



Test n^o1 - 17 novembre 2015. Durée : 30 minutes

Nom et Prénom :.....

Matricule :.....

15

Exercice 1 (6 pts.) : Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

- Montrer que la fonction f est continue sur \mathbb{R}^2 .
- Pour $(h_1, h_2) \neq (0, 0)$, calculer la dérivée directionnelle $d_{(h_1, h_2)} f(0, 0)$ si elle existe.
- En déduire les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- Étudier la différentiabilité de f en $(0, 0)$.
- La fonction f est-elle de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R}^2 ? justifier votre réponse.

Réponse.

Exercise 2 (5 pts.) :

- 1) Montrer que l'équation $xz^3 + z + y = 0$ définit une fonction implicite $z = \varphi(x, y)$ au voisinage du point $(0, 0, 0)$.
- 2) Former son développement de Taylor à l'ordre 1 au voisinage de $(0, 0)$.

Réponse.

Exercice 3 (4 pts.) : Étudier les extrema locaux de la fonction f définie par $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$.

Réponse.