

Série d'exercices n° 4 : Séries infinies, séries de Taylor, séries de Laurent

Exercice 1 :

Déterminer le domaine de convergence des séries

a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} z^{2n-1}}{(2n-1)!}.$$

b)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} n! z^n.$$

Exercice 2 :

Soit $f(z) = \text{Log}(1+z)$, où l'on considère la branche qui prend la valeur zéro pour $z = 0$.

a) Développer $f(z)$ en série de Taylor au voisinage de $z = 0$.

b) Déterminer le domaine de convergence de la série de (a).

Exercice 3 :

Déterminer le développement en série de Laurent des fonctions suivantes au voisinage des singularités indiquées.

a) $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}; z = 1.$

b) $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)}; z = -2.$