U.S.T.H.B. 2013-2014 Semestre 1 **Équations Différentielles**

Faculté de Mathématiques **$3^{\text{ème}}$ année Licence Math**

<u>Test n^{0}1 - 5 décembre 2013. Durée : 30 minutes</u>

Nom :.. **Prénom :**..

Matricule :.. **Groupe :**..

==

<u>Exercice 1</u> :

a) Étudier la lipschitzienité locale de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(y) = 3\sqrt{|y|}$.

b) Vérifier que la fonction y définie sur $\mathbb{R}$ par $y(t) = \begin{cases} \frac{9}{4}t^2 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$

est solution de l'équation $y'(t) = 3\sqrt{|y(t)|}$ avec la condition initiale $y(0) = 0$.

c) Discuter le résultat.

==

Réponse.

==

Exercice 2 :

On considère l'équation différentielle $y' = t + y^2$.

a) Justifier l'existence et l'unicité d'une solution maximale sur $]a, b[$ qui vérifie $y(0) = 0$.

b) Montrer que b est finie ($b < +\infty$).

c) On accepte que $\lim\limits_{t \to b^-} \int_\alpha^t y^2(s)\, ds = +\infty, \alpha > a$. En déduire que $\lim\limits_{t \to b^-} y(t) = +\infty$.

==

Réponse.