

Nom : ..... Matricule : .....

Prénom : ..... Groupe : .....

=====

**Exercice 1 (5 points) :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations  $|3x - 1| = |2x + 1|$  et  $|2x + 1| + |3x - 1| = 5$ .

**Réponse.**

---

**Exercice 2 (5 points) :**

- a) Écrire sous forme trigonométrique les nombres  $\sqrt{3} + i$  et  $1 + i\sqrt{3}$ .
- b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 = 8i$ .

**Réponse.**

---

**Exercice 3 (6 points) :** Soit  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites définies par  $v_0 > u_0$  et

$$\begin{cases} u_n = \frac{3u_{n-1} + 2v_{n-1}}{5} \\ v_n = \frac{3v_{n-1} + 2u_{n-1}}{5} \end{cases}$$

1. Montrer que  $(v_n - u_n)$  est une suite géométrique puis déterminer son terme général.
2. En déduire que  $\lim_{n \rightarrow \infty} (v_n - u_n) = 0$  et  $u_n < v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ .
3. Montrer que  $(v_n)$  et  $(u_n)$  sont adjacentes.
4. Calculer  $v_n + u_n$  en fonction de  $v_0 + u_0$  et en déduire la limite des suites  $(v_n)$  et  $(u_n)$ .

**Réponse.**

=====

**Exercice 4 (4 points) :** On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{\sin(2x)}{x}, & \text{si } x \neq 0, \\ a, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

1. Déterminer  $a$  pour que  $f$  soit continue sur  $\mathbb{R}$ .
2. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet au moins une racine réelle.

**Réponse.**