



Test n^o2 - 08 décembre 2015. Durée : 30 minutes

Nom et Prénom :

Matricule :.....

15

Exercice 1 (7 pts.) :

Soit D le parallélogramme de sommets $B_1 = (-1, 0)$, $B_2 = (2, 0)$, $B_3 = (0, 2)$ et $B_4 = (3, 2)$.

- 1) Dessiner le domaine D . 2) Calculer l'intégrale $\iint_D (1 + a|x - y|) \, dx dy$, $a \in \mathbb{R}$.
3) En déduire l'aire de D .

Réponse.

Exercice 2 (6 pts.) : 1) En utilisant le changement en coordonnées sphériques, calculer les volumes :

a) $V_1 = \iiint_{D_1} dx dy dz$, D_1 est la boule de centre $(0, 0, 0)$ et de rayon 2.

b) $V_2 = \iiint_{D_2} dx dy dz$, D_2 est la boule de centre $(1, 0, 0)$ et de rayon 1.

2) En déduire le volume du solide $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \geq 1\}$.

Réponse.

Exercice 3 (2 pts.) : Soit ω la forme différentielle d'ordre 2 définie sur \mathbb{R}^3 par

$$\omega(x, y, z) = (y^2 + yz) dx \wedge dy + x^2 dx \wedge dz - xy dy \wedge dz.$$

Vérifier que ω est fermée.

Réponse.