre de combustion <i>HP</i> Pouvoir énergétique inférieur du combustible de la chambre de combustion <i>BP</i> <i>Puissance énergétique consommée</i> (43.2 MW)	ΔH_{HP}^0 ΔH_{BP}^0 Σ_1	61.5 38.5 100.0	<div>Installation</div> Pouvoir exergétique du combustible de la chambre de combustion <i>HP</i> Pouvoir exergétique du combustible de la chambre de combustion <i>BP</i> <i>Puissance exergétique consommée</i> (43.2 MW)	ΔK_H^0 ΔK_B^0 Σ_2	61.5 38.5 100.0
Pertes énergétiques : <ul style="list-style-type: none"> compresseur <i>BP</i> réfrigérant <i>MP</i> compresseur <i>MP</i> réfrigérant <i>HP</i> compresseur <i>HP</i> chambre de combustion <i>HP</i> turbine à gaz <i>HP</i> paliers du groupe <i>HP</i> chambre de combustion <i>BP</i> turbine à gaz <i>BP</i> paliers du groupe <i>BP</i> récupérateur alternateur transfert-chaaleur panache-atmosphère autres pertes <i>Perte énergétique totale</i> (30.2 MW)	\dot{Q}_{1a}^- \dot{Q}_{1AM}^- \dot{Q}_{1M}^- \dot{Q}_{1AH}^- \dot{Q}_{1a}^- \dot{Q}_{1H}^- \dot{Q}_{1H}^- \dot{Q}_{1M}^- \dot{Q}_{1B}^- \dot{Q}_{1R}^- \dot{Q}_r^- \dot{Q}_x^- Σ_3	0.02 13.7 0.01 14.1 0.02 0.6 0.05 0.9 0.4 0.03 0.6 0.03 0.03 38.5 0.5 69.9	Pertes exergétiques : <ul style="list-style-type: none"> compresseur <i>BP</i> réfrigérant <i>MP</i> compresseur <i>MP</i> réfrigérant <i>HP</i> compresseur <i>HP</i> chambre de combustion <i>HP</i> turbine à gaz <i>HP</i> paliers du groupe <i>HP</i> chambre de combustion <i>BP</i> turbine à gaz <i>BP</i> paliers du groupe <i>BP</i> récupérateur alternateur transfert-chaaleur panache-atmosphère autres pertes (diffusion, ...) <i>Perte exergétique totale</i> (30.2 MW)	\dot{I}_{1aB} \dot{I}_{1AM} \dot{I}_{1RM} \dot{I}_{1MH} \dot{I}_{1RH} \dot{I}_{1H} \dot{I}_{1H} \dot{I}_{1B} \dot{I}_{1TB} \dot{I}_{1LB} \dot{I}_{1R} \dot{I}_G \dot{I}_{1a} \dot{I}_x \dot{I}	1.1 2.8 3.7 2.6 1.3 18.9 6.1 0.9 12.8 2.2 0.6 5.1 0.4 8.8 2.6 69.9
Puissance électrique fournie par l'alternateur <i>Puissance énergétique fournie</i> (13 MW)	\dot{E}_G^- \dot{E}_G^-	30.1 30.1	Puissance électrique fournie par l'alternateur <i>Puissance exergétique fournie</i> (13 MW)	\dot{E}_G^- \dot{E}_G^-	30.1 30.1
<i>Efficacité motrice</i> $\frac{\dot{E}_G^-}{\Sigma_1} \cdot 100$	ε_m	30.1	<i>Rendement exergétique</i> $\frac{\dot{E}_G^-}{\Sigma_2} \cdot 100$	η	30.1

Performances de l'installation

Nous considérons le groupe qui fournit une puissance électrique de 13 MW aux bornes de l'alternateur.

Le tableau 14.4 donne les *performances énergétiques et exergetiques de l'installation motrice à gaz* de la figure 14.23, en valeurs relatives. Les conditions atmosphériques sont $P_a = 1$ bar et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

Remarque

Comme pour l'installation motrice à vapeur de la figure 14.11, le rendement exergetique $\eta = 30.1\%$ de l'installation a la même valeur que son efficacité motrice $\varepsilon_m = 30.1\%$. Mais il est clair que la répartition des pertes exergetiques est également très différente de celle des pertes énergétiques.

Dans la démarche exergetique, les pertes les plus importantes sont dues aux irréversibilités dans les chambres de combustion VH et VB et au transfert-chaleur panache-atmosphère. Par contre, dans la démarche énergétique, les pertes les plus importantes sont constituées par les puissances-chaleur éliminées vers l'atmosphère par le panache, ainsi que par les refroidisseurs AM et AH . Relevons une fois encore que cela est curieux puisque ces puissances-chaleur ne présentent qu'une très faible potentialité énergétique à cause de leurs bas niveaux de température.

14.3 INSTALLATIONS MOTRICES AVANCÉES

14.3.1 Introduction

L'analyse du tableau 14.2 a permis de mettre en évidence l'importance des pertes exergetiques liées au transfert-chaleur entre les gaz de combustion et le fluide de travail du cycle de Rankine d'une centrale thermique traditionnelle. En vue de réduire l'influence de ces pertes, on utilise les deux types suivants d'installation dans les centrales les plus modernes :

- *installations à cycle à vapeur supercritique*, essentiellement utilisées dans les centrales à charbon (chaudière avec brûleurs à charbon pulvérisé)
- *installations à cycle combiné gaz-vapeur*, avec ou sans cogénération, utilisées dans les centrales à mazout, à gaz naturel ou à charbon avec gazéification intégrée.

Ces approches ne permettent cependant pas de compenser, ne serait-ce que partiellement, l'énorme perte exergetique de réaction chimique liée à la transformation de l'énergie chimique du combustible en énergie thermique. C'est la raison pour laquelle de nouveaux concepts de cycles combinés intégrant une ou plusieurs *piles à combustible* au cycle supérieur, et une ou plusieurs turbines à gaz au cycle inférieur, sont également à l'étude.

14.3.2 Installation motrice à cycle à vapeur supercritique

Dans un *cycle à vapeur supercritique*, tel que représenté à la figure 14.24, la pression générée par la pompe alimentaire est supérieure à la pression critique de l'eau, qui est de 221 bar. Ce procédé permet d'élever encore les températures moyennes de vapeur et de se rapprocher du profil de température des gaz chauds en éliminant le palier d'évaporation de l'eau. Cela permet de réduire la création d'entropie par transfert-chaaleur sous chute de température.

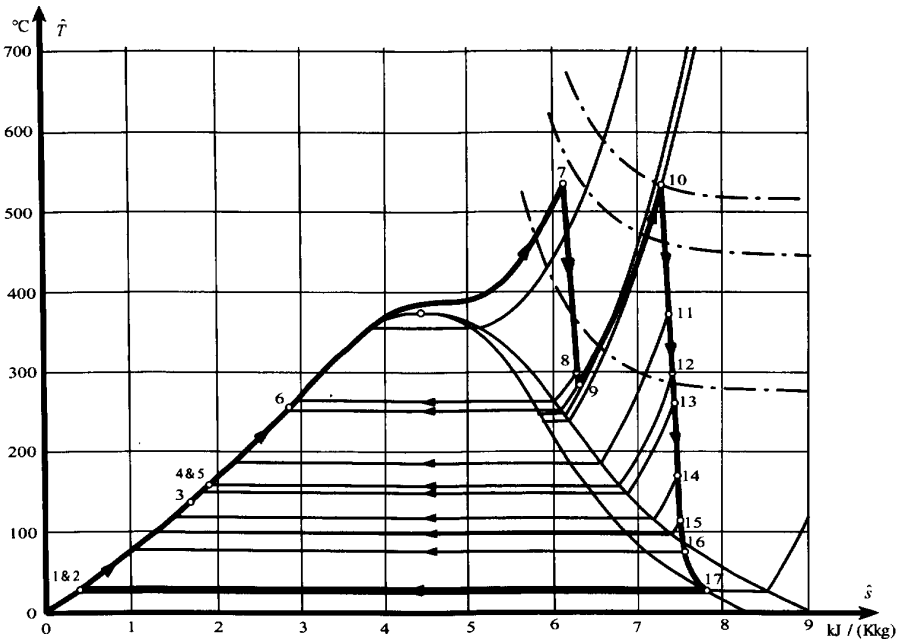


Fig. 14.24 Cycle supercritique avec resurchauffe et soutirages.

Bien que proposé depuis déjà plusieurs décennies, ce type de cycle n'a été réalisé à grande échelle que récemment, notamment dans le cadre de grandes centrales au charbon. Les centrales de grande puissance sont les seules qui permettent un rendement acceptable des étages de turbines à haute pression. En effet, ces derniers sont amenés à détendre de la vapeur à volume massique extrêmement faible, c'est à dire avec des aubes de faible hauteur où les pertes secondaires deviennent prédominantes. Actuellement, ces cycles ne sont réalisés que pour des centrales dont les puissances électriques dépassent 500 MWe, et qui peuvent atteindre des efficacités électriques comprises entre 45 % et 50 % [68].

14.3.3 Installation motrice à cycle combiné gaz-vapeur

L'intégration d'un cycle de turbine à gaz en tant que cycle supérieur d'un cycle à vapeur permet de réduire considérablement les pertes exergetiques de transfert-chaleur entre les gaz de combustion et le fluide de travail d'un cycle à vapeur. Réciproquement, l'intégration d'un cycle à vapeur en tant que cycle inférieur d'une installation à cycle de turbine à gaz permet de valoriser l'exergie-transformation des gaz en sortie de turbine à gaz, dont la température varie entre 450 à 650°C selon les installations. Le type d'installation motrice qui en résulte, représenté à la figure 14.25, est communément appelé **cycle combiné gaz-vapeur** [20, 81, 82, 118]. L'intégration des deux technologies mentionnées ci-dessus a permis une amélioration considérable au cours des dernières décennies, avec des efficacités de conversion en électricité approchant les 60% pour des centrales de puissance électrique supérieure à 200 MW. Notons que la complexité inhérente à l'intégration de ces deux technologies est en général partiellement compensée par une simplification des cycles eux-mêmes, due au renoncement à l'introduction d'un récupérateur dans le cycle de turbine à gaz, et à l'élimination de la plupart des soutirages dans le cycle à vapeur. La figure 14.26 montre le schéma de l'installation à cycle combiné simple gaz-vapeur représentée à la figure 14.25.

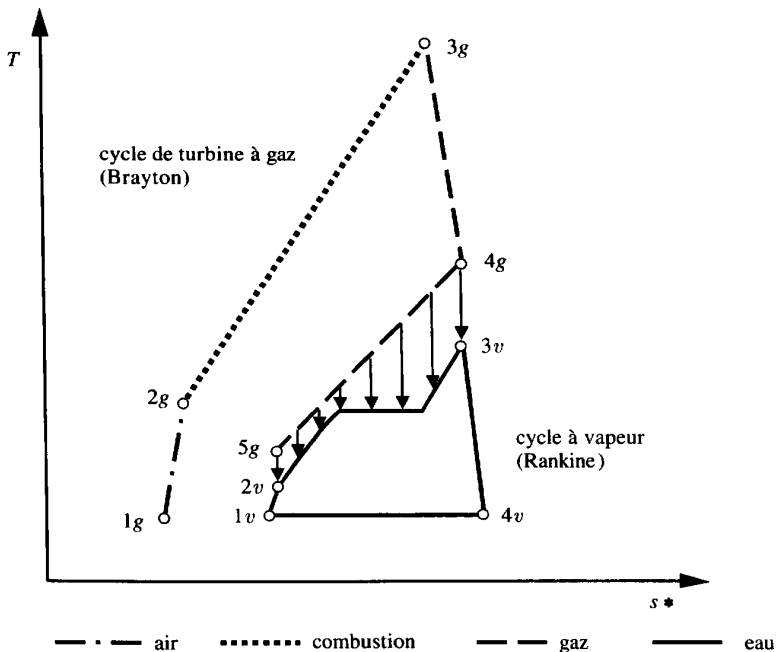


Fig. 14.25 Représentation schématique d'un cycle combiné simple gaz-vapeur dans un diagramme T-s (s* signifie que les entropies sont différentes pour les diverses substances en jeu).

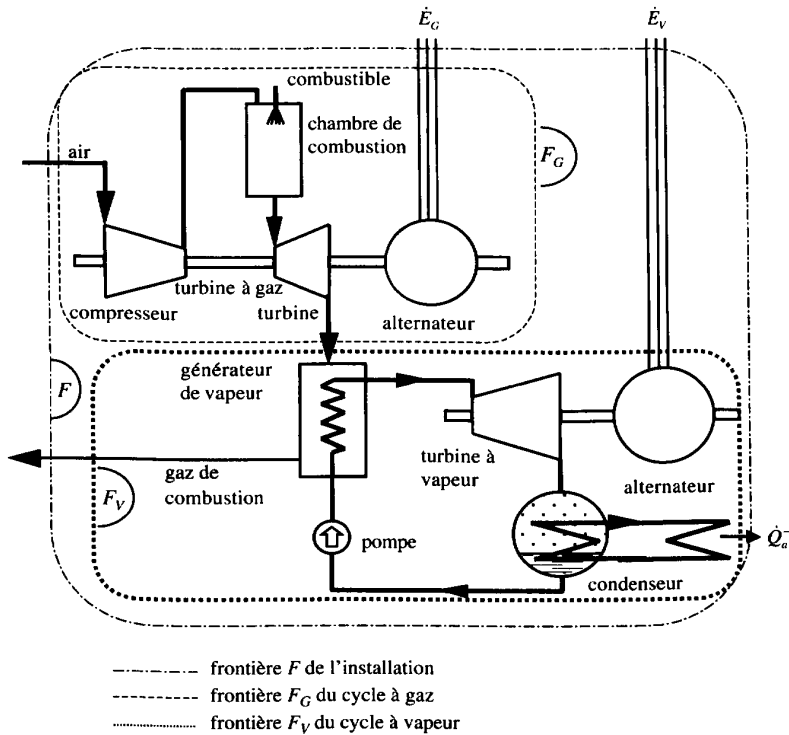


Fig. 14.26 Représentation d'une installation à cycle combiné simple gaz-vapeur.

Efficacité et rendement exergetique de cycles combinés simples

Le bilan énergétique de l'installation à cycle combiné (frontière F) de la figure 14.26 est, selon la relation (1.53), et en négligeant les pertes par défaut d'isolation :

$$\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^- = \dot{Y}_{comb}^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.95)$$

où nous avons :

- \dot{Y}_{comb}^+ puissance-transformation du réseau de combustion (frontière F)
- \dot{E}_G^- puissance électrique fournie par l'alternateur de la turbine à gaz
- \dot{E}_V^- puissance électrique fournie par l'alternateur de la turbine à vapeur
- \dot{Q}_a^- puissance-chaleur éliminée vers l'atmosphère par le condenseur

En vertu des considérations faites au paragraphe 11.5.1, la puissance-transformation \dot{Y}_{comb}^+ peut être écrite sous la forme :

$$\dot{Y}_{comb}^+ = (\dot{M}_F \underline{\Delta} h_i^0 - \dot{M}_I \underline{\Delta} h_{il}^0) + (\dot{M}_F \hat{h}_F + \dot{M}_A \hat{h}_A - \dot{M}_G \hat{h}_G) + \dot{M}_{cond} q_{vap}^0 \quad (14.96)$$

Pour simplifier les considérations qui suivent, nous faisons l'hypothèse que l'air A , le combustible F et les gaz de combustion G traversent la frontière F aux conditions standard, et que les imbrûlés, ainsi que la condensation éventuelle des gaz de combustion, sont négligeables. L'expression de la puissance-transformation du réseau de combustion du système de frontière F se réduit alors à :

$$\dot{Y}_{comb}^+ = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 \quad (14.97)$$

L'**efficacité motrice d'un cycle combiné gaz-vapeur** (frontière F) est définie par la relation :

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} = 1 - \frac{\dot{Q}_a^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} \quad (14.98)$$

Le bilan énergétique du sous-système à gaz (frontière F_G) de la figure 14.26 est, selon la relation (1.53), et en négligeant les pertes par défaut d'isolation :

$$\dot{E}_G^- = \dot{Y}_{comb_G}^+ \quad (14.99)$$

où $\dot{Y}_{comb_G}^+$ est la puissance-transformation du réseau de combustion (frontière F_G), donnée selon l'équation (14.96), par l'équation :

$$\dot{Y}_{comb_G}^+ = \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 - \dot{M}_G \hat{h}_{G_G} \quad (14.100)$$

où \hat{h}_{G_G} est la surenthalpie des gaz de combustion à la sortie de la turbine à gaz.

En considérant le cycle de turbine à gaz pour lui même, sans considérer la surenthalpie des gaz de combustion comme une prestation, l'**efficacité du cycle de turbine à gaz** (frontière F_G) est défini par la relation :

$$\varepsilon_G = \frac{\dot{E}_G^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} = 1 - \frac{\dot{M}_G \hat{h}_{G_G}}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} \quad (14.101)$$

Le bilan énergétique du sous-système à vapeur (frontière F_V) de la figure 14.26 est, selon la relation (1.53), et en négligeant les pertes par défaut d'isolation :

$$\dot{E}_V^- = \dot{Y}_V^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.102)$$

où \dot{Y}_V^+ est la puissance-transformation des gaz de combustion (frontière F_V).

L'**efficacité du cycle de turbine à vapeur** (frontière F_V) est définie par la relation :

$$\varepsilon_V = \frac{\dot{E}_V^-}{\dot{Y}_V^+} = 1 - \frac{\dot{Q}_a^-}{\dot{Y}_V^+} \quad (14.103)$$

En vertu de l'hypothèse selon laquelle les gaz de combustion sont à l'état standard à la sortie commune des frontières F_V et F , nous avons :

$$\dot{Y}_V^+ = \dot{M}_G \hat{h}_{G_G} \quad (14.104)$$

Tenant compte des équations (14.101), (14.103) et (14.104), l'équation (14.98) devient :

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_G \dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0 + \varepsilon_V \dot{M}_G \hat{h}_{G_G}}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} = \varepsilon_G + \varepsilon_V \frac{\dot{M}_G \hat{h}_{G_G}}{\dot{M}_F \underline{\Delta h}_i^0} \quad (14.105)$$

Or, en vertu de (14.101), le dernier terme de l'équation (14.105) correspond à $(1 - \varepsilon_G)$, ce qui conduit à une *relation remarquable entre les trois efficacités définies ci-dessus* :

$$\varepsilon = \varepsilon_G + \varepsilon_V (1 - \varepsilon_G) \quad (14.106)$$

Nous pouvons en déduire que l'amélioration de l'efficacité ε_G du cycle de turbine à gaz est certes importante pour les performances d'un cycle combiné, mais son effet n'est pas tout à fait additif, comme le montre le deuxième terme du membre de droite de la relation (14.106). Cet effet est d'autant plus réduit que l'efficacité ε_V du cycle à vapeur décroît, ce qui est le cas notamment lorsque la température des gaz de combustion à la sortie de la turbine à gaz est diminuée.

La relation (10.43) donne le *bilan exergétique du cycle combiné* :

$$\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^- = \dot{E}_{ycomb}^+ - \dot{L} \quad (14.107)$$

Le *rendement exergétique de l'installation à cycle combiné simple gaz-vapeur* est donné, selon (10.165) et (14.103), par la relation :

$$\eta = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^-}{\dot{E}_{ycomb}^+} = \frac{\dot{E}_G^- + \dot{E}_V^-}{\dot{M}_F \underline{\Delta k}^0} \quad (14.108)$$

Il existe divers perfectionnements supplémentaires pour encore accroître les performances des installations à cycles combinés, notamment :

- utilisation d'un cycle de turbine à gaz à combustion séquentielle, permettant de carnotiser la détente dans les corps de turbine à gaz
- réalisation d'une chaudière à plusieurs niveaux de pression d'évaporation et d'injection en cours de détente dans la turbine à vapeur
- adjonction de brûleurs additionnels de combustible au niveau du générateur de vapeur, afin d'accroître la puissance pendant de courtes périodes (par exemple aux heures de pointe)
- adjonction éventuelle de vapeur provenant d'autres sources, par exemple, champs de capteurs solaires à concentration [79]

14.3.4 Installations motrices à cycle hybride, avec pile à combustible

Un moyen de réduire les pertes exergetiques de combustion est de convertir directement en électricité la plus grande partie du combustible par l'intermédiaire de processus électrochimiques, tels que ceux réalisés dans une pile à combustible à oxyde solide. La figure 14.27 donne le schéma d'une installation motrice *cycle combiné comprenant une turbine à gaz (cycle inférieur) et une pile à combustible (cycle supérieur)*. Ces technologies sont alors fortement imbriquées, puisque l'air alimentant la cathode de la pile à combustible est préalablement comprimé par le compresseur de la turbine à gaz, et que la chambre de combustion de cette dernière assure la postcombustion du combustible, non ou partiellement oxydé, sortant de la pile à combustible. De tels cycles combinés offrent des perspectives d'efficacité motrice approchant les 70 %. En raison de difficultés inhérentes à la production de piles à combustible de grande puissance, ces cycles combinés devraient couvrir principalement une gamme de puissance ne dépassant pas quelques MW, notamment dans le cadre de cogénération ou de trigénération [33]. A noter qu'une possibilité d'amélioration supplémentaire serait l'introduction d'un cycle additionnel à vapeur permettant de valoriser l'énergie résiduelle des gaz de combustion sortant de la turbine à gaz.

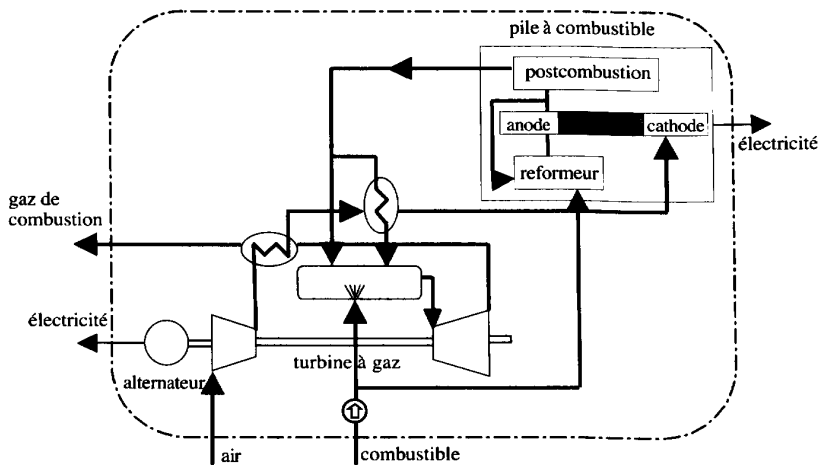


Fig. 14.27 Schéma d'une installation motrice à cycle hybride, avec pile à combustible SOFC et turbine à gaz.

14.4 INSTALLATIONS DE POMPE À CHALEUR

14.4.1 Introduction

L'opération qui consiste à prélever (pomper) de l'énergie-chaleur à un niveau de température donné et d'en délivrer à un niveau de température plus élevé est réalisée dans des filières dites de *pompe à chaleur (thermopompes et frigopompes)* qui peuvent être :

- à *compression soit de vapeur* (avec changement de phase comme dans un cycle de Rankine inversé), *soit de gaz* (sans changement de phase comme dans un cycle de Stirling typiquement utilisé en cryogénie)
- *chimique* (comme les pompes à chaleur à absorption)
- *thermoélectrique* (chap. 15)
- *magnétique* [74]

Chacune de ces filières peut être décomposée en sous-filières. Dans le cadre de cet ouvrage, nous limiterons nos considérations aux ***pompes à chaleur à compression de vapeur*** et aux ***pompes à chaleur à absorption***.

14.4.2 Installation de thermopompe à compression

Généralités

La figure 14.28 représente le schéma d'une ***installation de thermopompe à compression*** de 9 kW, destinée au chauffage de locaux et fonctionnant avec un fluide frigorigène [1]. Il s'agit d'une installation en circuit fermé, comprenant :

- un *compresseur* entraîné par un moteur électrique consommant la puissance \dot{E}_C^+
- un *condenseur* (liquéfacteur) refroidi par un réseau de chauffage parcouru par de l'eau, fournissant la puissance-chaleur \dot{Q}_H^- à la température T_h de l'air des locaux à chauffer, la circulation de l'eau étant assurée par une pompe entraînée par un moteur électrique consommant la puissance \dot{E}_H^+
- un *détendeur*
- un *évaporateur* (vaporiseur) chauffé par un réseau de prélèvement parcouru par de la saumure, prenant la puissance-chaleur \dot{Q}_S^+ à la température T_s de la source froide (eau d'une rivière, eau d'un lac, nappe phréatique, terrain...), la circulation de la saumure étant assurée par une pompe entraînée par un moteur électrique consommant la puissance \dot{E}_S^+
- un *transmetteur interne à surface* permettant simultanément de sous-refroidir de 3 à 4 le liquide provenant du condenseur et de surchauffer de 6 à 1 la vapeur provenant de l'évaporateur, réalisant ainsi un transfert-chaleur interne \dot{Q}_R
- des *conduites* reliant les éléments mentionnés ci-dessus.

Les figures 14.29 et 14.30 représentent le cycle thermodynamique 1-2-3-4-5-6-1 de l'installation, dans les diagrammes T - s et $\ln P$ - h . Ce cycle est inspiré du cycle de Rankine (ou Hirn) indiqué sur la figure 14.3, mais inversé. Il s'agit d'un cycle bitherme de pompe à chaleur (§ 13.6.1), dont la source froide est l'eau ou la terre à température T_s , et dont la source chaude est constituée par l'air des locaux à chauffer à température T_h .

Remarquons que la détente du fluide de la pression supérieure à la pression inférieure dans une turbine n'est généralement envisagée que pour des puissances

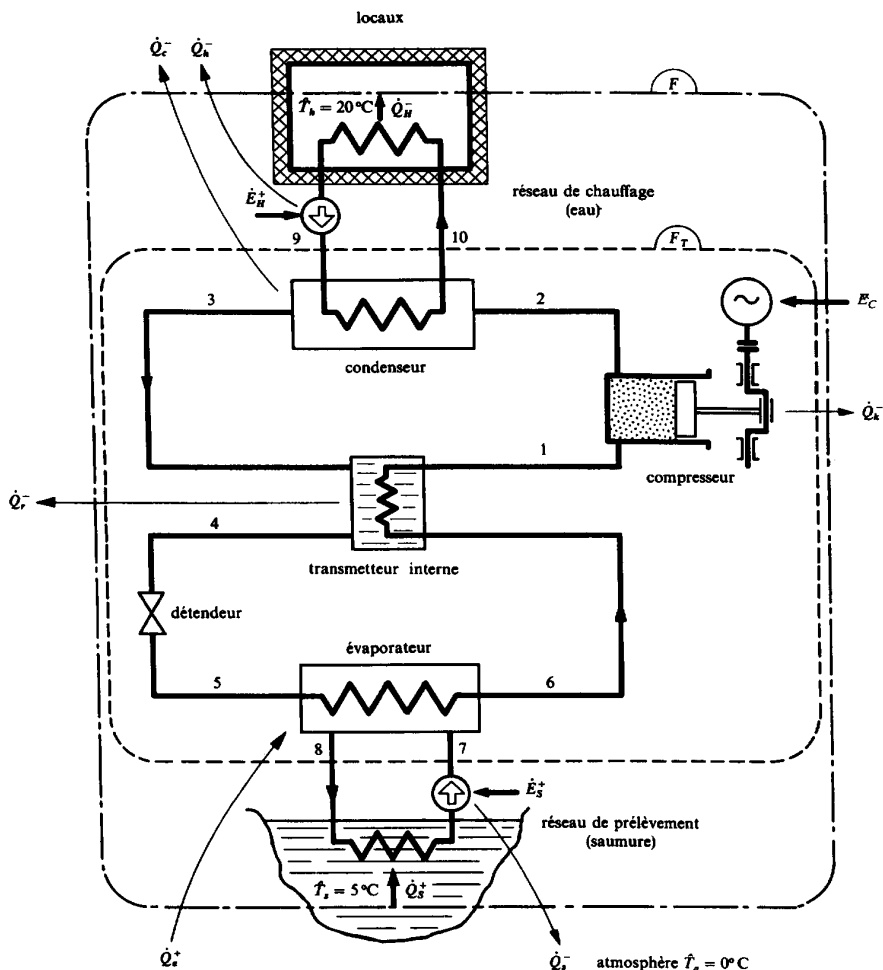


Fig. 14.28 Schéma d'une installation de thermopompe à compression de 9 kW; - - - - frontière F de l'installation; frontière F_T de la thermopompe.

élevées. En effet, la conception de cette dernière est difficile, cela à cause de l'apparition d'un fluide biphasique due au phénomène de vaporisation partielle. La détente du fluide est donc généralement effectuée dans un détendeur, qui n'est autre qu'un étranglement donnant lieu à l'écoulement à enthalpie totale constante qui a été décrit à la section 4.6. Cette solution est très simple au point de vue technique, mais présente l'inconvénient d'entraîner systématiquement une certaine perte exergétique.

Les caractéristiques relatives aux points les plus importants sont indiquées dans le tableau 14.5.

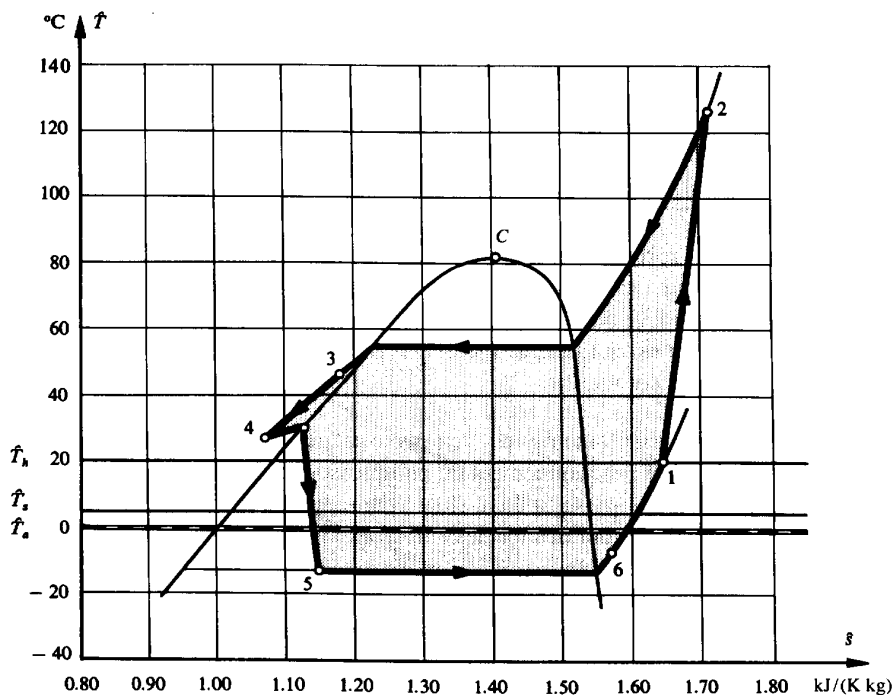


Fig. 14.29 Représentation, dans le diagramme T - s du fluide frigorigène, du cycle thermodynamique de l'installation de thermopompe de la figure 14.28.

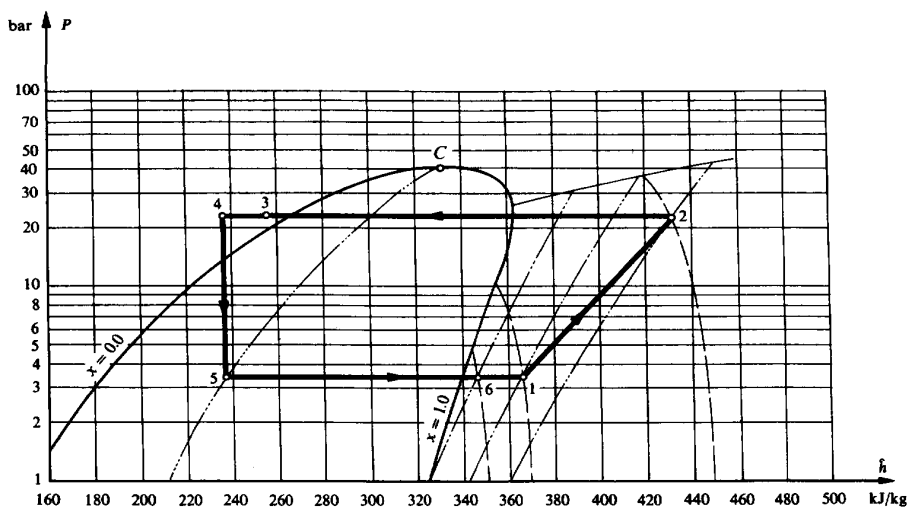


Fig. 14.30 Représentation, dans le diagramme $\ln P$ - h du fluide frigorigène, du cycle thermodynamique de l'installation de thermopompe de la figure 14.28.

Tableau 14.5 Caractéristiques relatives aux points les plus importants de l'installation de la figure 14.28.

Points	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P [bar]	3.42	23.5	23.5	23.5	3.42	3.42	2.0	1.9	2.0	1.8
\hat{T} [°C]	21.8	127.7	46.2	30.6	-15.5	-6.6	-4.9	-8.2	46.0	53.7
x [-]	-	-	-	-	0.34	-	-	-	-	-
\dot{M} [kg/s]	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.563	0.563	0.281	0.281

Nous pouvons formuler les hypothèses simplificatrices suivantes:

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables, sauf dans le détendeur où l'énergie cinétique varie fortement.
- L'écoulement est unidimensionnel.
- Le régime est permanent.

Remarquons que, en toute rigueur, le régime est généralement cyclique à cause de la caractéristique de fonctionnement du compresseur volumétrique. Mais la fréquence des cycles du compresseur étant élevée par rapport à la vitesse d'écoulement du fluide, les oscillations sont très locales et il est possible d'admettre que le régime est permanent dans l'ensemble.

Etant donné que la dissipation est faible dans le condenseur, le transmetteur interne, l'évaporateur et les conduites, les transformations 2-3-4 et 5-6-1 sont pratiquement isobares. L'ensemble du cycle est donc inscrit entre l'isobare inférieure P_1 et l'isobare supérieure P_2 .

Performances de l'installation et de la thermopompe

La puissance de chauffage de l'installation est de 9.069 kW.

Le tableau 14.6 donne les *performances d'une installation de chauffage domestique* (frontière F) et de la *thermopompe à compression* (frontière F_T). Les conditions atmosphériques sont $P_a = 1$ bar et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$. La température de la source froide est $\hat{T}_s = 5^\circ\text{C}$ et celle des locaux à chauffer est $\hat{T}_s = 20^\circ\text{C}$.

La figure 14.31 représente les variations de l'*efficacité de chauffage* ε_{hT} et du *rendement exergetique* η_T de la *thermopompe à compression*, en fonction de la température T_{10} de l'eau du réseau de chauffage, avec en paramètre la température T_7 de la saumure du réseau de prélèvement [27].

Remarques

Le tableau 14.6 met en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique. Relevons que, par principe, il ne peut pas y avoir une correspondance exacte entre les différentes grandeurs.

Conformément à la définition (13.91) de l'efficacité de chauffage ε_h , la puissance énergétique consommée Σ_1 n'est pas égale à la somme des puissances énergétiques reçues Σ_2 , car, par convention, les puissances énergétiques reçues de l'atmosphère ne sont pas comptabilisées. En revanche, la puissance exergetique consommée Σ_3 est bien égale à la somme des puissances exergetiques reçues.

Au niveau de la source froide, l'installation (frontière F) donne lieu à une consommation exergetique, exprimée par l'exergie-chaleur \dot{E}_{qS}^+ . En effet, la source froide n'est pas en équilibre de température avec l'atmosphère, puisque sa température $\hat{T}_s = 5^\circ\text{C}$ est supérieure à celle $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$ de l'atmosphère. Elle présente donc une potentialité énergétique. Comme tout corps en déséquilibre avec l'atmosphère, la source froide constitue une richesse exergetique.

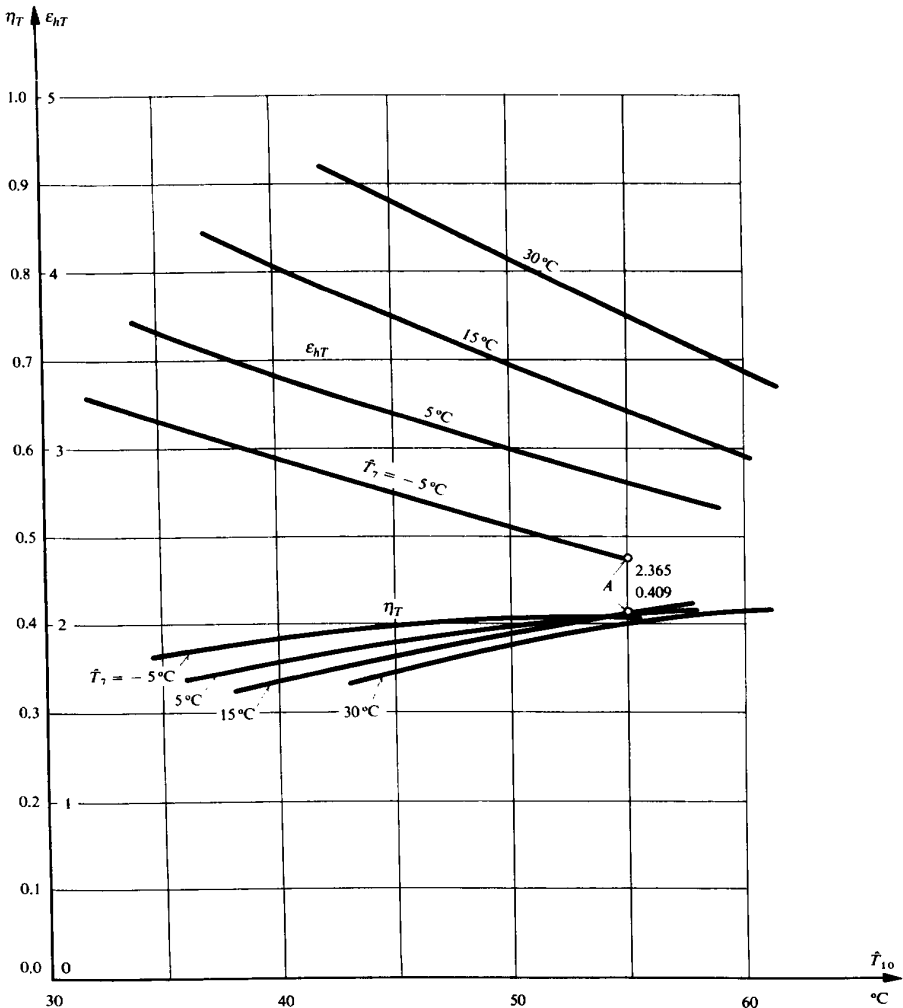


Fig. 14.31 Efficacité de chauffage ϵ_{hT} et rendement exergetique η_T de la thermopompe de la figure 14.28, en fonction de la température \hat{T}_{10} de l'eau du réseau de chauffage, avec en paramètre la température \hat{T}_7 de la saumure du réseau de prélèvement. Le point A correspond au régime de fonctionnement analysé dans le tableau 14.6 (température de l'atmosphère $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$).

Tableau 14.6 Performances énergétiques et exergétiques de l'installation de thermopompe de la figure 14.28.

ÉNERGIE			EXERGIE		
Grandeurs	Symboles	%	Grandeurs	Symboles	%
Installation frontière F			Installation frontière F		
Puissance électrique du moteur du compresseur	\dot{E}_c^+	97.5	Puissance électrique du moteur du compresseur	\dot{E}_c^+	95.0
Puissance électrique du moteur du réseau de chauffage	\dot{E}_H^+	1.3	Puissance électrique du moteur du réseau de chauffage	\dot{E}_H^+	1.3
Puissance électrique du moteur du réseau de prélèvement	\dot{E}_S^+	1.2	Puissance électrique du moteur du réseau de prélèvement	\dot{E}_S^+	1.2
Puissance énergétique consommée (3.926 kW)	Σ_1	100.0	Exergie-chaleur prise par le réseau de prélèvement, à la source froide	\dot{E}_{qs}^+	2.5
Puissance-chaleur reçue par le réseau de prélèvement, à la source froide	\dot{Q}_S^+	144.4	Exergie-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation)	\dot{E}_{qe}^+	0.0
Puissance énergétique reçue (9.633 kW)	Σ_2	245.4	Puissance exergétique consommée (4.028 kW)	Σ_3	100.0
Pertes énergétiques :			Pertes exergétiques :		
• compresseur	\dot{Q}_c^-	8.2	• compresseur	\dot{I}_c	30.7
• condenseur	\dot{Q}_{cd}^-	4.3	• condenseur	\dot{I}_{cd}	10.9
• détendeur	\dot{Q}_d^-	0.0	• détendeur	\dot{I}_d	8.0
			• évaporateur	\dot{I}_e	4.9
• transmetteur interne	\dot{Q}_t^-	0.3	• transmetteur interne	\dot{I}_R	2.5
Total thermopompe (frontière F_T) (0.504 kW)	$\dot{Q}_{T\tau}^-$	12.8	Total thermopompe (frontière F_T) (2.297 kW)	\dot{I}_T	57.0
• réseau de chauffage	\dot{Q}_H^-	0.8	• réseau de chauffage	\dot{I}_H	20.3
• réseau de prélèvement	\dot{Q}_S^-	0.8	• réseau de prélèvement	\dot{I}_S	7.3
Perte énergétique totale (0.564 kW)	\dot{Q}_a^-	14.4	Perte exergétique totale (3.409 kW)	\dot{I}	84.6

Puissance-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux <i>Puissance énergétique fournie</i>	\dot{Q}_H^-	231.0	Exergie-chaleur fournie par le réseau de chauffage à l'air des locaux <i>Puissance exergétique fournie</i> (0.619 kW)	\dot{E}_{qH}^-	15.4
	\dot{Q}_H^-	231.0		\dot{E}_{qH}^-	
Efficacité de chauffage	$\frac{\dot{Q}_H^-}{\Sigma_1}$	231.0	Rendement exergétique	η	15.4
Thermopompe frontière F_T Puissance électrique du moteur du compresseur <i>Puissance énergétique consommée</i> (3.826 kW) Puissance-transformation de la saumure du réseau de prélèvement Puissance-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation) Puissance énergétique reçue (9.553 kW)	\dot{E}_C^+	100.0	Thermopompe frontière F_T Puissance électrique du moteur du compresseur Exergie-chaleur reçue par l'évaporateur, de l'atmosphère (défaut d'isolation) <i>Puissance exergétique consommée</i> (3.826 kW) <i>Perte exergétique totale</i> (2.297 kW)	\dot{E}_C^+	100.0
	\dot{E}_C^+	100.0		\dot{E}_{qE}^+	
	\dot{Y}_S^+	148.6		\dot{E}_C^+	
	\dot{Q}_e^+	1.1		\dot{E}_C^+	
	Σ_4	249.7		\dot{E}_C^+	
Transfert-chaleur total à l'atmosphère (0.504 kW)	\dot{Q}_{eT}^-	13.2		\dot{L}_T	60.0
Puissance-transformation de l'eau du réseau de chauffage <i>Puissance énergétique fournie</i> (9.049 kW)	\dot{Y}_H^-	236.5	Exergie-transformation de l'eau du réseau de chauffage Exergie-transformation de la saumure du réseau de prélèvement <i>Puissance exergétique fournie</i> (1.529 kW)	\dot{E}_{vH}^-	36.2
	\dot{Y}_H^-	236.5		\dot{E}_{vS}^-	3.8
	\dot{Y}_H^-	236.5		Σ_5	40.0
Efficacité de chauffage	ϵ_{eT}	236.5	Rendement exergétique	η_T	40.0

En revanche, au niveau du réseau de prélèvement, la thermopompe (frontière F_T) donne lieu à une fourniture exergetique, exprimée par l'exergie-transformation \dot{E}_{ys}^- . En effet, elle refroidit la saumure à une température qui varie de $\hat{T}_7 = -4.9^\circ\text{C}$ à $\hat{T}_8 = -8.2^\circ\text{C}$, tout en restant inférieure à la température $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$ de l'atmosphère. En fait, la thermopompe considérée correspond à un cycle bitherme de pompe à chaleur, fournissant non seulement la prestation de chauffage \dot{E}_{yH}^- , mais encore la prestation de réfrigération \dot{E}_{ys}^- (§ 13.6.9).

Nous constatons que les efficacités de chauffage de l'installation $\epsilon_h = 231.0\%$ et de la thermopompe $\epsilon_{hT} = 236.5\%$ sont très voisines, tandis que les rendements exergetiques de l'installation $\eta = 15.4\%$ et de la thermopompe $\eta_T = 40.0\%$ sont très différents. L'analyse exergetique montre que la différence est due surtout à l'importance de la perte exergetique $\dot{L}_H = 20.3\%$ relative au réseau de chauffage. Cette analyse est très instructive, car elle indique clairement dans quel sens il faut orienter les efforts en vue d'améliorer l'insertion technique d'une thermopompe dans un système de chauffage.

La figure 14.31 montre que l'efficacité de chauffage ϵ_{hT} et le rendement exergetique η_T de la thermopompe à compression **varient en sens inverse** lorsque nous faisons varier les températures \hat{T}_{10} de l'eau du réseau de chauffage et \hat{T}_7 de la saumure du réseau de prélèvement. Cela est dû au caractère déconcertant de la notion d'efficacité de chauffage ϵ_h . Une observation semblable a déjà été faite au paragraphe 13.6.9, sous forme d'une remarque relative à la figure 13.32.

14.4.3 Installation de frigopompe à compression

Généralités

La figure 14.32 représente le schéma d'une **installation de frigopompe à compression biétagée** de 222 kW, fonctionnant avec de l'ammoniac. Il s'agit d'une installation en circuit fermé, comprenant:

- deux *compresseurs*, l'un à basse et l'autre à haute pression, entraînés par des moteurs électriques consommant respectivement les puissances électriques \dot{E}_{CB}^+ et \dot{E}_{CH}^+
- un *condenseur* (liquéfacteur) refroidi par un réseau de refroidissement parcouru par de l'eau, éliminant la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à la température T_a de l'atmosphère, la circulation de l'eau étant assurée par une pompe entraînée par un moteur électrique consommant la puissance \dot{E}_A^+
- deux *détendeurs*, l'un à basse et l'autre à haute pression
- un *évaporateur* (vaporiseur) placé dans une chambre froide, permettant d'extraire la puissance-chaleur \dot{Q}_F^+ à la température T_f de l'air de la chambre
- un *transmetteur interne à mélange* permettant simultanément de condenser de 6 à 7 le mélange provenant du détendeur *HP* et de désurchauffer de 2 à 3 la vapeur provenant du compresseur *BP*
- des *conduites* reliant les éléments mentionnés ci-dessus.

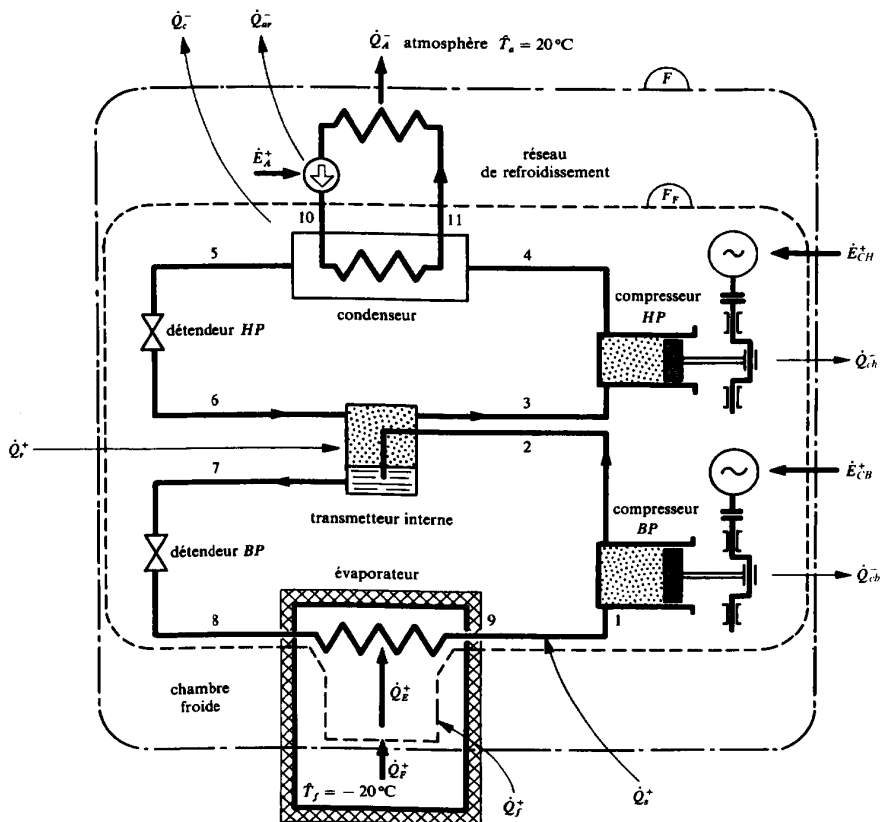


Fig. 14.32 Schéma d'une installation de frigopompe à compression biétagée de 222 kW; --- frontière F de l'installation; ---- frontière F_F de la frigopompe.

Les figures 14.33 et 14.34 représentent le cycle thermodynamique 1-2-3-4-5-6-7-8-9-1 de l'installation, dans les diagrammes T - s et $\ln P$ - h de l'ammoniac NH_3 . Ce cycle est inspiré des cycles moteurs des figures 14.6 et 14.10, mais inversés. Il s'agit d'un cycle bitherme de pompe à chaleur (§ 13.6.5), dont la source froide est constituée par l'air de la chambre froide à température T_f et dont la source chaude est l'atmosphère à température T_a .

Remarquons que, par rapport au cycle simple utilisé pour la thermopompe au paragraphe 14.4.1, le cycle considéré est amélioré par l'introduction de la désurchauffe 2-3 de la vapeur entre les compresseurs BP et HP , ainsi que celle de la condensation 6-7 entre les détendeurs HP et BP . Ces deux opérations sont obtenues simultanément par mélange, donc par transfert-chaleur interne dans le transmetteur. Cette solution très simple permet d'assurer que le compresseur HP est alimenté en vapeur, cela malgré l'absence de surchauffe au point 3.

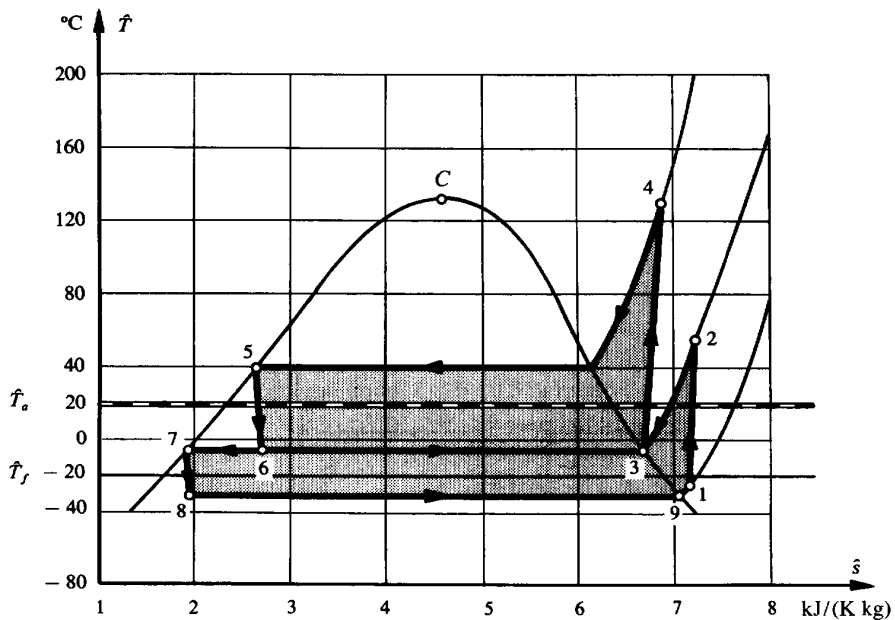


Fig. 14.33 Représentation, dans le diagramme T - s de l'ammoniac, du cycle thermodynamique de l'installation de frigopompe de la figure 14.32.

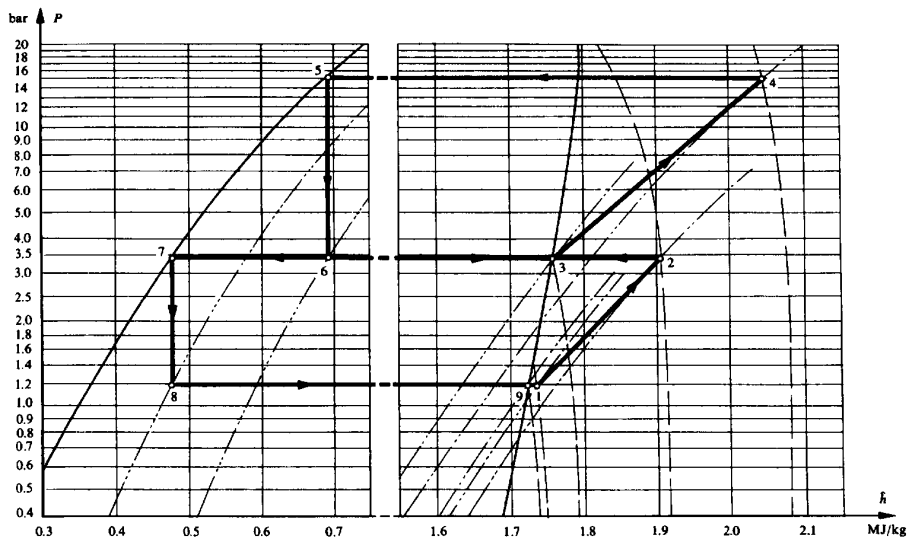


Fig. 14.34 Représentation, dans le diagramme $\ln P$ - h de l'ammoniac, du cycle thermodynamique de l'installation de frigopompe de la figure 14.32.

Remarquons d'autre part qu'une légère surchauffe de la vapeur au point 1 permet d'assurer que le compresseur *BP* est alimenté en vapeur, cela grâce à la transformation à enthalpie totale constante 9-1 due à la dissipation dans la conduite d'aspiration reliant l'évaporateur et le compresseur *BP*.

Les caractéristiques relatives aux points les plus importants sont indiquées dans le tableau 14.7.

Nous pouvons formuler les mêmes hypothèses simplificatrices que pour l'installation de thermopompe étudiée au paragraphe 14.4.2.

Tableau 14.7 Caractéristiques relatives aux points les plus importants de l'installation de la figure 14.32.

Points	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P [bar]	1.095	3.45	3.45	15.55	15.55	3.45	3.45	1.195	1.195	2	1.7
\hat{T} [°C]	-25	56.8	-5.7	131.4	40	-5.7	-5.7	-30	-30	27	32
x [-]	-	-	1.0	-	0.00	0.17	0.00	0.08	1.00	-	-
\dot{M} [kg/s]	0.184	0.184	0.247	0.247	0.247	0.247	0.184	0.184	0.184	16.03	16.03

Performances de l'installation et de la frigopompe

La puissance de réfrigération de l'installation est de 222.04 kW.

Le tableau 14.8 donne les *performances de l'installation* (frontière F) et de la *frigopompe à compression* (frontière F_F). Les conditions atmosphériques sont $P_a = 1$ bar et $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$. La température de l'air de la chambre froide est $\hat{T}_f = -20^\circ\text{C}$.

Remarques

Le tableau 14.8 met en évidence les différences entre les approches énergétique et exergetique. Comme pour l'installation de thermopompe étudiée au paragraphe 14.4.2, la comparaison des valeurs obtenues est délicate.

Conformément à la définition (13.9) de l'efficacité de réfrigération ε_f , la puissance énergétique consommée Σ_1 n'est pas égale à la somme des puissances énergétiques reçues Σ_2 , car, par convention, les puissances énergétiques reçues de l'atmosphère ne sont pas comptabilisées. Par contre, la puissance exergetique consommée Σ_3 est bien égale à la somme des puissances exergetiques reçues.

Au niveau de la source chaude, l'installation (frontière F) ne donne lieu à aucune prestation de chauffage, car elle élimine la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à la température T_a de l'atmosphère.

En revanche, au niveau du réseau de refroidissement, la frigopompe (frontière F_F) donne lieu à une fourniture exergetique, exprimée par l'exergie-transformation \dot{E}_{yA}^- . En effet, elle chauffe l'eau à une température qui varie de $\hat{T}_{10} = 27^\circ\text{C}$ à $\hat{T}_{11} = 32^\circ\text{C}$, tout en restant supérieure à la température $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$ de l'atmosphère. En fait, la frigopompe considérée correspond à un cycle bitherme de pompe à chaleur, fournissant non seulement la prestation de réfrigération \dot{E}_{qE}^- , mais encore la prestation de chauffage \dot{E}_{yA}^- (§ 13.6.9).

Tableau 14.8 Performances énergétiques et exergétiques de l'installation de frigopompe de la figure 14.32.

ÉNERGIE			EXERGIE		
Grandeurs	Symbole	%	Grandeurs	Symbole	%
Installation frontière F Puissance électrique du moteur du compresseur BP Puissance électrique du moteur du compresseur HP Puissance électrique du moteur du réseau de refroidissement	\dot{E}_{cB}^+	29.7	Installation frontière F Puissance électrique du moteur du compresseur BP Puissance électrique du moteur du compresseur HP Puissance électrique du moteur du réseau de refroidissement	\dot{E}_{cB}^+	29.7
	\dot{E}_{cH}^+	69.0		\dot{E}_{cH}^+	69.0
	\dot{E}_A^+	1.3		\dot{E}_A^+	1.3
	Σ_1	100.0			
	\dot{Q}_F^+	191.0			
Puissance énergétique consommée (116.26 kW) Puissance-chaleur extraite par la chambre froide, de la charge frigorifique (222.04 kW) Puissance-chaleur reçue par la chambre froide, de l'atmosphère (défaut d'isolation) Puissance-chaleur reçue par la conduite d'aspiration du compresseur BP , de l'atmosphère Puissance-chaleur reçue par le transmetteur interne, de l'atmosphère (défaut d'isolation)	\dot{Q}_F^+	6.9	Exergie-chaleur reçue par la chambre froide, de l'atmosphère (défaut d'isolation) Exergie-chaleur reçue par la conduite d'aspiration du compresseur BP , de l'atmosphère Exergie-chaleur reçue par le transmetteur interne, de l'atmosphère (défaut d'isolation)	\dot{E}_{cF}^+	0.0
	\dot{Q}_s^+	2.0		\dot{E}_{cS}^+	0.0
	\dot{Q}_i^+	0.1		\dot{E}_{cR}^+	0.0
	Σ_2	300.0		Σ_3	100.0
	Puissance énergétique reçue (348.73 kW)			Puissance exergétique consommée (116.26 kW)	
Pertes énergétiques :			Pertes exergétiques :		
• compresseur BP	\dot{Q}_{cb}^-	2.9	• conduite d'aspiration du compresseur BP	\dot{I}_S	2.4
• compresseur HP	\dot{Q}_{ch}^-	6.8	• compresseur BP	\dot{I}_{cB}	5.2
• condenseur	\dot{Q}_{cd}^-	0.3	• compresseur HP	\dot{I}_{cH}	18.5
• détendeur HP	\dot{Q}_{dh}^-	0.0	• condenseur	\dot{I}_{cd}	15.5
• détendeur BP	\dot{Q}_{db}^-	0.0	• détendeur HP	\dot{I}_{dH}	4.3
			• détendeur BP	\dot{I}_{dB}	1.0
			• évaporateur	\dot{I}_E	9.4
			• transmetteur interne	\dot{I}_R	2.2
Total frigopompe (frontière F_F) (11.60 kW)	\dot{Q}_{cF}^-	10.0	Total frigopompe (frontière F_F) (68.01 kW)	\dot{I}_F	58.5
• réseau de refroidissement	\dot{Q}_{ar}^-	0.4	• réseau de refroidissement	\dot{I}_A	10.2
			• chambre froide	\dot{I}_H	1.1

Puissance énergétique fournie	$\frac{\dot{Q}_A^+}{\Sigma_1} \cdot 100$	\dot{Q}_A	289.6	Exergie-chaleur fournie par la chambre froide à la charge frigorifique	\dot{E}_{qF}^-	30.2
Efficacité de réfrigération	$\frac{\dot{Q}_F^+}{\Sigma_1} \cdot 100$	e_f	191.0	Puissance exergétique fournie	\dot{E}_{qF}^-	30.2
<div>Frigopompe</div> frontière F_F				Rendement exergétique	η	30.2
Puissance électrique du moteur du compresseur BP	30.1	\dot{E}_{CH}^+	30.1	Puissance électrique du moteur du compresseur BP	\dot{E}_{CH}^+	30.1
Puissance électrique du moteur du compresseur HP						
Puissance énergétique consommée	(114.76 kW)	Σ_4	100.0	Exergie-chaleur reçue par la conduite d'aspiration du compresseur BP, de l'atmosphère interne, de l'atmosphère (défaut d'isolation)	Σ_6	100.0
Puissance-chaleur extraite par l'évaporateur, de l'air de la chambre froide	\dot{Q}_E^+	200.5				
Puissance-chaleur reçue par la conduite d'aspiration du compresseur BP, de l'atmosphère	\dot{Q}_s^+	2.0				
Puissance-chaleur reçue par le transmetteur interne, de l'atmosphère (défaut d'isolation)	\dot{Q}_r^+	0.1				
Puissance énergétique reçue	(347.23 kW)	Σ_5	302.6	Puissance exergétique consommée	(114.76 kW)	
Transfert-chaleur total à l'atmosphère	(11.60 kW)	\dot{Q}_{aF}	10.1	Perte exergétique totale	(68.01 kW)	59.3
Puissance-transformation de l'eau du réseau de refroidissement	292.5	\dot{Y}_A	292.5	Exergie-transformation de l'eau du réseau de refroidissement Exergie-chaleur donnée par l'évaporateur à l'air de la chambre froide	\dot{E}_{yA}^-	9.1
Puissance énergétique fournie					(335.63 kW)	\dot{Y}_A
Efficacité de réfrigération	$\frac{\dot{Q}_F^+}{\Sigma_4} \cdot 100$	e_{rF}	200.5	Rendement exergétique	η_F	40.7

Nous constatons que les efficacités de réfrigération de l'installation $\varepsilon_f = 191.0\%$ et de la frigopompe $\varepsilon_{fF} = 200.5\%$ sont voisines, tandis que les rendements exergetiques de l'installation $\eta = 30.2\%$ et de la frigopompe $\eta_f = 40.7\%$ sont très différents. L'analyse exergetique montre que la différence est due surtout à l'importance de la perte exergetique $\dot{L}_A = 10.2\%$ relative au réseau de refroidissement. Comme pour l'installation de thermopompe, cette analyse est très instructive.

La perte exergetique \dot{L}_{TF}^a traduit la qualité de l'isolation thermique de la chambre froide. Elle correspond à l'irréversibilité due au transfert-chaleur \dot{Q}_f^+ , de la température T_a de l'atmosphère à la température T_f de l'air de la chambre. Il est clair que l'augmentation de la qualité de l'isolation thermique se traduit par une diminution de la puissance-chaleur \dot{Q}_f^+ , donc par une diminution de la perte exergetique \dot{L}_{TF}^a , c'est-à-dire finalement par une augmentation du rendement exergetique η de l'installation. Cette considération est très précieuse pour l'évaluation de la rentabilité économique de l'investissement financier consenti pour l'isolation thermique de la chambre froide.

14.4.4 Installation de thermopompe à absorption

Généralités

La figure 14.35 représente le schéma d'une *machine à absorption*, susceptible de fonctionner en *thermopompe* ou en *frigopompe*. Contrairement aux machines à compression, dont les schémas sont donnés respectivement par les figures 14.28 et 14.32, le passage de la basse pression (BP) à la haute pression (HP) est obtenu non pas par un compresseur, mais à l'aide d'un ensemble d'éléments dont le fonctionnement est basé sur les propriétés d'absorption et de désorption d'un fluide de travail, mis en présence d'un liquide solvant. Les mélanges les plus utilisés actuellement sont l'ammoniac comme fluide de travail avec l'eau comme solvant, ainsi que l'eau comme fluide de travail avec le bromure de lithium comme solvant. La compression est obtenue à l'aide des éléments suivants :

- un *absorbeur* dans lequel la vapeur BP du fluide de travail provenant de l'évaporateur est absorbée par la solution pauvre BP provenant du détendeur de solution, cette opération libérant une énergie appelée *chaleur d'absorption*
- une *pompe* élevant la pression de la solution riche BP provenant de l'absorbeur, entraînée par un moteur électrique consommant la puissance \dot{E}_p^+
- un *bouilleur* (générateur) dans lequel la solution riche HP provenant de la pompe est désorbée, c'est-à-dire séparée en vapeur HP du fluide de travail et en solution pauvre HP, cette opération exigeant une énergie appelée *chaleur de désorption* (inverse de la chaleur d'absorption)
- un *détendeur de solution* abaissant la pression de la solution pauvre HP provenant du bouilleur
- un *transmetteur interne à surface* permettant simultanément de chauffer la solution riche HP provenant de la pompe et de refroidir la solution pauvre HP provenant du bouilleur
- des *conduites* reliant les éléments mentionnés ci-dessus

En fait, il s'agit d'un **cycle tritherme de pompe à chaleur**, c'est-à-dire fonctionnant à l'aide de trois sources thermiques. Selon les niveaux de température de la source froide et de la source intermédiaire, il s'agit d'un cycle de thermopompe ou d'un cycle de frigopompe.

Remarquons que la machine à absorption de la figure 14.35 ne consomme comme énergie de qualité élevée que la puissance électrique \dot{E}_P^+ destinée à l'entraînement de la pompe comprimant la solution riche. Comme il s'agit d'un

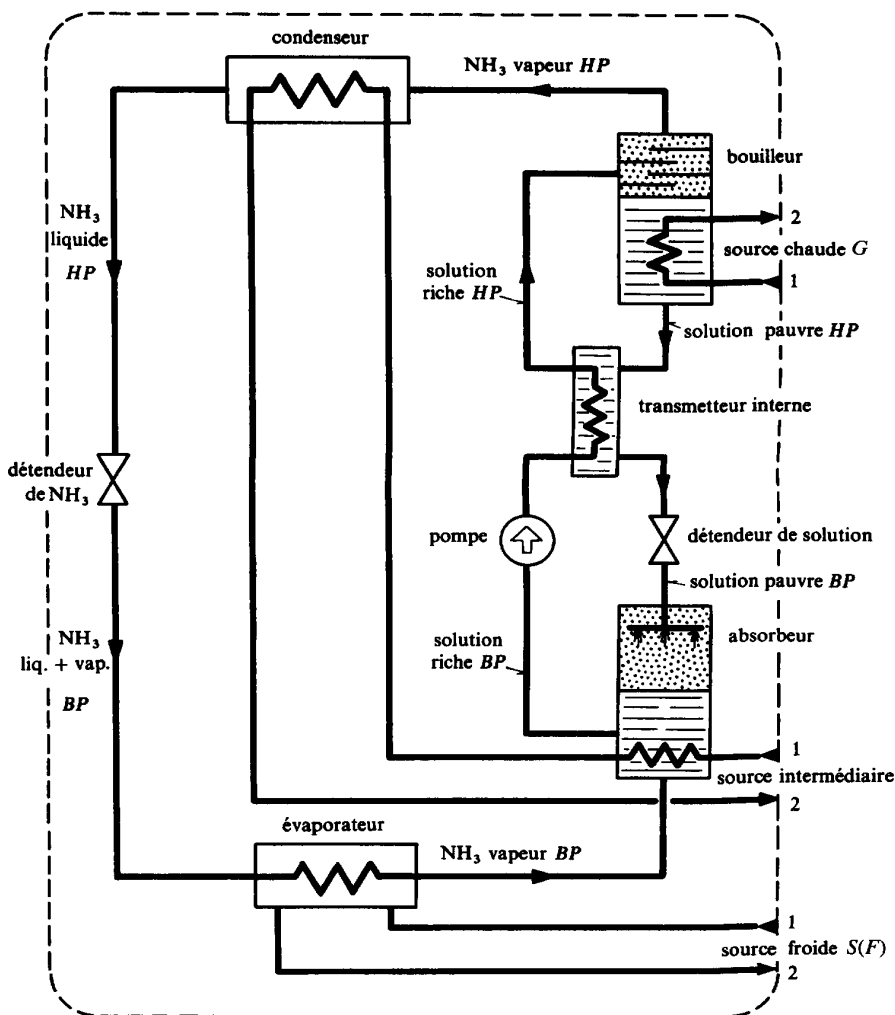


Fig. 14.35 Schéma d'une machine à absorption, susceptible de fonctionner en thermopompe ou en frigopompe.

liquide, cette puissance est très faible, ce qui permet de s'affranchir totalement de la consommation d'énergie électrique. C'est le cas dans les machines à absorption réalisant des ***cycles à absorption-diffusion*** utilisant la détente par baisse de la pression partielle du fluide de travail, ainsi que les phénomènes de thermosiphon, pour assurer la circulation des fluides.

Performances de l'installation

Considérons tout d'abord une installation de thermopompe à absorption remplissant les mêmes fonctions que l'installation de thermopompe à compression de la figure 14.28. Le système prélève la puissance-chaleur \dot{Q}_S^+ à la température T_s de l'eau ou du terrain, c'est-à-dire l'exergie-chaleur E_{qS}^+ , et fournit la puissance-chaleur \dot{Q}_H^- à la température T_h des locaux, c'est-à-dire l'exergie-chaleur E_{qH}^- .

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{Q}_H^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{Q}_S^+ + \dot{Y}_G^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.109)$$

où \dot{E}_H^+ et \dot{E}_S^+ sont respectivement les puissances électriques consommées par les pompes des réseaux de chauffage et de prélèvement.

L'***efficacité de chauffage de l'installation de thermopompe à absorption*** est définie, selon la même convention (§ 13.6.2 et 14.4.2), par la relation :

$$\varepsilon_h = \frac{\dot{Q}_H^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{Y}_G^+} \quad (14.110)$$

La relation (10.43) donne le bilan exergétique :

$$\dot{E}_{qH}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{E}_{qS}^+ + \dot{E}_{yG}^+ - \dot{L} \quad (14.111)$$

Le ***rendement exergétique de l'installation de thermopompe à absorption*** est défini, selon (10.165), par la relation :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qH}^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{E}_{qS}^+ + \dot{E}_{yG}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_H^+ + \dot{E}_S^+ + \dot{E}_{qS}^+ + \dot{E}_{yG}^+} \leq 1 \quad (14.112)$$

Si nous remplaçons la puissance-transformation \dot{Y}_G^+ par une puissance-chaleur \dot{Q}_G^+ reçue de la source chaude à la température T_G , et si nous négligeons les puissances électriques consommées par les pompes, nous obtenons, en première approximation, les relations :

$$\begin{aligned} T_G \varepsilon_h &\equiv \frac{\dot{Q}_H^-}{\dot{Q}_G^+} & \eta &\equiv \frac{\dot{E}_{qH}^-}{\dot{E}_{qG}^+} = \frac{\Theta_h \dot{Q}_H^-}{\Theta_g \dot{Q}_G^+} \\ \varepsilon_h &\equiv \frac{\Theta_g}{\Theta_h} \eta = \frac{T_h (T_g - T_a)}{T_g (T_h - T_a)} \eta \end{aligned} \quad (14.113)$$

Si le système était parfaitement **réversible**, nous aurions les performances maximales:

$$\varepsilon_h^* \equiv \frac{T_h(T_g - T_a)}{T_g(T_h - T_a)} \quad \eta^* = 1 \quad (14.114)$$

Par exemple, pour $\hat{T}_g = 100^\circ\text{C}$, $\hat{T}_h = 20^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$, nous aurions l'efficacité de chauffage maximale $\varepsilon_h^* = 393\%$.

Performances de la thermopompe

Considérons maintenant la thermopompe à absorption elle-même, dont le schéma est représenté par la figure 14.35.

La source chaude est constituée par le fluide du réseau chauffant (vapeur d'eau, eau chauffée par énergie solaire...), mettant en jeu la puissance-transformation \dot{Y}_G^+ ou l'exergie-transformation \dot{E}_{yG}^+ . Dans certains cas, le bouilleur est directement chauffé par la flamme d'un combustible liquide ou gazeux, mettant en jeu le pouvoir énergétique inférieur à $\Delta\dot{H}_i^0$ ou le pouvoir exergétique $\Delta\dot{K}^0$ du combustible.

La source froide est constituée par le fluide du réseau de prélèvement, mettant en jeu la puissance-transformation \dot{Y}_S^+ ou l'exergie-transformation \dot{E}_{yS}^+ .

La source intermédiaire est constituée par l'eau du réseau de chauffage, mettant en jeu la puissance-transformation \dot{Y}_H^- ou l'exergie-transformation \dot{E}_{yH}^- .

La relation (1.53) donne le bilan énergétique:

$$\dot{Y}_H^- = \dot{E}_P^+ + \dot{Y}_G^+ + \dot{Y}_S^+ - \dot{Q}_{aT}^- \quad (14.115)$$

L'**efficacité de chauffage de la thermopompe à absorption** est définie, par analogie avec (14.110), par la relation:

$$\varepsilon_{hT} = \frac{\dot{Y}_H^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{Y}_G^+} \quad (14.116)$$

Si le fluide du réseau de prélèvement (eau) est à une température moyenne supérieure à la température T_a de l'atmosphère, l'exergie-transformation \dot{E}_{yS}^+ est positive et la relation (10.43) donne le bilan exergétique:

$$\dot{E}_{yH}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yS}^+ - \dot{L}_T \quad (14.117)$$

Le **rendement exergétique de la thermopompe à absorption** est défini, selon (10.165), par la relation:

$$\eta_T = \frac{\dot{E}_{yH}^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yS}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_T}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yS}^+} \leq 1 \quad (14.118)$$

Si le fluide du réseau de prélèvement (saumure) est à une température moyenne inférieure à T_a , l'exergie-transformation \dot{E}_{yS}^+ est négative et le bilan exergétique (14.117) devient:

$$\dot{E}_{yH}^- + \dot{E}_{yS}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ - \dot{L}_T \quad (14.119)$$

Le rendement exergétique de la thermopompe est alors donné par la relation:

$$\eta_T = \frac{\dot{E}_{yH}^- + \dot{E}_{yS}^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_T}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+} \leq 1 \quad (14.120)$$

Dans le cas où l'élément chauffant est un **combustible liquide ou gazeux**, il suffit de remplacer respectivement les termes \dot{Y}_G^+ et \dot{E}_{yG}^+ par le pouvoir énergétique inférieur $\underline{\Delta\dot{H}}_i^0$ et le pouvoir exergétique $\underline{\Delta\dot{K}}^0$ du combustible, dans les relations (14.115) à (14.120).

Exemple

Considérons une **thermopompe à absorption** caractérisée par les valeurs suivantes:

- réseau chauffant (eau)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{G1} &= 92.9^\circ\text{C} & \hat{T}_{G2} &= 85.4^\circ\text{C} & \dot{M}_G &= 5.69 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_G^+ &= 179.1 \text{ kW} & \dot{E}_{yG}^+ &= 43.6 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.121)$$

- réseau de prélèvement (eau)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{S1} &= 11.8^\circ\text{C} & \hat{T}_{S2} &= 7.2^\circ\text{C} & \dot{M}_S &= 3.7 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_S^+ &= 72.9 \text{ kW} & \dot{E}_{yS}^+ &= 2.2 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.122)$$

- réseau de chauffage (eau)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{H1} &= 29.4^\circ\text{C} & \hat{T}_{H2} &= 40.1^\circ\text{C} & \dot{M}_H &= 5.69 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_H^+ &= 251.9 \text{ kW} & \dot{E}_{yH}^+ &= 26.0 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.123)$$

- pompe

$$\dot{E}_P^+ = 2.7 \text{ kW} \quad (14.124)$$

Les conditions atmosphériques sont $P_a = 1 \text{ bar}$ et $\hat{T}_a = 0^\circ\text{C}$.

Selon les relations (14.116) et (14.120), nous obtenons les **performances**:

$$\varepsilon_{hT} = 138.6\% \quad \eta_T = 53.6\% \quad (14.125)$$

Comparaison

Pour la thermopompe à compression considérée au paragraphe 14.4.2, nous avons obtenu l'efficacité de chauffage $\varepsilon_{HT} = 236.5\%$, qui est très supérieure à la valeur 138.6% de la présente thermopompe à absorption.

Il est vrai que les résultats ne sont pas tout à fait comparables, car les niveaux de température ne sont pas les mêmes. Toutefois, ils pourraient faire penser que la thermopompe à compression présente des performances meilleures que celles à absorption. *Cette conclusion fautive est due, encore une fois, au caractère trompeur de la notion d'efficacité.* En effet, dans ce cas particulier, le rendement exergetique $\eta_T = 40.1\%$ de la thermopompe à compression est bel et bien inférieur à la valeur 53.6% de la présente thermopompe à absorption. Cela s'explique notamment par le fait que la thermopompe à compression consomme une énergie électrique de qualité élevée, alors que, dans le cas présent, la thermopompe à absorption consomme une énergie thermique à bas niveau de température.

14.4.5 Installation de frigopompe à absorption

Performances de l'installation

Considérons tout d'abord une *installation de frigopompe à absorption* remplissant les mêmes fonctions que l'installation de frigopompe à compression de la figure 14.32. Mais cette fois-ci, le système prélève la puissance-chaleur \dot{Q}_F^+ à la température T_f de l'air de la chambre froide, c'est-à-dire fournit l'exergie-chaleur \dot{Q}_F^+ par l'intermédiaire d'un réseau de réfrigération, et fournit la puissance-chaleur \dot{Q}_A^- à la température T_a de l'atmosphère, c'est-à-dire l'exergie-chaleur $\dot{E}_{qA}^- = 0$.

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{Q}_A^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_F^+ + \dot{Q}_F^+ + \dot{Y}_G^+ - \dot{Q}_a^- \quad (14.126)$$

où \dot{E}_A^+ et \dot{E}_F^+ sont respectivement les puissances électriques consommées par les pompes des réseaux de refroidissement et de réfrigération.

L'*efficacité de réfrigération de l'installation de frigopompe à absorption* est définie, selon la même convention (§ 13.6.6 et 14.4.3), par la relation :

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_F^+}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_F^+ + \dot{Y}_G^+} \quad (14.127)$$

La relation (10.43) donne le bilan exergetique :

$$\dot{E}_{qF}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_{yG}^+ - \dot{L} \quad (14.128)$$

Le *rendement exergetique de l'installation de frigopompe à absorption* est défini, selon (10.165), par la relation :

$$\eta = \frac{\dot{E}_{qF}^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_{yG}^+} = 1 - \frac{\dot{L}}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_A^+ + \dot{E}_F^+ + \dot{E}_{yG}^+} \leq 1 \quad (14.129)$$

Si nous remplaçons la puissance-transformation \dot{Y}_G^+ par une puissance-chaleur \dot{Q}_G^+ reçue de la source chaude à la température T_g , et si nous négligeons les puissances électriques consommées par les pompes, nous obtenons, en première approximation, les relations :

$$\begin{aligned}\varepsilon_f &\equiv \frac{\dot{Q}_F^+}{\dot{Q}_G^+} & \eta &\equiv \frac{\dot{E}_{qF}^-}{\dot{E}_{qG}^+} = \frac{-\Theta_f \dot{Q}_F^+}{\Theta_g \dot{Q}_G^+} \\ \varepsilon_f &\equiv \frac{\Theta_g}{-\Theta_f} \eta = \frac{T_f(T_g - T_a)}{T_g(T_a - T_f)} \eta\end{aligned}\quad (14.130)$$

Si le système était parfaitement *réversible*, nous aurions les performances maximales :

$$\varepsilon_f^* \equiv \frac{T_f(T_g - T_a)}{T_g(T_a - T_f)} \quad \eta^* = 1 \quad (14.131)$$

Par exemple, pour $\hat{T}_g = 100^\circ\text{C}$, $\hat{T}_f = -5^\circ\text{C}$ et $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$, nous aurions l'efficacité de réfrigération maximale $\varepsilon_f^* = 230\%$.

Performances de la frigopompe

Considérons maintenant la frigopompe elle-même, dont le schéma est représenté par la figure 14.35.

La source chaude est analogue à celle décrite au paragraphe 14.4.4 pour la thermopompe.

La source froide est constituée par la saumure du réseau de réfrigération, mettant en jeu la puissance-transformation \dot{Y}_F^+ ou l'exergie-transformation \dot{E}_{yF}^- .

La source intermédiaire est constituée par l'eau du réseau de refroidissement (fig. 14.32), mettant en jeu la puissance-transformation \dot{Y}_A^- ou l'exergie-transformation \dot{E}_{yA}^+ .

La relation (1.53) donne le bilan énergétique :

$$\dot{Y}_A^- = \dot{E}_P^+ + \dot{Y}_G^+ + \dot{Y}_F^+ - \dot{Q}_{aF}^- \quad (14.132)$$

L'*efficacité de réfrigération de la frigopompe à absorption* est définie, par analogie avec (14.127), par la relation :

$$\varepsilon_{fF} = \frac{\dot{Y}_F^+}{\dot{E}_P^+ + \dot{Y}_G^+} \quad (14.133)$$

La relation (10.43) donne le bilan exergétique :

$$\dot{E}_{yF}^- = \dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yA}^+ - \dot{L}_F \quad (14.134)$$

Le **rendement exergetique de la frigopompe à absorption** est défini, selon (10.165), par la relation :

$$\eta_F = \frac{\dot{E}_{yF}^-}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yA}^+} = 1 - \frac{\dot{L}_F}{\dot{E}_P^+ + \dot{E}_{yG}^+ + \dot{E}_{yA}^+} \leq 1 \quad (14.135)$$

Dans le cas où l'élément chauffant est un **combustible liquide** ou **gazeux**, il suffit de remplacer respectivement les termes \dot{Y}_G^+ et \dot{E}_{yG}^+ par le pouvoir énergétique inférieur ΔH_i^0 et le pouvoir exergetique $\Delta \dot{K}^0$ du combustible, dans les relations (14.132) à (14.135).

Exemple

Considérons une **frigopompe à absorption** caractérisée par les valeurs suivantes :

- réseau chauffant (vapeur d'eau)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{G1} &= 105^\circ\text{C} & \hat{T}_{G2} &= 88^\circ\text{C} & \dot{M}_G &= 0.065 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_G^+ &= 149.2 \text{ kW} & \dot{E}_{yG}^+ &= 30.7 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.136)$$

- réseau de prélèvement (saumure)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{F1} &= -9^\circ\text{C} & \hat{T}_{F2} &= -13^\circ\text{C} & \dot{M}_F &= 6.5 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_F^+ &= 77.5 \text{ kW} & \dot{E}_{yF}^+ &= 11.4 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.137)$$

- réseau de refroidissement (eau)

$$\begin{aligned} \hat{T}_{A1} &= 13.7^\circ\text{C} & \hat{T}_{A2} &= 22.5^\circ\text{C} & \dot{M}_A &= 5.4 \text{ kg/s} \\ \dot{Y}_A^+ &= 179.4 \text{ kW} & \dot{E}_{yA}^+ &= 2.5 \text{ kW} \end{aligned} \quad (14.138)$$

- pompe

$$\dot{E}_P^+ = 2.1 \text{ kW} \quad (14.139)$$

Les conditions atmosphériques sont $P_a = 1 \text{ bar}$ et $\hat{T}_a = 20^\circ\text{C}$.

Selon les relations (14.133) et (14.135), nous obtenons les **performances** :

$$\varepsilon_{fF} = 51.2\% \quad \eta_F = 32.3\% \quad (14.140)$$

Comparaison

Pour la frigopompe à compression considérée au paragraphe 14.4.3, nous avons obtenu l'efficacité de réfrigération $\varepsilon_{fF} = 200.5\%$, qui est très supérieure à la valeur 51.2% de la présente frigopompe à absorption. En revanche, dans ce cas particulier, le rendement exergetique $\eta_F = 40.7\%$ de la frigopompe à compression n'est que peu supérieur à la valeur 32.3% de la présente frigopompe à absorption.

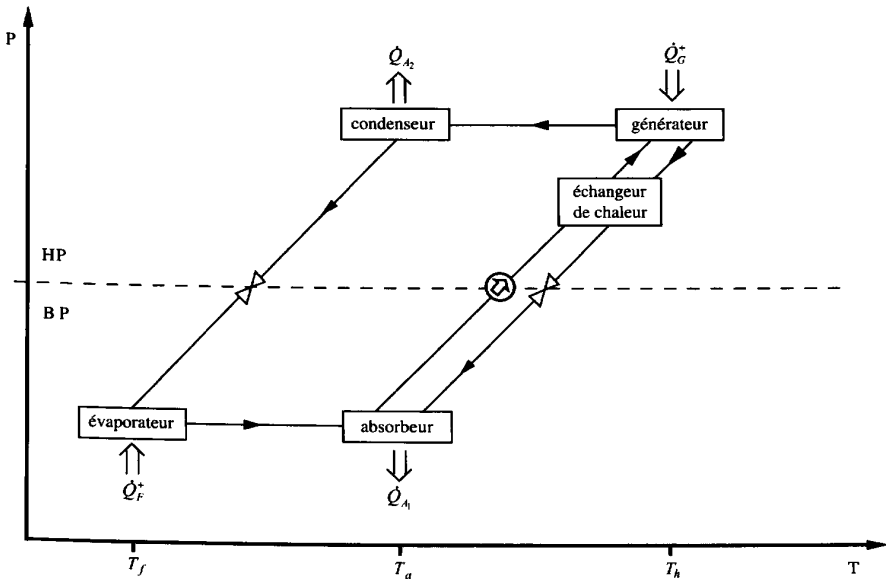


Fig. 14. 36 Représentation dans un diagramme P - T d'un cycle de frigopompe à absorption (pompe à chaleur de type 1).

Les transformations relatives à une pompe à chaleur à absorption peuvent aussi être schématiquement représentées dans un diagramme P - T (fig. 14.36) mettant bien en évidence les trois niveaux de température et les deux niveaux de pression, ainsi que les opérations qui s'y réfèrent.

Dans le cas d'une **pompe à chaleur à absorption dite de type 1**, l'évaporateur et l'absorbeur sont à basse pression, alors que le condenseur et le générateur sont à haute pression. La source à température la plus élevée alimente le générateur, celle à température la plus basse alimente l'évaporateur, et celle à température intermédiaire reçoit les énergies libérées au condenseur et à l'absorbeur.

Au contraire, dans le cas d'une **pompe à chaleur à absorption dite de type 2** (improprement appelée *transformateur de chaleur*), l'évaporateur et l'absorbeur sont à haute pression, alors que le condenseur et le générateur sont à basse pression. La source à température la plus élevée est alimentée par l'absorbeur, la source à température la plus basse (généralement l'atmosphère) reçoit l'énergie libérée au condenseur, et la source à température intermédiaire alimente le générateur et l'évaporateur. Dans l'industrie par exemple, cette configuration permet, sans avoir à fournir d'énergie mécanique importante, de revaloriser une partie de rejets thermiques à température intermédiaire, en élevant leur température à un niveau plus utile, grâce à l'énergie libérée en cours d'absorption. La puissance-transformation fournie au cycle correspond à la dégradation de la plus grande partie des rejets thermiques entre leur niveau exergétique intermédiaire et celui de l'environnement.

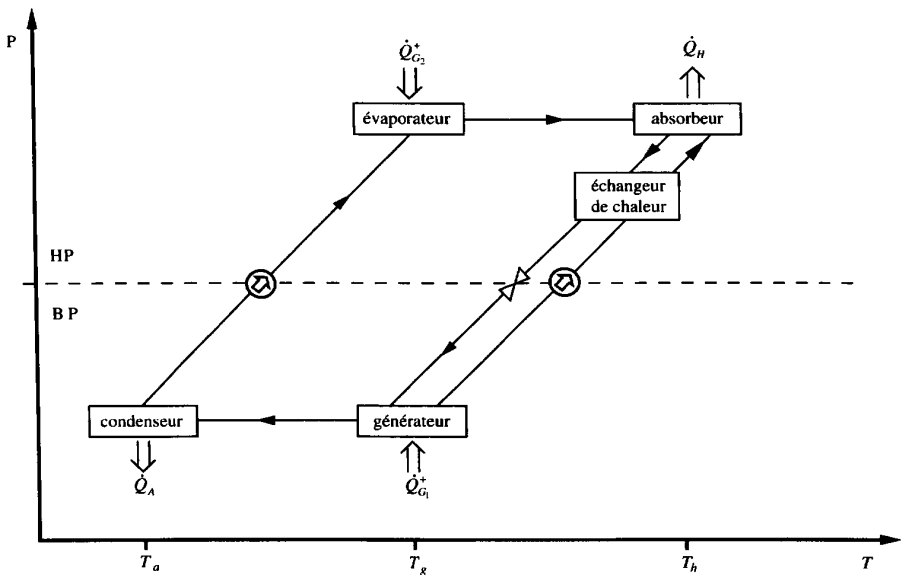


Fig. 14.37 Représentation dans un diagramme T-s d'un cycle de pompe à chaleur à absorption de type 2 (transformateur de chaleur).

La puissance-transformation fournie par le cycle correspond alors à la revalorisation du solde des rejets thermiques de leur niveau exergétique intermédiaire au niveau exergétique utile.

Thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles

15.1 APPROCHE PHÉNOMÉNOLOGIQUE

15.1.1 Phénomènes irréversibles

Nous avons vu au paragraphe 1.5.1 que les phénomènes irréversibles étaient liés à l'existence de déséquilibres. Ces derniers peuvent être de nature mécanique, thermique, physique, chimique ou électrique. En fait, les phénomènes irréversibles apparaissent dès qu'une fonction d'état intensive présente un gradient non nul. Ce gradient donne naissance à un courant ou un flux. Dans le cadre de ce chapitre, nous considérons des évolutions *proches de l'état d'équilibre*, de sorte que les relations entre les flux et les gradients peuvent être considérées comme linéaires. C'est pourquoi ce domaine de la thermodynamique est appelé *thermodynamique linéaire des phénomènes irréversibles* [44], [61], [83], [138], [143].

15.1.2 Lois phénoménologiques

Voici quelques exemples de lois linéaires qui expriment la proportionnalité entre la cause et l'effet.

Le phénomène de *conduction thermique pure* est régi par la *loi de Fourier* (relation (3.74)):

$$\vec{J}_q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (15.1)$$

dans laquelle nous avons:

- \vec{J}_q flux d'énergie-chaleur [W/m²]
- λ coefficient de conduction thermique [W/(K m)]

Le phénomène de *conduction électrique pure* est régi par la *loi d'Ohm*:

$$\vec{J}_e = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.2)$$

dans laquelle nous avons:

- Φ potentiel électrique [V]
- \vec{J}_e flux de charges électriques (courant électrique) [A/m²]
- κ coefficient de conduction électrique [A/(Vm)] ou [1/(Ω m)]; ce coefficient est l'inverse de la résistivité électrique ρ_e

Le phénomène de *diffusion pure* d'un gaz dans un autre est régi par la *loi de Fick*:

$$\vec{J}_{m1} = -D_2^1 \overrightarrow{\text{grad}} \rho_1 \quad (15.3)$$

dans laquelle nous avons :

- ρ_1 masse volumique du composant 1 [kg/m³]
- \vec{J}_{m1} flux de masse du composant 1 [kg/(m²s)]
- D_2^1 coefficient de diffusion du composant 1 dans le composant 2 d'un mélange binaire [m²/s]

Ces lois ont été établies expérimentalement. C'est pourquoi elles sont appelées *lois phénoménologiques*.

15.1.3 Couplages

En fait, il arrive souvent que deux ou plusieurs phénomènes irréversibles interviennent simultanément. On dit alors qu'ils sont *couplés*. Dans ce cas, les phénomènes interfèrent entre eux, ce qui donne naissance à de nouveaux effets.

Par exemple, le couplage entre la conduction thermique et la conduction électrique donne naissance aux *effets thermoélectriques*. Nous verrons plus loin que, suivant les conditions imposées au système, il s'agit de l'*effet Thomson*, de l'*effet Seebeck* ou de l'*effet Peltier*.

Le couplage entre la conduction thermique et la diffusion d'un gaz dans un autre donne naissance aux effets de *thermodiffusion*. Il s'agit de l'effet de diffusion thermique lors de l'apparition d'un flux de masse sous l'influence d'un gradient de température et de l'*effet Dufour* lors de l'apparition d'un flux d'énergie-chaleur sous l'influence d'un gradient de masse volumique.

Nous obtenons les lois régissant les phénomènes couplés en combinant linéairement les lois relatives aux phénomènes purs et en ajoutant des termes de couplage.

15.1.4 Equations phénoménologiques

D'une façon générale, nous désignons par:

- K_i les composantes des *forces généralisées*, telles que les gradients de fonctions d'état intensives, comme la température, le potentiel électrique et la masse volumique
- J_i les composantes des *flux généralisés*, tels que les flux d'énergie-chaleur, de charges électriques et de masse.

Les lois linéaires exprimant la proportionnalité entre les causes et les effets sont de la forme:

$$J_i = \sum_{k=1}^n [L_{ik} K_k] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15.4)$$

Les forces K_i et les flux J_i affectés du même indice sont dits *conjugués*.

Les coefficients L_{ik} sont appelés *coefficients phénoménologiques*. Ils constituent une matrice carrée. Les termes caractérisés par $i \neq k$ correspondent aux phénomènes d'interférence.

Nous avons introduit les composantes K_i des «forces» et J_i des «flux», car, dans le cas le plus général d'un *corps anisotrope*, la composante d'une «force» suivant un certain axe peut avoir une influence sur les composantes des «flux» suivant les autres axes. Dans le cas d'un *corps isotrope*, les équations phénoménologiques (15.4) peuvent être écrites sous la forme vectorielle:

$$\vec{J}_i = \sum_{k=1}^n [L_{ik} \vec{K}_k] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15.5)$$

Dans le cas particulier du couplage entre deux phénomènes irréversibles, les équations phénoménologiques sont, selon (15.5):

$$\vec{J}_1 = L_{11} \vec{K}_1 + L_{12} \vec{K}_2 \quad (15.6)$$

$$\vec{J}_2 = L_{21} \vec{K}_1 + L_{22} \vec{K}_2 \quad (15.7)$$

et la matrice des coefficients phénoménologiques est:

$$\begin{matrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{matrix} \quad (15.8)$$

Dans les applications, nous considérons exclusivement le cas d'un *corps isotrope* pour des raisons de simplification.

15.2 PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ D'ONSAGER ET CASIMIR

15.2.1 Introduction

Une thermodynamique macroscopique des phénomènes irréversibles a été élaborée à partir d'une théorie publiée en 1931 par Onsager et perfectionnée par Casimir. Cette théorie a été créée indépendamment de tout modèle moléculaire précis. Toutefois, elle fait appel aux notions générales de la mécanique statistique. Elle s'est enrichie au cours des années, notamment grâce aux travaux de Prigogine et de ses collaborateurs.

15.2.2 Enoncé

Le *principe de réciprocité d'Onsager et Casimir* s'exprime comme suit:

A condition que les forces \vec{K}_i et les flux \vec{J}_i soient choisis convenablement, la matrice des coefficients phénoménologiques L_{ik} est telle que, en présence d'un champ d'induction magnétique \vec{B} et d'une force de Coriolis due à une vitesse angulaire \vec{N} , nous avons la relation:

$$L_{ik}(\vec{B}, \vec{N}) = L_{ki}(-\vec{B}, -\vec{N}) \quad (i, k = 1, 2, \dots, n) \quad (15.9)$$

En l'absence de champ d'induction magnétique et de force de Coriolis, la relation (15.9) se réduit à:

$$L_{ik} = L_{ki} \quad (i, k = 1, 2, \dots, n) \quad (15.10)$$

Dans le cas particulier du couplage entre deux phénomènes irréversibles, nous avons:

$$L_{12} = L_{21} \quad (15.11)$$

15.2.3 Définitions des «forces» et des «flux»

Il convient de préciser de quelle manière il faut choisir les «forces» et les «flux». Considérons tout d'abord un *système isolé* dont l'état est défini par un certain nombre de fonctions d'état $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n$. (Les valeurs de ces dernières à l'équilibre sont $A_1^0, A_2^0, \dots, A_i^0, \dots, A_n^0$.) Pour décrire l'état du système au voisinage de l'équilibre thermodynamique, il est indiqué d'introduire les *fluctuations*, c'est-à-dire les écarts \hat{A}_i des fonctions d'état A_i par rapport à leurs valeurs d'équilibre A_i^0 :

$$\hat{A}_1 = A_1 - A_1^0, \hat{A}_2 = A_2 - A_2^0, \dots, \hat{A}_i = A_i - A_i^0, \dots, \hat{A}_n = A_n - A_n^0 \quad (15.12)$$

A l'équilibre, les fluctuations \hat{A}_i sont toutes nulles et, selon le Deuxième Principe de la thermodynamique, l'entropie volumique ρs du système est maximale. Introduisons la fluctuation $\Delta(\rho s)$ de l'entropie volumique:

$$\Delta(\rho s) = (\rho s)_{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n} - (\rho s)_{A_1^0, A_2^0, \dots, A_i^0, \dots, A_n^0} < 0 \quad (15.13)$$

La fluctuation $\Delta(\rho s)$ qui est une fonction des fluctuations \hat{A}_i , peut être représentée par un développement limité dont les termes de degré zéro et un sont nuls. Elle peut donc être exprimée par une fonction quadratique des fluctuations \hat{A}_i :

$$\Delta(\rho s) = -\frac{1}{2} \sum_{i,k}^n [g_{ik} \hat{A}_i \hat{A}_k] \leq 0 \quad (15.14)$$

dans laquelle :

$$g_{ik} = - \left(\frac{\partial^2 (\rho s)}{\partial \hat{A}_i \partial \hat{A}_k} \right)_0 \quad (15.15)$$

Les «forces» et les «flux», au sens du principe d'Onsager et Casimir, sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} K_i &\equiv \frac{\partial(\rho s)}{\partial \hat{A}_i} = - \sum_{k=1}^n [g_{ik} \hat{A}_k] & (i = 1, 2, \dots, n) \\ J_i &\equiv \frac{d\hat{A}_i}{dt} & (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (15.16)$$

15.2.4 Taux de création d'entropie

Le système étant isolé, le **taux de création d'entropie volumique** σ_s , c'est-à-dire la *source d'entropie due aux irréversibilités*, est :

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{d(\rho s)}{dt} = - \sum_{i,k}^n \left[g_{ik} \frac{d\hat{A}_i}{dt} \hat{A}_k \right] \\ \sigma_s &= \sum_i^n [J_i K_i] \geq 0 \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{Km}^3} \right] \end{aligned} \quad (15.17)$$

C'est cette relation qui permet en général de déterminer les forces K_i et les flux J_i . En fait, la somme des $J_i K_i$ peut être constituée de différentes manières, de sorte qu'il existe une certaine liberté dans le choix des «forces» et des «flux» conjugués.

En remplaçant, dans (15.17), J_i par son expression (15.4), la source d'entropie prend la forme quadratique :

$$\sigma_s = \sum_{i,k}^n [L_{ik} K_i K_k] \geq 0 \quad (i, k = 1, 2, \dots, n) \quad (15.18)$$

Le signe = correspond à l'équilibre thermodynamique pour lequel aussi bien les forces K_i que les flux J_i sont nuls.

Dans le cas particulier du couplage de deux phénomènes irréversibles dans un corps isotrope, les relations (15.17) et (15.18) s'écrivent :

$$\sigma_s = \sum_{i,k}^n \bar{J}_i \bar{K}_i + \bar{J}_2 \bar{K}_2 \quad (15.19)$$

$$\sigma_s = L_{11} \bar{K}_1^2 + 2L_{12} \bar{K}_1 \bar{K}_2 + L_{22} \bar{K}_2^2 \quad (15.20)$$

15.2.5 Remarque

Les relations (15.17) à (15.20), quoique ayant été établies pour un système isolé, ont une portée tout à fait générale. Elles sont en effet valables pour un *système quelconque*, fermé ou ouvert, adiabate ou non, en régime permanent ou non.

15.3 THÉORÈME DE PRIGOGINE

15.3.1 Introduction

Le théorème de Prigogine concerne les *systèmes ouverts en régime permanent*. Un tel régime est caractérisé par le fait que, en tout point du système considéré, toutes les fonctions d'état intensives sont indépendantes du temps. On dit que l'état du système est un *état stationnaire de non-équilibre*. Dans un tel état, certaines «forces» sont fixées et certains «flux» peuvent être nuls.

15.3.2 Enoncé

Le *théorème de Prigogine* s'énonce comme suit:

Si l'état stationnaire d'un système ouvert en régime permanent est suffisamment proche d'un état d'équilibre, la création d'entropie est minimale.

Alors que pour un système isolé en équilibre, l'entropie est maximale et la création d'entropie est nulle, pour un système ouvert en régime permanent, l'entropie est constante et la création d'entropie est en général non nulle. Elle est continue et constante.

15.3.3 Expression mathématique

Considérons le couplage de deux phénomènes irréversibles dans un corps isotrope et supposons que la force \bar{K}_1 reste constante. La dérivation de la source d'entropie σ_s par rapport à l'autre force \bar{K}_2 donne, en vertu des relations (15.7), (15.11) et (15.20):

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial K_2} = 2(L_{12} \bar{K}_1 + L_{22} \bar{K}_2) = 2\bar{J}_2 \quad (15.21)$$

En vertu du théorème de Prigogine, la dérivée ci-dessus est nulle, de sorte que :

$$\bar{J}_2 = 0 \quad (15.22)$$

Ce résultat peut être généralisé au cas d'un système ouvert en régime permanent, comprenant n « forces » indépendantes K_1, K_2, \dots, K_n , dont m d'entre elles K_1, K_2, \dots, K_m sont constantes. La création d'entropie est minimale et les $(n - m)$ « flux » $J_{m+1}, J_{m+2}, \dots, J_n$ sont nuls.

15.3.4 Stabilité

Examinons maintenant le problème de la stabilité de l'état du système.

Au préalable, précisons que, pour un système isolé, le principe de Le Chatelier indique que l'état d'équilibre est atteint lorsque les « forces » et les « flux » disparaissent et que la création d'entropie devient nulle.

Pour un système ouvert en régime permanent, l'*état stable* est caractérisé par :

$$\bar{K}_1^0 = \text{cste} \neq 0 \quad \bar{K}_2^0 \neq 0 \quad \bar{J}_2^0 = 0 \quad (15.23)$$

Soit une perturbation $\Delta \bar{K}_2$ de la force \bar{K}_2 . Nous avons :

$$\bar{K}_2 = \bar{K}_2^0 + \Delta \bar{K}_2 \quad (15.24)$$

et, en vertu de (15.7) :

$$\bar{J}_2 = \bar{J}_2^0 + L_{22} \Delta \bar{K}_2 = L_{22} \Delta \bar{K}_2 \quad (15.25)$$

Pour établir le signe de L_{22} , considérons le cas particulier $\bar{K}_1^0 = 0$. La source d'entropie est alors, en vertu de (15.20) :

$$\sigma_s = L_{22} \bar{K}_2^2 > 0 \quad (15.26)$$

Nous avons donc :

$$L_{22} > 0 \quad (15.27)$$

La relation (15.25) montre alors que le flux \bar{J}_2 provoqué par la perturbation $\Delta \bar{K}_2$ de la force \bar{K}_2 a le même signe que $\Delta \bar{K}_2$. Or, on sait que, d'une façon générale, l'effet tend toujours à s'opposer à la cause qui l'a provoqué. Dans le cas présent, cela signifie qu'un flux \bar{J}_2 positif tend à donner en retour une variation négative de la force \bar{K}_2 . Autrement dit, le flux \bar{J}_2 induit par la perturbation $\Delta \bar{K}_2$ tend à annuler cette dernière. C'est une loi de modération pouvant être considérée comme une extension du principe de Le Chatelier à un système ouvert en régime permanent : la

transformation modère la perturbation, de sorte que, finalement, l'état du système revient à son état stationnaire de non-équilibre. La perturbation $\Delta\vec{K}_2$ et le flux \vec{J}_2 reprennent des valeurs nulles et la création d'entropie σ_2 redevient minimale.

15.3.5 Phénomènes biologiques

Les chercheurs ont appliqué le théorème de Prigogine aux **phénomènes biologiques**. Ils ont montré que tout organisme vivant, une fois sa croissance terminée, peut être considéré comme un système ouvert en régime permanent pour lequel la création d'entropie est minimale. Dans un organisme vivant, la création d'entropie est due aux nombreux phénomènes irréversibles qui se déroulent à l'intérieur de cet organisme. Comme il a été vu plus haut, l'entropie reste constante, car la création d'entropie est contrebalancée par le bilan excédentaire des flux d'entropie qui quittent le système.

Il est à remarquer que, lors de la croissance, l'effet du bilan ci-dessus est plus grand que la création d'entropie, de sorte que l'entropie de l'organisme diminue. Cela correspond à une augmentation de l'ordre moléculaire dans la structure et l'organisation de l'être vivant. Lors de la décroissance, c'est le phénomène inverse qui se produit.

15.4 EFFETS THERMOÉLECTRIQUES

15.4.1 Généralités

Définition

Les **effets thermoélectriques** sont ceux qui résultent du couplage entre le phénomène de conduction thermique et celui de conduction électrique.

Extension de l'équation de Gibbs

Considérons le cas très général d'un **système ouvert** qui transfère entre lui-même et l'extérieur de l'énergie-travail, de l'énergie-chaleur, de la masse et des charges électriques, et qui est le siège de réactions chimiques. Par extension de l'équation (1.144), il est possible d'exprimer la variation de l'énergie interne U du système par l'équation différentielle:

$$dU = -PdV + TdS - Ad\xi + \sum_i [\mu_i dM_i^+] + \sum [\mu_e dN^+] \quad (15.28)$$

dans laquelle nous avons:

- ξ état d'avancement de la réaction chimique [–]
- A affinité chimique [J]
- M_i^+ masse de la substance i pénétrant dans le système [kg]
- μ_i potentiel chimique de la substance i [J/kg]
- N^+ nombre de charges électriques pénétrant dans le système, en particules
- μ_e **potentiel électrochimique** [J/part]

Bilan local d'entropie

Admettons que le système soit *isochore, sans réaction chimique et fermé*, c'est-à-dire que :

$$dV = 0 \quad d\xi = 0 \quad dM_i^+ = 0 \quad (15.29)$$

L'équation (15.28) peut alors s'écrire :

$$dS = \frac{1}{T} dU - \sum \left[\frac{\mu_e}{T} dN^+ \right] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (15.30)$$

Cette équation, appliquée à un système thermodynamique élémentaire de volume dV , tel que celui représenté dans la figure 15.1, prend la forme :

$$d(dS) = \frac{1}{T} d(dU) - \sum \left[\frac{\mu_e}{T} d(dN^+) \right] \quad (15.31)$$

qui, par l'introduction des grandeurs volumiques :

$$\rho s = \frac{dS}{dV} \quad \rho u = \frac{dU}{dV} \quad v^+ = \frac{dN^+}{dV} \quad (15.32)$$

devient :

$$d(\rho s) = \frac{1}{T} d(\rho u) - \sum \left[\frac{\mu_e}{T} dv^+ \right] \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K m}^3} \right] \quad (15.33)$$

La dérivation locale par rapport au temps t donne :

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = \frac{1}{T} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - \sum \left[\frac{\mu_e}{T} \frac{\partial v^+}{\partial t} \right] \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}^3} \right] \quad (15.34)$$

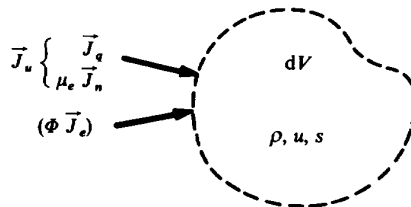


Fig. 15.1 Système thermodynamique élémentaire et vecteurs flux d'énergie surfacique.

Introduisons les vecteurs flux suivants :

- \vec{J}_q vecteur flux d'énergie-chaleur [W/m^2]
- \vec{J}_n vecteur flux de charges électriques [$\text{part}/(\text{m}^2 \text{ s})$]
- \vec{J}_u vecteur flux total d'énergie [W/m^2]

Le flux total d'énergie est la somme de deux flux, suivant la relation :

$$\vec{J}_u = \vec{J}_q + \mu_e \vec{J}_n \quad (15.35)$$

Il est commode de substituer aux grandeurs μ_e et \vec{J}_n les grandeurs suivantes :

- Φ potentiel électrique [V]
- \vec{J}_e flux de charges électriques (densité de courant) [A/m^2]

En introduisant la charge e de l'électron [coulomb/part] = [A s/part], nous avons :

$$\begin{aligned} \mu_e &= e \Phi & \left[\frac{\text{J}}{\text{part}} \right] \\ \vec{J}_n &= \frac{\vec{J}_e}{e} & \left[\frac{\text{part}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right] \end{aligned} \quad (15.36)$$

de sorte que :

$$\begin{aligned} \mu_e \vec{J}_n &= \Phi \vec{J}_e \\ \vec{J}_u &= \vec{J}_q + \Phi \vec{J}_e \end{aligned} \quad (15.37)$$

La puissance totale correspondant à l'énergie pénétrant dans le système, par unité de volume, est, conformément au bilan d'énergie interne (3.67) :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\text{div } \vec{J}_u \quad (15.38)$$

La puissance électrique correspondant aux charges pénétrant dans le système, par unité de volume, est :

$$\mu_e \frac{\partial v^+}{\partial t} = \Phi \frac{\partial(e v^+)}{\partial t} = -\Phi \text{div } \vec{J}_e \quad (15.39)$$

Finalement, l'équation (15.34) devient :

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = -\frac{1}{T} \text{div } \vec{J}_u + \frac{\Phi}{T} \text{div } \vec{J}_e \quad (15.40)$$

Soit le vecteur flux d'entropie :

$$\bar{J}_s = \frac{\bar{J}_q}{T} \quad \left[\frac{\text{W}}{(\text{K m}^2)} \right] \quad (15.41)$$

La relation (15.37) donne:

$$\begin{aligned} \bar{J}_u &= T \bar{J}_s + \Phi \bar{J}_e \\ \text{div } \bar{J}_u &= T \text{div } \bar{J}_s + \bar{J}_s \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T + \Phi \text{div } \bar{J}_e + \bar{J}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \end{aligned} \quad (15.42)$$

de sorte que l'équation (15.40) peut s'écrire:

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = -\text{div } \bar{J}_s - \frac{\bar{J}_q}{T^2} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{\bar{J}_e}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.43)$$

Conformément à (3.22), le bilan local d'entropie est donné par la relation:

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = -\text{div } \bar{J}_s + \sigma_s \quad (15.44)$$

Par identification des deux équations ci-dessus, nous obtenons la **source d'entropie** d'intensité:

$$\sigma_s = -\frac{\bar{J}_q}{T^2} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{\bar{J}_e}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.45)$$

Ce résultat montre que *la source d'entropie est bien due aux deux phénomènes irréversibles couplés*, le premier terme du second membre exprimant l'effet de la conduction thermique et le second terme l'effet de la conduction électrique, c'est-à-dire du courant électrique correspondant au déplacement des porteurs de charge électrique.

Equations phénoménologiques

Appliquons maintenant la théorie des «forces» et des «flux», ainsi que le principe d'Onsager et Casimir, au cas d'un **corps isotrope**.

La comparaison de (15.17) et (15.45) nous suggère de choisir les «forces» et les «flux» suivants:

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 &= -\frac{1}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T & \left[\frac{1}{\text{K m}} \right] & \quad \bar{J}_1 = \bar{J}_q & \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \\ \bar{K}_2 &= -\frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \Phi & \left[\frac{\text{V}}{\text{K m}} \right] & \quad \bar{J}_2 = \bar{J}_e & \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \end{aligned} \quad (15.46)$$

Les équations phénoménologiques (15.6) et (15.7) s'écrivent alors:

$$\bar{J}_q = -\frac{L_{11}}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{L_{12}}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.47)$$

$$\vec{J}_e = -\frac{L_{21}}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{L_{22}}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.48)$$

avec: $L_{12} = L_{21}$

Les dimensions des coefficients phénoménologiques sont:

$$[L_{11}] = \left[\frac{\text{WK}}{\text{m}} \right] \quad [L_{12}] = [L_{21}] = \left[\frac{\text{AK}}{\text{m}} \right] \quad [L_{22}] = \left[\frac{\text{AK}}{\text{Vm}} \right] \quad (15.49)$$

En pratique, les grandeurs les plus commodes à mesurer sont $\overrightarrow{\text{grad}} T$ et \vec{J}_e . Il est donc intéressant d'exprimer \vec{J}_q en fonction de ces deux grandeurs, ce que nous obtenons en éliminant $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$ entre (15.47) et (15.48):

$$\vec{J}_q = \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{L_{22}T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T + \frac{L_{12}}{L_{22}} \vec{J}_e \quad (15.50)$$

Remarquons que, en vertu des relations phénoménologiques (15.47) et (15.48), les «forces» (15.46), exprimées en fonction des «flux», sont:

$$\begin{aligned} \vec{K}_1 &= -\frac{1}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T = \frac{1}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} (L_{22}\vec{J}_q - L_{12}\vec{J}_e) \\ \vec{K}_2 &= -\frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} T = \frac{1}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} (-L_{12}\vec{J}_q + L_{11}\vec{J}_e) \end{aligned} \quad (15.51)$$

Flux et source d'entropie

Selon (15.41) et (15.47), le «flux» d'entropie est:

$$\vec{J}_s = -\frac{L_{11}}{T^3} \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{L_{12}}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (15.52)$$

Selon (15.41) et (15.50), il peut aussi s'écrire:

$$\vec{J}_s = -\frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{L_{22}T^3} \overrightarrow{\text{grad}} T + \frac{L_{12}}{L_{22}T} \vec{J}_e \quad (15.53)$$

La relation (15.19) (ou (15.20)) donne la **source d'entropie**:

$$\sigma_s = \frac{L_{11}}{T^4} \left(\overrightarrow{\text{grad}} T \right)^2 + \frac{2L_{12}}{T^3} \overrightarrow{\text{grad}} T \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Phi + \frac{L_{22}}{T^2} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \Phi \right)^2 \quad (15.54)$$

Il est possible de relier les coefficients phénoménologiques aux caractéristiques physiques du matériau. Pour cela, nous allons considérer deux cas particuliers.

15.4.2 Circuit conducteur interrompu

Coefficient de conduction thermique

Nous avons affaire à un phénomène de *conduction thermique pure*. Dans ce cas, le « flux » électrique est nul par hypothèse :

$$\vec{J}_e = 0 \quad (15.55)$$

L'équation (15.50) se réduit alors à :

$$\vec{J}_q = - \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{L_{22}T^3} \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.56)$$

Or, nous avons vu que la loi de Fourier est exprimée par (15.1) :

$$\vec{J}_q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.57)$$

Par identification des deux relations ci-dessus, nous constatons que le **coefficient de conduction thermique** λ peut être exprimé en fonction des coefficients phénoménologiques, selon la relation :

$$\lambda = \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{L_{22}T^3} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K m}} \right] \quad (15.58)$$

Coefficient de Seebeck

Remarquons que, bien que le courant électrique soit nul (pas de déplacement de charges électriques), il y a un gradient non nul du potentiel Φ . Ce gradient de Φ est lié au gradient de T par la relation que nous obtenons en faisant $\vec{J}_e = 0$ dans l'équation phénoménologique (15.48) :

$$\overrightarrow{\text{grad } \Phi} = - \frac{L_{12}}{L_{22}T} \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.59)$$

La relation ci-dessus est généralement écrite sous la forme :

$$\overrightarrow{\text{grad } \Phi} = -\varepsilon \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.60)$$

dans laquelle ε est le **coefficient de Seebeck**.

Par identification des deux relations ci-dessus, nous constatons que le coefficient de Seebeck ε peut aussi être exprimé en fonction des coefficients phénoménologiques, selon la relation :

$$\varepsilon = \frac{L_{12}}{L_{22}T} \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{K}} \right] \quad (15.61)$$

Le coefficient de Seebeck est la variation de potentiel correspondant à l'unité de variation de température du conducteur.

Flux et source

Les relations (15.37), (15.41) et (15.45) donnent encore, compte tenu de (15.55) et (15.57):

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_u &= \bar{J}_q \\ \bar{J}_s &= -\frac{\lambda}{T} \overrightarrow{\text{grad } T} \\ \sigma_s &= \frac{\lambda}{T^2} \left(\overrightarrow{\text{grad } T} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (15.62)$$

15.4.3 Corps conducteur isotherme

Coefficient de conduction électrique

Dans ce cas, la «force» thermique est nulle, car nous avons par hypothèse:

$$\overrightarrow{\text{grad } T} = 0 \quad (15.63)$$

L'équation phénoménologique (15.48) se réduit alors à:

$$\bar{J}_e = -\frac{L_{22}}{T} \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.64)$$

Or, nous avons vu que la loi d'Ohm est exprimée par (15.2):

$$\bar{J}_e = -\kappa \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.65)$$

Par identification des deux relations ci-dessus, nous constatons que le **coefficient de conduction électrique** κ peut également être exprimé en fonction d'un coefficient phénoménologique, selon la relation:

$$\kappa = \frac{L_{22}}{T} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{V m}} \right] \text{ ou } \left[\frac{1}{\Omega \text{ m}} \right] \quad (15.66)$$

Résistivité électrique

L'inverse du coefficient de conduction électrique κ est appelé **résistivité électrique** $\rho_e \equiv 1 / \kappa$ [V m/A] ou [Ω m].

15.4.4 Coefficients phénoménologiques

A partir de (15.58), (15.61) et (15.66), il est possible d'exprimer d'une façon générale les **coefficients phénoménologiques** en fonction des trois caractéristiques physiques λ , ε et κ du matériau considéré:

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= \lambda T^2 + \varepsilon^2 \kappa T^3 & \left[\frac{\text{W K}}{\text{m}} \right] \\ L_{12} &= \varepsilon \kappa T^2 & \left[\frac{\text{A K}}{\text{m}} \right] \\ L_{22} &= \kappa T & \left[\frac{\text{A K}}{\text{V m}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (15.67)$$

Nous voyons bien que le principe de réciprocité d'Onsager et Casimir réduit de quatre à trois le nombre des paramètres caractérisant le couplage linéaire de deux phénomènes irréversibles. Dans le cas du couplage thermoélectrique, il s'agit du coefficient de conduction thermique λ , du coefficient de Seebeck ε et du coefficient de conduction électrique κ .

15.4.5 Flux et source

En remplaçant les coefficients phénoménologiques L_{11} , L_{12} et L_{22} figurant dans les équations (15.47) à (15.54) par leurs expressions (15.67), et en utilisant (15.37), nous obtenons encore :

$$\vec{J}_q = -(\lambda + \varepsilon^2 \kappa T) \overrightarrow{\text{grad } T} - \varepsilon \kappa T \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.68)$$

$$= -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} + \varepsilon T \vec{J}_e \quad (15.69)$$

$$\vec{J}_e = -\varepsilon \kappa \overrightarrow{\text{grad } T} - \kappa \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.70)$$

$$\vec{J}_u = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} + (\varepsilon T + \Phi) \vec{J}_e \quad (15.71)$$

$$\vec{J}_s = -\left(\frac{\lambda}{T} + \varepsilon^2 \kappa \right) \overrightarrow{\text{grad } T} - \varepsilon \kappa \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.72)$$

$$= -\frac{\lambda}{T} \overrightarrow{\text{grad } T} + \varepsilon \vec{J}_e \quad (15.73)$$

$$\sigma_s = \frac{\lambda + \varepsilon^2 \kappa T}{T^2} \left(\overrightarrow{\text{grad } T} \right)^2 + \frac{2\varepsilon \kappa}{T} \overrightarrow{\text{grad } T} \cdot \overrightarrow{\text{grad } \Phi} + \frac{\kappa}{T} \left(\overrightarrow{\text{grad } \Phi} \right)^2 \quad (15.74)$$

15.4.6 Contrôle de cohérence

Considérons le cas particulier de la **conduction thermique unidimensionnelle, pure, en régime permanent, dans un corps isotrope**. Comme le «flux» électrique \vec{J}_e est nul par hypothèse, la source d'entropie est, selon (15.45):

$$\sigma_s = -\frac{\vec{J}_q}{T^2} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T = \vec{J}_q \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} \quad (15.75)$$

Dans le cas particulier d'un phénomène *unidimensionnel*, comme celui représenté dans la figure 15.2, la relation (15.75) se réduit à:

$$\sigma_s = J_q \frac{d}{dX} \left(\frac{1}{T} \right) \quad (15.76)$$

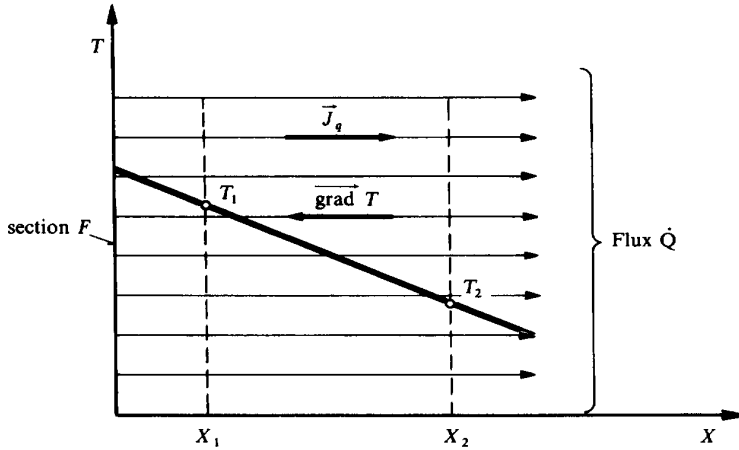


Fig. 15.2 Conduction thermique unidimensionnelle, pure, en régime permanent, dans un corps isotrope.

Le taux de création d'entropie relatif au volume défini par la section F et la longueur $(X_2 - X_1)$ est donné par:

$$\dot{S}^i = \dot{S}^t = F \int_1^2 \sigma_s dX \quad (15.77)$$

En régime permanent, le flux J_q est constant, de sorte que nous obtenons:

$$\dot{S}^i = \dot{S}^t = \dot{Q} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (15.78)$$

Cette dernière relation coïncide bien avec la relation (1.74) indiquée au paragraphe 1.5.3 pour la création d'entropie due au transfert par conduction de la puissance-chaleur \dot{Q} avec la chute de température de T_1 à T_2 .

15.5 EFFETS THERMOÉLECTRIQUES PARTICULIERS

15.5.1 Effet Thomson

Définition

L'*effet Thomson* est le dégagement ou l'absorption d'énergie-chaleur qui accompagne le passage d'un courant électrique dans un conducteur en présence d'un gradient de température, en régime permanent.

Développement

Au préalable, établissons l'expression de $\text{div } \vec{J}_u$ en fonction de $\overrightarrow{\text{grad } T}$ et de \vec{J}_e .
La relation (15.71) étant :

$$\vec{J}_u = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} + (\varepsilon T + \Phi) \vec{J}_e \quad (15.79)$$

nous avons :

$$\text{div } \vec{J}_u = -\text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} \right) + (\varepsilon T + \Phi) \text{div } \vec{J}_e + \varepsilon \vec{J}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad } T} + T \vec{J}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad } \varepsilon} + \vec{J}_e \overrightarrow{\text{grad } \Phi} \quad (15.80)$$

L'équation phénoménologique (15.48) donne, compte tenu de (15.66) et (15.67) :

$$\overrightarrow{\text{grad } \Phi} = -\rho \vec{J}_e - \varepsilon \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.81)$$

D'autre part, comme ε est seulement fonction de T , nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{\text{grad } \varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dT} \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (15.82)$$

L'expression de $\text{div } \vec{J}_u$ prend la forme :

$$\text{div } \vec{J}_u = -\text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} \right) + (\varepsilon T + \Phi) \text{div } \vec{J}_e + \frac{d\varepsilon}{dT} T \vec{J}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad } T} - \rho \vec{J}_e^2 \quad (15.83)$$

L'équation (3.76) montre que, en régime permanent et en l'absence de source d'énergie-chaleur :

$$\text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad } T} \right) = 0 \quad (15.84)$$

D'autre part, toujours en régime permanent, comme il n'y a ni source ni puits de charges électriques :

$$\text{div } \vec{J}_e = 0 \quad (15.85)$$

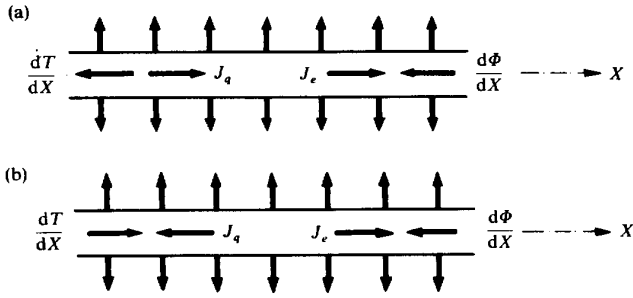


Fig. 15.3 Effet Thomson dans un conducteur tel que $de/dT > 0$: (a) cas où J_e et dT/dX sont de signes contraires ; (b) cas où J_e et dT/dX sont de même signe.

L'expression de $\text{div } \vec{J}_u$ devient donc finalement :

$$\text{div } \vec{J}_u = \frac{d\varepsilon}{dT} T \vec{J}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad } T} - \rho \vec{J}_e^2 \quad (15.86)$$

Considérons maintenant le **conducteur** représenté dans la figure 15.3 et admettons que les phénomènes thermiques et électriques couplés soient **stationnaires**.

Afin de simplifier, modélisons le phénomène en admettant qu'il est **unidimensionnel**. Cela est possible en projetant toutes les «forces» et tous les «flux» sur l'axe du conducteur, à la condition d'interpréter le dégagement (ou l'absorption) d'énergie-chaleur, qui en fait s'effectue à la surface du conducteur perpendiculairement à cet axe, par une source (ou un puits) σ_q d'énergie-chaleur. Le bilan local d'énergie interne (15.38), ainsi complété, donne en régime permanent :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{dJ_u}{dX} + \sigma_q = 0 \quad (15.87)$$

de sorte que :

$$\sigma_q = \frac{dJ_u}{dX} \quad (15.88)$$

En tenant compte de (15.86), nous constatons que la source d'énergie-chaleur est :

$$\sigma_q = \frac{d\varepsilon}{dT} T J_e \frac{dT}{dX} - \rho J_e^2 \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right] \quad (15.89)$$

Coefficient de Thomson

Introduisons le **coefficient de Thomson** τ défini par la relation :

$$\tau \equiv \frac{d\varepsilon}{dT} T \geq 0 \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{K}} \right] \quad (15.90)$$

Cette définition est connue sous le nom de **première relation de Kelvin**.

Source d'énergie-chaleur

La source d'énergie-chaleur donnée par (15.89) devient, compte tenu de (15.90):

$$\sigma_q = \tau J_e \frac{dT}{dX} - \rho J_e^2 \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad (15.91)$$

Le second terme du second membre correspond à la puissance électrique dissipée par **effet Joule**, qui existe même en l'absence d'un gradient de température. Le signe moins montre qu'il s'agit en fait toujours d'un puits d'énergie-chaleur. Pour maintenir le régime permanent, il faut en effet extraire la puissance-chaleur volumique ρJ_e^2 produite par effet Joule.

Le premier terme du second membre correspond à l'**effet Thomson**. Si $d\mathcal{E}/dT$ est positif, il s'agira en fait d'un puits ou d'une source d'énergie-chaleur suivant que dT/dX et J_e sont de signes contraires ou de même signe, c'est-à-dire suivant que les gradients de T et de Φ , ou les flux \bar{J}_q et \bar{J}_e , sont de même signe ou de signes contraires. Pour maintenir le régime permanent, il faut dans le premier cas (cas (a) de la figure 15.3) extraire la puissance-chaleur volumique $\tau J_e dT/dX$ dégagée par effet Thomson et dans le second cas (cas (b) de la même figure), fournir la puissance-chaleur absorbée également par effet Thomson.

Nous constatons donc que, dans le cas (a), l'effet Thomson s'ajoute à l'effet Joule, tandis que dans le cas (b) il s'en déduit, de sorte que la puissance-chaleur à évacuer pour maintenir le régime permanent est plus grande dans le cas (a) que dans le cas (b).

15.5.2 Effet Seebeck

Définition

L'**effet Seebeck** (ou thermoélectrique) est l'apparition d'une force électromotrice dans un circuit constitué de **deux métaux** (ou de deux semi-conducteurs) différents, dont les jonctions sont à des températures différentes.

Développement

Considérons le système représenté dans la figure 15.4. Les lettres A et B désignent les deux métaux utilisés. La jonction de droite est en contact avec une source froide à température T_1 , tandis que celle de gauche est en contact avec une source chaude à température T_2 . Le conducteur B est interrompu et ses deux extrémités sont reliées à un voltmètre V à haute résistance interne, de façon que pratiquement aucun courant ne circule dans le circuit. De plus, ces deux extrémités baignent dans une enceinte isotherme E maintenue à une température intermédiaire entre T_1 et T_2 , ce qui équivaut au fait que l'interruption ne présente aucune résistance thermique.

Comme dans le paragraphe précédent, modélisons le phénomène en admettant qu'il est **unidimensionnel**. Pour fixer les idées, admettons que le sens positif de la coordonnée curviligne X corresponde au sens trigonométrique.

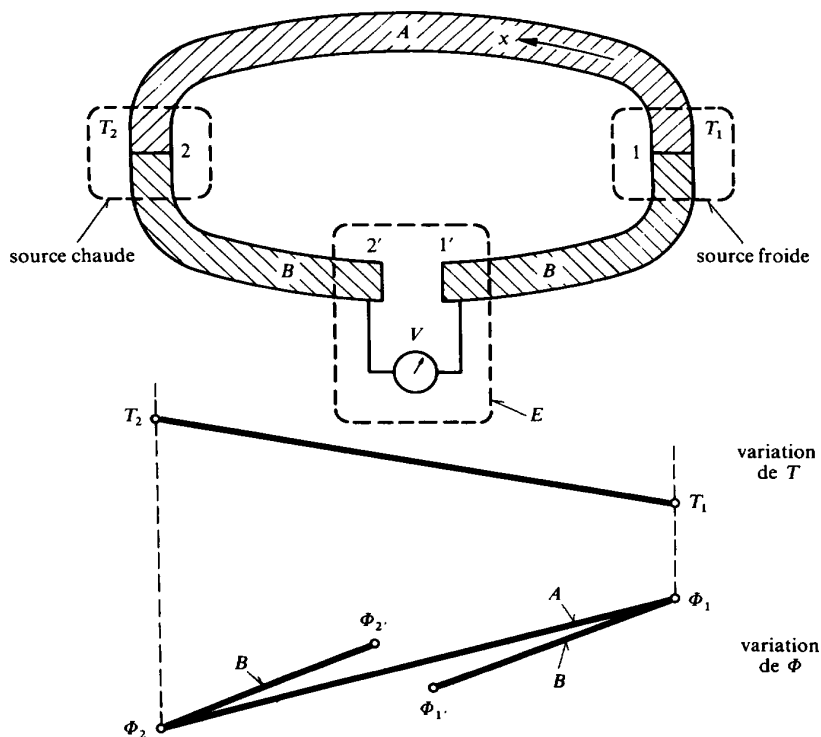


Fig. 15.4 Circuit thermoélectrique et variations relatives de ε_b et ε_a dans le cas où $\varepsilon_b > \varepsilon_a$.

Etant donné que $\bar{J}_e = 0$, la relation (15.70) donne, en régime permanent:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dX} &= -\varepsilon \frac{dT}{dX} \\ d\Phi &= -\varepsilon dT \end{aligned} \quad (15.92)$$

Intégrons cette équation différentielle en suivant le sens trigonométrique. Nous obtenons:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_2 - \Phi_1 &= -\int_1^2 \varepsilon_a dT \\ \Phi_{2'} - \Phi_2 &= -\int_2^{2'} \varepsilon_b dT \\ \Phi_1 - \Phi_{1'} &= -\int_{1'}^1 \varepsilon_b dT \end{aligned} \right\} \quad (15.93)$$

L'élimination de Φ_1 et Φ_2 par addition des trois relations ci-dessus donne la *force électromotrice*:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \int_1^2 (\varepsilon_b - \varepsilon_a) dT \quad (15.94)$$

Pouvoir thermoélectrique

Introduisons le *pouvoir thermoélectrique* ε_{ab} défini par la relation:

$$\varepsilon_{ab} \equiv \varepsilon_b - \varepsilon_a \approx 0 \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{K}} \right] \quad (15.95)$$

La *force électromotrice* mesurée par le voltmètre prend alors la forme simple:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \int_1^2 \varepsilon_{ab} dT \quad [\text{V}] \quad (15.96)$$

La valeur moyenne de $\bar{\varepsilon}_{ab}$ est donnée par la relation:

$$\bar{\varepsilon}_{ab} = \frac{\int_1^2 \varepsilon_{ab} dT}{\int_1^2 dT} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{T_2 - T_1} = \bar{\varepsilon}_b - \bar{\varepsilon}_a \quad (15.97)$$

Le pouvoir thermoélectrique $\bar{\varepsilon}_{ab}$ est donc la différence de potentiel obtenue par unité de différence de température entre les jonctions. Le pouvoir thermoélectrique ε_{ab} peut être positif ou négatif suivant les valeurs respectives des coefficients de Seebeck ε_a et ε_b qui sont eux-mêmes fonction de la température T . Avec du platine et du platine rhodié, ε_{ab} est de l'ordre de 40 microvolts par degré, alors qu'avec des semi-conducteurs il peut atteindre des valeurs de l'ordre de 1000 microvolts par degré.

L'effet Seebeck est à la base du fonctionnement des appareils appelés *thermo-couples* qui sont très utilisés dans la technique de mesure des températures.

15.5.3 Effet Peltier

Définition

L'*effet Peltier* (ou électrothermique) est l'absorption ou le dégagement d'énergie-chaleur qui accompagne le passage d'un courant électrique à travers une jonction isotherme constituée de deux métaux (ou de deux semi-conducteurs) différents, en régime permanent.

Développement

Considérons le système représenté dans la figure 15.5. Les lettres *A* et *B* désignent les deux métaux utilisés.

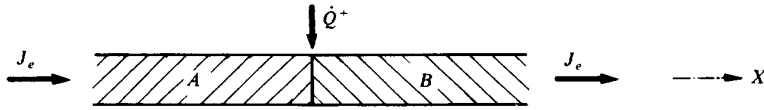


Fig. 15.5 Jonction isotherme constituée de deux métaux et traversée par un courant électrique.

Une fois encore, modélisons le phénomène en admettant qu'il est *unidimensionnel*. Le bilan de puissance (15.37) donne à la jonction, pour chacun des constituants *A* et *B*:

$$\begin{aligned} J_{ua} &= J_{qa} + \Phi J_{ea} \\ J_{ub} &= J_{qb} + \Phi J_{eb} \end{aligned} \quad (15.98)$$

Mais, par continuité, le flux électrique est le même à gauche et à droite de la jonction:

$$J_{ea} = J_{eb} = J_e \quad (15.99)$$

D'autre part, le bilan de puissance à la jonction s'exprime par:

$$\dot{Q}^+ = (J_{ub} - J_{ua}) F \quad (15.100)$$

où *F* est la section des conducteurs.

En tenant compte du fait que la jonction est isotherme, la relation (15.69) donne à la jonction, pour chacun des constituants *A* et *B*:

$$\begin{aligned} J_{qa} &= \varepsilon_a T J_e \\ J_{qb} &= \varepsilon_b T J_e \end{aligned} \quad (15.101)$$

L'élimination des six flux J_{ea} , J_{eb} , J_{ua} , J_{ub} , J_{qa} et J_{qb} entre les sept équations (15.98) à (15.101) (l'équation (15.99) comptant pour deux) donne finalement la puissance-chaleur \dot{Q}^+ absorbée en régime permanent sous la forme:

$$\dot{Q}^+ = (\varepsilon_b - \varepsilon_a) T J_e F \quad (15.102)$$

qui avec la définition (15.95) du *pouvoir thermoélectrique* ε_{ab} devient:

$$\dot{Q}^+ = \varepsilon_{ab} T J_e F \quad (15.103)$$

Coefficient de Peltier

Introduisons le *coefficient de Peltier* Π_{ab} défini par la relation :

$$\Pi_{ab} \equiv \varepsilon_{ab} T \gtrless 0 \quad [\text{V}] \quad (15.104)$$

Cette définition est connue sous le nom de *seconde relation de Kelvin*.

Puits et source d'énergie-chaleur

Remarquons aussi que le produit $J_e F$ n'est autre que le courant I qui circule dans les conducteurs. La puissance-chaleur absorbée au cours du phénomène prend alors la forme simple :

$$\dot{Q}^+ = \Pi_{ab} I \quad [\text{V}] \quad (15.105)$$

Nous constatons que cette puissance-chaleur est proportionnelle au courant I . Le coefficient de Peltier Π_{ab} est donc la puissance-chaleur correspondant à l'unité de courant traversant la jonction. Remarquons que, suivant les valeurs respectives des coefficients de Seebeck ε_a et ε_b , c'est-à-dire suivant le signe du pouvoir thermoélectrique ε_{ab} , le coefficient de Peltier Π_{ab} peut être positif ou négatif. Lorsque le courant passe du métal A au métal B , nous aurons :

- absorption d'énergie-chaleur si $\varepsilon_b > \varepsilon_a$ (puits)
- dégagement d'énergie-chaleur si $\varepsilon_b < \varepsilon_a$ (source)

15.6 APPLICATIONS DES EFFETS THERMOÉLECTRIQUES

15.6.1 Générateur thermoélectrique

Description

Un *générateur thermoélectrique* est un appareil qui consomme de l'énergie-chaleur reçue d'une source chaude, et fournit de l'énergie électrique. Son fonctionnement est basé sur les effets thermoélectriques décrits dans les sections précédentes.

Il est constitué d'éléments semi-conducteurs de types n et p disposés en parallèle au point de vue thermique et en série au point de vue électrique. Afin de simplifier l'exposé, considérons un générateur thermoélectrique constitué d'un seul couple d'éléments appelé *module*, tel que celui représenté schématiquement par la figure 15.6.

La face supérieure du module, ayant tendance à se refroidir, est susceptible d'absorber de la chaleur au niveau de température T_h de la source chaude. La face inférieure, ayant tendance à s'échauffer, est susceptible de dégager de la chaleur au niveau de température T_a de la source froide.

Le voltmètre V permet de mesurer la tension U_r créée par le générateur, et la résistance R joue le rôle d'utilisateur. La jonction des éléments n et p du côté de la source chaude est réalisée par l'intermédiaire d'une plaque conductrice s , généralement en cuivre.

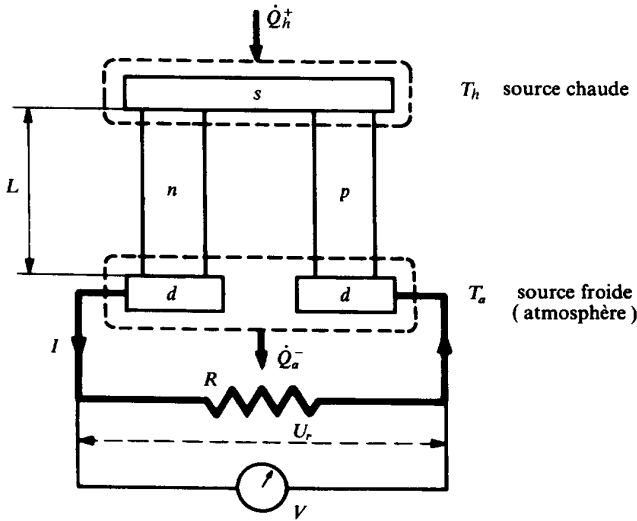


Fig. 15.6 Module de générateur thermoélectrique.

Développement

La présence de la plaque conductrice s ne modifie pas le fonctionnement qui serait obtenu si cette jonction était directe. En effet, remarquons tout d'abord que l'effet Seebeck n'en est pas affecté, puisque la plaque s est supposée isotherme.

Remarquons ensuite que les effets Peltier entre p et s et entre s et n sont respectivement, en vertu de (15.95), (15.104) et (15.105):

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{ps}^+ &= \Pi_{ps} I = \varepsilon_{ps} T_h I = (\varepsilon_s - \varepsilon_p) T_h I \\ \dot{Q}_{sn}^+ &= \Pi_{sn} I = \varepsilon_{sn} T_h I = (\varepsilon_n - \varepsilon_s) T_h I\end{aligned}\quad (15.106)$$

de sorte que la puissance-chaleur résultante absorbée par effet Peltier est bien:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{ph}^+ &= \dot{Q}_{ps}^+ + \dot{Q}_{sn}^+ = (\varepsilon_n - \varepsilon_p) T_h I \\ \dot{Q}_{ph}^+ &= \varepsilon_{pnh} T_h I = \Pi_{pnh} I\end{aligned}\quad (15.107)$$

De même, la présence des plaques conductrices intermédiaires d ne modifie rien, puisqu'elles sont toutes deux à la température T_a de la source froide.

Le système est le siège d'un effet Thomson que nous négligeons, car il est faible par rapport aux autres effets.

Le système est aussi le siège d'un transfert-chaleur par conduction thermique le long des éléments n et p . La puissance-chaleur correspondante est donnée par les relations:

$$\dot{Q}_\ell = K (T_h - T_a) \quad [\text{W}] \quad (15.108)$$

$$K = \frac{\lambda_n F_n + \lambda_p F_p}{L} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \quad (15.109)$$

dans lesquelles nous avons :

- λ_n et λ_p coefficients de conduction thermique
- F_n et F_p sections transversales
- L longueur commune des éléments n et p

La portion n - p du circuit est enfin le siège d'un effet Joule produisant la puissance-chaleur :

$$\dot{Q}_j = R_{np} I^2 \quad (15.110)$$

où R_{np} est la résistance électrique de la portion n - p du circuit.

Si nous admettons que cette puissance se répartit également entre les deux sources chaude et froide, la puissance-chaleur \dot{Q}_h^+ reçue de la source chaude est donnée par le bilan :

$$\dot{Q}_h^+ = \dot{Q}_{ph}^+ + \dot{Q}_\ell - \frac{1}{2} \dot{Q}_j \quad (15.111)$$

La puissance-chaleur \dot{Q}_a^- fournie à la source froide est, par analogie :

$$\dot{Q}_a^+ = \dot{Q}_{pa}^- + \dot{Q}_\ell + \frac{1}{2} \dot{Q}_j \quad (15.112)$$

où \dot{Q}_{pa}^- est la puissance-chaleur résultante dégagée par effet Peltier :

$$\dot{Q}_{pa}^- = \varepsilon_{pna} T_a I = \Pi_{pna} I \quad (15.113)$$

Efficacité

L'*efficacité* ε_m du *générateur thermoélectrique* est définie, comme celle d'un moteur thermique bitherme, par la relation (voir relation (13.43)) :

$$\varepsilon_m \equiv \frac{\dot{E}_e^-}{\dot{Q}_h^+} < 1 \quad (15.114)$$

dans laquelle \dot{E}_e^- est la puissance électrique utile :

$$\dot{E}_e^- = U_r I \quad (15.115)$$

En vertu de l'équation (15.70) et par un raisonnement analogue à celui utilisé au paragraphe 15.5.2, nous obtenons la tension U_r par la relation :

$$U_r = \bar{\varepsilon}_{pn} (T_h - T_a) - (\rho_{en} L J_{en} + \rho_{ep} L J_{ep}) \quad (15.116)$$

dans laquelle nous avons :

- $\bar{\varepsilon}_{pn}$ pouvoir thermoélectrique moyen
- ρ_{en}, ρ_{ep} résistivités des éléments n et p

Le second terme de la relation (15.116), qui n'est autre que la chute de tension due à l'effet Joule, peut s'écrire :

$$\frac{\rho_{en}L}{F_n} J_{en} F_n + \frac{\rho_{ep}L}{F_p} J_{ep} F_p = R_{np} I \quad (15.117)$$

de sorte que cette relation prend la forme :

$$U_r = \bar{\varepsilon}_{pn} (T_h - T_a) - R_{np} I \quad (15.118)$$

L'efficacité du générateur est donc :

$$\varepsilon_m = \frac{\bar{\varepsilon}_{pn} (T_h - T_a) I - R_{np} I^2}{\bar{\varepsilon}_{pn} T_h I + K (T_h - T_a) - \frac{1}{2} R_{np} I^2} < 1 \quad (15.119)$$

Remarquons que, selon la théorie des cycles (voir relation (13.41)), nous avons le bilan :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_e^- &= \dot{Q}_h^+ - \dot{Q}_a^- \\ \dot{E}_e^- &= \dot{Q}_{pc}^+ - \dot{Q}_{pa}^- - \dot{Q}_j \\ \dot{E}_e^- &= [\varepsilon_{pnh} T_h - \varepsilon_{pna} T_a - R_{np} I] I \end{aligned} \right\} \quad (15.120)$$

Cette expression est légèrement différente du numérateur de ε_m (cela est dû au fait que nous avons négligé l'effet Thomson). En réalité, elle devient identique si nous admettons :

$$\varepsilon_{pnh} (T_h) \equiv \varepsilon_{pna} (T_a) \equiv \bar{\varepsilon}_{pn} \quad (15.121)$$

de sorte que l'efficacité prend la forme :

$$\varepsilon_m = \frac{\bar{\varepsilon}_{pn} (T_h - T_a) I - R_{np} I^2}{\bar{\varepsilon}_{pn} T_h I + K (T_h - T_a) - \frac{1}{2} R_{np} I^2} \quad (15.122)$$

Nous obtenons l'efficacité maximale ε_m^* en faisant l'hypothèse de la réversibilité, c'est-à-dire en admettant :

- qu'il n'y a pas de transfert-chaleur par conduction : $K = 0$
- qu'il n'y a pas d'effet Joule : $R_{np} = 0$

Dans ce cas, la relation (15.122) se réduit à l'expression :

$$\varepsilon_m^* = 1 - \frac{T_a}{T_h} < 1 \quad (15.123)$$

qui n'est autre que le facteur de Carnot relatif aux sources T_h et T_a

Rendement exergetique

Le *rendement exergetique* η du *générateur thermoélectrique* est défini par la relation (voir relation (13.45)) :

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}_e^-}{\dot{E}_{qh}^+} = \frac{\varepsilon_m}{1 - \frac{T_a}{T_h}} \leq 1 \quad (15.124)$$

où \dot{E}_{qh}^+ est l'exergie-chaleur reçue de la source chaude :

$$\dot{E}_{qh}^+ = \left(1 - \frac{T_a}{T_h} \right) \dot{Q}_h^+ \quad (15.125)$$

Dans le cas d'un générateur réversible, nous avons évidemment :

$$\eta^* = 1 \quad (15.126)$$

Remarques

En pratique, un générateur thermoélectrique est constitué de plusieurs dizaines de modules n et p disposés en parallèle au point de vue thermique et en série au point de vue électrique,

Les inconvénients de ce type de générateur sont :

- faible efficacité, en général inférieure à 10 %
- coût élevé

Les avantages sont les suivants :

- absence de pièces en mouvement, donc d'usure et de bruit
- grande fiabilité
- grande souplesse d'utilisation

15.6.2 Thermopompe thermoélectrique

Description

Une *thermopompe thermoélectrique* est un appareil qui consomme de l'énergie électrique reçue d'un générateur, et fournit de l'énergie-chaleur à une source chaude. Son fonctionnement est l'inverse de celui du générateur thermoélectrique étudié au paragraphe 15.6.1.

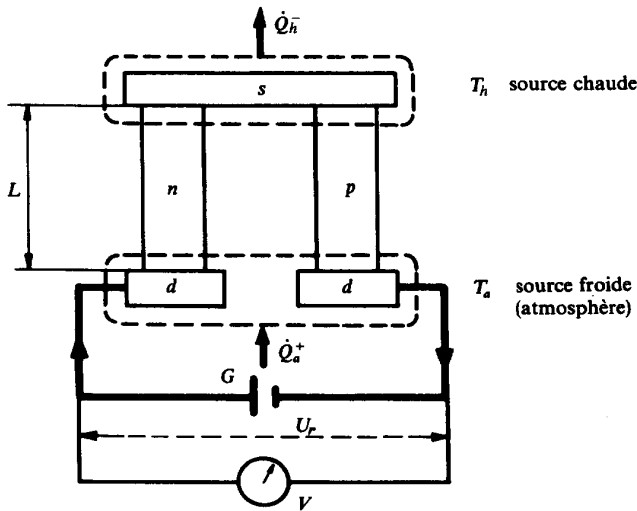


Fig. 15.7 Module de thermopompe thermoélectrique.

Il est constitué en principe des mêmes éléments que l'appareil précédent. Mais l'utilisateur R est remplacé par un générateur d'énergie électrique G , comme le montre la figure 15.7.

Développement

Par analogie avec les développements du paragraphe précédent, nous obtenons en principe des relations semblables, mais avec des modifications de signe:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Q}_h^- &= \dot{Q}_{ph}^- - \dot{Q}_\ell + \frac{1}{2} \dot{Q}_j \\ \dot{Q}_a^+ &= \dot{Q}_{pa}^+ - \dot{Q}_\ell - \frac{1}{2} \dot{Q}_j \\ U &= \bar{\varepsilon}_{pn} (T_h - T_a) + R_{np} I \end{aligned} \right\} \quad (15.127)$$

Efficacité

L'efficacité ε_h de la thermopompe est définie par la relation (voir relation (13.91)):

$$\varepsilon_h \equiv \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{E}_e^+} > 1 \quad (15.128)$$

ce qui donne:

$$\varepsilon_h = \frac{\bar{e}_{pn} T_h I - K(T_h - T_a) + \frac{1}{2} R_{np} I^2}{\bar{e}_{pn} (T_h - T_a) I + R_{np} I^2} > 1$$

$$\varepsilon_h^* = \frac{T_h}{T_h - T_a} > 1$$
(15.129)

Rendement exergétique

Le *rendement exergétique* η de la *thermopompe* est défini par les relations (relation (13.93)):

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}_{qh}^-}{\dot{E}_e^+} = \left(1 - \frac{T_a}{T_h}\right) \varepsilon_h \leq 1$$

$$\eta^* = 1$$
(15.130)

Remarque

Les inconvénients et les avantages de ce type de thermopompe sont les mêmes que ceux des générateurs. La valeur de l'efficacité ε_h est en général inférieure à 2. De plus, le coût de l'alimentation en courant continu à forte intensité est élevé.

15.6.3 Frigopompe thermoélectrique

Description

Une *frigopompe thermoélectrique* est un appareil qui consomme de l'énergie électrique reçue d'un générateur, et soutire de l'énergie-chaleur d'une source froide.

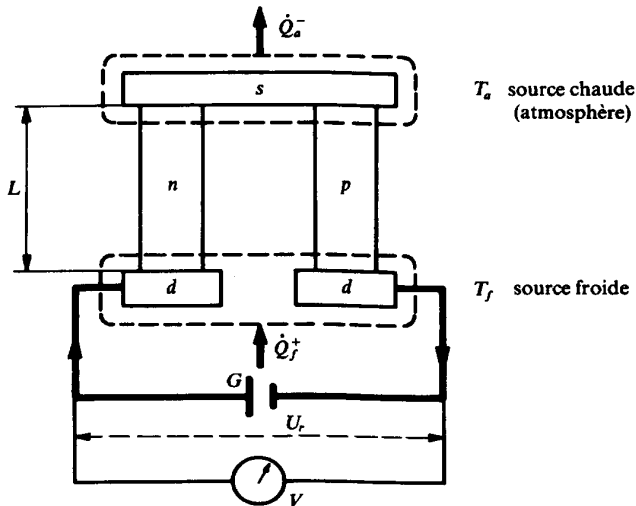


Fig. 15.8 Module de frigopompe thermoélectrique.

Son fonctionnement est analogue à celui de la thermopompe étudiée au paragraphe précédent. Seuls, les niveaux de température sont décalés vers le bas.

Il est constitué des mêmes éléments que la thermopompe, comme le montre la figure 15.8.

Les relations de base sont exactement les mêmes que celles du paragraphe précédent.

Efficacité

L'**efficacité ε de la frigopompe** est définie par la relation (voir relation (13.100)):

$$\varepsilon_f \equiv \frac{\dot{Q}_f^+}{\dot{E}_e^+} \geq 1 \quad (15.131)$$

ce qui donne:

$$\varepsilon_f = \frac{\bar{\varepsilon}_{pn} T_f I - K(T_a - T_f) - \frac{1}{2} R_{np} I^2}{\bar{\varepsilon}_{pn} (T_a - T_f) I + R_{np} I^2} \geq 1 \quad (15.132)$$

$$\varepsilon_f^* = \frac{T_f}{T_a - T_f} \geq 1$$

Le **rendement exergetique η de la frigopompe** est défini par la relation (voir relation (13.102)):

$$\eta \equiv \frac{\dot{E}_{qf}^-}{\dot{E}_e^+} = \left(\frac{T_a}{T_f} - 1 \right) \varepsilon_f \leq 1 \quad (15.133)$$

$$\eta^* = 1$$

Les inconvénients et les avantages de ce type de frigopompe sont les mêmes que ceux des thermopompes. La valeur de l'efficacité ε_f est en général inférieure à 1.

Bibliographie

- [1] ASHRAE – Handbook Fundamentals. Publ. *American Society of Heating, Refrigerating and Air conditioning Engineers*, Atlanta, 1997.
- [2] BAEHR H.D., SCHMIDT E.F. – Definition und Berechnung von Brennstoffexergien. *VDI*, Nr 15, 1963.
- [3] BAEHR H.D., BERGMANN E., BOSNJAKOVIC F., GRASSMANN P., VAN LIER J.J.C., RANT Z., RÜGENER H., SCHMIDT K.R. – Energie und Exergie. *VDI*, Düsseldorf, 1965.
- [4] BAEHR H.D. – Thermodynamik. *Springer*, Berlin, 1973.
- [5] BAILLY M. – Thermodynamique technique, vol. 1, 2a, 2b et 3. *Bordas*, Paris-Montréal, 1971.
- [6] BEJAN A. – Advanced Engineering Thermodynamics. *Wiley*, New York, 1997.
- [7] BERCHTOLD M. – Zur Bewertung thermodynamischer Prozesse. *Schweizerische Bauzeitung*, H. 12, März 1970.
- [8] BERCHTOLD M. – Thermodynamik I u. II, Vorlesung. *AMIV*, Eidg. tech. Hochschule, Zürich, 1979.
- [9] BERG A. – A Technical Basis for Energy Conservation. *Mechanical Engineering*, N° 30, May 1974.
- [10] BIDARD R. – Thermopropulsion et Turbomachines, vol. 1 et 2. *Ecole nat. sup. de l'aéronautique*, Toulouse, 1965.
- [11] BIDARD R., BONNIN J. – Energétique et Turbomachines. *Eyrolles*, Paris, 1979.
- [12] BLANC Ch. – Les équations différentielles de la technique. *Editions du Griffon*, Neuchâtel, 1947.
- [13] BOLLIGER R. – Evaluation des paramètres de l'équation de Lan-Borel pour l'eau. *Rapport interne LENI, EPFL*, 2004.
- [14] BOREL L. – Stabilité de réglage des installations hydroélectriques. *Payor*, Lausanne, Dunod, Paris, 1960.
- [15] BOREL L. – Coefficients thermodynamiques. *Bulletin technique de la Suisse romande*, N° 9, mai 1963.
- [16] BOREL L. – Fonctions d'état, bilans de travail, pertes et rendement thermodynamiques. *Bulletin technique de la Suisse romande*, N° 19 et 20, septembre et octobre 1965.
- [17] BOREL L. – Méthode thermodynamique pour la détermination du rendement des machines hydrauliques. *Bulletin technique de Vevey*, 1966.
- [18] BOREL L. – Chiffres caractéristiques adimensionnels en turbomachines. *Bulletin technique de Vevey*, 1967.
- [19] BOREL L. – Centrale thermique de Chavalon, essais de réception de la chaudière, du turbo-groupe et des tours de refroidissement. *Institut de thermodynamique et de machines thermiques, EPFL*, 1967.
- [20] BOREL L. – Centrale thermique de Comaux, essais de réception. *Institut de thermodynamique et de machines thermiques, EPFL*, 1971.
- [21] BOREL L. – Application pratique de la méthode thermodynamique pour la détermination du rendement des machines hydrauliques. *Bulletin technique de Vevey*, 1973.

- [22] BOREL L. – Systématique des coefficients thermiques et calorifiques. *Entropie*, N° 53, septembre-octobre 1973.
- [23] BOREL L. – Economie énergétique et exergie. *Institut de thermodynamique, EPFL*, 1974.
- [24] BOREL L., MORISOD R. – Application de la comptabilité exergetique au problème du chauffage à distance en Suisse. *Institut de thermodynamique, EPFL*, 1975.
- [25] BOREL L. – Théorie générale de l'exergie et applications pratiques. *Entropie*, N° 85, 86 et 87, 1979.
- [26] BOREL L. – Etude pseudo-tridimensionnelle des écoulements fluides autour des aubes de turbo-machines. *Bulletin technique de Vevey*, 1978, 1979 et 1980.
- [27] BOREL L., MORF J.-J., SILBERRING L., STRAHM C. – Pompes à chaleur, vol. I et II. *Institut de thermodynamique, EPFL*, 1981.
- [28] BOREL L., MORF J.-J., SARLOS G., SUTER P. – Projet d'Ecole ENERGIE, rapport final. *EPFL*, 1981.
- [29] BOSNAKOVIC F. – Technische Thermodynamik, I, u. II. Teil, *Theodor Steinkopff*, Dresden, 1971.
- [30] BRIDGMAN P.W. – A Complete Collection of Thermodynamic Formulas. *Physical Review*, Vol. III, 1914.
- [31] BRUN G. – Thermodynamique des machines à fluide compressible. *J. & R. Sennac*, Paris, 1959.
- [32] BUCHET E. – Analyse énergétique des centrales thermiques et nucléaires à vapeur et à gaz. *Institut de thermodynamique, Université de Liège*, 1974.
- [33] BURER M., FAVRAT D. *et al.* – Multicriteria Optimisation of a District Heating Cogeneration Plant Integrating a Solid Oxide Fuel Cell-Gas Turbine Combined Cycle, Heat Pumps and Chillers, *Energy. The International Journal*, 28/6: pp. 497–518, 2003.
- [34] BUVET R. – Thermodynamique chimique. *Presses Universitaires de France*, Paris, 1971.
- [35] CARNOT S. – Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance. *Librairie Bachelier*, Paris, 1824.
- [36] CHAHINE Ch., DEVAUX Ph. – Thermodynamique statistique. *Dunod*, Paris, 1970.
- [37] CHAMBADAL P. – Les machines thermiques. *Armand Colin*, Paris, 1952.
- [38] CHAMBADAL P. – Evolution et applications du concept d'entropie. *Dunod*, Paris, 1963.
- [39] CHAMBADAL P. – La thermodynamique. *Eyrolles*, Paris, 1974.
- [40] CHARTIER P., GROSS M., SPIEGLER K.S. – Applications de la thermodynamique du non-équilibre. *Hermann*, 1975.
- [41] COLOMBI Ch. – Le diagramme enthalpie-potentiel thermodynamique. *Dunod*, Paris, 1940.
- [42] CRAVALHO E.G., SMITH J.L. *Engineering Thermodynamics. MIT*, 1981 (ISBN 0-273-01604-0).
- [43] DARRIEUS G. – Définition du rendement thermodynamique des turbines à vapeur. *Revue générale de l'électricité*, tome 27, 1930.
- [44] DE GROOT S.R. – Thermodynamics of Irreversible Processes. *North-Holland Publishing Company*, Amsterdam, 1963.
- [45] DE HALLER P. – Das Verhalten von Tragflügelgittern in Axialverdichtern und im Windkanal. *VDI-Berichte*, Nr 3, 1955.
- [46] DOBLER R. – Etude de la formation des oxydes d'azote dans une chambre de combustion de turbine à gaz alimentée en huile légère. *Laboratoire de thermodynamique, thèse N° 491, EPFL*, 1983.
- [47] DODE M. – Le deuxième principe de la thermodynamique. *Société d'édition d'enseignement supérieur* Paris, 1965.
- [48] DYMOND J.H., SMITH E.B. – The Second Virial Coefficient of Pure Gases and Mixtures : A Critical Compilation. *Clarendon Press*, Oxford, 1969.
- [49] DZUNG L.S. – Beiträge zur Thermodynamik der realen Gase. *Schweizer Archiv*, Nr 10, 1944.
- [50] DZUNG L.S. – Thermostatische Zustandsänderungen des trockenen und des nassen Dampfes. *ZAMP* Nr 6, 1955.
- [51] DZUNG L.S., ROHRBACH W. – Enthalpie – Entropie – Diagramme für Wasserdampf und Wasser. *Springer*, Berlin, 1955.

- [52] DZUNG L.S. – Einfluss der Verbrennung auf den thermischen Wirkungsgrad einfacher Gasturbinenprozesse. *BBC-Mitt.*, Nr 43, 1956.
- [53] DZUNG L.S., ROHRBACH W. – Berechnung der thermodynamischen Differentialquotienten für Wasserdampf, *BWK*, B. 13, Nr 10, 1961.
- [54] DZUNG L.S. – Was ist Wärme? *Schweizerische Bauzeitung*, Nr 24 u. 30, 1970.
- [55] ECKERT B., SCHNELL E. – Axialkompressoren und Radialkompressoren, 2. Aufl., *Springer*, Berlin, 1961.
- [56] EICHELBERG G. – Die thermischen Eigenschaften des Wasserdampfes im technisch wichtigen Gebiet. *Forsch.-Arb. Ing.-Wes.*, H. 220, Berlin, 1920.
- [57] EVERETT D.H. – Thermodynamique chimique. *Dunod*, Paris, 1965.
- [58] FLATT R. – Communications personnelles. Laboratoire de mécanique des fluides, *EPFL*, 1965 à 1982.
- [59] FORD K.W., ROCHLIN G.I., SOCOLOW R.H. – Efficient Use of Energy. *American Institute of Physics*, New York, 1975.
- [60] GIBERT R. – Thermodynamique chimique. *Eyrolles*, Paris, 1970.
- [61] GLANDORF P., PRIGOGINE I. – Structure, stabilité et fluctuations. *Masson & Cie*, Paris, 1971.
- [62] GOUR-JEN Su – Modified Law of Corresponding State. *Ind. Eng. Chem. (intern. Ed.)*, 38: p. 308, 1946.
- [63] GOUY G. – Sur les transformations et l'équilibre en thermodynamique. Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, *Gauthiers-Villars & fils*, Paris, 1889.
- [64] GRASSMANN P. – Physikalische Grundlagen der Verfahrenstechnik. *Sauerländer*, Aarau, 1970.
- [65] GRIGULL U. – Technische Thermodynamik. *Walter de Gruyter & CO*, Berlin, 1966.
- [66] GUGGENHEIM E.A. – Thermodynamique. *Dunod*, Paris, 1965.
- [67] HAYWOOD R.W. – A Critical Review of the Theorems of Thermodynamic Availability, with Concise Formulations. *Journal Mechanical Engineering Science*, vol. 16, N° 3, 1974.
- [68] HEITMÜLLER R.J. et al. – Lignite-Fired Niederhaussem K Aims for Efficiency of 45% and More. *Modern Power System*, May 1999.
- [69] HEYWOOD J.B. – Internal Combustion Engine Fundamentals. *McGraw-Hill*, New York, 1988.
- [70] HOUBERECHTS A. – L'exergie. *Revue EPE*, vol. VII, N° 34, Louvain, 1970.
- [71] HOUBERECHTS A. – La thermodynamique technique. Tomes I et II. *Vander*, Bruxelles, 1975.
- [72] HUANG, F.F., Engineering Thermodynamics. Fundamentals and Applications. *McMillan Publ./Prentice Hall*, New York, 1988.
- [73] HUBER M.L., ELY J.F. – A Predictive Extended Corresponding States Model for Pure and Mixed Refrigerants Including an Equation of State for R134a. *Int J. Refrigeration*, 17: pp. 18-31, 1994.
- [74] HULL J.R., UHERKA K.L. – Magnetic Heat Pumps for Near Room Temperature. *Energy*, Vol 14, N°4, 1989.
- [75] JACOBSEN R.T., STEWART R.B. – Thermodynamic Properties of Nitrogen Including Liquid and Vapor Phases from 63K to 2000K with Pressures to 10000 bars. *J.Phys. Chem. Ref. Data*, 2: pp. 757-922, 1973.
- [76] JAUMOTTE A.L. – Au sujet de la définition du rendement des turbomachines adiabatiques comportant une variation d'énergie cinétique entre l'entrée et la sortie. *Bulletin de la classe des Sciences de l'Académie Royale de Belgique*, N° 12, 1952.
- [77] JAUMOTTE A.L., GAIVAO A. – Choix des fluides et des cycles thermodynamiques pour les installations motrices à basse et moyenne températures. *Revue EPE*, vol. XV, N° 34, Louvain, 1980.
- [78] JOEL R. – Basic Engineering Thermodynamics. *Longman*, London, 1971.
- [79] KANE M., FAVRAT D. – Synthesis and Optimization Approach for Integrated Solar Combined Cycle Systems Based on Pinch Technology. (Part I: Heat Recovery Levels). *Int. Journal of thermal Sciences*, 38: pp. 501-511, 1999.
- [80] KEENAN J.H., KAYE J. – Gas Tables. *Wiley*, New York, 1948.

- [81] KEHLHOFER R. – Combined-Cycle Gas & Steam Turbine Power Plants. *PennWell Publishing Company*, Tulsa, USA-Oklahoma, 1997.
- [82] KOTAS T.J. – The Exergy Method of Thermal Plant Analysis. *Krieger*, Malabar (Florida), 1995.
- [83] KUNG R. – Thermodynamique générale et applications. *Technip*, Paris, 1980.
- [84] KROMS M. A. – Energieverluste und ihre Ursachen. *Wärme*, Band N° 79, 1973.
- [85] KRUSCHIK J. – Die Gasturbine, 2. Aufl. *Springer*, Wien, 1960.
- [86] LARMINIE J., DICKS A. – Fuel Cell Systems Explained (2nd ed). *Wiley*, 2003.
- [87] LEE J.F., SEARS F.W., TURCOTTE D.L. – Statistical Thermodynamics. *Addison-Wesley Publishing Company, Inc*, Massachusetts, 1973.
- [88] LEE B.I., KESLER M.G. – A Generalized Thermodynamic Correlation Based on Three-Parameter Corresponding States. *Aiche Journal*, Vol 21, N° 3, pp. 510-527, Mai 1975.
- [89] LE GOFF P. – Energy Utilisation Efficiency by and for Human Beings. *Revue générale de Thermique*, N° 181, janvier 1977.
- [90] LINNHOFF B. *et al.* – A User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy. *The Institution of Chemical Engineers*, U.K. 1982.
- [91] MAHAN B.H. – Thermodynamique chimique. *Ediscience*, Paris, 1969.
- [92] MARCHAL R. – La thermodynamique et le théorème de l'énergie utilisable. *Dunod*, Paris, 1956.
- [93] MARÉCHAL F. – Méthode d'analyse et de synthèse thermodynamiques des procédés industriels. Thèse de doctorat, Laboratoire d'analyse et de synthèse des systèmes chimiques, Faculté des Sciences appliquées, *Collection des publications N° 164*, Université de Liège, 1995.
- [94] MARTINOT-LAGARDE A. – Thermique classique et introduction à la mécanique des évolutions irréversibles. *Dunod*, Paris, 1971.
- [95] MERAER R. – Physique. Laboratoire de Physique Expérimentale, *EPFL*, 1972.
- [96] MOEBUS W. – Die Exergie der Mehrstoffgemische – Anwendung auf das Gemisch feuchte Luft. *Lufi und Kältetechnik*, 1972 u., 1973.
- [97] MORAN M.J. – Availability Analysis: A Guide to Efficient Energy Use. *ASME Press*, New York, 1989.
- [98] MUNSTER A. – Thermodynamique des processus irréversibles. *Presses Universitaires de France*, Paris, 1966.
- [99] NGUYEN DINH Lan – Equations d'état et coefficient de Joule-Thomson. Laboratoire de thermodynamique, thèse N° 454, *EPFL*, 1982.
- [100] NIST – Chemistry WebBook, <http://webbook.nist.gov/chemistry/form-ser.html>, 2004.
- [101] OUZIAUX R. – Application des notions d'exergie et d'anergie à la théorie des machines thermiques. *Ecole nat. sup. d'arts et métiers*, Paris, 1975.
- [102] PENG D.Y., ROBINSON D.B. – A New Two-Constant Equation of State. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **15**:pp.59-64, 1976.
- [103] PITZER K.S., CURL R.F. – The Thermodynamic Properties of Fluids. *Inst. Mech. Eng.*, London, 1957.
- [104] PLANCK M. – Thermodynamik, Vorlesungen. *Walter de Gruyter & Cie*, Berlin, 1954.
- [105] RACKETT H.G. – Equation of State for Saturated Liquids. *J. Chem. Eng. Data*, **15**, 514, 1970.
- [106] RANT Z. – Exergie, ein neues Wort für «technische Arbeitsfähigkeit». *Forsch.-Ing.-Wes*, Nr **22**, 1956.
- [107] RANT Z., GASPERSIC B. – Ein allgemeines Temperatur-Enthalpie-Exergie-Diagramm für Verbrennungsgase. *VDI*, Düsseldorf, 1972.
- [108] REDLICH O., KWONG J.N.S. – On the Thermodynamics of Solutions. *Chem Rev.*, **44**: pp. 233-244, 1949.
- [109] REID R.C. *et al.* – The Properties of Gases & Liquids. *Mc Graw-Hill*, New York, 1987.
- [110] REISTAD G.M. – Available Energy Conversion and Utilization in the United States. *Journal of Engineering for Power*, 1975.
- [111] ROCARD Y. – Thermodynamique. *Masson et Cie*, Paris, 1967.

- [112] RÖGENER H. – Anwendung des Exergiebegriffs auf den Dampfkraftprozess. *Elektrizitätswirtschaft*, N° 60, 1961.
- [113] RÖGENER H. – Technische Thermodynamik, Vorlesungen. *Technischen Universität, Hannover*, 1970.
- [114] ROGERS G.F.C., MAYHEW Y.R. – Engineering Thermodynamics Work and Heat Transfer. *Longman*, London, 1980.
- [115] ROSIN P., FEHUNG R. – Das i,t-Diagramm der Verbrennung. *VDI*, Berlin, 1929.
- [116] ROSSEL J. – Physique générale. *Editions du Griffon*, Neuchâtel, 1960.
- [117] ROY M. – Thermodynamique macroscopique. *Dunod*, Paris, 1964.
- [118] SARLOS G., HALDI P.-A., VERSTRAETE P. – Systèmes énergétiques. *PPUR*, Lausanne, 2003.
- [119] SCHMIDT E. – Properties of Water and Steam in SI-Units. *Springer*, Berlin, 1969.
- [120] SCHMIDT E. – Technische Thermodynamik, B. I und II. *Springer*, Berlin, 1975 und 1977.
- [121] SEIPPEL C. – Considérations sur les centrales à vapeur de production d'énergie *Revue Brown Boveri*, octobre 1950.
- [122] SERRUYS M. – Passage de l'énergie chimique au travail ou à l'énergie électrique. *Entropie*, N° 82, 1978.
- [123] SHAPIRO A.H. – The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, vol. I and II. *The Ronald Press Company*, New York, 1953 and 1954.
- [124] SMITH J.M., VAN NESS H.C. – Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics. *McGraw-Hill*, Singapore, 1987.
- [125] SOAVE G. – Equilibrium Constants from the Modified Redlich-Kwong Equation of State. *Chem. Eng. Sci.*, 27: pp.1197-1203, 1972.
- [126] STAINE F., FAVRAT D. – Energy Integration of Industrial Processes Based on the Pinch Analysis Method Extended to Include Exergy Factors. *Journal of Applied Thermal Eng.*, Vol.16, pp. 497-507, 1996.
- [127] STEIMLE F., SUTTOR K.-H. – Bewertung von Massnahmen zur rationellen Energieverwendung. *Energie*, Nr II, 1976.
- [128] STODOLA A. – Dampf – und Gasturbinen. 6. Aufl., *Springer*, Berlin, 1924.
- [129] SZARGUT J., MORRIS D.R., STEWARD F.R. – Exergy Analysis of Thermal, Chemical, and Metallurgical Processes. *Hemisphere Publ.*, New York, 1988.
- [130] TILLNER-ROTH R., BAEHR H.D. – An International Standard Formulation of the Thermodynamic Properties of 1,1,1,2-tetrafluoroethane (HFC 134a) Covering Temperatures from 170K to 455K at Pressures up to 70 Mpa. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 23 (5): pp.657-729, 1994.
- [131] TISZA L. – Generalized Thermodynamics. *M.I.T. Press*, Massachusetts, 1966.
- [132] TRATZSCHER W. – Exergetische Beurteilung technischer Verbrennungsreaktionen. *Energietechnik*, N° 12, 1962.
- [133] TRAUPEL W. – Thermische Turbomaschinen, 1. u. 2. Band. *Springer*, Berlin, 1966 und 1968.
- [134] TRAUPEL W. – Die Grundlagen der Thermodynamik. G. Braun. *Springer*. Karlsruhe, 1971.
- [135] TRUTNOVSKY K. – Berührungsfreie Dichtungen, 2. Aufl., *VDI*, Berlin, 1964.
- [136] VAN LIER J.J.C. – Thermodynamische processen in de centrale en mogelijkheden tot het verbeteren van deze processen. *Argus*, Amsterdam, 1963.
- [137] VAN WYLEN G.J., SONNTAG R.E. – Fundamentals of Classical Thermodynamics. *John Wiley and Sons, Inc.*, New York, 1976.
- [138] VITTOZ B. – Théorie des processus irréversibles et phénomènes de relaxation et d'hystérèse en anélasticité. *Helvetica Physica Acta*, vol. 47, 1974.
- [139] VITTOZ B. – Information et entropie. *Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences naturelles*, N° 97, 1978.
- [140] VON SPAKOVSKY M.R. – The Design and Performance Optimization of Thermal Systems. *J. of Eng for Gas Turbine and Power*, ASME, 112(1): pp.86-93, 1990.
- [141] WU Ch.H. – A General Theory of Three-Dimensional Flow in subsonic and supersonic Turbomachines of Axial Radial and Mixed-Flow Types. *Trans. ASME* N° 74, 1952.

- [142] YOUNGLOVE B.A., MCLINDEN M.O. – An International Standard Equation-of-State Formulation of the Thermodynamic Properties of Refrigerant 123 (2,2-dichloro-1,1,1-trifluoroethane). *J. Phys. Ref. Data* **23**(5): pp.731-779, 1994.
- [143] YOURGRAU W., VAN DER MERWE A., RAW G. – Treatise on Irreversible and Statistical Thermodynamics. *Macmillan Company*, New York, 1966.

Notations, terminologie et unités

Les grandeurs massiques et molaires sont représentées respectivement par des lettres latines minuscules et minuscules surmontées d'un tilde. Exemple :

v volume massique en m^3/kg

\tilde{v} volume molaire en m^3/kg

- Les grandeurs correspondant aux limites de saturation sont distinguées par les signes ' , " ou " . Exemple :

v' volume massique d'un liquide saturé

v'' volume massique d'une vapeur saturée

v''' volume massique d'un solide saturé.

- Les grandeurs rapportées à un état de référence, indiqué par l'indice 0, sont distinguées par le signe ^ et par le préfixe sur. Exemple :

$\hat{h} = h - h_0$ surenthalpie massique.

- Les grandeurs totales sont distinguées par l'indice c ou cz. Exemple :

$$h_c = h + \frac{C^2}{2} \quad h_{cz} = h + \frac{C^2}{2} + gZ$$

- Les différentielles totales, les formes différentielles, les dérivées partielles et locales, les dérivées particulières et les accroissements sont désignés respectivement par les symboles d, δ , ∂ , D et Δ . Exemple :

$$dh \quad \delta Q \quad \frac{\partial h}{\partial P} \quad \frac{\partial h}{\partial t} \quad \frac{Dh}{Dt} \quad \Delta h$$

- Les grandeurs reçues et données par un système sont distinguées respectivement par les signes + et -. Exemple :

E^+ énergie-travail reçue par le système, de l'extérieur

E^- énergie-travail donnée par le système, à l'extérieur.

	Symboles	Grandeurs	Unités	Références
A	A	énergie-travail	J	1.3.8
	A	affinité chimique	J	(2.131)
	A	célérité de propagation d'onde	m/s	(4.98)
	A_L	vitesse de Laval	m/s	(4.115)

	a	énergie-travail, massique	J/kg	(1.25)
	a_i	activité	—	(1.131)
B	\bar{B}	moment cinétique	J s	(3.119)
	b	covolume	m ³ /kg	5.5.1
C	\bar{C}	vitesse absolue	m/s	4.1.4
	COP_h	coefficient de performance de chauffage		(13.91)
	COP_f	coefficient de performance de réfrigération		(13.100)
	Cr	nombre de Crocco	—	(4.144)
	c	énergie cinétique absolue massique	J/kg	2.1.1
	c	chaleur spécifique d'un solide ou d'un liquide	J/(K kg)	(5.157)
	c_p	chaleur spécifique isobare	J/(K kg)	(2.31)
	c_v	chaleur spécifique isochore	J/(K kg)	(2.28)
	c_σ	chaleur spécifique polytrophe	J/(K kg)	(2.27)
	c_i	concentration (teneur) massique de i	kg _i /kg	(6.3)
	\tilde{c}_i	concentration (teneur) molaire de i	kmol _i /kg	(6.4)
	\bar{c}_p	chaleur spécifique isobare molaire	J/(K kmol)	(6.64)
	\bar{c}_v	chaleur spécifique isochore molaire	J/(K kmol)	(6.61)
D	\bar{D}	quantité de mouvement	N s	(3.114)
E	E	énergie-travail technique	J	1.3.13
	\dot{E}	puissance-travail technique	W	(1.45)
	\dot{E}_q	exergie-chaleur	W	10.2.5
	\dot{E}_y	exergie-transformation	W	10.2.6
	e	énergie-travail technique massique	J/kg	(4.15)
F	F	énergie libre	J	1.1.4
	F	frontière		(3.2)
	f	énergie libre massique	J/kg	(1.1)
	f_i	fugacité	Pa	(1.136)
G	G	enthalpie libre	J	1.1.4
	g	accélération terrestre	m/s ²	
	g	enthalpie libre massique	J/kg	(1.1)
H	H	enthalpie	J	(1.28)
	\dot{H}_{cz}	débit-enthalpie totale	W	(1.49)
	h	enthalpie massique	J/kg	(1.29)
	h^*	enthalpie massique d'un mélange gaz-vapeur	J/kg	(7.24)
	h_c	enthalpie totale massique	J/kg	(4.67)
	h_{cz}	enthalpie totale massique	J/kg	(1.31)
	\bar{h}	enthalpie molaire	J/kmol	(6.52)
J	J	coénergie	J	(10.52)

	J_{cz}	coénergie totale	J	(10.54)
	\bar{J}	flux relatif à A		3.1.2
	\bar{J}_e	flux de charges électriques	A/m ²	(15.2)
	\bar{J}_q	flux d'énergie-chaleur	W/m ²	(15.1)
	\bar{J}_s	flux d'entropie	W/(K m ²)	(15.41)
	\bar{J}_u	flux total d'énergie	W/m ²	(15.37)
	j	coénergie massique	J/kg	(10.53)
K	K	coenthalpie	J	(10.68)
	\dot{K}_{cz}	débit-coenthalpie totale	W	(10.35a)
	\bar{K}	force	N	3.6
	k	constante de Boltzmann	J/(K-molécule)	(5.14)
	k	coenthalpie massique	J/kg	(10.69)
	k_c	coenthalpie totale massique	J/kg	(10.284)
	k_{cz}	coenthalpie totale massique	J/kg	(10.35b)
	\bar{k}	coenthalpie molaire	J/kmol	(11.73)
L	L	perte exergétique en énergie	J	(10.41)
	L_{ik}	coefficients phénoménologiques	...	(15.4)
	\dot{L}	perte exergétique en puissance	W	(10.42)
	\dot{L}_{ch}	perte exergétique due à une réaction chimique	W	12.1.3
	\dot{L}_d	perte exergétique due à une diffusion	W	(10.154)
	\dot{L}_r	perte exergétique due à une dissipation	W	(10.116)
	\dot{L}_t	perte exergétique due à un transfert-chaleur avec chute de température	W	(10.138)
	La	nombre de Laval	—	(4.143)
	ℓ	perte exergétique massique	J/kg	(13.21)
M	M	masse	kg	
	\dot{M}	débit-masse	kg/s	(1.38)
	M^0	quantité de substance	Nm ³	5.4.5
	Ma	nombre de Mach	—	(4.108)
	m	masse relative	—	(11.1)
	m	masse d'une molécule	kg/molécule	(5.12)
	\bar{m}	masse molaire	kg/kmol	(5.51)
N	N	quantité de substance	kmol	5.4.5
	N	vitesse de rotation	rad/s	4.1.4
	Na	Nombre d'Avogadro	molécules/kmol	(5.54)
P	P	Pression	Pa	
	P_a	pression de l'atmosphère	Pa	
	P_c	pression totale	Pa	(4.65)

	P_i	pression partielle du constituant i	Pa	6.2.2
	\tilde{p}	énergie vP massique	J/kg	4.1.5
	\tilde{p}_c	énergie vP totale massique	J/kg	4.1.5
	\tilde{p}_{cz}	énergie vP totale massique	J/kg	4.1.5
	\tilde{p}_n	énergie vP massique, à n constant ($n = T, s$ ou σ)	J/kg	4.1.5
Q	Q	énergie-chaleur	J	(1.21)
	\dot{Q}	puissance-chaleur	W	(1.45)
	q	énergie-chaleur, massique	J/kg	(1.25)
	q_{fus}	chaleur de fusion	J/kg	5.11.3
	q_{sub}	chaleur de sublimation	J/kg	5.11.4
	q_{vap}	chaleur de vaporisation	J/kg	5.11.2
R	R	dissipation	J	(1.85)
	\dot{R}	puissance de dissipation	W	(1.95)
	\vec{R}	rayon-vecteur	m	(3.119)
	r	dissipation massique	J/kg	(2.2)
	r	constante massique d'un gaz	J/(K kg)	(5.26)
	\tilde{r}	constante universelle des gaz	J/(K kmol)	(5.59)
S	S	entropie	J/K	1.5.2
	S^d	entropie de diffusion	J/K	(6.27)
	S^e	entropie due aux opérations externes	J/K	(1.64)
	S^i	entropie due aux opérations internes	J/K	(1.64)
	S^x	entropie due aux irréversibilités internes autres que celles donnant S'' et S'	J/K	(1.94)
	S^m	entropie due à un transferts de masse entre le système et l'extérieur	J/K	(1.84)
	S^q	entropie due à un transfert-chaleur entre le système et l'extérieur	J/K	(1.70)
	S^r	entropie due à une dissipation interne	J/K	(1.85)
	S^t	entropie due à un transfert-chaleur interne avec chute de température	J/K	(1.89)
	\dot{S}	débit-entropie	W/K	(6.99)
	\bar{S}	section de passage	m ²	
	\tilde{s}	énergie Ts massique	J/kg	(4.192)
	\tilde{s}_n	énergie Ts massique, à n constant ($n = P, T$ ou σ)	J/kg	4.7.3
	s	entropie massique	J/(K kg)	(1.84)
	s_i	entropie massique partielle du constituant i	J/(K kg)	(6.33)
	\bar{s}	entropie molaire	J/(K kmol)	(1.117)
T	T	température thermodynamique	K	(1.11)
	T_a	température de l'atmosphère	K	

	T_c	température totale	K	(4.66)
	T_{lim}	température limite (psychrométrie)	K	7.5.4
	\vec{T}	résultante des moments des forces	J	3.7
	t	temps	s	
U	U	énergie interne	J	1.3.3
	U_{cz}	énergie interne totale	J	(1.15)
	\vec{U}	vitesse circonférentielle	m/s	4.1.4
	u	énergie interne massique	J/kg	(1.16)
	u_{cz}	énergie interne totale massique	J/kg	(1.16)
	\tilde{u}	énergie interne molaire	J/kmol	(6.47)
V	V	volume	m ³	1.1.4
	\dot{V}	débit-volume	m ³ /s	(4.4)
	v	volume massique	m ³ /kg	(1.1)
	v_c	volume massique total	m ³ /kg	(4.64)
	v_i	volume massique partiel du constituant i	m ³ /kg	(6.23)
	\tilde{v}	volume molaire	m ³ /kmol	(5.55)
W	\vec{W}	vitesse relative	m/s	4.1.4
	w^*	taux d'humidité d'un mélange gaz-vapeur	—	(7.4)
X	x	titre (en vapeur) d'un mélange	—	(3.98)
Y	Y	énergie-transformation	J	(1.52)
	\dot{Y}	puissance-transformation	W	(1.52)
	y	titre de solide	—	(5.127)
Z	Z	altitude	m	(1.12)
A	α_v	facteur de compression isochore	—	(2.16)
	$\alpha...$	facteur calorifique, isénergie, isenthalpe, isentrope ou polytrope	—	2.4.2
B	β_p	facteur de dilatation isobare	—	(2.17)
	$\beta...$	facteur calorifique, isénergie, isenthalpe, isentrope ou polytrope	—	2.4.2
	$\Gamma...$	facteur calorifique, isénergie, isenthalpe, isentrope ou polytrope	—	2.4.2
	γ_t	facteur de compressibilité isotherme	—	(2.18)
	$\gamma...$	facteur calorifique, isénergie, isenthalpe, isentrope ou polytrope	—	2.4.2
	γ	rapport calorifique	—	(2.35)
	$\underline{\Delta h}^o$	pouvoir énergétique isobare massique d'un combustible, supérieur ou inférieur	J/kg	11.4
	$\underline{\Delta \tilde{h}}^o$	pouvoir énergétique isobare molaire d'un combustible, supérieur ou inférieur	J/kmol	11.4

	Δj^0	pouvoir exergétique isochore massique d'un combustible	J/kg	11.6
	$\Delta \tilde{j}^0$	pouvoir exergétique isochore molaire d'un combustible	J/kmol	11.6
	Δk^0	pouvoir exergétique isobare massique d'un combustible	J/kg	11.6
	$\Delta \tilde{k}^0$	pouvoir exergétique isobare molaire d'un combustible	J/kmol	11.6
	Δu^0	pouvoir énergétique isochore massique d'un combustible, supérieur ou inférieur	J/kg	11.4
	$\Delta \tilde{u}^0$	pouvoir énergétique isochore molaire d'un combustible, supérieur ou inférieur	J/kmol	11.4
E	ε	efficacité d'un système	—	(10.14)
	ε	coefficient de Seebeck	V/K	(15.61)
	ε_{ab}	pouvoir thermoélectrique	V/m	(15.95)
	ε_h	efficacité de chauffage	—	(13.91)
	ε_{hf}	efficacité d'un système de thermo-frigopompe	—	(13.109)
	ε_f	efficacité de réfrigération	—	(13.100)
	ε_m	efficacité motrice	—	(13.43)
H	ε_{mh}	efficacité d'un système de moteur à cogénération	—	(13.56)
	η	rendement exergétique d'un système quelconque	—	(10.168)
	$\eta_H \dots$	rendement d'un canal chauffé, isobare, isotherme ou polytrophe	—	4.7.3
	$\eta_C \dots$	rendement d'un compresseur, isotherme, isentrope ou polytrophe	—	4.8.2
	$\eta_R \dots$	rendement d'un canal refroidi, isobare, isotherme ou polytrophe	—	4.7.3
	$\eta_T \dots$	rendement d'une turbine, isotherme, isentrope ou polytrophe	—	4.8.2
	Θ	facteur de Carnot	—	(10.36)
K	κ	chiffre de soufre	—	(11.177)
	κ	coefficient de conduction électrique	1 / (Ω m)	(15.2)
	Λ	diffusivité thermique	m ² /s	3.4.3
	λ	coefficient de conduction thermique	W/(K m)	3.4.3
	λ	facteur d'air	—	(11.6)
M	μ	coefficient de viscosité dynamique	kg/(m s)	(5.2)
	μ_e	potentiel électrochimique	J/part	(15.28)
	μ_i	potentiel chimique	J/kg	(1.134)
N	ν	chiffre d'azote	—	(11.178)
	ν	coefficient de viscosité cinématique	m ² /s	(5.3)
	ξ	état d'avancement d'une réaction chimique	—	(2.128)

	π	rapport de pression	–	(4.209)
	π_{ab}	coefficient de Peltier	V	(15.104)
P	ρ	masse volumique	kg/m ³	1.1.4
	ρ_e	résistivité électrique	Ω m	15.1.2
	σ	facteur polytrophe	–	(2.21)
	σ	intensité volumique d'une source de A	U / (m ³ s)	3.1.2
	σ	chiffre de carbone	–	(11.68)
	σ_q	puissance volumique d'une source d'énergie-chaleur	W/m ³	(3.79)
	σ_s	puissance volumique d'une source d'entropie	W/(K m ³)	3.5.1
T	τ	rapport de température	–	(4.208)
	τ	coefficient de Thomson	V/K	(15.90)
	Φ	potentiel électrique	V	(15.2)
	ψ	degré de saturation d'un mélange gaz-vapeur	–	(7.7)
	φ	teneur molaire en air des gaz de combustion	–	(11.202)
X	χ	rapport de volume	–	(11.5)
	φ	humidité relative d'un mélange gaz-vapeur	–	(7.9)
W	ω	facteur acentrique		(5.110)
Z	ζ	facteur d'imperfection	–	(5.73)

Index

- absorbeur, 752
 - accumulateur d'énergie thermique, 483
 - acentrique (facteur), 267
 - acide phosphorique, 587
 - activité, 64, 590
 - adiabate, 4, 11, 84, 360, 371
 - (transformation), 360, 371
 - affinité, 66, 102, 590, 762
 - chimique, 770
 - agitation thermique, 223, 225, 233
 - (énergie cinétique d'), 226, 229, 233
 - (énergie potentielle d'), 226
 - air
 - de combustion, 511
 - stœchiométrique, 514
 - alcaline (pile à combustible), 586
 - Amagat (loi d'), 298, 300
 - anergie, 499
 - anode, 586
 - atmosphère moyenne, 549
 - aubages
 - d'un compresseur, 215
 - d'une turbine, 215
 - auto-inflammation, 584
 - Avogadro
 - (loi d'), 246, 249, 509, 512, 588
 - (nombre d'), 247, 588
 - bâche d'alimentation, 697
 - Bernoulli (relation de), 151
 - Benedict-Webb-Rubin (équation de), 269
 - biatomique, 239
 - bilan(s)
 - d'énergie, 22, 118, 120, 420
 - de masse, 24, 116
 - de moment cinétique, 130, 144
 - de quantité de mouvement, 129, 144
 - des grandeurs extensives, 107
 - énergétique(s), 413, 503, 533, 540, 541, 546, 602
 - entropique, 48
 - exergetique(s), 422, 500, 503
 - exergetique et énergetique, 492
 - local, 110, 114
 - local d'énergie, 121
 - local d'entropie, 128
 - particulaire, 112
 - particulaire de masse, 117
 - spatial, 114
 - spatial d'énergie, 120
 - spatial d'énergie interne totale, 138
 - spatial d'entropie, 128
 - spatial de moment cinétique, 131, 144
 - spatial de quantité de mouvement, 130, 144
 - substantiel, 111
- bithermes, 634
- bivariant(s), 62, 82, 231
- blocage sonique, 169, 180, 185
- boîte de van't Hoff, 558, 561
- Boltzmann (constante de), 57, 235, 249
- Bombe calorimétrique de Mahler, 523
- bouilleur, 752
- Boyle-Mariotte,
 - (courbe de), 264
 - (loi de), 245
- Brayton (cycle de), 715
- brouillard, 340, 344
- calorimétrique de Mahler, 523
- canal
 - avec étranglement, 189, 450
 - chauffé, 194
 - de section constante, 162
 - refroidi, 194
- carbonate fondu, 587
- Carnot
 - (cycle de), 50, 640, 652, 665, 685, 714
 - (facteur de), 418, 422, 435
 - (formulation de), 45
 - (principe de), 1

- (pseudo-cycles de), 652
- cathode, 586
- célérité de propagation d'onde, 164
- Celsius (degré), 77
- chaleur(s), 4, 16
 - d'absorption, 752
 - de désorption, 752
 - de fusion, 231, 323
 - de liquéfaction, 257
 - de réaction, 506
 - de sublimation, 231
 - de vaporisation, 231, 257, 323
 - spécifique des solides, 284
 - spécifique du solide, 323
 - spécifique isobare, 88, 323
 - spécifique isochore, 88
 - spécifique polytrope, 88
 - spécifiques, 250, 577
- chambre de combustion, 593
- changement de phase, 79
- chaudière à vapeur, 601
 - (efficacité d'une), 608
 - (rendement exergetique d'une), 609
- chauffage
 - à distance, 710
 - d'un mélange, 335
 - par énergie électrique, 461
 - par énergie mécanique, 461
 - par énergie-chaleur, 469
 - par énergie-transformation, 474
- chiffre
 - d'azote, 568
 - de carbone, 567
 - de soufre, 568
- Clapeyron (diagramme de), 362
- Clausius (formulation de), 42
- Clausius-Clapeyron (équation de), 282
- climatisation (installation de), 347
- cliquetis, 584
- coefficient(s)
 - de conduction électrique, 763
 - de conduction thermique, 122, 775
 - de performance de chauffage, 416, 659
 - de performance de réfrigération, 417
 - de Seebeck, 775
 - de Thomson, 780
 - de viscosité cinématique, 228
 - de viscosité dynamique, 228
 - phénoménologiques, 763, 776
 - stœchiométriques, 514
- coénergie, 422, 425
 - d'un combustible, 567
 - totale, 425
- coenthalpie, 422, 429
 - totale, 429
- cogénération, 622
- cognement, 584
- comburant, 505
- combustible, 505
 - gazeux, 526, 555
 - liquide, 525
 - solide, 525
 - solide ou liquide, 555
 - (injection de), 542
 - (surénergie interne d'un), 542
 - (surenthalpie d'un), 537
- combustibles solides, 532
- combustion, 505
 - complète, 509
 - incomplète, 565
 - (propriétés thermodynamiques des gaz de), 576
 - (vitesse de), 582
- composition du combustible, 511
- compresseur, 204, 490, 739
 - (aubage de), 217
 - (étage de), 217
 - (rendement exergetique d'un), 490
 - (rendements polytrope, isentropes et isotherme d'un), 207
- compression, 224
- comptabilité exergetique, 419
- concentration
 - massique du constituant i , 297
 - molaire, 301
 - molaire du constituant i , 297
- condensation, 319
- condenseur, 686, 739
- conduction, 229
 - électrique pure, 763
 - thermique, 581
 - thermique pure, 763
- cône des débits, 181
- constante
 - de Boltzmann, 57, 235, 249
 - de Faraday, 588
 - massique, 232, 238
 - molaire universelle, 249
 - molaire universelle des gaz parfaits, 248
 - moléculaire universelle, 235, 249
- continuité, 117
- convection, 227
- corps réels, 272
- couplages, 764

- courbe(s)
 - d'inversion de l'effet Joule-Thomson, 263
 - de Boyle-Mariotte, 264
 - de Fanno, 162
 - de Rayleigh, 175
 - de saturation, 272, 327
 - de saturation et point critique, 258
 - isotitres, 260
 - polytropes, 364
- covolume, 251
- création d'entropie, 38, 48
- critique
 - (point), 258
 - (isotherme), 258
- Crocco
 - (nombre de), 189
 - (vitesse de), 173
- cycle(s)
 - à absorption-diffusion, 754
 - à cogénération, 653
 - à vapeur supercritique, 732, 733
 - bithermes de pompe à chaleur, 656
 - bithermes moteurs, 636
 - bithermes moteurs à cogénération, 648
 - combiné gaz-vapeur, 732, 734
 - combiné, avec pile à combustible, 738
 - de Carnot, 640, 685, 714
 - de Carnot, de Stirling et de Ericsson inversés, 660, 665
 - de Ericsson, 644, 715
 - de frigopompes, 665
 - de Hirn, 687
 - de Joule ou de Brayton, 715
 - de pompe à chaleur, 635
 - de pompe à chaleur de chauffage et de réfrigération (thermo-frigopompe), 666
 - de pompe à chaleur de réfrigération (frigopompes), 661
 - de Rankine, 687
 - de Stirling, 644
 - de turbine à gaz, 715
 - moteur, 635
 - thermodynamique, 623
 - tritherme de pompe à chaleur, 753
- d'Alembert (équation de), 158
- Dalton (loi de), 298, 302
- débit-coenthalpie totale, 441
- débit-enthalpie, 535
 - totale, 24
- débit-entropie, 128, 316
- débit-masse, 22, 187
 - surfacique, 162
- débit-surenthalpie, 535
- débit-volume, 134
- Debye (température de), 286
- défaut de masse, 124
- déflagration, 583
- dégradation de l'énergie, 36
- degré(s)
 - de liberté, 240
 - de saturation, 319
- délai d'inflammation, 584
- déplacement généralisé, 60
- désorption (chaleur de), 752
- détendeur, 739
- détonation, 583
- dévalorisation, 35, 47, 61
- diagramme
 - de Mollier, 325
 - des vitesses, 143
 - h - s (ou de Mollier), 373
 - $\ln P$ - h (ou des frigoristes), 381
 - $\ln T$ - s (ou polytropique), 377
 - P - v (ou de Clapeyron), 362
 - T - s (ou entropique), 366
 - thermodynamiques, 83, 385
- diaphragme, 189, 190
- différentielle totale, 26, 49, 50
- diffuseur, 183
- diffusion, 39, 229, 301, 305, 581, 764
 - thermique, 764
- diffusivité thermique, 122
- dilatation
 - (facteur de), 85
 - thermique, 226
- dissipation, 32, 33, 46, 48, 61, 81, 126, 139, 227, 229, 305, 445
- dissociation, 533, 547, 581
- Dufour (effet), 764
- Dulong et Petit (loi de), 285
- ébullition, 330
- échelle de température, 77
- économie énergétique, 491
- écoulement
 - sonique, 180, 185
 - subsonique, 177
 - supersonique, 170, 186
 - unidimensionnel, 135
- effet
 - Dufour, 764
 - frigorifique, 436, 664

- Joule, 123, 781
- Joule-Thomson, 262
- Peltier, 762, 783
- Seebeck, 762, 781
- thermoélectriques, 764, 770, 779, 785
- Thomson, 764, 779, 781
- efficacité, 45, 415, 503
 - de chauffage, 416, 659, 754
 - de chauffage de la thermopompe à absorption, 755
 - de la chambre de combustion, 598
 - de la chaudière, 608
 - de la frigopompe, 792
 - de réfrigération, 417, 665
 - de réfrigération (coefficient de performance de réfrigération), 663
 - de réfrigération de la frigopompe à absorption, 758
 - du cycle de thermo-frigopompe, 668
 - du moteur, 618
 - du récupérateur, 728
 - du turbogroupe, 701
 - électrochimique, 589
 - motrice, 640, 689
 - motrice de turbine à gaz, 719
- électrochimique (efficacité), 591
- électrolyte, 586
- énergétique, 481
 - (approche), 411
 - (bilan), 411, 413, 481
 - (économie), 491
 - (pouvoirs), 516
 - (système), 492
- énergie
 - cinétique d'agitation thermique, 226, 229
 - cinétique de rotation, 239
 - cinétique moyenne, 13
 - interne, 6, 13, 66, 250, 580
 - interne totale, 13, 15
 - interne, enthalpie et chaleurs spécifiques, 239
 - libre, 6, 7, 66, 99
 - potentielle d'agitation thermique, 226
 - potentielle d'interaction, 226
 - potentielle de situation, 227
 - Ts , 148
 - vP , 148
 - -chaleur, 5, 8, 16, 17, 89, 138, 469
 - -transformation, 24, 474
 - -travail, 5, 17, 138
 - -travail de transvasement, 22
 - -travail technique, 22
- enthalpie(s), 6, 19, 66, 250, 580
 - de formation, 519
 - de réaction, 506
 - libre, 6, 7, 66, 99
 - libre de formation, 562
 - libre partielle, 71
 - totale, 19, 151
 - totale relative, 152
- entropie, 6, 38, 99, 580
 - de diffusion, 303, 304
 - partielle, 298
 - statique, 149
- équation(s)
 - d'état, 82, 84, 86, 244
 - d'état cubiques, 267
 - d'état des gaz parfaits, 238
 - d'état du viriel, 266
 - d'état sous forme réduite, 261
 - d'Euler, 144
 - de Benedict-Webb-Rubin, 269
 - de Clausius-Clapeyron, 281, 282
 - de continuité, 134
 - de d'Alembert, 158
 - de Lee-Kesler, 269
 - de Nernst, 591
 - fondamentale de Gibbs, 62
 - fondamentales, 147
 - fondamentales d'un système fermé homogène, 81
 - phénoménologiques, 764
- équilibre
 - bloqué, 103, 104
 - chimique, 101
 - (constante d'), 560
 - indifférent, 103, 104
 - instable, 103
 - mécanique, 99
 - métastable, 103, 104
 - physique, 100
 - quasi statique, 63
 - stable, 5, 103, 104
 - thermique, 9, 99
 - thermochimique, 557
 - thermodynamique, 97
- équipartition de l'énergie, 239
- Ericsson (cycle de) 646, 665
- étage(s)
 - de compresseur, 215, 216
 - de turbine, 215, 216
- état
 - (changement d'), 230
 - d'avancement d'une réaction chimique, 102

- (équation d'), 82, 86, 230
- macroscopique, 51
- métastables, 257
- microscopique, 51
- normal, 248
- thermodynamique, 5
- thermodynamique total, 153
- Euler (équation d'), 144
- évaporateur, 739
- évaporation, 319
- exergétique, 411, 418, 481, 505
- exergie
 - -chaleur, 422, 434
 - de diffusion, 563
 - -transformation, 422, 437
 - -transformation du réseau de combustion, 599
- expérience
 - de Gay-Lussac-Joule, 446
 - de Joule, 11
- explosion, 581
- facteur(s)
 - acentrique, 267
 - calorifique(s), 85, 86, 88, 89, 97
 - d'air, 510, 571, 575
 - d'imperfection, 251
 - de Carnot, 418, 422
 - de compressibilité, 85
 - de compressibilité isentrope, 232
 - de compression, 85
 - de dilatation, 85
 - polytrophe(s), 83, 86-88
 - thermiques, 85, 96
- Fanno (courbes de), 162
- Faraday (constante de), 588
- fermé homogène, 81
- Fick (loi de), 764
- flamme, 581
- fluctuations, 766
- fluide(s)
 - compressible(s), 135, 191
 - de Lan-Borel, 271
 - de Van der Waals, 251
 - du viriel, 266
 - incompressible, 151, 192
 - réels, 95
- flux, 108
 - d'énergie par déplacement, 118
 - d'entropie par conduction thermique, 125
 - d'entropie par déplacement relatif, 125
 - de charges électriques, 123
 - généralisés, 764
 - par conduction, 109, 116, 118
 - par déplacement absolu, 108
 - par déplacement apparent, 108
 - par déplacement relatif, 109
 - total d'énergie, 772
- fonction(s) d'état, 6, 7, 26, 89, 90, 94
 - calorifiques, 8
 - extensives, 7
 - intensives, 7
 - partielle, 8
 - statiques et totales, 149
 - thermiques, 8
- forces généralisées, 764
- forme(s) différentielle(s), 26, 49, 81
- formule de Mayer, 240
- Fourier (loi de), 122, 763
- frigopompe, 45
 - à absorption, 757
 - à compression, 746
 - thermoélectrique, 791
- frontière, 2
 - particulière, 2
- frottement, 32
- fusion, 273, 283
- Gay-Lussac (loi de), 245
- Gay-Lussac-Joule (expérience de), 395, 446
- gaz, 533
 - de combustion complète, 511
 - (installation motrice à), 714
 - réels, 65
 - (théorie cinétique des), 232
- gaz parfaits, 37, 65, 95, 232, 241
 - (constante molaire universelle des), 248
 - (constante moléculaire universelle), 235
 - (constante massique d'un), 232, 238,
 - (énergie interne, enthalpie et chaleurs spécifiques des), 239
 - (équation d'état des), 238
 - (mélange de), 297
 - (propriétés générales des), 244
- gaz semi-parfaits, 95, 241
 - (constante molaire universelle des), 248
 - (constante massique d'un), 241
 - (énergie interne, enthalpie et chaleurs spécifiques des), 250
 - (mélange de), 297
 - (propriétés générales des), 244
- générateur thermoélectrique, 785
- Gibbs (équation de), 61, 62
- Gibbs-Duhem (relation de), 73
- grandeurs de parcours, 26

- Grove, 587
- Hirn (cycle de), 687
- huiles lourdes, 532
- humidité relative, 320
- incompressible, 155
- (fluide), 117
- indice
- d'octane, 585
 - de cétane, 586
- inflammabilité (limites d'), 582
- inflammation
- (auto-), 584
 - (délai d'), 584
 - (température d'), 581
- instable(s), 104, 253
- installation(s)
- à vapeur, 415
 - avec resurchauffe, 690
 - avec soutirage, 693
 - de cogénération, 710
 - de frigopompe, 417
 - de frigopompe à absorption, 757
 - de thermopompe, 416
 - de thermopompe à absorption, 754
 - motrices à gaz, 714
 - motrices à vapeur, 685
- intensité volumique d'une source, 109, 114
- invariant, 273
- irréversibilité(s), 229, 591
- irréversible(s), 28, 54
- isénerge, 84
- (transformation), 83
- isenthalpe, transformation, 83
- isentropie, 84
- (transformation), 83
- isobare, 84
- (transformation), 83
- isochore (transformation), 83
- isotherme
- critique, 258
 - (transformation), 83
- isotitre (courbe), 260
- joint à labyrinthe, 192
- Joule, 393
- (cycle de), 715
 - (effet), 123
 - (expérience de), 11
- Joule-Thomson
- (effet), 262
- (courbe d'inversion de l'effet), 263
- Kelvin, 44, 75
- (relations de), 780, 785
- Kelvin et Planck (formulation de), 45
- kilomole, 246
- Lan-Borel (fluides de), 271
- Laval
- (nombre de), 173
 - (rapport de pression de), 176
 - (tuyère de), 183
 - (vitesse de), 164, 166
- Lee-Kesler (équation de), 269
- limites d'inflammabilité, 582
- liquéfaction, 254
- liquide, 227
- saturé, 259
 - surchauffé, 257
- loi(s)
- d'Amagat, 298, 300
 - d'Avogadro, 246, 249, 509
 - d'Ohm, 763
 - de Boyle-Mariotte, 245
 - de Dalton, 298
 - de Dulong et Petit, 285
 - de Fick, 764
 - de Fourier, 122
 - de Gay-Lussac, 245
 - de Newton, 156
 - phénoménologiques, 761
- Mach (nombre de), 161
- machine thermique, 623
- Mahler (bombe calorimétrique de), 523
- masse
- molaire, 246
 - molaire du constituant i, 297
 - molaire du mélange, 297
 - moléculaire, 246
 - volumique, 6
 - volumique partielle, 298
- Maxwell (relations de), 89
- Mayer (formule de), 96
- mélange(s)
- (chaleurs spécifiques du), 309
 - (constante massique du), 308
 - de deux mélanges, 332
 - de gaz parfaits, 297
 - de gaz semi-parfaits, 297
 - (énergie interne du), 306
 - (enthalpie du), 307

- (entropie du), 305
- humide, 318, 320, 325
- irréversible, 300
- (masse volumique du), 304
- réversible, 299
- saturé, 318, 320, 325
- sec, 318, 320, 325
- mesure de débit, 192
- mètre cube normal, 248
- Mollier (diagramme de), 325
- monoatomique, 239
- monophasé, 5
- monotherme(s), 253, 628, 629
- monovariant, 83, 231, 258, 364
- moteur(s)
 - à combustion interne, 614
 - (cycles), 635, 636
 - (efficacité des), 640
 - (rendement exergétique des), 640
 - réversible, 45
- moteurs à cogénération
 - (cycles), 648
 - (efficacité des), 653
 - (rendement exergétique des), 653
- multiphasé, 5
- Nernst,
 - (équation de), 591
 - principe de, 1, 57
- nombre
 - d'Avogadro, 247, 588
 - de Crocco, 189
 - de Laval, 173
 - de Mach, 161
- Ohm (loi d'), 763
- onde(s)
 - (célérité de propagation d'), 156
 - de choc, 171
 - de détente, 169, 186
 - (propagation d'), 160
- Onsager et Casimir (principe de réciprocité d'), 765
- Ostwald (triangle d'), 572, 573
- oxyde solide, 587
- oxygène stœchiométrique, 511
- palier de saturation, 258
- paraisotherme (transformation), 386, 723
- proi(s)
 - conductrice(s), 10, 33
 - isolante, 10
 - semi-perméable, 299
- Peltier
 - (coefficient de), 785
 - (effet), 783
- Peng-Robinson (fluide de), 268
- perte(s)
 - d'activation, 592
 - de charge, 198
 - de charge (coefficient de), 167
 - ohmiques, 592
 - par transfert de charges, 592
- perte exergétique, 444
 - par diffusion, 458
 - par dissipation, 445
 - par transfert-chaleur, 451
 - par réaction chimique, 600, 607, 613, 617
- phase (changement de), 79
- phénoménologique, 1, 763
- piles à combustible, 586, 732
 - à acide phosphorique, 587
 - à carbonates fondus, 587
 - à électrolyte polymère, 586
 - à oxyde solide, 587
 - alcalines, 586
- pincement (théorie du), 455
- Planck, 44
- Plasma, 230
- point
 - d'arrêt, 153
 - de rosée, 346, 534, 538
 - triple, 75, 278, 322
- polytrophe(s), 374
 - (courbes), 364
 - (facteur), 86, 88
 - (transformation), 83
- pompe
 - à chaleur, 45, 738
 - à chaleur à absorption, 760
 - à chaleur à compression, 739
 - à chaleur chimique, 739
 - à chaleur magnétique, 739
 - à chaleur thermoélectrique, 739
 - hydrauliques, 210
- potentiel
 - chimique, 63, 64, 71
 - de Nernst, 589
 - électrique, 772
 - électrochimique, 770
- poussées, 222
- pouvoir(s)
 - calorifique, 506
 - énergétique(s), 506, 516, 523

- énergétiques inférieurs, 527
- énergétiques supérieurs, 527
- exergetique(s), 547, 548, 551, 552, 562
- thermoélectrique, 784, 788
- Prandtl (tube de), 154
- pression(s), 6, 237
 - de saturation, 320
 - dynamique, 151
 - interne, 251
 - partielle(s), 298, 311, 314, 318, 328
 - statique, 169
 - totale, 151
- Prigogine (théorème de), 768
- primage, 706
- principe
 - de Carnot, 1
 - de Nernst, 1
 - de réciprocité d'Onsager et Casimir, 765
 - Deuxième, 1, 28, 39
 - Premier, 1, 11, 16, 17, 23
 - Troisième, 57
 - Zéro, 1, 8, 9
- prix de l'énergie-chaleur, 496
- probabilité thermodynamique, 51, 54
- processus
 - réactifs, 505
 - thermomécaniques, 411
- produits de combustion, 505, 510
- propagation d'onde, 160
- propriétés générales des gaz parfaits et semi-parfaits, 244
- pseudo-cycles de Carnot, 652
- psychromètre, 342
- puissance
 - -chaleur, 23, 412
 - -transformation, 24, 412, 533, 735
 - -transformation du réseau de combustion, 534, 596
 - -travail, 23, 412
 - -travail de transvasement, 119
- puits, 108, 109
- Rankine (cycle de), 687
- rapport
 - calorifique, 89, 577
 - d'air, 517
 - de gaz de combustion, 574
 - de pression de Laval, 176
 - de produits de combustion, 518
 - de volume, 507, 516
- Rayleigh (courbes de), 175
- rayon hydraulique, 167
- rayonnement, 36, 547
- réactifs (processus), 505
- réaction
 - chimique, 36
 - nucléaire, 124
- réchauffeur à mélange, 481, 697
- récupérateur, 723
- Redlich-Kwong (fluide de), 268
- réfrigérateurs
 - (cycles de), 661
 - (efficacité des), 663
 - (installation à absorption), 757
 - (installation à compression), 746
 - (rendements exergetiques des), 664
 - thermoélectriques, 791
- réfrigération (unités de), 661
- refroidissement
 - par énergie-chaleur, 469
 - par énergie-transformation, 474
- régime
 - permanent, 24, 110
 - quasi permanent, 696
- règle
 - d'exclusion, 415
 - des mélanges, 532
- relation(s)
 - approchées pour les solides et les liquides, 288
 - de Bernoulli, 151
 - de Fanno, 163
 - de Kelvin, 780, 785
- rendement(s), 198
 - exergetique, 460, 461, 489, 503, 599, 640, 659, 664, 689, 754
 - exergetique de la chaudière, 609
 - exergetique de la frigopompe, 792
 - exergetique de la frigopompe à absorption, 759
 - exergetique de la thermopompe, 742
 - exergetique de la thermopompe à absorption, 755
 - exergetique de turbine à gaz, 719
 - exergetique du cycle de thermo-frigopompe, 668
 - exergetique du générateur thermoélectrique, 789
 - exergetique du moteur, 619
 - exergetique du turbogroupe, 702
 - d'une turbine et d'un compresseur, 207
 - isentropes, 207, 208
 - isobares, 200
 - isothermes, 200, 207, 208

- polytropes, 200, 207, 208
- thermique, 417
- réseau(x), 25, 413
- résistivité électrique, 123, 763
- resurchauffe (installation avec), 690
- réversible(s), 28, 54, 423, 557, 629

- saturation,
 - (courbe de), 258, 327
 - (degré de), 319
 - (palier de), 258
 - (pression de), 320
 - (taux d'humidité de), 319
 - (température de), 258
- Seebeck
 - (coefficient de), 783
 - (effet), 781
- semi-perméables (membranes), 557
- Soave (fluide de), 268
- solides,
 - (chaleur spécifique des), 284
 - (relations approchées relatives aux), 288
- solidification, 273
- sonique (écoulement), 161
- source(s), 108, 109, 116
 - d'énergie-chaleur, 123, 125, 781
 - d'entropie, 126, 774
 - thermique, 33, 623
- soutirage (installation avec), 693, 710
- stabilité, 5
- stables, 253
- Stirling (cycle de), 644, 665
- stœchiométriques, 510
- sublimation, 273, 284
- subsonique (écoulement), 161, 166
- supersonique (écoulement), 161, 166
- surcoénergie, 425
- surcoenthalpie, 429
- surcritique, 260, 733
- surénergie interne, 15
- surenthalpie, 20
- surentropie, 50
- surpression, 77
- surtempérature, 77
- système(s)
 - adiabate, 4, 11
 - fermé, 4
 - hermodynamique, 2
 - hétérogène, 403
 - homogène, 5
 - isolé, 5
 - monophasés, 5
 - multiphasés, 5
 - non adiabate, 11
 - ouvert, 4
 - ouvert(s), en régime permanent, 24, 133
 - polyphase, 7

- taux
 - d'accumulation, 23
 - d'amointrissement, 23
 - d'humidité, 319
 - d'humidité de saturation, 319
 - de création d'entropie, 126
 - de variation dans le temps, 23
 - de variation spatial, 108
- température, 6, 10
 - d'inflammation, 581
 - de combustion, 533, 544
 - de Debye, 286
 - de saturation, 258
 - finale du mélange, 314
 - limite, 339, 341
 - thermodynamique, 39, 73
 - totale, 151
- teneur
 - massique du constituant *i*, 297
 - molaire du constituant *i*, 297
- théorème
 - de Prigogine, 768
 - des états correspondants, 268
- théorie
 - de l'exergie, 419
 - du pincement, 455
- thermocouples, 783
- thermodiffusion, 764
- thermodynamique, 1
 - linéaire des phénomènes irréversibles, 763
 - phénoménologique, 1, 763
 - statistique, 2
 - (transformations), 351
- thermoélectrique
 - (effets), 764
 - (frigopompe), 791
 - (pompe à chaleur), 739
 - (pouvoir), 783
 - (thermopompe), 739
- thermomécaniques (processus), 411
- thermopompe(s), 45, 656, 659
 - à absorption (installation de), 752
 - à compression (installation de), 739
 - chimique, 739
 - (cycles de), 656, 659
 - (efficacité des), 659

- (installation de), 416
- magnétique, 739
- (rendement exergétique des), 742
- thermoélectrique, 789
- Thomson,
 - (coefficient de), 780
 - (effet), 779
- titre du mélange, 255
- tour(s) de refroidissement, 706, 707
- traction, 224
- transfert
 - de masse, 4
 - -chaleur, 4, 451
 - -chaleur par conduction, 121, 227
 - -chaleur par convection, 227
 - -travail, 4
- transformateur de chaleur, 760
- transformation(s)
 - adiabate, 11, 371
 - isénerge, 354
 - isenthalpe, 355
 - isentropie, 208, 356
 - isobare, 352
 - isochore, 352
 - isotherme, 208, 353
 - non adiabate, 11
 - paraisotherme(s), 386, 723
 - polytrophe, 208, 357
 - thermodynamiques, 351
- transmetteur
 - d'énergie thermique, 476
 - interne, 739
- travail, 4
 - de transvasement, 139
 - maximal, 549, 551
 - maximum, 45
- triangle d'Ostwald, 572, 573
- triatomique, 239
- triple (point), 278, 322
- tube de Prandtl, 154
- turbine, 210, 487
 - (aubage de), 215
 - et compresseur, 202
 - (étage de), 215
 - (rendement exergétique d'une), 489
 - (rendements polytrophe, isentropie et isotherme d'une), 207
 - turbine à gaz (installation de), 715
 - (efficacité motrice d'une), 719
 - (rendement exergétique d'une), 719
 - turbine à vapeur (installation de), 687
 - à cogénération, 710
 - (efficacité motrice d'une), 689
 - (rendement exergétique d'une), 689
 - turbine hydraulique, 210
 - turbogroupe,
 - (efficacité d'un), 701
 - (rendement exergétique d'un), 702
 - turbomachines, 487
 - tuyère(s)
 - de Laval, 183
 - convergentes-divergentes, 175
 - simples, 175
- unidimensionnel, 632
- Van der Waals (fluides de), 251, 268
- van't Hoff (boîte de), 557
- vapeur
 - humide, 259
 - saturée, 259
 - sèche, 259
 - sous-refroidie, 257
- vaporisation, 254, 281
- viriel (fluide du), 266
- viscosité,
 - cinématique (coefficient de), 228
 - dynamique (coefficient de), 228
- vitesse
 - de Crocco, 173
 - de Laval, 164, 166
 - du son, 158, 161
- volume, 6
 - massique, 6
 - molaire, 247
 - molaire normal, 248
 - partiel, 300
 - total massique, 151
- zéro absolu, 58, 79

THERMODYNAMIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

LUCIEN BOREL
DANIEL FAVRAT

L'objectif de cet ouvrage est de faciliter la compréhension et l'enseignement de la thermodynamique de l'ingénieur. Une large part est consacrée au phénomène d'irréversibilité et à la notion d'entropie. Une formulation mathématique précise de ce concept permet d'appliquer le Deuxième Principe de la thermodynamique d'une façon pratique et efficace.

Une théorie générale de l'exergie est exposée. Les méthodes d'analyse sont développées pour permettre à l'ingénieur de traiter avec clairvoyance les problèmes très actuels de gestion et d'économie de l'énergie.

De nombreuses applications pratiques sont présentées, en vue d'illustrer l'aspect pratique des théories mises en œuvre (chambres de combustion, chaudières, turbines, compresseurs, transmetteurs d'énergie thermique, cycles, moteurs, piles à combustible, pompes à chaleur, climatisation, réfrigération...).

Cette nouvelle édition entièrement revue et augmentée reprend en grande partie le contenu des précédentes éditions, avec un nouvel ordonnancement des chapitres, avec des notations compatibles avec les principaux logiciels de traitement de texte, avec des extensions portant sur la formulation des principes de la thermodynamique et des propriétés de fluides, enfin avec l'analyse exergétique notamment des processus réactifs et de nouveaux exemples d'application.

Lucien Borel a vécu sa jeunesse à Salon-de-Provence (France) avant de venir faire ses études universitaires à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), dont il a obtenu en 1950 le diplôme d'ingénieur mécanicien. Il a exercé une activité dans l'industrie chez Sulzer Frères à Winterthur, et aux Ateliers des Charmilles à Genève. En 1954, il a été nommé professeur de thermique et directeur de l'Institut de thermodynamique et de machines thermiques de l'EPFL. De 1957 à 1987, il a aussi été ingénieur-conseil aux Ateliers mécaniques de Vevey. Il a effectué de nombreuses études dans le domaine de la thermodynamique et de l'énergie. Il a notamment dirigé les essais de réception de la centrale à vapeur de Chavalon et de la centrale à cycle combiné de Cornaux (Suisse). Actuellement, il est professeur honoraire de l'EPFL après avoir dirigé le Laboratoire de thermodynamique et d'énergétique de l'EPFL jusqu'en 1988. Ses activités d'enseignement et de recherche sont axées sur la thermodynamique phénoménologique. Il a été parmi les pionniers du monde francophone à promouvoir la théorie et l'utilisation de la notion d'exergie.



Daniel Favrat est ingénieur mécanicien diplômé (1972) et Dr ès sciences techniques (1976) de l'EPFL. Après plus d'une dizaine d'années passées dans des centres de recherche industriels

au Canada et en Suisse, Daniel Favrat a été nommé professeur à l'EPFL en 1988, où il dirige le Laboratoire d'énergétique industrielle et, depuis 2001, l'Institut des sciences de l'énergie à la Faculté de sciences et techniques de l'ingénieur. Il y enseigne la thermodynamique et l'énergétique. Ses recherches portent principalement sur les analyses systémiques, et notamment l'environnement (énergétique, environnement et économique) appliquée aux systèmes énergétiques. Il contribue également à la conception d'équipements avancés en vue d'une utilisation plus rationnelle de l'énergie (pompes à chaleur, piles à combustible, moteurs à biogaz, centrales à cycle combiné y compris solaire...). Il est membre de la Commission fédérale pour la recherche énergétique (CORE) et de l'Académie suisse des sciences techniques. Il collabore, en tant qu'éditeur associé, à plusieurs journaux scientifiques renommés.

ISBN 978-2-88074-545-5

