Examen final - 20 janvier 2019. Durée : 1 heure et 15 minutes

Nom et Prénom : ....

Matricule : ....

/ **20**

Exercice 1 (5 pts.) : Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $ty' - \alpha y = 1, \alpha \in \mathbb{R}$, **b)** $tyy' = (y+1)$,

Réponse.

Suite de l'exercice 1 (5 pts.) : Résoudre les équations différentielles suivantes :

c) $y'' - 3y' + 2y = e^t$, **d)** $y'' + y = 4\cos t - 2\sin t$.

Réponse.

Exercice 2 (5 pts.) : On considère l'équation différentielle : $(E_1) : 2\sin(y^2) + (ty\cos(y^2))\, y' = 0.$

a) Vérifier que l'équation (E_1) n'est pas exacte (n'est pas au différentielle totale).

b) Chercher un facteur intégrant de (E_1) sous la forme $\mu(t, y) = g(t)$.

c) Trouver la solution générale de (E_1).

Réponse.

Exercice 3 (5 pts.) : On cherche à résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E_2) : y'' - y' - e^{2t}y = e^{3t}$.

Soit y une solution de (E_2) sur $\mathbb{R}$. Pour $s \in]0, +\infty[$, on pose $z(s) = y(\operatorname{Log} s)$.

a) Calculer pour $s \in]0, +\infty[$, $z'(s)$ et $z''(s)$.

b) En déduire que z vérifie une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants que l'on précisera (on pourra poser $t = \operatorname{Log} s$ dans (E_2)).

c) Résoudre l'équation différentielle trouvée à la question précédente.

d) En déduire la solution générale de l'équation (E_2) sur $\mathbb{R}$.

Réponse.