USTHB 2020-2021 Semestre 1
Faculté de Mathématiques

Équations différentielles
3ème année LAC

Examen final - 31 mars 2021. Durée : 1 heure

Nom et Prénom :.....

Matricule :.....

/20

Exercice 1 (7 pts.) : Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $ty' = y + t^2 e^{\alpha t}, \alpha \in \mathbb{R}$, **b)** $ty' = y(y+1)$, **c)** $y'' - 3y' + 2y = 4t + e^{2t}$.

Réponse.

Exercice 2 (7 pts.) : On se propose d'intégrer sur l'intervalle $]0,+\infty[$ l'équation différentielle de Riccati :

$$(E_1) : y' - \tfrac{1}{t}y + ty^2 = -\tfrac{2}{t^3}.$$

a) Déterminer $a \in \mathbb{R}$ tel que $y(t) = t^a$ soit une solution particulière y_0 de (E_1).

b) Montrer que le changement de fonction inconnue $y(t) = y_0(t) + \dfrac{1}{z(t)}$ transforme l'équation (E_1) en une équation différentielle (E_2) linéaire du premier ordre à déterminer.

c) Résoudre l'équation différentielle (E_2) sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

d) En déduire les solutions de (E_1) sur $]0,+\infty[$.

Réponse.

Exercice 3 (6 pts.) : On considère l'équation différentielle $(E_3) : t^2y'' - 5ty' + 9y = 0$ sur $]0, +\infty[$.

a) Déterminer une solution de l'équation (E_3) de la forme $y(t) = t^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.

b) On pose alors $y(t) = t^\alpha z(t)$. Quelle est alors l'équation différentielle vérifiée par z ?

c) En déduire les solutions de (E_3) sur $]0, +\infty[$.

Réponse.