



Test n°1 - 06 avril 2016. Durée : 30 minutes

Nom et Prénom :

Matricule :.....

15

Exercice 1 (3 pts.) :

- a) Séparer les parties réelles et imaginaires des fonctions **1)** $f(z) = z^2$, **2)** $f(z) = \sin z$.
- b) Calculer **1)** $\text{Log}(1+i)$, **2)** $(1+i)^i$.

Réponse.

Exercise 2 (6 pts.) :

- Montrer que la fonction $u = x^2 - y^2 + \sin x \operatorname{Ch} y$ est harmonique.
- Trouver une fonction v telle que $f(z) = u + iv$ soit holomorphe.
- Exprimer $f(z)$ à l'aide de la variable z .

Réponse.

Exercice 3 (6 pts.) : Soit D un domaine (ouvert connexe) de \mathbb{C} . Soit $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ une fonction holomorphe.

On note $u = \operatorname{Re} f$ et $v = \operatorname{Im} f$ les parties réelle et imaginaire de f .

- Montrer que $\bar{f} = u - iv$ est holomorphe dans D si et seulement si f est constante sur D .
- En déduire que $|f|$ est constante sur D si et seulement si f est constante sur D .
- En déduire aussi que si f est à valeurs réelles ($v = 0$), alors elle est constante.

Réponse.