

EXAMEN DE RATRAPAGE
DUREE 1h30

Exercice 1 : (12points) Les questions 1) et 2) sont indépendantes

On considère deux particules A et B de masses respectives $m_A=400g$ et $m_B=1kg$ qui se déplacent dans le plan xOy.

- 1) Les équations paramétriques du mouvement de A sont données en coordonnées polaires par :

$$\begin{cases} r_A(t) = \sqrt{2} \text{ (m)} \\ \theta_A(t) = \frac{\pi}{4} t \text{ (rad)} \end{cases}, \text{ t étant donné en secondes.}$$

- Donner pour $t = 0s$ les coordonnées de la particule A.
- Tracer la trajectoire de A sur l'intervalle de temps $[0, 8]$ (s). Echelle : $1cm \rightarrow 0,5m$.
- Déterminer l'expression des composantes $v_r(t)$ et $v_\theta(t)$ du vecteur vitesse \vec{v}_A de la particule A en coordonnées polaires.
- Tracer sur la trajectoire, le vecteur position \vec{OA} et le vecteur vitesse \vec{v}_A de la particule A à l'instant $t = 4s$. Echelle $1cm \rightarrow \frac{\pi}{8} m/s$.

- 2) A $t = 0s$, la particule B démarre du point O. Les équations paramétriques du mouvement de B en coordonnées cartésiennes sont données par :

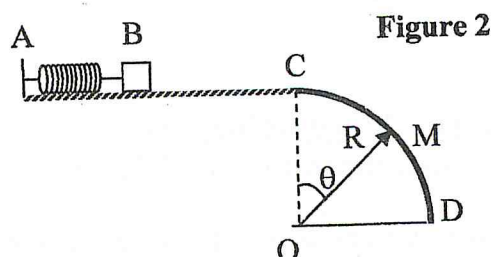
$$\begin{cases} x_B(t) = v_{Bx} t \text{ (m)} \\ y_B(t) = v_{By} t \text{ (m)} \end{cases} \text{ avec } v_{Bx} = v_{By} = 1m/s, \text{ t étant donné en secondes.}$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire de la particule B.
 - Tracer la trajectoire de la particule B sur le même graphe qu'à la question 1), à la même échelle.
 - Déterminer les équations paramétriques du mouvement de B, $r_B(t)$ et $\theta_B(t)$ en coordonnées polaires.
- 3) A quel moment et pour quelle position les particules vont-elles se rencontrer ?
- 4) a) On appelle R le point de rencontre des deux particules. Tracer au point R les vecteurs quantité de mouvement \vec{p}_A et \vec{p}_B de A et B juste avant la rencontre. Echelle : $1cm \rightarrow 0,5 kg.m/s$.
- b) Les deux particules restent collées l'une à l'autre à partir du point R. Tracer leur trajectoire à partir de ce point.

Exercice 2 : (08points)

Soit un bloc de masse m , assimilé à un point matériel, qui se déplace sur une piste ABCD située dans un plan vertical. La piste est constituée d'une partie (ABC) rugueuse rectiligne horizontale et d'une partie lisse (CD) en forme de quart de cercle de centre O et de rayon R (voir figure 2). Le contact entre le bloc et la partie (ABC) de la piste est caractérisé par les coefficients de frottement statique μ_s et dynamique μ_d . Un ressort de constante de raideur k est attaché en A et son extrémité B est libre. Le ressort sert à lancer le bloc au point B.

On donne : $m=1\text{kg}$, $R=2\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $k=300\text{N/m}$, $\mu_s=0,3$.



- 1) a) Le ressort étant comprimé, représenter qualitativement les forces qui s'exercent sur le bloc avant qu'il ne démarre.
b) Quelle doit être la compression minimale x_0 pour que le bloc démarre ?
- 2) En fait, le bloc est lancé en B avec une vitesse $v_B=3\text{m/s}$ et arrive en C au bout de $\Delta t=1,5\text{s}$ avec une vitesse nulle ($v_c = 0$).
 - a) Déterminer l'accélération du bloc lorsqu'il se situe sur la partie BC.
 - b) Déterminer la longueur BC.
 - c) Représenter qualitativement les forces qui s'exercent sur le bloc lorsqu'il se situe sur la partie BC.
 - d) Calculer μ_d .
 - e) Calculer l'énergie dissipée par frottement entre B et C.
- 3) A partir du point C, on laisse glisser le bloc.
 - a) Représenter qualitativement les forces qui s'exercent sur le bloc lorsqu'il se trouve en un point M situé entre C et D.
 - b) Pour quelle valeur θ_{\max} de l'angle θ , le bloc quitte-t-il la piste ?

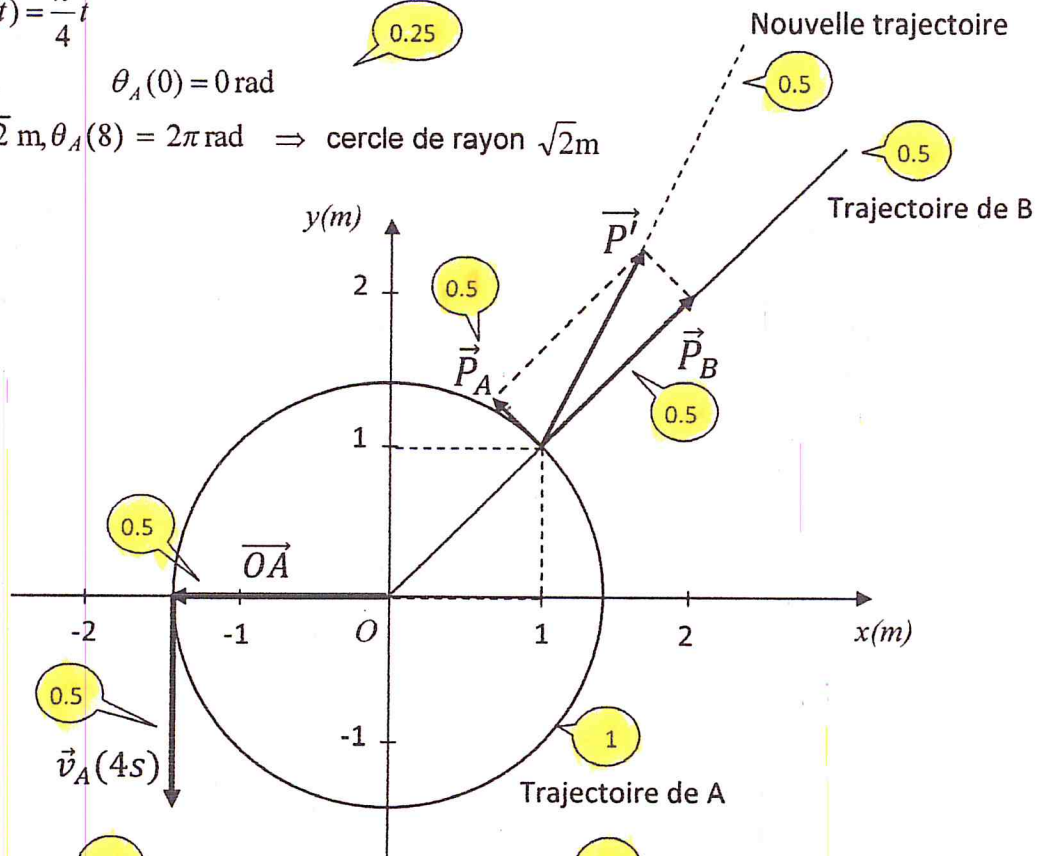
Corrigé de l'examen de rattrapage

Exercice 1 (12pts)

1. $r_A(t) = \sqrt{2}$, $\theta_A(t) = \frac{\pi}{4}t$

a) $r_A(0) = \sqrt{2}\text{m}$, $\theta_A(0) = 0\text{rad}$

b) $r_A = \text{Cte} = \sqrt{2}\text{m}$, $\theta_A(8) = 2\pi\text{rad} \Rightarrow$ cercle de rayon $\sqrt{2}\text{m}$



c) $v_r(t) = \dot{r}_A = 0\text{m/s}$ et $v_\theta(t) = r_A(t) \frac{d\theta_A(t)}{dt} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\text{m/s}$

d) $\vec{OA} : r_A(4\text{s}) = \sqrt{2}\text{m}$, $\theta_A(4\text{s}) = \pi\text{rad}$, $v_A(4\text{s}) = v_\theta(4\text{s}) = \frac{\sqrt{2}\pi}{4} = 1.11\text{m/s}$ (vecteur de longueur $2\sqrt{2} = 2.83\text{cm}$)

2. $x_B(t) = t$ et $y_B(t) = t$

a) $y_B = x_B$

b) droite (voir graphe)

c) $r_B(t) = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} = \sqrt{2}t$, $\tan\theta_B = \frac{y_B}{x_B} = 1 \Rightarrow \theta_B(t) = \frac{\pi}{4}\text{rad}$.

3. Graphiquement : le point de rencontre $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$, $\begin{cases} r_B(t) = \sqrt{2} \Rightarrow t = 1\text{s} \\ \theta_A(t) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1\text{s} \end{cases}$

Analytiquement : au point de rencontre $\begin{cases} r_A(t) = r_B(t) \\ \theta_A(t) = \theta_B(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} = \sqrt{2}t \\ \frac{\pi}{4}t = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow t = 1\text{s} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{2}\text{m} \\ \theta = \frac{\pi}{4}\text{rad} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 1\text{m} \\ y = 1\text{m} \end{cases}$

4. a) $\vec{p}_A = m_A \vec{v}_A \Rightarrow \begin{cases} p_{Ax} = 0 \\ p_{Ay} = 0.4 \frac{\sqrt{2}\pi}{4} = 0.44 \text{ kg ms}^{-1} \end{cases} \rightarrow (\text{vecteur de longueur } 0.88 \text{ cm})$

et $p_B = m_B v_B = m_B \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = 1.42 \text{ kg ms}^{-1} \rightarrow (\text{vecteur de longueur } 2.84 \text{ cm})$

b) Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{p}' = \vec{p}_A + \vec{p}_B$. La trajectoire de l'ensemble (A+B) après le choc est une droite dans la direction de \vec{p}' .

Exercice 2 (8pts)

1) a) Voir schéma

b) $\vec{P} + \vec{C} + \vec{F}_{el} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -C_x + F_{el} = 0 \\ -P + C_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_x = kx_0 \\ C_y = mg \end{cases}$

or $\mu_s = \frac{C_x}{C_y} \Rightarrow C_x = \mu_s C_y \Rightarrow kx_0 = \mu_s mg, x_0 = \frac{\mu_s mg}{k} = 1 \text{ cm}$

2)

a) Les seules forces en jeu sont \vec{P} et $\vec{C} \Rightarrow a = Cste$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_C - v_B}{\Delta t}, a = -2 \text{ m/s}^2$

b) $v_C^2 - v_B^2 = 2aBC, BC = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2a} = 2.25 \text{ m}$

c) Voir schéma,

d) $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} -C_x = ma \\ C_y = P = mg \end{cases} \Rightarrow \mu_d = -\frac{a}{g}, \mu_d = 0.2$

e) $W = -C_x BC = -\mu_d mg BC = -4.5 \text{ J}$

3) a) Voir schéma

b) $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a}$ or $a = a_N = \frac{v_M^2}{R}$

Projection sur la normale : $mg \cos \theta - C = m \frac{v_M^2}{R}$

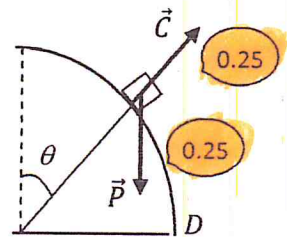
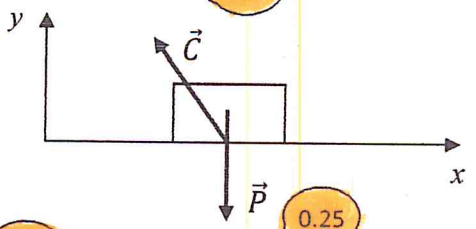
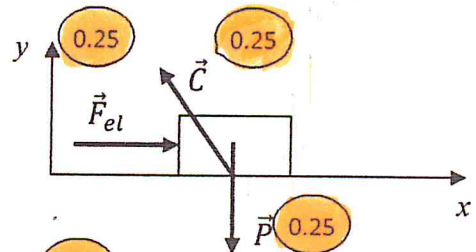
Au point de décollage : $C = 0$ et $\theta = \theta_{\max} \Rightarrow mg \cos \theta_{\max} = m \frac{v_M^2}{R} \Rightarrow v_M^2 = Rg \cos \theta_{\max}$

Par ailleurs, absence de frottement $\Rightarrow E_T = Cste \Rightarrow E_T(C) = E_T(\theta_{\max})$,

$\Rightarrow mgR = \frac{1}{2}mv_M^2 + mgR \cos \theta_{\max}$ (la référence des énergies potentielles est prise au niveau du point D)

$v_M^2 = 2gR - 2gR \cos \theta_{\max} \Rightarrow Rg \cos \theta_{\max} = 2gR - 2gR \cos \theta_{\max}$

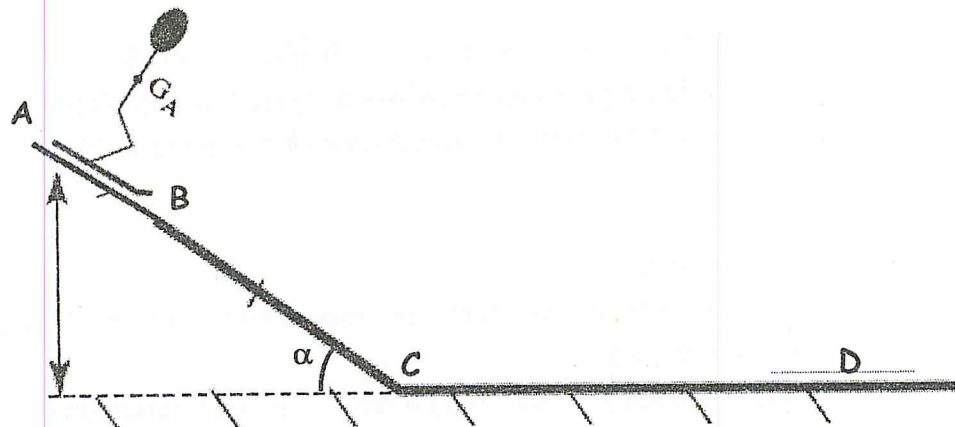
$\cos \theta_{\max} = \frac{2}{3} = 0.66, \text{ Donc } \theta = 48.19^\circ$



Examen de Rattrapage

Exercice 1 : (09 points)

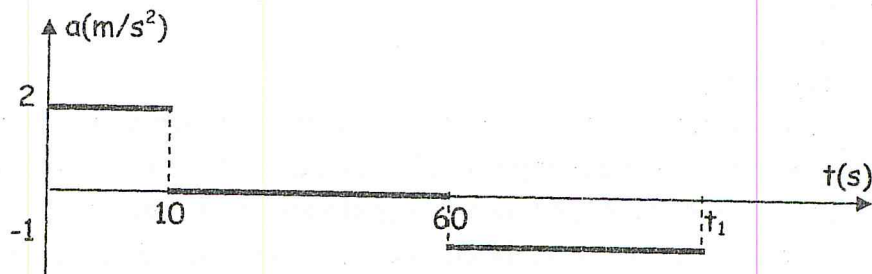
Un skieur de masse $m=70$ kg, initialement au repos au point A, glisse sur une piste rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=45^\circ$ par rapport à l'horizontale. On considère la résistance de l'air f comme étant constante et parallèle à la pente AC. Les frottements avec le sol sont négligeables sur la partie AB. On peut décomposer le mouvement en 2 phases. Une première phase AB de longueur $L_1=600$ m, à l'issue de laquelle le skieur atteint une vitesse limite $v_B=180$ km/h. Une seconde phase BC où le skieur se déplace à vitesse constante v_B sur une longueur $L_2=800$ m. On prend $g=9.80$ m/s²



- 1) Donner l'expression de la force de la résistance de l'air f dans la première phase. Calculer la force f .
- 2) Représenter les forces appliquées au skieur entre A et B
Echelle : 1 cm \longrightarrow 200 N
- 3) Quelle est la valeur de l'accélération dans la première phase.
- 4) Calculer le coefficient de frottement de glissement dans la deuxième phase, entre B et C.
- 5) A la fin de la deuxième phase le skieur arrive sur une partie horizontale, CD, sur laquelle il va glisser sans résistance de l'air mais avec des frottements de glissement de coefficient $\mu_g = 0.3$ sur une distance CD avant de s'arrêter. Calculer la distance CD.

Exercice 2 : (05 points)

Une rame de tramway démarre, à $t = 0s$, d'une station A, sans vitesse initiale. Elle s'arrête à une station B au bout d'un temps t_1 que l'on déterminera. Le graphe de son accélération en fonction du temps est donné ci-dessous



- 1- Donner l'équation de la vitesse en fonction du temps, ainsi que la nature du mouvement dans chaque phase.
- 2- Tracer le graphe de $v(t)$ entre 0 et t_1 .
- 3- Déduire le temps t_1 .
- 4- A quelle distance de la gare A est située la gare B
- 5- Déterminer les équations horaires $x(t)$ de chaque phase.
- 6- Tracer qualitativement le diagramme des espaces $x(t)$.

Exercice 3 : (06 points)

Un point matériel M suit un mouvement dont l'équation horaire, en coordonnées polaires, est :

$$r(t) = A(1 + \cos \omega t) \quad \text{et} \quad \theta(t) = \omega t \quad (\omega \text{ est constante, } r \text{ en m et } t \text{ en s}).$$

- 1- Donner l'expression des composantes radiales et transversales du vecteur vitesse. Déduire son module.
- 2- Donner l'expression des composantes radiales et transversales du vecteur accélération. Déduire son module.

On donne :

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad \text{et} \quad a_\theta = 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + r \left(\frac{d^2 \theta}{dt^2} \right)$$

- 3- Représenter les vecteurs vitesse et accélération à l'instant $t = 2s$ si : $A = 3m$ et $\omega = \pi/4 \text{ rd/s}$

Echelles : $1\text{cm} \longrightarrow 1\text{m}$ $1\text{cm} \longrightarrow 1\text{m/s}$ $1\text{cm} \longrightarrow 1\text{m/s}^2$

- 4- Déduire les composantes intrinsèques de l'accélération (a_t et a_n) en ce point.

Corrigé rattrapage 2011

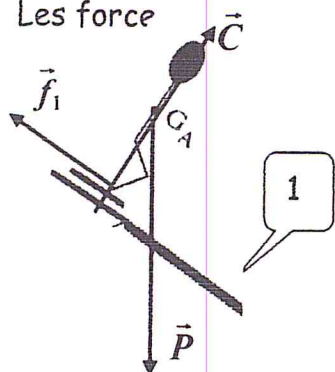
Exercice 1 : (09 points)

1- $\Delta E_T = W_{\vec{f}}$ $A \begin{cases} E_{CA} = 0 \\ E_{PA} = mgh_A \end{cases}$ et $B \begin{cases} E_{CB} = \frac{1}{2}mv_B^2 \\ E_{PB} = mgh_B \end{cases}$ avec : $h_A - h_B = AB \sin \alpha$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - mgh_A = -f \cdot AB \quad \text{d'où : } f = \frac{m(gAB \sin \alpha - \frac{1}{2}v_B^2)}{AB} \quad 1.5$$

A.N. $f = 339 \text{ N}$ 0.5

2- Les force



3- $\vec{P} + \vec{C} + \vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{ox : } mg \sin \alpha - f = ma \\ \text{oy : } C - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$
 $a = g \sin \alpha - f/m \Rightarrow a = 2.08 \text{ m/s}^2$ 1.5 0.5

4- $\vec{P} + \vec{C} + \vec{f} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha - C_x - f = 0 \\ mg \cos \alpha - C_y = 0 \end{cases} \quad \mu_g = \frac{C_x}{C_y} = \frac{mg \sin \alpha - f}{mg \cos \alpha} = 0.3$ 1.5 0.5

5- $\Delta E_T = W_{\vec{C}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = C_x \cdot CD = \mu_d mg \cdot CD \Rightarrow CD = \frac{v_C^2}{2\mu_d g}$ 1.5 1.5

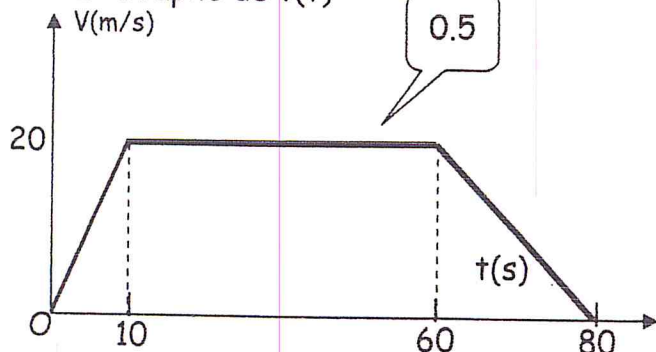
$CD = 425 \text{ m.}$ 0.5

Exercice 2 : (05 points)

1- Equations de la vitesse et nature :

temps	$a(\text{m/s}^2)$	$V(\text{m/s})$	Nature du mvt
$[0, 10\text{s}]$	2	$2t$	$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ M. Uniformément accéléré
$[10, 60\text{s}]$	0	20	M. Uniforme
$[60, t_1]$	-1	$-t + 80$	$\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ M. Uniformément retardé

2- Graphe de $v(t)$



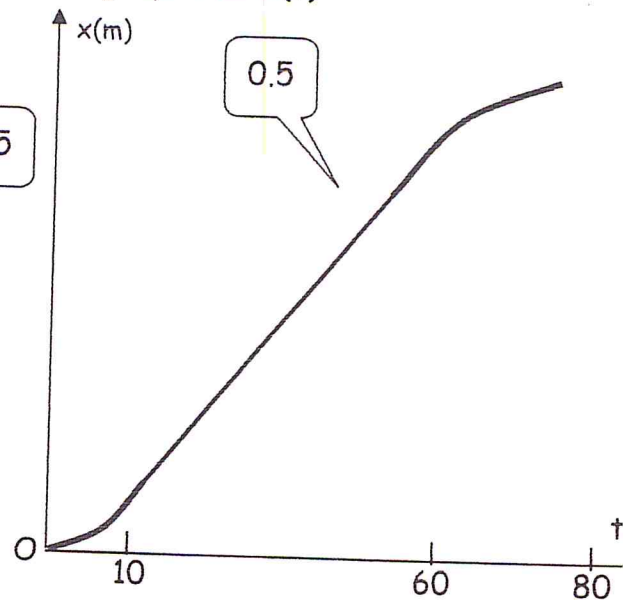
3- valeur de t_1 :

pour $t = t_1$ on a : $v(t_1) = 0$
 donc : $t_1 = 80 \text{ s}$ 0.5

- 4- Distance AB = Aire sous $v(t) = 1300 \text{ m}$
 5- Equations horaires :

temps	$x(\text{m})$
$[0, 10\text{s}]$	t^2
$[10, 60\text{s}]$	$20t - 100$
$[60, t_1]$	$-\frac{t^2}{2} + 80t - 1900$

6- graphe de $x(t)$:



Exercice 3 : (06 points)

$$\begin{cases} r = A(1 + \cos \omega t) \\ \theta = \omega t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dr}{dt} = -A\omega \sin \omega t \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2r}{dt^2} = -A\omega^2 \cos \omega t \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

1- vitesse :

$$\begin{cases} v_r = -A\omega \sin \omega t \\ v_\theta = A\omega(1 + \cos \omega t) \end{cases} \Leftrightarrow v = A\omega \sqrt{2(1 + \cos \omega t)}$$

2- Accélération

$$\begin{cases} a_r = -A\omega^2(1 + 2\cos \omega t) \\ a_\theta = -2A\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \Leftrightarrow a = A\omega^2 \sqrt{5 + 4\cos \omega t}$$

3- $t = 2\text{s}$, $A = 3\text{m}$ et $\omega = \pi/4$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{cases} v_r = -\frac{3\pi}{4} = -2.35 \text{ m/s} \\ v_\theta = \frac{3\pi}{4} = 2.35 \text{ m/s} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} a_r = -\frac{3\pi^2}{16} = -1.85 \text{ m/s}^2 \\ a_\theta = -\frac{3\pi^2}{8} = -3.7 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

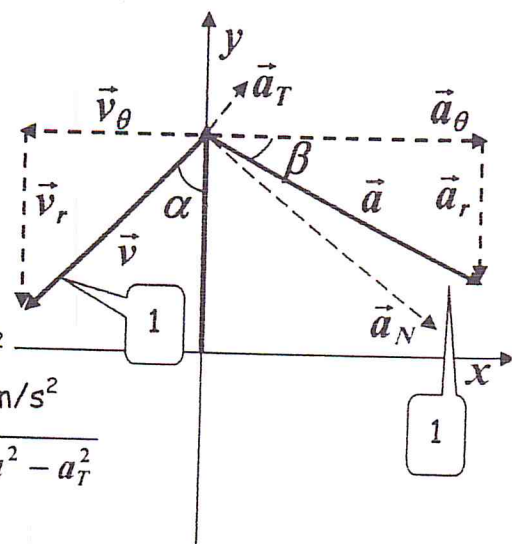
4- Il ya deux méthodes :

a- On calcule $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 26.56^\circ$ donc et $a = 4.14 \text{ m/s}^2$

$$a_T = -a \cos(\alpha + \beta) = -1.81 \text{ m/s}^2 \text{ et } a_N = a \sin(\alpha + \beta) = 3.93 \text{ m/s}^2$$

b- On calcule $a_r = \frac{dv}{dt} = -\frac{A\omega^2 \sin \omega t}{\sqrt{2(1 + \cos \omega t)}}$ et $a_N = \sqrt{a^2 - a_r^2}$

$$\text{à } t = 2\text{s } a_T = -1.31 \text{ m/s}^2 \text{ et } a_N = 3.93 \text{ m/s}^2$$



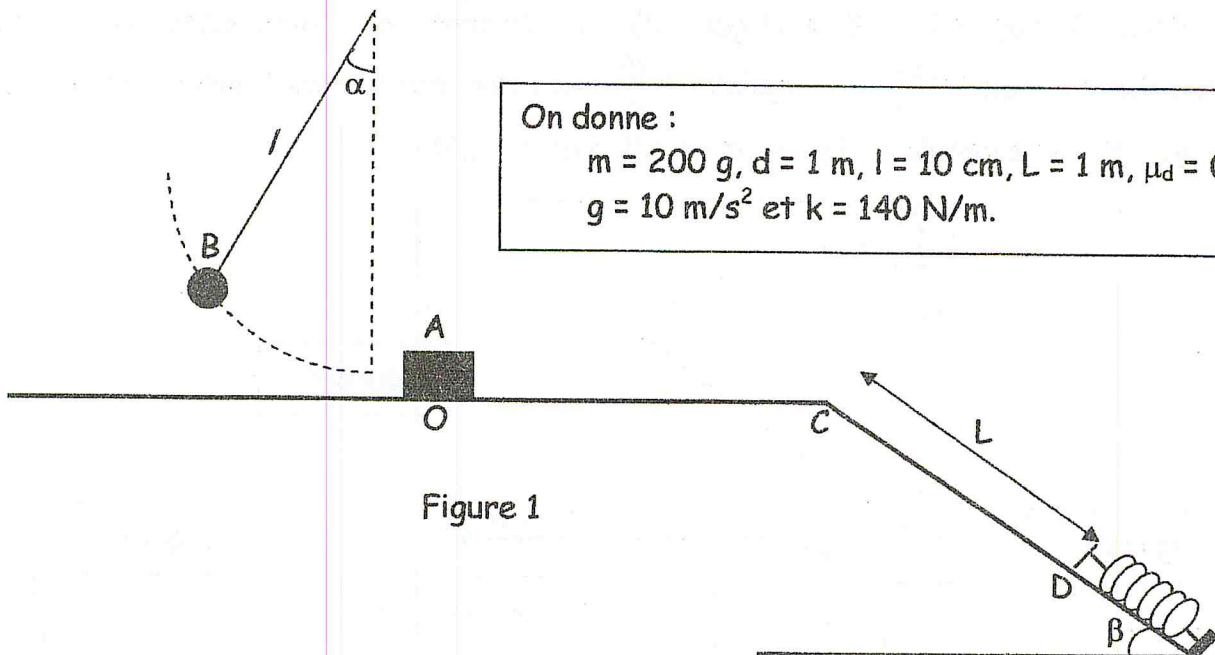
Rattrapage de Mécanique

Exercice 1:(10.5 points)

Une boule B de masse m , accrochée à un fil inextensible de longueur l , est écartée de sa position d'équilibre d'un angle α et est abandonnée sans vitesse initiale.

A son passage par la position verticale, la boule percute un corps A de même masse et s'arrête. Le corps A glisse sur une piste OCD de la figure 1.

La partie OC = d est un plan horizontal rugueux de coefficient de frottement dynamique μ_d . La portion CD = L , parfaitement lisse, est inclinée d'un angle $\beta = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale.



On donne :

$$m = 200 \text{ g}, d = 1 \text{ m}, l = 10 \text{ cm}, L = 1 \text{ m}, \mu_d = 0.1, \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ et } k = 140 \text{ N/m}.$$

Figure 1

- 1- Dessiner les forces exercées sur le corps A en une position entre O et C.
- 2- Calculer l'accélération du corps A entre O et C. Déduire la nature du mouvement.
- 3- Calculer la vitesse de la boule B juste avant de toucher le corps A
- 4- En utilisant la conservation de la quantité de mouvement du système, déterminer la vitesse du corps A après l'interaction.
- 5- Exprimer la vitesse du corps A au point C en fonction de g, l, d, α et μ_d
- 6- De quel angle α_m doit - on écarter la boule B pour que le corps A arrive en C avec une vitesse nulle.
- 7- A partir du point C, le corps A aborde la partie CD avec une vitesse nulle. Il arrive sur un ressort parfait de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k .
 - Représenter les forces exercées sur A au cours de la compression du ressort.
 - Quelle est la valeur de la compression maximale du ressort.

Exercice 2 : (5 points)

Une comète se déplace dans le système solaire. Sa position a pour expression :

$$x(t) = (t-1) \quad \text{et} \quad y(t) = \frac{t^2}{2}$$

On suppose que la comète reste dans le plan (O, x, y) .

1. Déterminez les composantes et le module du vecteur vitesse \vec{v} et du vecteur accélération \vec{a} .
2. Déterminez l'expression de l'accélération tangentielle \vec{a}_t .
3. En déduire celle de l'accélération normale \vec{a}_n .
4. Donner le rayon de courbure ρ de la trajectoire en fonction de t .

Exercice 3 : (4.5 points)

La trajectoire d'un mobile est constituée d'un segment rectiligne faisant un angle $\theta = \pi/4$ rad et d'un arc de cercle de rayon $R = 2$ m (figure 2). En utilisant les coordonnées polaires, les variations des vitesses radiale $(\frac{dr}{dt})$ et angulaire $(\frac{d\theta}{dt})$ sont données par les figures 3 et 4.

On supposera qu'à $t = 1$ s le mobile se trouve à $r = 1.5$ m et $\theta = \pi/4$ rad.

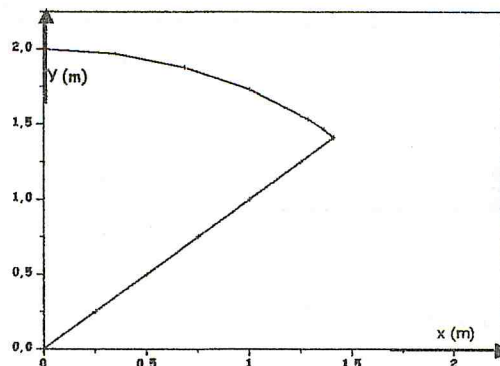


Figure 2

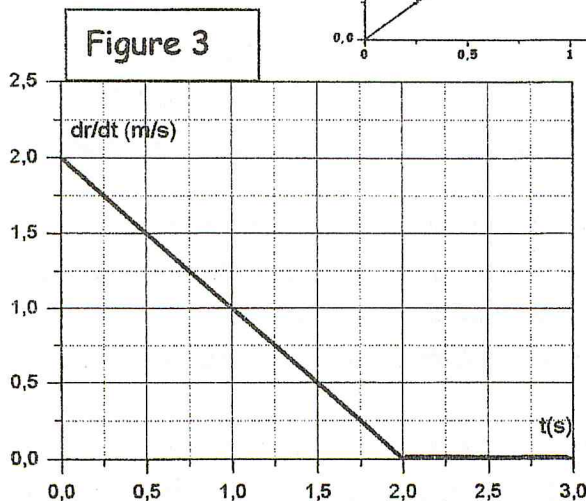


Figure 3

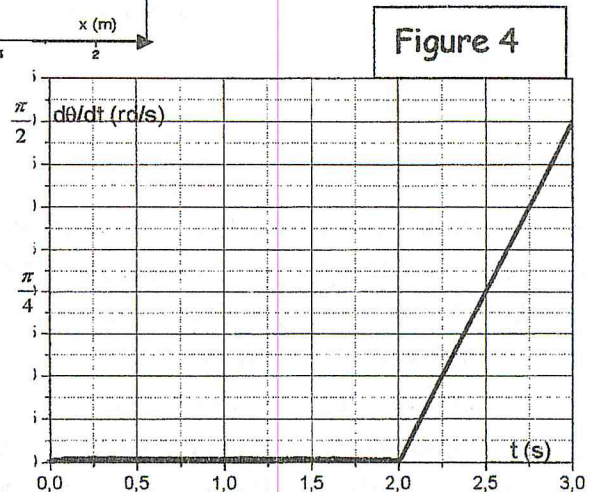


Figure 4

- 1- Trouver les valeurs de r et θ à l'instant $t = 2.5$ s
- 2- Calculer le vecteur vitesse à l'instant $t = 2.5$ s
- 3- Calculer le vecteur accélération à $t = 2.5$ s.

On donne : $a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$, $a_\theta = 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + r \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right)$ et $\pi^2 = 10$

- 4- En déduire les composantes intrinsèques a_n et a_t de l'accélération à l'instant $t = 2.5$ s.

Corrigé du Rattrapage

Exercice 1 : (10.5 points)

1- Forces

2- Accélération : $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} ox : -C_x = ma \\ oy : C_y = mg \end{cases} \Rightarrow a = -\mu_d g = -1 \text{ m/s}^2$

3- Pas de frottements : $E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgl(1 - \cos \alpha) \Rightarrow v_B = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$

4- Conservation de la quantité de mvt : $m\vec{v}_B + 0 = 0 + m\vec{v}_A \Rightarrow v_A = v_B = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$

5- Vitesse au point C :

$$\Delta E_T = W_{\vec{C}_x} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_c^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -C_x OC = -\mu_d m g d \text{ donc : } v_c = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha) - 2\mu_d g d}$$

6- $v_c = 0 \Rightarrow \cos \alpha_m = 1 - \frac{\mu_d d}{l} \Rightarrow \alpha_m = \frac{\pi}{2}$

7- a- Forces

b- compression maximale

$$E_{T1} = mgh = mg(L + x) \sin \beta \text{ et } E_{T2} = \frac{1}{2} kx^2$$

Pas de frottements donc : $E_{T1} = E_{T2}$ alors :

$$\frac{1}{2} kx^2 - mgx \sin \beta - mgL \sin \beta = 0 \Rightarrow 70x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = 12.7 \text{ cm}$$

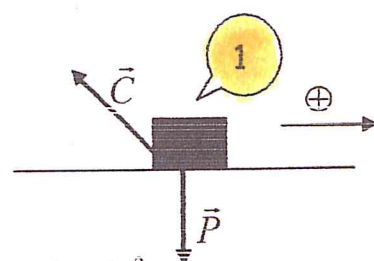
Exercice 2 : (5 points)

1- $\overline{OM} \begin{cases} x(t) = t - 1 \\ y(t) = t^2 / 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = 1 \\ v_y(t) = t \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 1 \end{cases} \text{ et } v = \sqrt{1 + t^2} \text{ et } a = 1 \text{ m/s}^2$

2- Composante a_t : $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}$

3- Composante a_N : $a_N = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}}$

4- rayon de courbure : $\rho = \frac{v^2}{a_n} = (1 + t^2)^{3/2}$



1

1

1

1

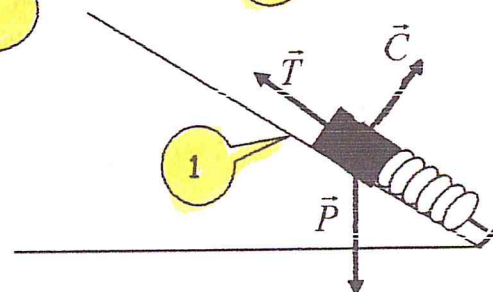
1

1

1

1

0.5



0.5

0.5

0.5

0.5

Exercice 3 :(4.5 points)

1- $r(t) = \int \frac{dr}{dt} dt = \text{aire sous } \frac{dr}{dt}$ et $\theta(t) = \int \frac{d\theta}{dt} dt = \text{aire sous } \frac{d\theta}{dt}$ donc à $t = 2.5 \text{ s}$ on a :

$r(2.5 \text{ s}) = 2 \text{ m}$ et $\theta(2.5 \text{ s}) = \frac{5}{16} \pi = 0.98 \text{ rd}$

2- Vitesse : $v_r(2.5 \text{ s}) = \frac{dr}{dt} = 0 \text{ m/s}$ et $v_\theta(2.5 \text{ s}) = r \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ m/s}$

et $v(2.5 \text{ s}) = v_\theta = 1.57 \text{ m/s}$

3- Accélération : $a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{\pi^2}{8} = -1.25 \text{ m/s}^2$ et $a_\theta = 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + r \left(\frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) = \pi = 3.14 \text{ m/s}^2$

~~4~~ Composantes intrinsèques de l'accélération :

$a_t = a_\theta = 3.14 \text{ m/s}^2$ et $a_N = -a_r = 1.25 \text{ m/s}^2$

EPREUVE DE RATTRAPAGE (durée 1h30)

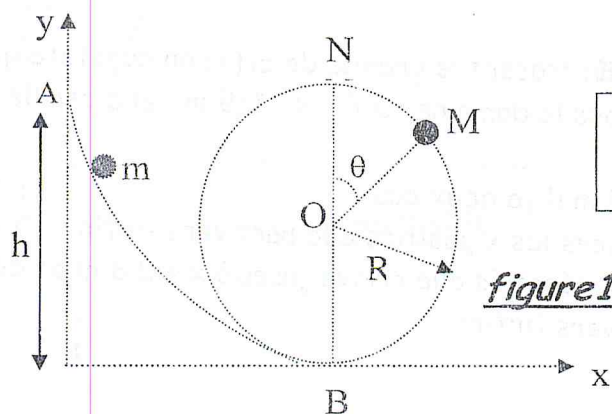
EXERCICE 1 : (7.5 points)

Un point M est repéré, par rapport au repère $R(O, \vec{i}, \vec{j})$, à l'instant t par les coordonnées suivantes : $x(t) = t^2 - 1$ et $y(t) = 2t$

- 1) Donner l'expression de la trajectoire du point M.
- 2) Donner l'expression de la vitesse du point M.
- 3) Donner l'expression de l'accélération du point M.
- 4) Quelle est la nature du mouvement? Justifier.
- 5) Déterminer la composante tangentielle de l'accélération.
- 6) En déduire la composante normale de l'accélération.
- 7) Calculer le sinus de l'angle $\alpha = (\vec{Ox}, \vec{v})$.
- 8) A l'aide de l'expression de l'accélération et de l'angle α , retrouver l'expression de la composante normale de l'accélération.

EXERCICE 2 : (7 points)

Un bloc de masse m glisse, sans frottements, sur un rail formé d'une partie curviligne AB et d'une boucle circulaire de rayon R (figure1).



On donne :
 $h = 5m$, $R = 2m$ et $\theta = 60^\circ$

- 1) Le bloc est lâché sans vitesse initiale d'un point A situé à une hauteur h . Quelle est la vitesse V_B du bloc au point B.
- 2) Le bloc aborde ensuite la partie circulaire (BMN) sur laquelle on repère sa position par l'angle θ entre les points M et N. Quelle est l'expression de la vitesse du bloc au point M en fonction de h , R et θ . Calculer cette vitesse.
- 3) a- En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'expression de la force de contact C au point M en fonction de V_M , m , R et θ .
b- Si $V_M = 4 \text{ m/s}$, en déduire alors l'angle θ_0 pour lequel le bloc quitte le rail.

Exercice 3 : (5.5 points)

0.5

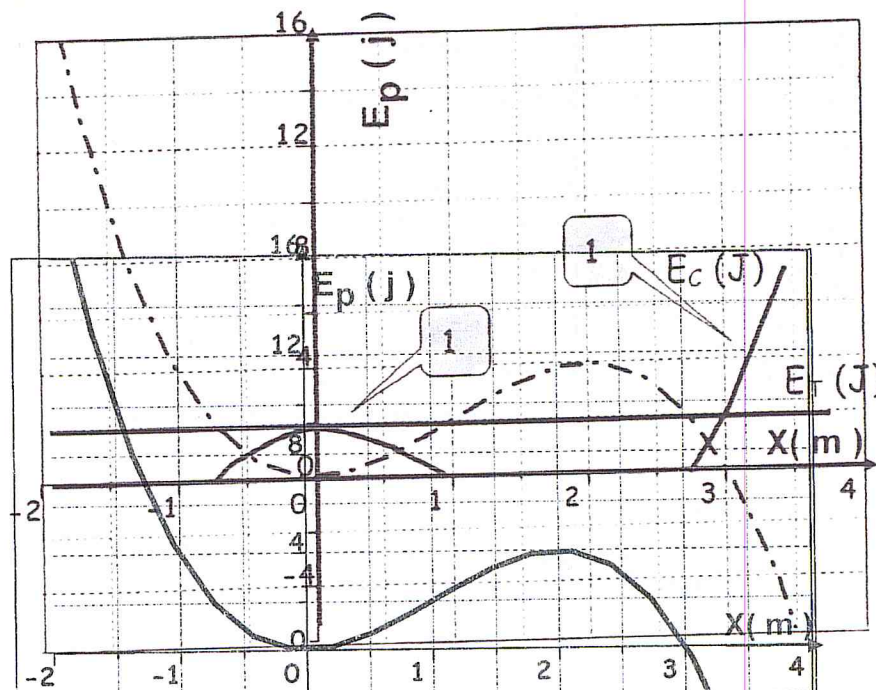
Exercice 3 : (5.5 points)
Une particule de masse m se déplace suivant l'axe ox sous l'effet d'une force qui dérive d'un potentiel. La courbe de son énergie potentielle en fonction de x est donnée sur la figure 2.

- Stable $x = 0$ m car minimum de $E_p(x)$
- Instable $x = 2$ m car maximum de $E_p(x)$

1-2- Déterminer les positions d'équilibre en précisant leur nature. Justifier

2- En supposant que l'énergie mécanique totale est égale à 2 Joules, représenter sur la figure du document joint, le graphe de l'énergie cinétique en fonction de x .

3- Discuter le mouvement de la particule dans les différentes régions possibles de x .



3- Discussion de la courbe, En traçant le graphe de $E_c(x)$ on constate que:

- Si la particule se trouve dans le domaine $-0.7 \leq x \leq 0.9$ m : elle oscille entre ces deux positions

- Si elle se trouve en $x \geq 2.8$ m il ya deux cas :

- si elle se déplace vers les x positifs elle part vers l'infini
- si elle va vers les x négatifs elle arrive jusqu'à $x = 2.8$ m et elle rebrousse chemin pour aller vers l'infini.

0.5

0.5

1

CORRIGE DU RATRAPAGE 2009

Exercice 1 (7.5 points)

1- En remplaçant t dans x on obtient : $x = \frac{y^2}{4} - 1$ ou $y = 2\sqrt{x+1}$

2- Vitesse : $v(t) = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 2 \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{4(t^2+1)} = 2\sqrt{t^2+1}$

3- Accélération : $a(t) = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$

4- $a = \text{cte}$ et $a.v$ positif donc mouvement uniformément accéléré

5- Composante tangentielle de l'accélération : $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{t^2+1}}$

6- Accélération normale : $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{t^2+1}}$

7- Angle entre Ox et v : $\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{1}{\sqrt{t^2+1}}$

8- Sachant $\sin \alpha = \frac{a_t}{a} \Rightarrow a_n = a \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{t^2+1}}$

Exercice 2 : (7 points)

1- Vitesse au point B : Pas de frottements donc $E_{TA} = E_{TB}$

$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = 10 \text{ m/s}$

2- Vitesse au point M : $E_{TA} = E_{TM} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_M^2 + mgh_M$ avec : $h_M = R(1 + \cos \theta)$

$v_M = \sqrt{2g\{h - R(1 + \cos \theta)\}} \Rightarrow v_M = 6.32 \text{ m/s}$

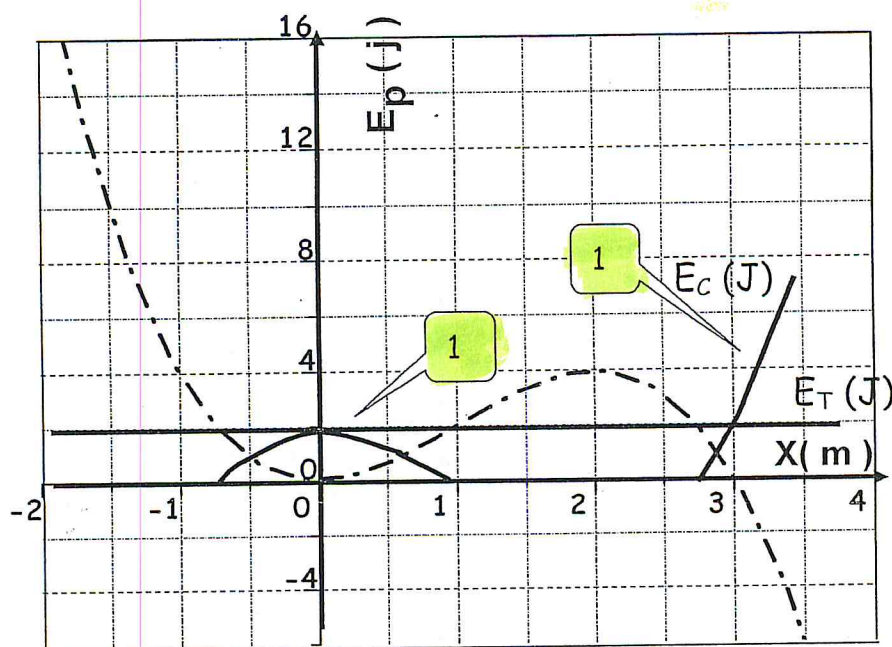
3- a- Force de contact :

$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{normale : } C + P_n = ma_n = m \frac{v_M^2}{R} \Rightarrow C = m(\frac{v_M^2}{R} - g \cos \theta) \\ \text{Tangentielle : } P_t = ma_t \end{cases}$

b- Le bloc quitte la piste si $\vec{C} = \vec{0} \Rightarrow \cos \theta = \frac{v_M^2}{Rg} \Rightarrow \theta = 36.87^\circ$

Exercice 3 : (5.5 points)

- 1- Positions d'équilibre :
 - Stable $x = 0$ m car minimum de $E_p(x)$
 - Instable $x = 2$ m car maximum de $E_p(x)$
- 2- Si $E_T = 2$ Joules, l'énergie cinétique $E_c = E_T - E_p \geq 0$



3- Discussion de la courbe, En traçant le graphe de $E_c(x)$ on constate que:

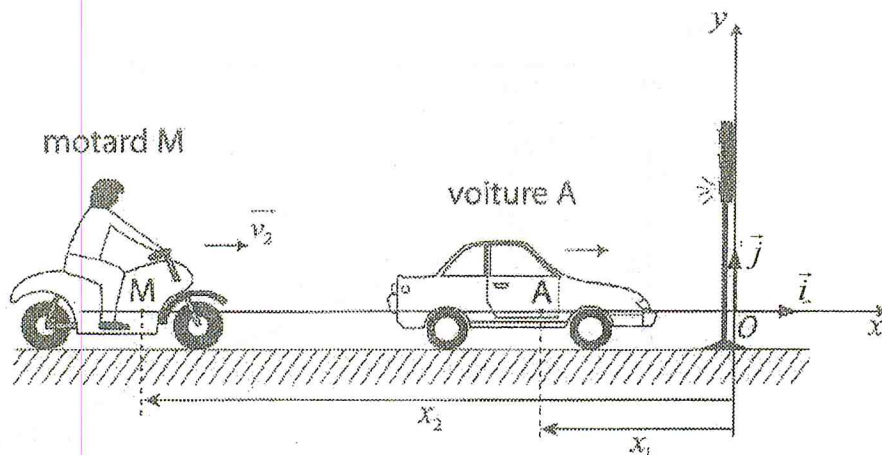
- Si la particule se trouve dans le domaine $-0.7 \leq x \leq 0.9$ m : elle oscille entre ces deux positions
- Si elle se trouve en $x \geq 2.8$ m il ya deux cas :
 - si elle se déplace vers les x positifs elle part vers l'infini
 - si elle va vers les x négatifs elle arrive jusqu'à $x = 2.8$ m et elle rebrousse chemin pour aller vers l'infini.

EPREUVE DE RATRAPAGE

Exercice 1 :

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance $d_1=3$ m d'un feu rouge lorsque le feu passe au vert à l'instant $t=0$, la voiture démarre avec une accélération constante $a_1=3$ m/s². Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante $v_2=54$ km/h se trouve à une distance $d_2=24$ m de la voiture. La voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérés à l'instant t à l'aide de leurs vecteurs positions respectifs $\overrightarrow{OA} = x_1 \vec{i}$ et $\overrightarrow{OM} = x_2 \vec{i}$. On choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.

- 1° Déterminer les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de la voiture et du motard respectivement.
- 2° Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants.
- 3° Si le motard roulait à la vitesse $v_2=36$ km/h pourrait-il rattraper la voiture ?
- 4° a- Calculer, dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard à la voiture est minimale.
b- En déduire cette distance.



Exercice 2 :

Une particule décrivant une trajectoire curviligne dans le plan (ox, oy) est repérée, en coordonnées polaires par les équations paramétriques :

$$r(t) = r_0 e^{\frac{t}{a}}$$

$$\theta(t) = \frac{t}{a} \quad (r_0 \text{ et } a \text{ sont des constantes positives})$$

- 1- Donner l'expression du vecteur vitesse de cette particule.
- 2- Montrer que l'angle entre le vecteur vitesse et la transversale $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$ est constant.
Quelle est sa valeur ?
- 3- Donner l'expression du vecteur accélération
- 4- Montrer que l'angle entre le vecteur accélération et la normale (\vec{a}, \vec{u}_N) est constant.
Donner sa valeur (On se servira pour cela de la question 2)
- 5- Trouver l'expression du rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice 3 :

Un skieur que l'on assimilera à un point matériel, de masse $m = 80 \text{ kg}$, part du point S, situé à une hauteur $h_s = 1540 \text{ m}$, avec une vitesse nulle pour arriver au point O, situé à une hauteur $h_o = 1440 \text{ m}$.

1 – Sachant que le long de la piste SO, de longueur 150 m, les frottements entre la piste et les skis sont caractérisés par une force $C_{//} = 400 \text{ N}$, dans la direction de la vitesse :

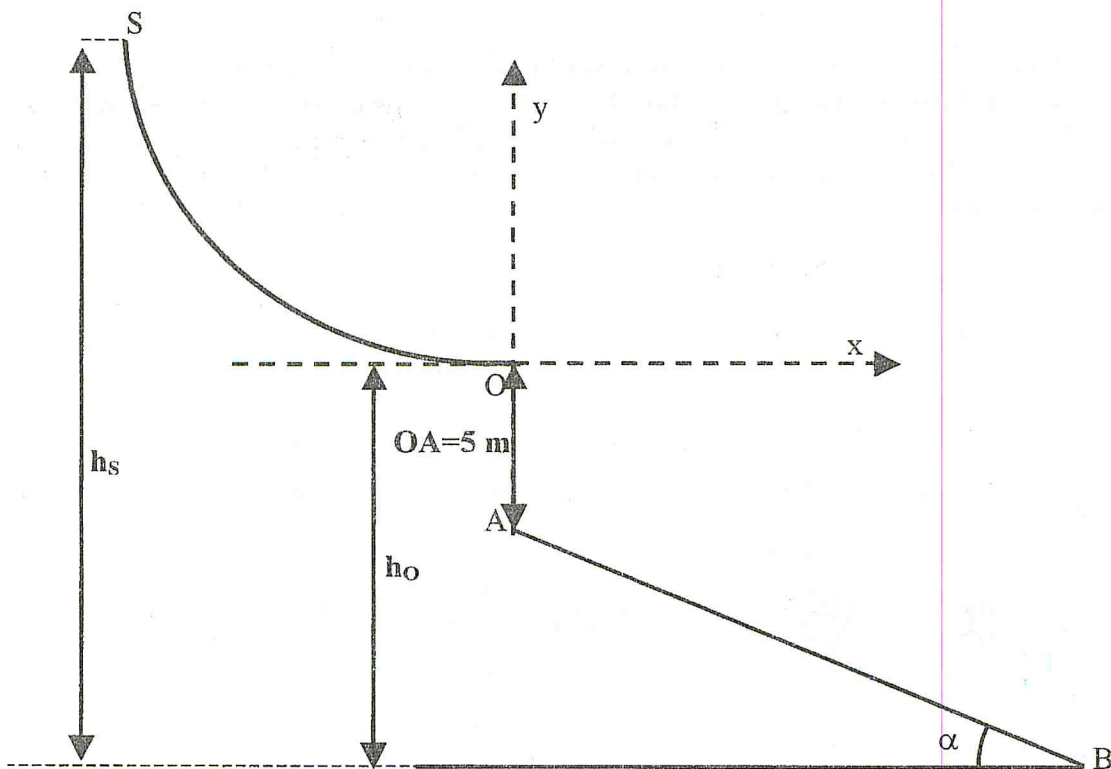
a – Donner l'expression de l'énergie totale aux points S et O,

b – Déduire la vitesse V_0 du skieur au point O.

2- En O, le skieur quitte la piste avec une vitesse horizontale \vec{V}_0 , en supposant les frottements dus à l'air négligeables, déterminer l'équation de la trajectoire suivie par le skieur.

3- A quelle distance de O le skieur touchera-t-il le plan incliné AB, faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale ?

4- Quelle est la valeur de sa vitesse à cet endroit ?



Corrigé de l'épreuve de Rattrapage Février 2008 (L.M.D-S.T : Sections B, I, L et R)

Exercice 1 : (6.5 points)

1- Pour la voiture : $x_1(t) = \frac{a_1}{2}t^2 + d_1 = \frac{3}{2}t^2 - 3$, 0.5

Pour la moto : $x_2(t) = v_2t + d_2 + d_1 = 15t - 27$, 0.5

2- Il y a dépassement si $x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 3 = 15t - 27 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 15t + 24 = 0$, 0.5

0.5 0.5 + 0.5

En résolvant cette équations on :

$t_1 = 2s$ et $x = 3m$

$t_2 = 8s$ et $x' = 93m$, 0.5 + 0.5

3- Si $v_2 = 36km/h = 10m/s \Rightarrow x_2'(t) = 10t - 27$, il y a dépassement si : $x_1(t) = x_2'(t)$ ce qui revient à résoudre l'équation :

$\frac{3}{2}t^2 - 10t + 24 = 0$ elle n'a pas de solution car Δ est négatif donc ils ne vont pas se rencontrer. 0.5

4- Détermination de la distance minimale :

a- $\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{3}{2}t^2 - 10t + 24$, est minimale si sa dérivée est nulle : 0.5

$\Delta x' = 3t - 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{10}{3}s$, 0.5

b- $\Delta x_{min} = 7.33m$, 0.5

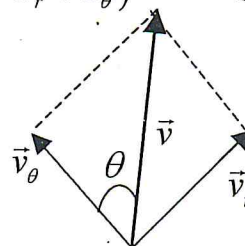
Exercice 2 : (6.5 points)

1- Calcul du vecteur vitesse :

$\vec{v} = v_r \vec{u}_r + v_\theta \vec{u}_\theta = \frac{dr}{dt} \vec{u}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta = \frac{r_0}{a} e^{-\frac{t}{a}} (-\vec{u}_r + \vec{u}_\theta)$, 3x0.5

2- L'angle $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$ s'écrit :

$tg\theta = \frac{v_r}{v_\theta} = -1 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$, 0.5



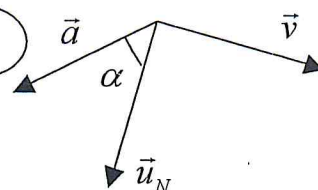
3- Vecteur accélération :

$\vec{a} = a_r \vec{u}_r + a_\theta \vec{u}_\theta = -2 \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \vec{u}_\theta$, 3x0.5

4- Calcul de l'angle (\vec{a}, \vec{u}_N) :

\vec{a} est porté par $-\vec{u}_\theta$ et à la question 2 on a vu que $(\vec{V}, \vec{u}_\theta) = -\frac{\pi}{4}$ donc $(\vec{V}, \vec{a}) = \frac{3\pi}{4}$ comme

$(\vec{V}, \vec{u}_T) = 0$ donc $(\vec{u}_T, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{2}$ donc : $\alpha = (\vec{a}, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{4}$, 1



5- Calcul du rayon de courbure :

A partir de la question 1 on déduit que $v = \sqrt{2} \frac{r_0}{a} e^{-\frac{t}{a}}$

A partir de la question 3 on déduit que

$$\|\vec{a}_T\| = a \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \quad \text{et} \quad \|\vec{a}_N\| = a \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \quad \text{et comme}$$

$$a_N = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_N} = \sqrt{2} r_0 e^{-\frac{t}{a}} \quad \text{1}$$

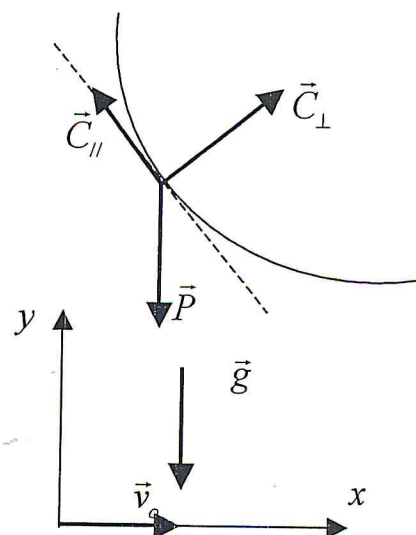
0.5

Exercice 3 : (7 points)

1- a- au point S : $E_{TS} = E_c + E_p = mgh_s$; au point O : $E_{TS} = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$

b- $\Delta E_T = W_{C_{//}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_o^2 - mg(h_s - h_o) = -C_{//} SO$

$$v_o = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - C_{//} SO)} = 22.36 \text{ m/s}$$



2- trajectoire :

ox : $v_x = v_o \Rightarrow x(t) = v_o t$

oy : $v_y = -gt \Rightarrow y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$

0.5

0.5

0.5

0.5

3- Il touche le sol lorsque l'équation du mouvement est égale à celle de la droite représentant le sol. Pour la droite on a : $y = ax + b = -x - 5$. Elles se coupent si

$$-\frac{1}{100}x^2 = -x - 5 \Rightarrow -\frac{1}{100}x^2 + x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 104.8 \text{ m} \\ y = -109.8 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow OI = \sqrt{x^2 + y^2} = 151.7 \text{ m}$$

0.5

0.5

1

4- Sa vitesse à cet instant est : on a

$$t = 4.69 \text{ s} \Rightarrow v_x = 22.36 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad v_y = -46.9 \text{ m/s} \Rightarrow v = 51.96 \text{ m/s}$$

0.5

0.5

0.5

PHYS1 – Première année de Licence (ST)
Epreuve de rattrapage (1 H 30 mn)

Exercice I. (6 pts).

On considère un point matériel M se déplaçant dans le plan (Ox, Oy) , de coordonnées x et y satisfaisant les équations suivantes : $x = 3t$ et $y = -t^2 + 4t$ (t en s, x et y en m).

- 1/ Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile et la tracer entre $t = 0$ s et $t = 5$ s.
- 2/ Déterminer les expressions du vecteur vitesse et de son module.
- 3/ Déterminer les expressions du vecteur accélération et de son module.
- 4/ Calculer le module du vecteur vitesse moyenne entre $t = 0$ s et $t = 3$ s.
- 5/ Calculer le rayon de courbure de la trajectoire au point atteint par le mobile à $t = 2$ s.

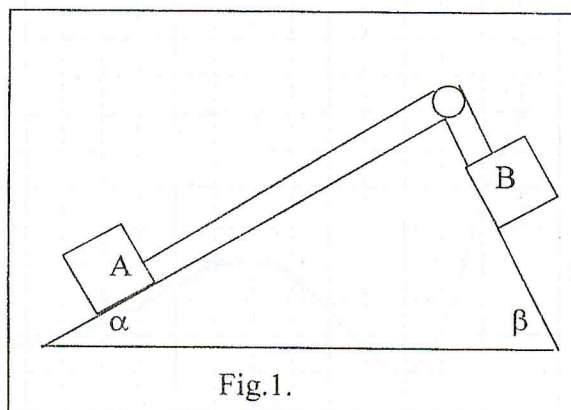
Exercice II. (10 pts). (Les parties A et B sont indépendantes)

Un fil inextensible de masse négligeable passe dans la gorge d'une poulie de masse négligeable. On accroche aux extrémités du fil deux corps A et B, assimilés à des points matériels de masses m_A et m_B , glissant sur des plans inclinés de pentes α et β (voir Fig.1). Les coefficients de frottements statique μ_S et dynamique μ_d sont les mêmes pour les surfaces en contact.

On donne : $m_B = 1$ kg, $m_A < m_B$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\mu_S = 0,5$, $\mu_d = 0,3$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Partie A

- 1/ On considère le système à la rupture de l'équilibre :
 - a/ Représenter les forces agissant sur les deux masses.
 - b/ Calculer la tension du fil qui s'exerce sur le corps B.
 - c/ En déduire la masse m_{A0} correspondante.
- 2/ Le système étant en mouvement, trouver l'expression de son accélération et calculer sa valeur pour $m_A = 0,3$ kg.



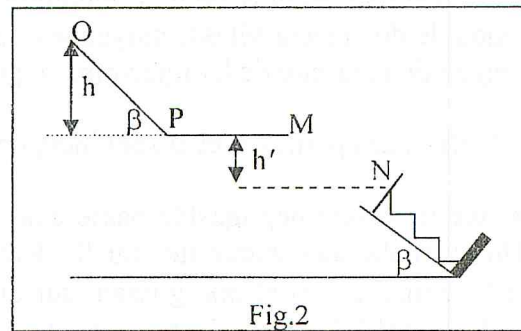
Partie B

1/ Le corps B étant au repos au point O à une hauteur $h = 2\text{ m}$ par rapport au plan horizontal (PM) de longueur $l = 3\text{ m}$ (voir Fig.2), on coupe le fil auquel il est accroché. Déterminer sa vitesse au point M sachant que le coefficient de frottement dynamique sur le parcours (PM) est $\mu'_d = 0,4$.

2/ Le corps B tombe alors du point M et atterrit au point N d'une plaque fixée à un ressort et pouvant glisser sur un deuxième plan incliné d'angle β (Fig.2).

a/ Montrer que pour une hauteur $h' = 20\text{ cm}$, la vitesse au point N est parallèle à ce plan incliné.

b/ Le plan étant parfaitement lisse, trouver la compression que subit le ressort de constante de raideur $k = 4 \times 10^3\text{ N/m}$.



Exercice III. (4 pts).

Une particule de masse m peut se déplacer sur un axe Ox sous l'action d'une force conservative \vec{F} . On donne le graphe suivant représentant la courbe de son énergie potentielle E_p en fonction de x :

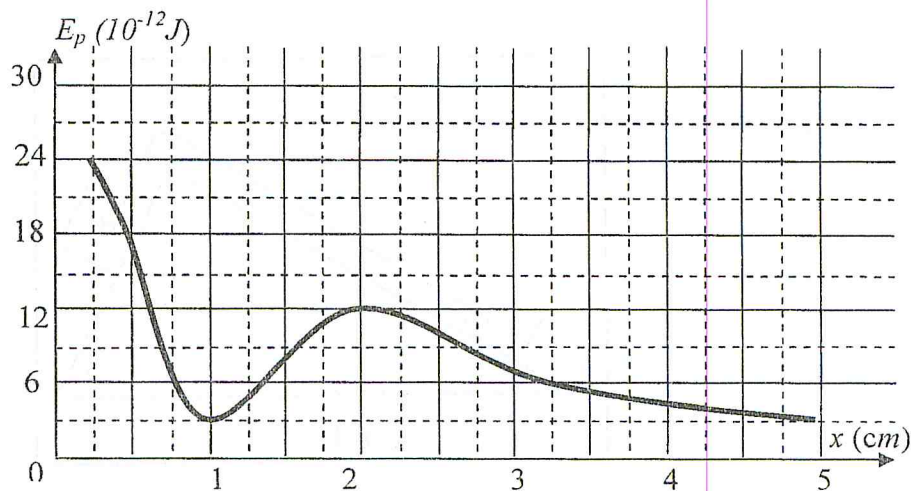
1/ Donner les positions d'équilibre stable et instable. Justifier votre réponse.

2/ Si la particule est lancée de $x = 3,25\text{ cm}$ vers les x décroissantes avec une énergie cinétique $E_c = 12 \times 10^{-12}\text{ J}$.

a/ A quelle position la particule rebrousse-t-elle chemin ?

b/ Donner la valeur de l'énergie potentielle correspondant à cette position.

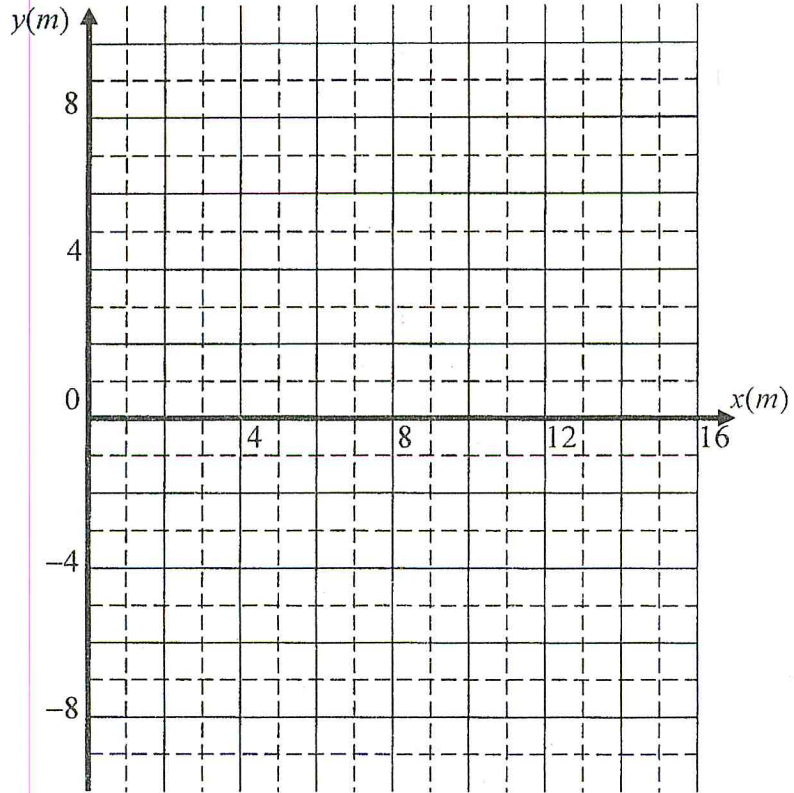
c/ Tracer la variation de l'énergie cinétique $E_c(x)$ de cette particule.



Nom :
Prénom :
Matricule :

Section :
Groupe :

Représentez sur ce quadrillage la trajectoire de l'exercice I



Représentez sur ce quadrillage la courbe $E_C(x)$ de l'exercice III

