

Série n°8 (Géométrie dans le plan et dans l'espace)

Exercice 1 :

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère la droite (D) d'équation $3x + 4y - 7 = 0$ et le point A de coordonnées $(4, 5)$.

a) Faire une figure.

b) Donner un vecteur directeur \vec{u} , un vecteur normal $\vec{\eta}$ de (D) .

c) Soit $H(x, y)$ un point du plan.

Quelle condition sur x et y telle que les droites (D) et (AH) soient perpendiculaires?

d) Donner les coordonnées de B , projeté orthogonal de A sur (D) .

e) Calculer de deux manières différentes, la distance entre A et (D) .

Exercice 2 :

On munit le plan d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soient les trois points $A(2, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(3, 4)$ du plan.

a) Déterminer la distance entre C et AB .

b) Former l'équation de la droite (D) perpendiculaire à (AB) et passant par C .

Exercice 3 :

Déterminer les droites contenants A et tangentes au cercle C dans les cas suivants :

a) $A(2, 3)$ un point du plan et $C : x^2 + y^2 - 2x + \frac{4}{5} = 0$.

b) $A(0, 0)$ un point du plan et $C : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

Exercice 4 :

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point $A(1, 2, 3)$ sur :

a) Le plan (P) d'équation : $3x - 3y + 2z + 19 = 0$.

b) La droite (D) passant par le point $B(-8, 10, 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

Exercice 5 :

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne du plan (P) .

a) Passant par les points $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 1)$ et $C(-1, 2, 4)$.

b) Passant par $A(1, 0, 2)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u} = 4\vec{i} + 3\vec{k}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

c) Passant par le point $A(1, 1, 0)$ et contenant la droite $(D) : x = t, y = -1 + 2t, z = 1 - 3t$.

d) Contenant les deux droites $(D) : \begin{cases} x + y - z + 3 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$ et $(D') : \begin{cases} 3x - y - z + 5 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$.

Exercice 6 :

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les quatre points $A(-1, 2, 1)$, $B(1, -6, -1)$, $C(2, 2, 2)$ et $D(0, 1, -1)$.

a) Calculer le produit vectoriel : $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$. En déduire l'aire du triangle ABC .

b) Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) contenant les trois points A , B et C .

c) Soient (Q) le plan d'équation $x + y - 3z + 2 = 0$ et (Q') le plan de repère (O, \vec{i}, \vec{k}) .

1. Pourquoi les plans (Q) et (Q') sont sécants?

2. Donner un point et un vecteur directeur de la droite d'intersection (Δ) des plans (Q) et (Q') .

3. Calculer la distance entre la droite (Δ) et le plan (P) .

d) Donner une équation cartésienne de la sphère (S) de centre $D(0, 1, -1)$ et de rayon 2.

e) On considère les points $J(-2, 0, 0)$ et $K(1, 0, 1)$.

1. Déterminer l'intersection de la sphère (S) et de la droite (JK) .

2. Quelle est l'angle entre les deux vecteurs \vec{OJ} et \vec{OK} ?

Indication. Utiliser les produit scalaire et vectoriel des deux vecteurs précédents.

f) Quelles sont les coordonnées cylindriques et sphériques du point C .

g) Calculer le volume du parallélépipède de cotes \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{AD} .