

Série d'exercices n° 0 : Nombres complexes

**N.B.** À traiter pendant la séance de TD, les questions 1-a), 2-c), 3-b), 4-b), et 6 uniquement, les autres questions sont supplémentaires.

**Exercice 1** : Soient  $z = 2 - i$ ,  $w = 1 + 3i$ .

Écrire les nombres complexes suivants sous forme  $x + iy$ .

$$\mathbf{a)} \frac{z}{w}, \mathbf{b)} \frac{zw}{z+w}.$$

**Exercice 2** : Trouver le module et l'argument principal des nombres complexes suivants :

$$\mathbf{a)} z = 4 + 3i, \mathbf{b)} z = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}, \mathbf{c)} z = \cos \theta - i \sin \theta \left( \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \right).$$

**Exercice 3** : Représenter les ensembles des points suivants dans le plan complexe.

$$\mathbf{a)} \{z \in \mathbb{C} / |z - 3i| \leq |z - 3|\}, \mathbf{b)} \{z \in \mathbb{C} / |z - i| < 3\}, \mathbf{c)} \{z \in \mathbb{C} / |z - i| > 3\},$$

$$\mathbf{d)} \{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im} z < 1\}.$$

**Exercice 4** : Résoudre les équations : **a)**  $z^3 + 3z^2 + 3z + 3 = 0$ , **b)**  $(z - 1)^4 = 1$ .

**Exercice 5** : Donner les nombres complexes suivants sous forme  $x + iy$ .

$$\mathbf{a)} (1 + i)^{1000}, \mathbf{b)} (\sqrt{3} - i)^3 (-1 + i\sqrt{3})^{-5}.$$

**Exercice 6** : Calculer  $i^{\frac{1}{6}}$  et représenter les résultats dans le plan complexe.

**Exercice 7** : Calculer les sommes suivantes:

$$\mathbf{a)} \sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx, \mathbf{b)} \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx.$$