

Test n^o1 - 06 novembre 2014. Durée : 30 minutes

Nom : Matricule :

Prénom : Groupe :

=====

Exercice 1 (5 pts.) : Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Comparer $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$.

=====

Réponse.

=====

Exercice 2 (6 pts.) :

1) À l'aide du changement $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ transformer l'équation $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = 1$ en une équation de la forme $\frac{\partial f}{\partial \eta} = a$, ($a \in \mathbb{R}$).

2) Trouver toutes les fonctions de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} qui vérifient $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = 1$.

=====

Réponse.

=====

Exercice 3 (4 pts.) : Écrire le développement de Taylor à l'ordre 2 au voisinage du point $(0, 0)$ pour la fonction f définie par $f(x, y) = e^x (1 + \sin y)$.

=====

Réponse.