



Test n⁰1 - 15 avril 2017. Durée : 30 minutes

Nom et Prénom :

Matricule :.....

15

Exercice 1 (4 pts.) :

- a) Trouver $u(x, y)$ et $v(x, y)$ tels que $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ pour **1)** $f(z) = z^2$, **2)** $f(z) = \cos z$.
- b) Calculer **1)** $\text{Log}(1 - i)$, **2)** $(1 - i)^{2i}$.

Réponse.

Exercice 2 (6 pts.) : Soit $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ avec $u(x, y) = x^3 - 3\lambda xy^2 + 2x + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- a) Donner une condition nécessaire et suffisante sur λ pour que $f = u + iv$ soit holomorphe sur $\mathbb{C}$.
- b) Déterminer alors la fonction f .
- c) Exprimer $f(z)$ à l'aide de la variable z .

Réponse.

Exercice 3 (5 pts.) : Soit D un domaine (ouvert connexe) de $\mathbb{C}$. Soient f et g deux fonctions holomorphes sur D telles que $f(z) + \overline{g(z)} \in \mathbb{R}$ pour tout $z \in D$.

Montrer qu'il existe $c \in \mathbb{R}$ telle que $f(z) = c + g(z)$ pour tout $z \in D$.

Réponse.