

Série d'exercices n° 1 : Notions d'erreurs

Exercice 1 : Évaluer l'erreur absolue et l'erreur relative (%) commises en approximant le nombre π par chacune de ces quantités :

(a) 3 (b) 3.14 (c) $\frac{22}{7}$.

Exercice 2 : La surface A de la terre peut-être calculée par la formule $A = 4\pi r^2$, où r désigne le rayon de la terre.

(a) Citer cinq (5) approximations qui sont utilisées pour le calcul de la surface avec cette formule sur un ordinateur. Expliquer l'impact de chacune sur le résultat.

(b) Si le rayon $r = 6370 \text{ km}$ est connu avec une précision de 2%, quelle est l'erreur relative sur la surface?

Exercice 3 : Approximer e^π en utilisant les 4 premiers termes de la série $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

Quelle est l'erreur relative commise? Y a-t-il d'autres sources d'erreur lors de ce calcul?

Exercice 4 : Calculer les deux racines de $ax^2 + bx + c = 0$ pour $a = 0.05010$, $b = -98.78$, et $c = 5.015$ à l'aide des deux formules suivantes :

(1) $x = \frac{2c}{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$ (2) $x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

(a) Montrer que les deux formules sont équivalentes.

(b) Vérifier que les racines exactes sont $x_1 = 1971.605916$ et $x_2 = 0.05077069387$.

(c) Calculer les deux solutions avec la première formule en utilisant 4 chiffres significatifs avec arrondi pour tous les calculs. Faire un calcul d'erreur.

(d) Répéter le calcul avec la deuxième formule. Conclure.

Exercice 5 : Soient les trois nombres réels $x = 8.22$, $y = 0.00317$ et $z = 0.00432$.

(a) Représenter les nombres x, y et z avec virgule flottante.

(b) En effectuant les calculs avec $N = 10$ chiffres significatifs, calculer la somme $x + y + z$ en faisant : (1) $(x + y) + z$ (2) $x + (y + z)$.

(c) Commenter les résultats obtenus. Conclure.