**USTHB** **$1^{\text{ère}}$ Année STU, Sections : A, E**

**Faculté des Mathématiques** **Année universitaire : 2012/2013**

# Série n°8 (Géométrie dans le plan et dans l'espace)

---

**Exercice 1 :**

Dans le plan muni du repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère la droite $(D)$ d'équation $3x + 4y - 7 = 0$ et le point $A$ de coordonnées $(4, 5)$.

**a)** Faire une figure.

**b)** Donner un vecteur directeur $\overrightarrow{u}$, un vecteur normal $\overrightarrow{\eta}$ de $(D)$.

**c)** Soit $H(x, y)$ un point du plan.

Quelle condition sur $x$ et $y$ telle que les droites $(D)$ et $(AH)$ soient perpendiculaires?

**d)** Donner les coordonnées de $B$, projeté orthogonal de $A$ sur $(D)$.

**e)** Calculer de deux manières différentes, la distance entre $A$ et $(D)$.

**Exercice 2 :**

On munit le plan d'un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

Soient les trois points $A(2, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(3, 4)$ du plan.

**a)** Déterminer la distance entre $C$ et $AB$.

**b)** Former l'équation de la droite $(D)$ perpendiculaire à $(AB)$ et passant par $C$.

**Exercice 3 :**

Déterminer les droites contenants $A$ et tangentes au cercle $C$ dans les cas suivants :

**a)** $A(2, 3)$ un point du plan et $C : x^2 + y^2 - 2x + \dfrac{4}{5} = 0$.

**b)** $A(0, 0)$ un point du plan et $C : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

**Exercice 4 :**

On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point $A(1, 2, 3)$ sur :

**a)** Le plan $(P)$ d'équation : $3x - 3y + 2z + 19 = 0$.

**b)** La droite $(D)$ passant par le point $B(-8, 10, 3)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u} = -\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$.

**Exercice 5 :**

On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne du plan $(P)$.

**a)** Passant par les points $A(1,1,1)$, $B(2,0,1)$ et $C(-1,2,4)$.

**b)** Passant par $A(1,0,2)$ et de vecteurs directeurs $\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$.

**c)** Passant par le point $A(1,1,0)$ et contenant la droite $(D)$ : $x = t,\ y = -1+2t,\ z = 1-3t$.

**d)** Contenant les deux droites $(D) : \begin{cases} x+y-z+3=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$ et $(D') : \begin{cases} 3x-y-z+5=0 \\ x+y-z+1=0 \end{cases}$.

**Exercice 6 :**

On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

On considère les quatre points $A(-1,2,1)$, $B(1,-6,-1)$, $C(2,2,2)$ et $D(0,1,-1)$.

**a)** Calculer le produit vectoriel : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire l'aire du triangle $ABC$.

**b)** Déterminer l'équation cartésienne du plan $(P)$ contenant les trois points $A$, $B$ et $C$.

**c)** Soient $(Q)$ le plan d'équation $x+y-3z+2=0$ et $(Q')$ le plan de repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{k}\right)$.

**1.** Pourquoi les plans $(Q)$ et $(Q')$ sont sécants?

**2.** Donner un point et un vecteur directeur de la droite d'intersection $(\Delta)$ des plans $(Q)$ et $(Q')$.

**3.** Calculer la distance entre la droite $(\Delta)$ et le plan $(P)$.

**d)** Donner une équation cartésienne de la sphère $(S)$ de centre $D(0,1,-1)$ et de rayon 2.

**e)** On considère les points $J(-2,0,0)$ et $K(1,0,1)$.

**1.** Déterminer l'intersection de la sphère $(S)$ et de la droite $(JK)$.

**2.** Quelle est l'angle entre les deux vecteurs $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OK}$?

*Indication.* Utiliser les produit scalaire et vectoriel des deux vecteurs précédents.

**f)** Quelles sont les coordonnes cylindriques et sphériques du point $C$.

**g)** Calculer le volume du parallélépipède de cotes $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.