

Exercice 2 (5 pts.) : Soit C le cercle unité $|z| = 1$. Soit a un réel tel que $|a| > 1$.

a) En utilisant la formule intégrale de Cauchy, évaluer $\int_C \frac{1}{z-i(-a-\sqrt{a^2-1})} dz$ et $\int_C \frac{1}{z-i(-a+\sqrt{a^2-1})} dz$.

b) En déduire $\int_C \frac{1}{z^2 + 2iaz - 1} dz$.

c) En déduire ainsi $\int_0^{2\pi} \frac{1}{a + \sin t} dt$. *Indication* : Poser $z = e^{it}$.

Réponse.

