

Série d'exercices N° 4 : Intégration dans \mathbb{C} - Théorème de Cauchy

Exercice 1 :

Calculer $\int_{(0,3)}^{(2,4)} (2y + x^2) dx + (3x - y) dy$ le long de

- a) la parabole $x = 2t, y = t^2 + 3$,
- b) la ligne brisée formée par les segments de droite $(0, 3)$ à $(2, 3)$ et $(2, 3)$ à $(2, 4)$,
- c) le segment de droite d'extrémités $(0, 3)$ et $(2, 4)$.

Exercice 2 :

Évaluer $\int_C \bar{z} dz$ de $z = 0$ à $z = 4 + 2i$ le long de la courbe C dans les cas suivants.

- a) la courbe C définie par $z = t^2 + it$,
- b) la courbe C formée des segments joignant 0 à $2i$ et $2i$ à $4 + 2i$.

Exercice 3 :

Vérifier la formule de Green pour l'intégrale

$$\oint_C (2xy - x^2) dx + (x + y^2) dy,$$

où C est la frontière du domaine compris entre les courbes $y = x^2$ et $y^2 = x$.

Exercice 4 :

Évaluer les intégrales $\oint_C dz$, $\oint_C z dz$ et $\oint_C z - idz$,

où C est une courbe fermée simple.

Exercice 5 :

Évaluer $\oint_C \frac{1}{z - a} dz$ où C désigne une courbe fermée et $z = a$ est

- a) à l'extérieur de C , b) à l'intérieur de C .