

Nom : ..... Matricule : ..... **Forme A**

Prénom : ..... Groupe : .....

**Exercice 1 (8 points) :** a) Développer en série de Laurent autour de son point singulier  $f(z) = \frac{1}{z^2} e^{\frac{1}{z}}$ .

b) Préciser la nature de son point singulier.

c) En déduire le résidu de  $f(z)$  en ce point singulier.

**Réponse.**

**Exercice 2 (12 points) :** On considère la fonction  $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)}$ .

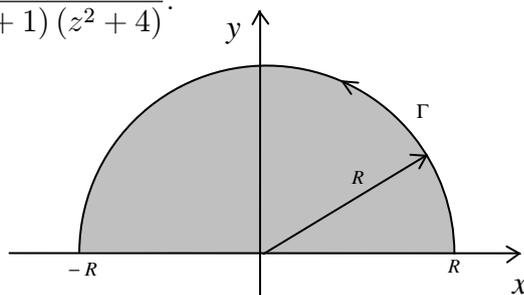
a) Trouver les résidus de  $f(z)$  en tous les pôles.

b) Par application du théorème des résidus calculer

$\oint_C \frac{1}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)} dz$  où  $C$  désigne le contour fermé de la

figure ci-contre formé du segment,  $[-R, +R]$  et du demi

cercle  $\Gamma$  décrit dans le sens direct.



c) En déduire  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$ .

**Réponse.**

=====  
**Nantissement** : Sur mon honneur, je n' ai ni donné, ni reçu de l' aide sur ce test. Signé.....