Chapitre 0

Rappel sur les suites numériques réelles

Une suite numérique réelle est une application

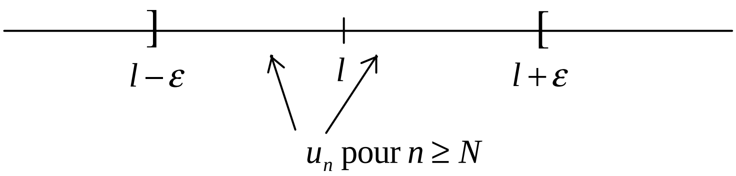
$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & n & \longmapsto & f(n). \end{array}$$

- On note $f(n)$ par $u(n)$ ou u_n.

- u_n est le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, ou $(u_n)_n$, ou simplement (u_n).

- La suite (u_n) converge vers une limite l si

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists\ N \in \mathbb{N} \text{ tel que } \forall n \geq N \text{ implique } |u_n - l| < \varepsilon.$$



On lit "la suite (u_n) tends vers l lorsque n tends vers $+\infty$" et on écrit $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ ou simplement $u_n \to l$.

- La suite (u_n) diverge si elle ne converge pas ou $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$.

- Si la limite d'une suite existe elle est unique.

- Une suite réelle croissante et majorée converge.

- Une suite réelle décroissante et minorée converge.

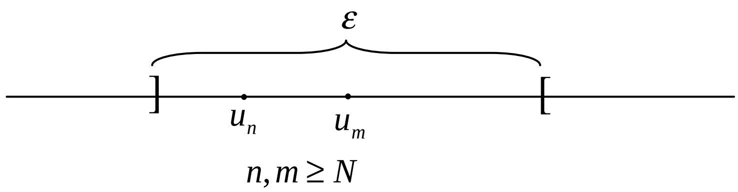
- Deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes, si (u_n) croissante, (v_n) décroissante, $u_n \leq v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$.

- Si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes, alors elles convergent vers la même limite.

Suites de Cauchy

On dit que (u_n) est une suite de Cauchy si

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists\ N \in \mathbb{N} \text{ tel que } \forall n, m \geq N \text{ implique } |u_n - u_m| < \varepsilon.$$



- Une suite (u_n) converge si et seulement si elle est de Cauchy.

- Si (u_n) n'est pas une suite de Cauchy, elle diverge.