

Université des Sciences et de la Technologie HOUARI Boumedienne

Faculté de Mathématiques Année Universitaire 2011/2012 Semestre 2

2^{ème} Année Licence, Sciences et Technologies, Section C : Analyse complexe

Série d'exercices N° 1 : Nombres complexes

Exercice 1 : Soient $z = 2 - i, w = 1 + 3i$.

Écrire les nombres complexes suivants sous forme $x + iy$.

a) $\frac{z}{w}$, b) $\frac{zw}{z+w}$.

Exercice 2 : Trouver le module et l'argument principal des nombres complexes suivants:

$$z = 4 + 3i, z = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}, z = \cos \theta - i \sin \theta \left(\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \right).$$

Exercice 3 : Représenter les ensembles des points suivants dans le plan complexe.

a) $\{z \in \mathbb{C} / |z - 3i| \leq |z - 3|\}$, b) $\{z \in \mathbb{C} / |z - i| < 3\}$, c) $\{z \in \mathbb{C} / |z - i| > 3\}$,

d) $\{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im} z < 1\}$.

Exercice 4 : Parmi les ensembles suivants, trouver ceux qui sont

a) Connexes b) Bornés c) Compacts.

i) $\{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Im} z > 0\}$, ii) $\{z \in \mathbb{C} / |z - i| \geq 3\}$, 3i) $\{1, i, -2, 1 + 3i\}$, 4i) \mathbb{C} ,

5i) $\{z \in \mathbb{C} / |z| < 1\} \cup \{z \in \mathbb{C} / |z - 1| < 1\}$.

Exercice 5 : Résoudre les équations: $z^3 + 3z^2 + 3z + 3 = 0, (z - 1)^4 = 1$.

Exercice 6 : Donner les nombres complexes suivants sous forme $x + iy$.

a) $(1 + i)^{1000}$, b) $(\sqrt{3} - i)^3 (-1 + i\sqrt{3})^{-5}$

Exercice 7 : Calculer $i^{\frac{1}{6}}$ et représenter les résultats dans le plan complexe.

Exercice 8 : Calculer les sommes suivantes:

a) $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx$, b) $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$.