

Série d'exercices n° 4 : Intégration numérique

Exercice 1 :

Calculer $\text{Arctg}(3)$ par les méthodes d'intégration des trapèzes et de Simpson pour $n = 6$.

Indication : $\text{Arctg}(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$.

Exercice 2 :

On lance une fusée verticalement du sol et l'on mesure pendant les premières 80 secondes l'accélération a :

t en s	0	10	20	30	40	50	60	70	80
a en m/s^2	30	31.63	33.44	35.47	37.75	40.33	43.29	46.70	50.67

Calculer la vitesse V de la fusée à l'instant $t = 80 s$, par la méthode des trapèzes puis par Simpson.

Exercice 3 :

Déterminer le nombre de subdivisions nécessaires des intervalles d'intégration pour évaluer à 0.5×10^{-6} près, les intégrales suivantes par la méthode indiquée.

a) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x dx$ Simpson. b) $\int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$ trapèzes.

Calculer l'erreur commise dans chaque cas.

Exercice 4 :

Calculer $\int_1^2 \sqrt{x} dx$ par la formule du point milieu en décomposant l'intervalle d'intégration en dix parties. Évaluer l'erreur commise.

Exercice 5 :

Soit f une fonction continue définie sur l'intervalle $[-1, 1]$. Notons par P le polynôme de degré deux qui interpole f en les points $-1, 0$ et 1 .

a Exprimer $\int_{-1}^1 P(x) dx$ en fonction de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.

b Vérifier que l'expression obtenue coïncide avec une formule d'intégration numérique dont on donnera le nom et la valeur du pas de discrétisation.