USTHB 2015-2016 Semestre 1
Faculté de Mathématiques

Fonctions de plusieurs variables
3ème année LAC

Test n°1 - 17 novembre 2015. Durée : 30 minutes

Nom et Prénom :.....

Matricule :.....

/ **15**

Exercice 1 (6 pts.) : Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

a) Montrer que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}^2$.

b) Pour $(h_1, h_2) \neq (0,0)$, calculer la dérivée directionnelle $d_{(h_1,h_2)} f(0,0)$ si elle existe.

c) En déduire les dérivées partielles $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

d) Étudier la différentiabilité de f en $(0,0)$.

e) La fonction f est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$? justifier votre réponse.

Réponse.

Exercice 2 (5 pts.) :

1) Montrer que l'équation $xz^3 + z + y = 0$ définit une fonction implicite $z = \varphi(x, y)$ au voisinage du point $(0, 0, 0)$.

2) Former son développement de Taylor à l'ordre 1 au voisinage de $(0, 0)$.

Réponse.

Exercice 3 (4 pts.) : Étudier les extrema locaux de la fonction f définie par $f(x,y) = x^2 + 3xy + y^2$.

Réponse.