

Série d'exercices n° 0 : Nombres complexes

=====

Exercice 1 : Soient $z = 2 - i, w = 1 + 3i$.

Écrire les nombres complexes suivants sous forme $x + iy$.

a) $\frac{z}{w}$, b) $\frac{zw}{z + w}$.

Exercice 2 : Trouver le module et l'argument principal des nombres complexes suivants :

a) $z = 4 + 3i$, b) $z = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$, c) $z = \cos \theta - i \sin \theta$ ($\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$).

Exercice 3 : Représenter les ensembles des points suivants dans le plan complexe.

a) $\{z \in \mathbb{C} / |z - 3i| \leq |z - 3|\}$, b) $\{z \in \mathbb{C} / |z - i| < 3\}$, c) $\{z \in \mathbb{C} / |z - i| > 3\}$,
d) $\{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im} z < 1\}$.

Exercice 4 : Résoudre les équations : a) $z^3 + 3z^2 + 3z + 3 = 0$, b) $(z - 1)^4 = 1$.

Exercice 5 : Donner les nombres complexes suivants sous forme $x + iy$.

a) $(1 + i)^{1000}$, b) $(\sqrt{3} - i)^3 (-1 + i\sqrt{3})^{-5}$.

Exercice 6 : Calculer $i^{\frac{1}{6}}$ et représenter les résultats dans le plan complexe.

Exercice 7 : Calculer les sommes suivantes :

a) $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx$, b) $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$.

=====