

Nom : ..... Matricule : .....

Prénom : ..... Groupe : .....

**Exercice 1 (8 points) :**

a) Calculer le rayon de convergence  $R$  de  $\sum_{n=0}^{\infty} (1+n)^2 x^n$  et étudier sa convergence en  $x = R$  et  $x = -R$ .

b) On pose  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (1+n)^2 x^n$  et  $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ,  $x \in ]-R, R[$ .

Montrer que  $f(x) = g(x) + 3xg'(x) + x^2g''(x)$ .

c) En déduire la somme  $\sum_{n=1}^{\infty} (1+n)^2 x^n$ . Indication. Noter que  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ .

**Exercice 2 (7 points) :**

a) Donner le développement en séries entières de  $f(x) = (1+x)e^x$  et donner son domaine de convergence.

b) En déduire la somme  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+n}{n!} 2^n x^n$ .

**Réponse.**