

Nom : ..... Matricule : .....

Prénom : ..... Groupe : .....

Exercice 1 (7 pts.) : Soit  $C$  le cercle unité  $|z| = 1$ .a) En utilisant le théorème de Cauchy, évaluer  $\int_C z dz$ . (Justifier votre réponse).b) En utilisant la formule intégrale de Cauchy, évaluer  $\int_C \frac{2}{z} dz$  et  $\int_C \frac{1}{z^3} dz$ .c) En déduire  $\int_0^{2\pi} (1 + 4 \cos^2 \theta) d\theta$ .*Indication* : Poser  $z = e^{i\theta}$ , d'où  $d\theta = \frac{dz}{iz}$  et  $\cos \theta = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ .

Réponse.

=====

**Exercice 2 (8 pts.) :** On considère la fonction  $f(z) = \frac{z}{(z-2)(z-3)}$ .

a) Trouver les résidus de  $f(z)$  en tous les pôles.

b) Par application de la formule intégrale de Cauchy, calculer  $\int_C \frac{z}{(z-2)(z-3)} dz$  où  $C$  désigne le cercle  $|z| = \frac{5}{2}$  dans le sens direct. *Indication :*  $\frac{z}{(z-2)(z-3)} = \frac{3}{z-3} + \frac{-2}{z-2}$ .

c) Déterminer le développement en série de Laurent de  $f(z)$  au voisinage de  $z = 2$ .

=====

**Réponse.**