

Nom : Matricule :

Prénom : Groupe :

=====

Exercice 1 (5 points) :

On considère les intégrales suivantes : $I = \int_0^\pi x \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^\pi x \sin^2 x dx$.

a) Calculer $I + J$ et $I - J$. **Indication.** $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos(2x)$.

b) En déduire les valeurs de I et J .

Réponse.

=====

Exercice 2 (4 points) :

a) Effectuer toutes les multiplications possibles entre les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

b) En déduire $A^2 + BC$.

Réponse.

=====

Exercice 3 (6 points) : On considère le système d'équations suivant :

$$(\mathcal{S}) \quad \begin{cases} 4x + 3y + 6z = 1 \\ x + y + 2z = -1 \\ -3x - 3y - 5z = 2 \end{cases}.$$

- a) Écrire la matrice A associée à $(\mathcal{S})$, puis exprimer $(\mathcal{S})$ sous forme matricielle $AX = b$.
- b) Calculer A^2 et A^3 .
- c) En déduire l'inverse A^{-1} de A .
- d) Résoudre $(\mathcal{S})$ à l'aide de A^{-1} .

Réponse.

=====

Exercice 4 (5 points) : On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les quatre points $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 1)$, $C(-1, 2, 4)$ et $D(0, 1, -1)$.

a) Calculer le produit vectoriel : $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

b) Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) contenant les trois points A , B et C .

c) Déterminer l'équation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point D et qui est orthogonale au plan (P) .

d) Calculer la distance entre le point D et le plan (P) .

Réponse.